



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

دوره ۴۸، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۵، صفحه ۲۰۷ تا ۲۱۶
Vol. 48, No. 2, Summer 2016, pp. 207-216



نشریه علمی پژوهشی امیرکبیر - مهندسی عمران و محیط زیست

Amirkabir Journal of Science & Research
Civil and Environmental Engineering
(ASJR-CEE)

بهینه‌سازی پایداری شیروانی‌های خاکی با فرض سطح لغزش غیردایره‌ای با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی رقابت استعماری، گرم شبتاب و بازپخت فلزات

علی سنائی‌راد^{۱*}، علیرضا کاشانی^۲

۱-استادیار، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اراک

۲-دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اراک

(دریافت: ۱۳۹۲/۶/۲۶، پذیرش: ۱۳۹۴/۱۲/۱۹)

چکیده

مسئله پایداری شیروانی‌های خاکی از مسائل پیچیده مکانیک خاک است و روش‌های تحلیلی براساس سطح لغزش دایره‌ای در خاک‌های غیرهمگن، پاسخگو نمی‌باشد و باید از روش‌هایی دیگر پایداری این نوع از شیروانی‌ها مورد مطالعه قرار گیرد. امروزه روش‌های بهینه‌سازی در تحلیل پایداری این نوع از شیروانی بکار گرفته شده است و نکته قابل توجه در کاربرد این نوع روش‌ها، توانمندی آن‌ها در حل مسائل غیرتعیینی می‌باشد. در این مقاله کاربرد سه روش بهینه‌سازی فرااکتشافی برای بررسی پایداری شیروانی‌های خاکی مورد مطالعه قرار گرفته است. عملکرد این سه روش برای سه مورد مطالعاتی نشان می‌دهد که سطوح لغزش برای هر سه مورد مطالعاتی غیردایره‌ای است و ضرایب اطمینان به دست آمده براساس این سه روش در مقایسه با روش‌های تحلیلی، نشان می‌دهد که الگوریتم بهینه‌سازی رقابت استعماری، بهترین عملکرد را در تحلیل پایداری شیروانی‌های مورد مطالعه در مقایسه با دو روش بهینه‌سازی دیگر داشته است.

کلمات کلیدی:

بهینه‌سازی، سطح لغزش غیردایره‌ای، فرااکتشافی، رقابت استعماری

۱- مقدمه و هدف

مسئله پایداری شیروانی‌های خاکی از مسائل پیچیده مکانیک خاک است و تا کنون تحقیقات زیادی در تحلیل پایداری و پایداری آن‌ها صورت گرفته است. در بیشتر تحقیقات انجام شده، شکل سطح لغزش عمده‌تاً دایره‌ای فرض شده است که این مطلب، در خاک‌های همگن فرض بسیار خوبی است و شکل سطح گسیختگی را به خوبی مدل می‌کند. ولی این فرض در خاک‌های چندلایه نتایج مناسبی ارائه نمی‌دهد و لازم است تا شکل مناسبی برای سطح لغزش ایجاد شود. ضمن این که معمولاً سطح لغزش در خاک‌های چندلایه شکل هندسی بخصوصی ندارد.

برای مدل کردن سطح لغزش دایره‌ای، تعداد متغیرهای هندسی شامل مختصات مرکز دایره و شعاع دایره هستند. ولی برای سطح لغزش غیردایره‌ای، تعداد متغیرهای هندسی بیش از سه متغیر است. در مکان‌یابی سطح لغزش در این نوع از شیروانی‌ها، اخیراً روش‌های بهینه‌سازی اکتشافی توسط محققین بکار گرفته شده است که عمده مسائل و مشکلات این روش‌ها، در مکان‌یابی سطح لغزش غیردایره‌ای بحرانی در زیر توضیح داده شده است.

تابع هدف^۲ ضریب اطمینان^۳ (F_s)، معمولاً غیرهمگرا، پیچیده و ناپیوسته در سرتاسر دامنه حل می‌باشد. عدم موفقیت همگرایی (ناپوستگی برای تابع هدف F_s) برای شرایط پیچیده زمین با نیروهای خارجی رخ می‌دهد. روش‌های بهینه‌سازی اکتشافی و حتی برخی روش‌های بهینه‌سازی پویا^۴ در حل این مسائل، با مشکل همگرایی مواجه می‌شوند.

چن و شاو^۵ [۱] در تحقیقات خود دریافتند که کمینه‌های چندگانه در کل فضای جستجو وجود خواهد داشت و روش‌های بهینه‌سازی اکتشافی به دلیل وجود کمینه‌های محلی به سادگی به دام آن‌ها می‌افتند. قابلیت یک الگوریتم بهینه‌سازی برای گریختن از کمینه‌های محلی به مقدار تخمین اولیه عوامل برای موفقیت در مکان‌یابی سطح لغزش بحرانی وابسته است.

حدس زدن یک سعی اولیه خوب سطح لغزش در تحلیل بهینه‌سازی برای یافتن کمینه‌های واقعی و کلی معمولاً بسیار دشوار است و نیازمند قضاوت مهندسی می‌باشد.

جستجوی بهینه برای سطح لغزش غیردایره‌ای با روش‌های اکتشافی متعددی صورت گرفته است که عبارتند از: روش تغییرات^۶ به وسیله بیکر و گابریل^۷ [۲]، روش ساده‌شده نگوین^۸ [۳]، روش متغیر متناوب

به وسیله سلسستینو و دونکن^۹ [۴] و روش ساده توسط چن و شائو^{۱۰} [۱]. این روش‌های اکتشافی به طور عمده قابل اجرا برای توابع پیوسته است و در حضور کمینه‌های محلی متعدد محدود می‌شوند و کمینه محلی نزدیک به آزمون اولیه به وسیله این روش‌ها به عنوان جواب اصلی معرفی می‌شود. بنابراین لازم است که با یک سعی اولیه خوب، سطح لغزش اتخاذ شود تا الگوریتم‌های اکتشافی بتوانند به جواب نسبتاً خوبی دست یابند.

با توجه به محدودیت‌های ذکر شده در مورد روش‌های اکتشافی بهینه‌سازی و ظهور الگوریتم‌های بهینه‌سازی فرااکتشافی^{۱۱} (که بسیار قدرتمند عمل کرده و با هیچیک از محدودیت‌های الگوریتم‌های اکتشافی مواجه نیستند)، لازم است تا این الگوریتم‌ها در حل این مسائل بکار گرفته شوند و عملکرد آن‌ها مورد بررسی قرار گیرد. در این الگوریتم‌های فرااکتشافی، تضمینی وجود ندارد که جواب یافته‌شده بهترین جواب ممکن باشد. ولی جواب یافته‌شده تا حد بسیار زیادی نزدیک به جواب اصلی می‌باشد. از آنجایی که کمینه‌های محلی قوی در مسائل پیچیده مکانیک خاک وجود دارند، حتی الگوریتم‌های فرااکتشافی نیز ممکن است در دام این کمینه‌ها گرفتار شوند. بنابراین لازم است تا الگوریتمی که بهترین عملکرد را دارد شناسایی شود. گرکو^{۱۲} [۵] و ملکاوی^{۱۳} [۶] دریافتند که استفاده از روش مونت کارلو^{۱۴} برای مکان‌یابی سطح لغزش بحرانی برای برخی موارد موفقیت‌آمیز می‌باشد. ولی کنترل دقیق بر صحت کمینه‌های کلی وجود ندارد. بولتن و همکاران از شیوه بهینه‌سازی پرش قورباغه^{۱۵} [۷] برای محاسبه کمترین ضریب اطمینان استفاده کردند. همچنین چنگ^{۱۶} [۸] از روش الگوریتم ازدحام ماهی‌ها و ذولفقاری [۹] از الگوریتم ساده‌شده ژنتیک^{۱۷} برای حل مسائل شیروانی‌های خاکی استفاده کرده‌اند. کانگ و همکاران [۱۰] الگوریتم مصنوعی اجتماع زنبور را برای شناسایی و مکان‌یابی سطح لغزش بحرانی برای تحلیل پایداری شیروانی‌ها بکار بردند. حاجی‌عزیزی و همکاران [۱۱] یک روش جدید شبه استاتیکی را برای سطح لغزش بحرانی به روش قطعه‌ای در شیب‌های خاکی ارائه نمودند.

منزن و همکاران [۱۲] روش تعادل حدی را برای بهینه‌سازی و تحلیل پایداری شیروانی‌های خاکی توسعه دادند و گندمی و همکاران [۱۳] نیز با استفاده از روش‌های اخیر هوشمند ازدحام ذرات (PSO) به تحلیل پایداری پنج مورد مطالعاتی ذوالفقاری [۹] برای شیروانی‌های با خاک‌های غیرهمگن پرداختند و آن‌ها روش ICA را روشی توانمند معرفی کردند. آن‌ها برای منظور کردن اثرات زلزله به روش شبه‌استاتیکی

⁹ Celestino and Duncan

¹⁰ Chen and Shaw

¹¹ Meta-Heuristic Algorithm

¹² Greco

¹³ Malkawi

¹⁴ Monte Carlo

¹⁵ Leap Frog

¹⁶ Fish Swarm

¹⁷ Simple Genetic Algorithm

¹ Slip Surface

² Objective Function

³ Factor of Safety

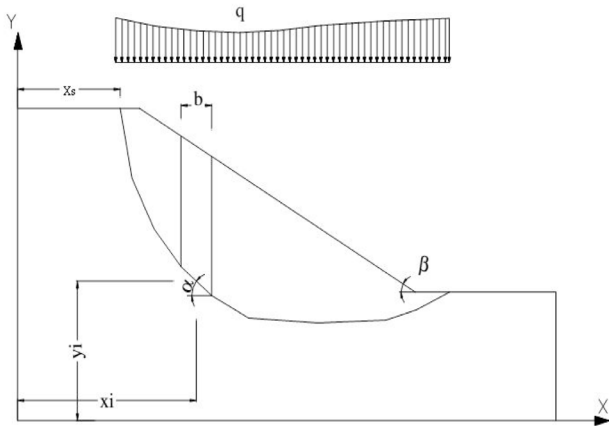
⁴ Dynamic Optimization

⁵ Chen and Shao

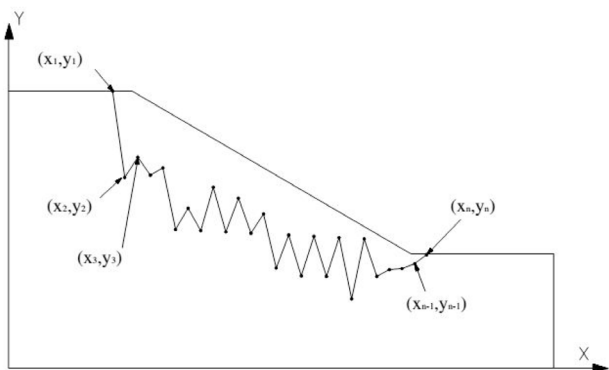
⁶ Variation Method

⁷ Baker and Garber

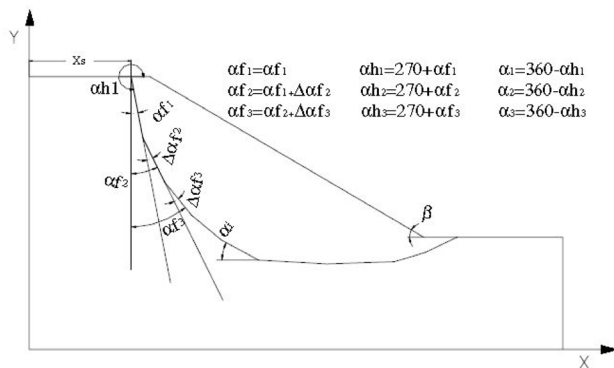
⁸ Nguyen



شکل ۱: شکل کلی سطح شکست



شکل ۲: تولید سطح لغزش زیگزاگ [۹]



شکل ۳: تولید سطح لغزش [۹]

هندس شيروانی استخراج کرد.

پس از تعیین مختصات، شروع دومین گام تعیین زاویه شروع لغزش نسبت به راستای قائم می‌باشد که در شکل (۳) با αf_1 نشان داده شده است.

سومین گام، تعیین عرض قطعه مربوطه (b_1) می‌باشد. بنابراین با معلوم‌بودن مقادیر b_1 ، αf_1 ، X_s ، Y_s و مختصات X_1 و Y_1 مربوط به نقطه بعدی به راحتی قابل تعیین می‌باشد.

چهارمین گام، تعیین تغییر زاویه قطعه بعدی نسبت به زاویه مربوط به کف قطعه قبلی است که با $\Delta \alpha f_1$ در شکل نشان داده شده است. با

و روابط استخراج‌شده توسط مورگنسترن پرایس [۱۴] را برای بهینه‌سازی توابع هدف ضریب اطمینان بکار گرفتند.

بنابراین بعضی از مشکلاتی که نیاز به الگوریتم‌های قدرتمند بهینه‌سازی را ایجاد می‌کنند، عبارتند از: (۱) ناپیوستگی تابع هدف در برخی از دامنه‌های جواب، (۲) حضور کمینه‌های محلی چندگانه که توسط چن و شائو شرح داده شده است، (۳) عوامل خاک، شرایط زمین، نیروهای خارجی که می‌توانند در یک دامنه تغییرات عریض باشند؛ چنان که انتخاب عوامل برای بهینه‌سازی مشکل است و (۴) تعداد متغیرهای شکل هندسی که می‌تواند خیلی زیاد باشد و زمان حل نیز می‌تواند طولانی شود.

با توجه به نکات ذکر شده فوق، در این تحقیق با استفاده از سطح لغزش غیردایره‌ای و محاسبه ضریب اطمینان به روش اسپنسر [۱۵] الگوریتم‌های فرااکتشافی گرم شبتاب، سرد کردن فلزات و رقابت استعماری بکار گرفته شده‌اند.

عملکرد الگوریتم‌های معرفی شده برای سه مورد مطالعاتی با یکدیگر مقایسه شده‌اند و نتایج آن‌ها در بخش‌های بعدی ارائه شده است.

۲- تئوری مقاله

۲-۱- چگونگی تولید سطح لغزش

برای حل گام به گام مسئله، لازم است تا در مرحله اول سطح لغزش مناسبی تولید شود که روش‌های مختلفی توسط محققین مختلف پیشنهاد شده است. در این روش‌ها (که بر پایه روش قطعات قائم می‌باشند)، لازم است تا مختصات مربوط به نقاط گوشه‌های پایینی هر قطعه تعیین شود. با مشخص شدن این نقاط، می‌توان سطح لغزش را به راحتی تشکیل داد. ضمناً لازم است تا سطح لغزش به صورت مقعر به سمت بالا^۱ باشد و باید بتوان طوری سطح لغزش را تولید کرد که از به وجود آمدن سطوح زیگزاگ و غیرمقعر جلوگیری شود. روش مورد استفاده در این تحقیق، روش ذولفقاری [۹] می‌باشد. در این روش، به جای این که متغیرهای کنترلی هندسی را در فضای جستجو در طول محور مختصات Y در نظر گرفته شود سعی شده است تا جستجو در طول خط سطح گسیختگی صورت پذیرد.

جستجو در طول خط سطح لغزش بسیار کارآمدتر است. زیرا با این روش، شیب مربوط به کف هر قطعه قائم α (در شکل (۱)) کاملاً به شیب کف قطعه مجاور قبلی خود وابسته است. در طول سطح لغزش، حرکت زاویه کف هر قطعه از چپ به راست و جهت چرخش زاویه مربوط به کف قطعات در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت خواهد بود.

در صورت استفاده از مختصات برای تولید سطح لغزش، سطح لغزش زیگزاگ و غیرمحدب و مطابق شکل (۲) خواهد شد [۹].

اولین مرحله برای شیروانی خاکی (مطابق شکل (۳))، تعیین نقطه شروع سطح لغزش است. بنابراین اگر مختصات مربوط به نقطه شروع سطح لغزش (X_s, Y_s) فرض شود، می‌توان با انتخاب X_s مقدار Y_s را از

^۱ Concave Upward

$$m_{\alpha} = \cos \alpha + \frac{\sin \alpha \tan \phi}{F} \quad (3)$$

با فرض تعادل نیروها و لنگرهای کلی، دو مقدار ضریب اطمینان F_f و F_m بدست می‌آیند.

مقدار ضریب اطمینان F_m بر پایه معادلات لنگر حول نقطه مشخص (0) به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\sum WR \sin \alpha = \sum TR, T = \frac{1}{F} (c'_1 + (P - u_1) \tan \phi') \quad (4)$$

$$F_m = \frac{\sum (c'_1 + (P - ul) \cdot \tan \phi')}{\sum W \sin \alpha} \quad (5)$$

مقدار ضریب اطمینان F_f بر پایه معادلات تعادل نیرو به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\sum F_H = 0 \Rightarrow T \cos \alpha - P \sin \alpha + E_R - E_L = 0 \quad (6)$$

با جایگذاری و بازنویسی مقدار T در رابطه فوق، می‌توان داشت:

$$\sum (E_R - E_L) \quad (7)$$

$$\sum (W - (X_R - X_L)) \tan \alpha -$$

$$\frac{1}{F} \sum (c'_1 + (P - u_1) \tan \phi) \sec \alpha = 0$$

با استفاده از فرض اصلی اسپنسر (یعنی $\tan \theta = X/E$) که در طول

سطح گسیختگی شیب ثابتی دارد و $\sum (X_R - X_L) = 0$ ، در غیاب بار خارجی گسترده، می‌توان ضریب اطمینان را از رابطه (8) محاسبه نمود:

$$F_f = \frac{\sum (c'_1 + (P - u_1) \tan \phi') \sec \alpha}{\sum (W - (X_R - X_L)) \tan \alpha} \quad (8)$$

برای حل معادله فوق، از روش سعی و خطا استفاده می‌شود که این

روند سعی و خطا توسط الگوریتم‌های بهینه‌سازی فرااکتشافی می‌تواند صورت گیرد.

۳- معرفی مختصر روش‌های بهینه‌سازی^۱

۳-۱- الگوریتم کرم شبتاب^۲

الگوریتم کرم شبتاب یکی از الگوریتم‌های بهینه‌سازی است که اخیراً توسط یانگ^۳ [۱۶] در دانشگاه کمبریج بسط داده شد. این الگوریتم از رفتارهای اجتماعی کرم‌های شبتاب الهام گرفته شده است. الگوریتم کرم شبتاب در شکل (۵) ارائه شده است.

جستجو در این الگوریتم، براساس میزان شدت درخشندگی (I) کرم‌های شبتاب می‌باشد و همه کرم‌ها جذب کرم شبتاب درخشنده‌تر می‌شوند. در این روش، ابتدا باید تعداد کرم شبتاب (n) و مقادیر β_0 (جاذبیت اولیه) و γ (ثابت جذب) و α (شاخص مؤثر در تعداد مراحل) و

معلوم بودن $\Delta \alpha f_1$ می‌توان با استفاده از αf_1 ، مقدار مربوط به αf_2 را محاسبه نمود. بنابراین با معلوم بودن αf_2 و b_2 و همچنین X_2 و Y_2 (که از گام قبل بدست آمدند)، می‌توان X و Y مربوط به نقطه سوم را محاسبه کرد و اگر این روند تکرار شود، می‌توان سطح لغزش را تولید کرد و به این ترتیب، زاویه مربوط به کف هر قطعه با زاویه قطعه مجاور بعدی به اندازه $\Delta \alpha f_1$ اختلاف دارد.

۲-۲- بررسی و ارزیابی سطح لغزش ایجاد شده

بعد از تشکیل سطح لغزش، اگر سطح لغزش هندسه شیب را قطع نکرده باشد، این سطح لغزش نامناسب است و اگر سطح لغزش هندسه شیب را قطع کرده باشد و نیز اگر از نقطه برخورد تا بالای شیب فاصله قائم کمتر از نصف ارتفاع شیب باشد، این سطح لغزش نیز نامناسب است. در غیر این صورت، سطح لغزش مناسب خواهد بود و از نقطه برخورد تا انتها دقیقاً در محدوده هندسه شیب است. در برنامه نوشته‌شده در نرم‌افزار متلب برای سطوح لغزش نامناسب فوق‌الذکر، ضریب اطمینان بالایی (مثلاً ۱۰۰) در نظر گرفته می‌شود. با احتساب ضریب اطمینان ۱۰۰، عملاً سطوح لغزش ایجاد شده موارد فوق از سیکل بررسی و بهینه‌سازی و انتخاب به عنوان بهترین سطح لغزش حذف می‌شوند.

در این روش، مقدار اولیه مربوط به زاویه اولیه سطح لغزش براساس نظریه گسیختگی رانکین برابر $45 + \phi/2$ نسبت به افق می‌باشد. بنابراین مقدار αf_1 برابر $45 + \phi/2$ خواهد بود. همچنین مقادیر مربوط به $\Delta \alpha f_1$ نیز می‌توانند بین صفر تا ۱۵ درجه تغییرات داشته باشد.

۲-۳- روش اسپنسر برای محاسبه ضریب اطمینان

با توجه به این که در سایر روش‌های بررسی پایداری شیروانی‌ها (مثلاً روش قطعات بیشاپ) نیروهای بین قطعه‌ای تقریباً با نوشتن معادلات تعادل حذف می‌شوند، ولی نیروهای بین قطعه‌ای در روش اسپنسر در روابط تعادل هر قطعه حضور دارند. بنابراین معادلات و روابط بکار گرفته در این تحقیق، براساس روش اسپنسر استخراج شدند. در این روش بعد از تشکیل سطح لغزش، لازم است تا ضرایب اطمینان F_f و F_m مربوط به آن محاسبه شوند [۱۵]. در این روش، فرض می‌شود که برآیند نیروهای بین‌قطعه‌ای با هم موازی می‌باشند (شکل (۴)). بنابراین:

$$\tan \theta = \frac{X_L}{E_L} = \frac{X_R}{E_R} \quad (1)$$

که در آن، θ زاویه برآیند نیروهای بین‌قطعه‌ای نسبت به افق است. اسپنسر با جمع کردن نیروها در راستای عمود بر نیروهای بین‌قطعه‌ای، رابطه نیروی عمودی وارد بر کف قطعه را به صورت زیر بدست آورد:

$$P = \frac{[W - (E_R - E_L) \tan \theta - \frac{1}{F} (c'_1 \sin \alpha - u_1 \tan \phi' \sin \alpha)]}{m_{\alpha}} \quad (2)$$

¹ Optimization Techniques

² Firefly Algorithm

³ Yang

$$\beta(r) = \beta_0 e^{-\gamma r^2} \quad (9)$$

که در آن، β_0 و γ مؤلفه‌های از پیش تعیین شده الگوریتم بوده و به ترتیب، مقدار ماکزیمم جذابیت و ضریب جذب هستند.

هر عضو از گروه کرم شبتاب به وسیله شدت درخشندگی آن و با پارامتر I_1 توصیف شده که به صورت معکوس تابع $f(x_{i,k})$ تعریف می‌شود.

در ابتدا باید کلیه کرم شبتاب‌ها را در فضای جستجوی S یا به صورت تصادفی با بکارگیری یک روند مشخص پخش کرد. برای یک روند جستجوی مؤثر در فضای جستجوی S فرض می‌شود که هر ذره I دائماً موقعیت خود را تغییر می‌دهد و تمامی ذرات به سمت ذره با شدت درخشندگی بیشتر حرکت می‌کنند. اگر ذره با روشنایی بیشتری پیدا نشود، حرکت بعدی ذره به صورت تصادفی است.

در این الگوریتم، سه مؤلفه β ، α و γ وجود دارد که موقعیت هر کرم شبتاب را کنترل می‌کند:

- حداکثر مقدار جذابیت (β_0) در بازه $[0, 1]$ قرار دارد و معرف جذابیت در $r=0$ است.

- ضریب جذب (γ) میزان تغییرات جذابیت با افزایش مسافت بین دو عضو مرتبط را کنترل می‌کند و وقتی که $\gamma \rightarrow 0$ ، هیچ تغییری وجود ندارد. به عبارتی دیگر، ثابت است و $\gamma \rightarrow \infty$ معرف جستجوی کاملاً تصادفی فضای حل است. مقادیر حدود بالا و پایین دامنه تولید اعداد تصادفی هستند.

- براساس مطالعات یانک [۱۶] عملکرد این الگوریتم برای مجموعه‌ای از ۱۴ مسئله بهینه‌سازی پیوسته بررسی و تمامی مسائل برای یک تعداد ثابت تکرار آزمایش شد و نتایج بدست آمده نشان داد که بهترین مقدار برای α برابر $0/01$ است و بهترین عملکرد را نشان می‌دهد. این الگوریتم از سه قاعده کلی تبعیت می‌کند:

(۱) تمامی کرم‌های شبتاب همجنس هستند. بنابراین تمامی آن‌ها به سمت عضوی با شدت درخشندگی بیشتر جذب می‌شوند.

(۲) جذابیت هر عضو نسبتی از درخشندگی است و هرچه فاصله از اعضای دیگر بیشتر شود، میزان درخشندگی کاهش می‌یابد و اگر ذره‌ای با درخشندگی بیشتر پیدا نشود، این ذره حرکت کاملاً تصادفی برای موقعیت بعدی خواهد داشت.

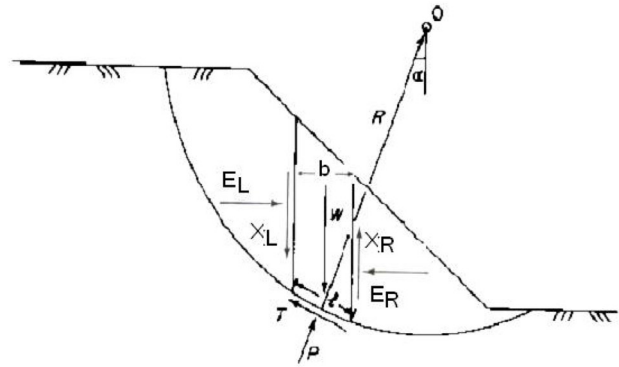
(۳) درخشندگی هر عضو با مقدار تابع هدف مشخص می‌شود و این درخشندگی، نسبتی از مقدار تابع هدف است.

فاصله بین دو عضو I و J که به ترتیب در موقعیت‌های X_i و X_j قرار دارند، مطابق رابطه زیر بدست می‌آید:

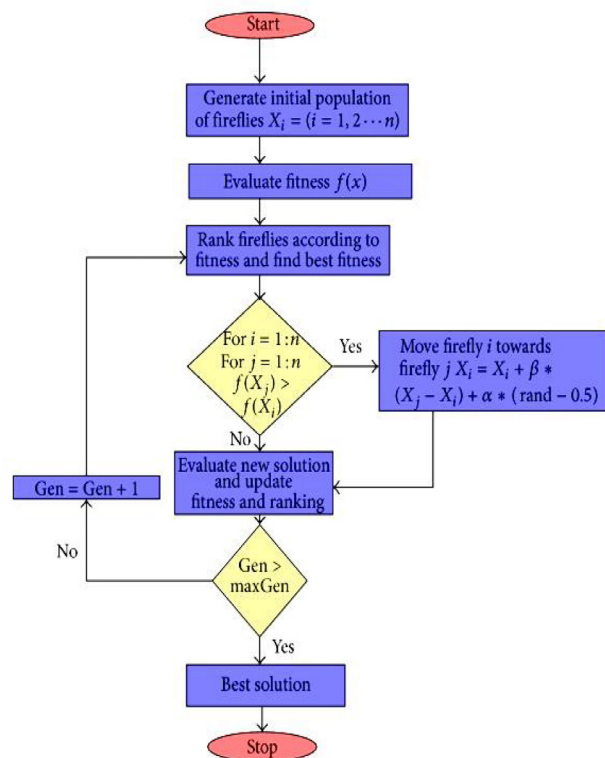
$$r_{ij} = \|X_i - X_j\| \quad (10)$$

موقعیت جدید هر عضو I با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$x_i^{t+1} = x_i^t + \beta_0 e^{-\gamma r^2} (x_j^t - x_i^t) + \alpha \varepsilon \quad (11)$$



شکل ۴: نمودار نیروهای روش اسپنسر



شکل ۵: فلوجارت الگوریتم کرم شبتاب [۱۶]

تعداد ماکزیمم نسل (k) و تابع هدف ($f(X)$)، عیین و معرفی شوند و در مرحله دوم، ایجاد حلقه بررسی شدت درخشندگی و مقایسه بین شدت درخشندگی براساس مقدار جذابیت β است.

بنابراین تعداد n کرم شبتاب مسئله بهینه‌سازی را مکرراً حل می‌کنند. $X_{i,k}$ نشان‌دهنده موقعیت برای کرم شبتاب I ام در نسل k ام تکرار الگوریتم است. بنابراین مقدار تابع هدف آن برابر $f(X_{i,k})$ است. هر کرم شبتاب مقدار مشخصی به نام β دارد که معرف میزان جذابیت آن بوده و قدرت توانایی جذب هر کرم شبتاب را توصیف می‌کند. برای بدست آوردن رابطه‌ای برای β ، لازم است تا تابع یکنواختی از فاصله بین دو عضو $r_j = (X_i, Y_i)$ تعریف شود که نسبت عکس با Γ داشته باشد. یانگ تابعی زیر را برای β ارائه داد:

برای بیشتر موارد $\beta_0=1$ و $\varepsilon \in (0,1)$ و ضریب جذب $\gamma \in (0,1)$ تغییر می‌کند.

X_1^1 موقعیت فعلی هر کرم شبتاب (i) را نشان می‌دهد و جزء دوم رابطه، درخشندگی و جزء سوم جابه‌جایی تصادفی کرم شبتاب (i) را بیان می‌کند. مقدار α بین صفر و یک بوده و ε معرف برداری در برگزیده عدد تصادفی تولید شده از توابع گوس است.

۳-۲- الگوریتم بازپخت^۱ فلزات

این الگوریتم بر پایه سرد کردن فلزات به وسیله کریک پاتریک^۲ بنا شده است [۱۷]. مولکول‌های یک فلز دارای انرژی پتانسیل معینی نسبت به یکدیگر هستند. مولکول‌ها یا اتم‌ها پس از گرم کردن فلز، انرژی جنبشی بیشتر و در نتیجه آزادی حرکت بیشتری پیدا می‌کنند و می‌توانند از وضعیت‌های ثابت خود در بلور فلز رها شده و در حالت‌های مختلفی نسبت به هم قرار گیرند. مجموعه ذرات تمایل به وضعیتی دارند که در آن انرژی مجموعه ذرات کمترین مقدار را داشته باشد. آهسته سرد شدن (کم شدن انرژی جنبشی بر اثر اتلاف حرارتی) این امکان را می‌دهد تا ذرات حالت‌های مختلف را (حتی وضعیت‌هایی که در جهت افزایش انرژی پتانسیل است) امتحان کند تا به حالتی برسد که سطح انرژی پتانسیل ذرات از حالت اولیه کمتر شود و در این حالت، ذرات با کم شدن انرژی جنبشی و در نتیجه کم شدن آزادی حرکت اتم‌ها، در حالت پایدار خود می‌ماند (ذرات به صورت کریستال منظمی در می‌آیند). نکته مهم آن است که حالت پایدار نهایی از حالت اولیه مجموعه ذرات مستقل است.

اگر هر نقاط فضای جستجو را با یک آرایش اتم‌ها و تابع جریمه، با انرژی پتانسیل ذرات و قابلیت حرکت در جهت بد شدن جواب را با انرژی جنبشی ذرات متناظر گردد، در این صورت مسئله تغییرات آرایش مجموعه ذرات و اتم‌ها در فضای مورد مطالعه از حالت اولیه با انرژی پتانسیل مشخص و انرژی جنبشی معین (دلخواه) به حالتی که دارای کمترین انرژی پتانسیل است و درحالت پایانی، انرژی جنبشی صفر قابل بیان خواهد شد.

روند الگوریتم به این ترتیب است که در ابتدا یک نقطه دلخواه از فضای جستجو انتخاب و تابع جریمه در آن حساب می‌شود. سپس به سیستم یک دمای اولیه (متناظر با انرژی جنبشی) نسبت داده می‌شود (انتخاب مقدار دمای اولیه دلخواه است، اما می‌توان بسته به این که تابع در نقطه شروع چه رفتاری دارد، انرژی را انتخاب کرد. مثلاً اگر تابع دارای تغییرات کمی است، دمای کمتر نسبت داده می‌شود تا قابلیت تحرک کمتر باشد و اگر تابع دارای تغییرات زیاد (شیب تند) است، دمای بیشتری باید نسبت داد تا امکان حرکت و خارج شدن از کمینه‌های محلی بیشتر شود). سپس یک نقطه از فضای اطراف به عنوان گزینه برای قدم بعدی انتخاب می‌شود (این نحوه انتخاب بستگی به مسئله دارد). برای تصمیم در مورد

حرکت به سمت نقطه جدید این طور عمل می‌شود: اگر جواب بهتر شد، حرکت می‌کند و اگر بهتر نشد، با احتمال P به سمت نقطه جدید می‌رود. احتمال P با توجه به دمای سیستم و تغییر در تابع جریمه (اختلاف نقطه مبدأ و مقصد) انتخاب می‌شود.

یکی از متداول‌ترین تابع‌های مورد استفاده کریک پاتریک برای تصمیم‌گیری در مورد حرکت به سمت نقطه جدید به صورت رابطه (۱۲) تعریف می‌شود [۱۷]:

$$P = \begin{cases} \exp\left\{-\frac{U-U_0}{T}\right\} & U-U_0 > 0 \\ 1 & U-U_0 < 0 \end{cases} \quad (12)$$

که در آن، P احتمال حرکت به سمت نقطه جدید و U_0 انرژی پتانسیل در نقطه ی مبدأ، $U = M(x+s)$ انرژی پتانسیل در نقطه مقصد، T دما (متناسب با انرژی جنبشی) است. در واقع P احتمال رخداد آرایشی با انرژی E در یک جسم با دمای T که به صورت رابطه (۱۳) بیان می‌شود:

$$P(E) = \exp\left(-\frac{E}{KT}\right) \quad (13)$$

که در آن، K ثابت بولتزمن است. تابع به گونه‌ای تعریف شده است که هر چه دما زیادتر باشد، احتمال یا توانایی حرکت در جهت افزایش انرژی پتانسیل نیز بیشتر باشد و با کم شدن دما، مقدار احتمال کم می‌شود. بزرگ بودن T باعث کوچک شدن اندازه کسر و بزرگ شدن P می‌شود. مؤلفه دیگری که در تعیین احتمال P نقش ایفا کرده، میزان تغییر تابع در مسیر حرکت است. هر چه شیب تابع (اختلاف بین پتانسیل مبدأ و مقصد) بیشتر باشد، احتمال P کمتر است و برعکس. دمای سیستم بعد از انجام هر حرکت، مقداری کاهش داده می‌شود (کمی از انرژی جنبشی‌اش را از دست می‌دهد). پس از تکرار زیاد و از دست دادن کامل انرژی جنبشی، می‌توان انتظار داشت که سیستم به پایین‌ترین انرژی پتانسیل (کمترین مقدار تابع جریمه) رسیده باشد.

توزیع احتمالی که در این توابع استفاده می‌شود و نیز نحوه کم شدن دما، کاملاً دلخواه نیستند، بلکه باید در شرایطی صدق کنند تا همگرایی جواب به سمت کمینه مطلق تضمین شود. انتخاب نحوه کم شدن دما و نحوه قدم برداشتن در فضای جستجو و تعریف تابع احتمال P از دما، با توجه به خصوصیات مسئله نیازمند تجربه است. عملکرد الگوریتم در شکل (۶) نشان داده شده است.

۳-۳- الگوریتم رقابت استعماری

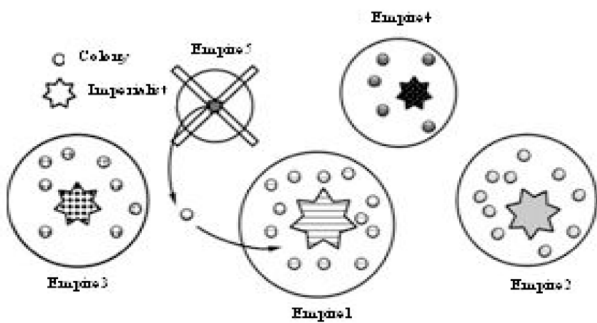
اخیراً الگوریتم جدیدی با نام الگوریتم رقابت استعماری توسط اسماعیل آتشیز و کارو لوکس [۱۸] ارائه شده است که برای بهینه‌سازی، به جای طبیعت از یک پدیده اجتماعی الهام گرفته است.

ابداع‌کنندگان این الگوریتم، پدیده تاریخی استعمار را در راستای یک تکامل اجتماعی-سیاسی جوامع انسانی تحلیل نموده و با مدل‌سازی ریاضی این فرایند، یک الگوریتم قدرتمند برای بهینه‌سازی ارائه کرده‌اند.

¹ Simulated annealing

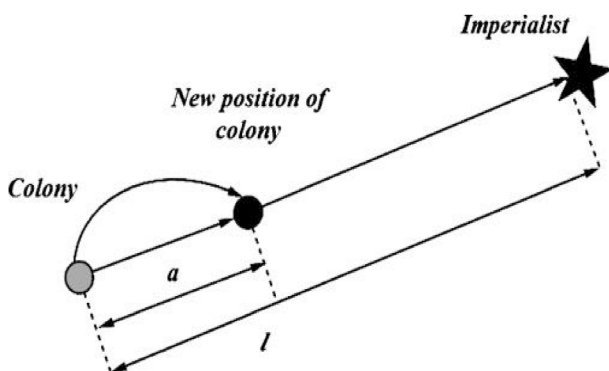
² Kirkpatrick

می‌گیرند. در ابتدای اجرای الگوریتم، کشورها به صورت تصادفی تولید و چند قدرتمند به عنوان استعمارگر انتخاب می‌شوند. سپس سایر کشورها به صورت تصادفی به یکی از استعمارگران منتسب می‌شوند. تعداد مستعمرات هر استعمارگر متناسب با قدرتش می‌باشد. مطابق شکل (۷)، استعمارگران قوی‌تر (ستاره‌های بزرگتر) مستعمرات بیشتری به خود اختصاص داده‌اند.



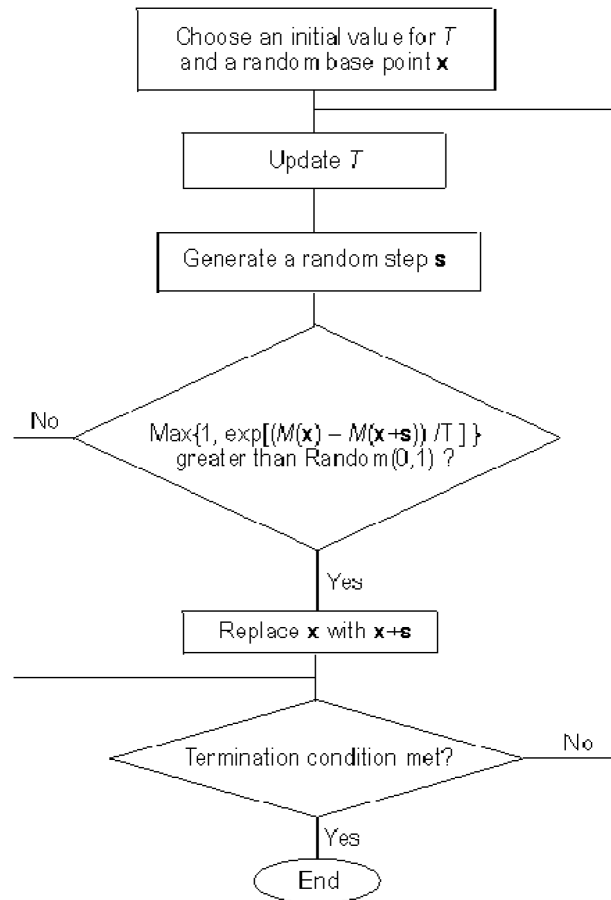
شکل ۷: تعداد مستعمرات هر استعمارگر متناسب با قدرت [۱۸]

در این الگوریتم، کشورهای استعمارگر با اعمال سیاست جذب (همگون‌سازی) در راستای محورهای مختلف (مثلاً زبان و فرهنگ)، کشورهای مستعمره را به سمت خود می‌کشند. این موضوع، به وسیله حرکت تصادفی هر کشور مستعمره به سمت کشور استعمارگر خود در فضای جستجو مدلسازی می‌شود. مطابق شکل (۸)، حرکت کشور مستعمره به سمت کشور استعمارگر به اندازه α و با انحراف زاویه‌ای θ صورت می‌گیرد که این مقادیر، به طور تصادفی تعیین می‌گردند. ممکن است در روند حرکت کشورها در طول اجرای الگوریتم، یک کشور مستعمره قدرت بیشتری از استعمارگر نظیر خود پیدا کند.



شکل ۸: حرکت کشور مستعمره به سمت استعمارگر [۱۸]

در این حالت، جای کشور مستعمره و استعمارگر عوض خواهد شد. به عبارتی دیگر، تمام کشورهای مستعمره استعمارگر قبلی در مراحل بعد به استعمارگر جدید تعلق خواهند گرفت و حرکت این مستعمرات به سمت استعمارگر جدید خواهد بود. در هر مرحله از تکرار الگوریتم، رقابتی میان استعمارگران برقرار است. در این رقابت استعمارگری که نسبت به



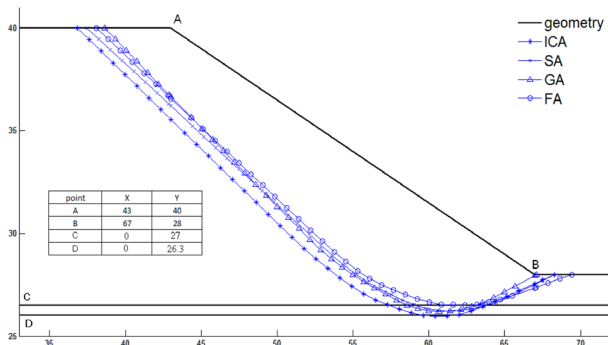
شکل ۶: فلوجارت الگوریتم بازپخت فلزات [۱۷]

نتایج بکارگیری این الگوریتم در زمینه‌های متنوعی از مهندسی برق، کامپیوتر، صنایع و مکانیک، کارایی آن را در حل مسائل بهینه‌سازی نشان داده است. کارایی بالا و جنبه نوآوری این الگوریتم، باعث جذابیت آن برای متخصصین حوزه بهینه‌سازی شده است.

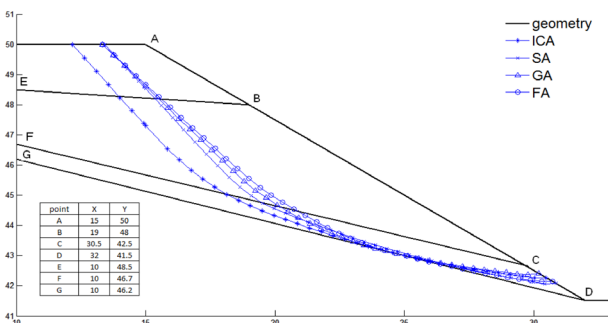
برای فهم ساده‌تر چگونگی رفتار الگوریتم رقابت استعماری (ICA) از طریق مقایسه با الگوریتم ژنتیک، عملکرد آن توضیح داده می‌شود. در الگوریتم ژنتیک^۱ (GA)، یک جمعیت وجود دارد که از تعدادی فرد تشکیل شده است. با اعمال عملگرهای پرش، جهش و انتخاب افراد جمعیت، الگوریتم به سمت پاسخ‌های بهتر در فضای جستجو هدایت می‌شود. انتخاب والدین و فرزندان جدید برای نسل بعد براساس میزان برازندگی هر فرد صورت می‌گیرد.

در الگوریتم ICA تعدادی کشور، متناظر افراد در الگوریتم ژنتیک وجود دارد. در واقع این مجموعه از کشورها، نقاطی تصادفی درون فضای جستجو هستند. سپس چند کشور قوی‌تر (دارای برازندگی بیشتر) به عنوان استعمارگر انتخاب می‌شوند (در الگوریتم ICA به جای اصطلاح برازندگی، از اصطلاح قدرت استفاده می‌شود). به این ترتیب، کشورهای قدرتمند به عنوان استعمارگر و کشورهای ضعیف به عنوان مستعمره قرار

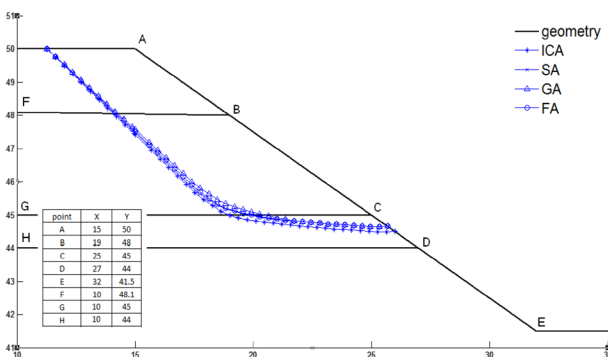
^۱ Genetic Algorithm



شکل ۱۰: شکل هندسی و نتایج خروجی سطوح گسیختگی با روش‌های مختلف بهینه‌سازی مورد مطالعاتی (۱)



شکل ۱۱: شکل هندسی و نتایج خروجی سطوح گسیختگی با روش‌های مختلف بهینه‌سازی مورد مطالعاتی (۲)



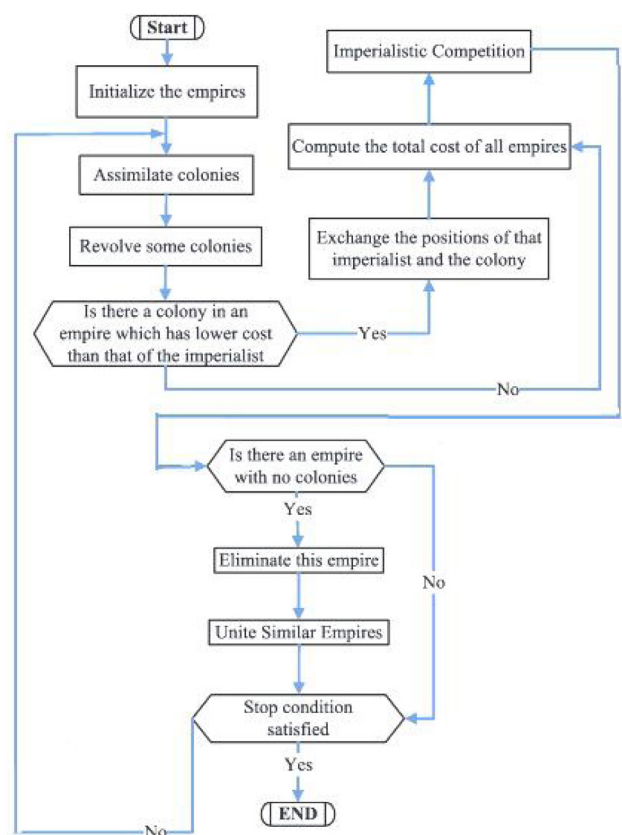
شکل ۱۲: شکل هندسی و نتایج خروجی سطوح گسیختگی با روش‌های مختلف بهینه‌سازی مورد مطالعاتی (۳)

ساعت به طول انجامیده است.

همچنین به دلیل این‌که عملکرد الگوریتم‌های بهینه‌سازی کاملاً تصادفی است، هر مسئله ۲۰ مرتبه بهینه‌سازی شده است و نتایج به صورت بهترین جواب، میانگین و انحراف معیار ارائه شده‌اند تا بتوان نتایج حاصل از الگوریتم‌ها را به راحتی با هم مقایسه کرد. همچنین سعی بر این بوده است که اثر انتخاب تعداد قطعات قائم در نتایج نهایی مورد بررسی قرار گیرد.

در انتخاب موارد مطالعاتی، سعی بر آن بوده است که اثر وجود یک لایه نازک از خاک ضعیف مورد توجه قرار گیرد. مشخصات هندسی و خصوصیات مصالح سه مورد مطالعاتی به

دیگر استعمارگران قدرت کمتری دارد، یکی از مستعمرات خود را از دست می‌دهد. در این فرایند، ضعیف‌ترین مستعمره از ضعیف‌ترین استعمارگر به طور تصادفی به یکی از استعمارگران دیگر ملحق می‌شود. احتمال انتساب این مستعمره جدید به هر یک از استعمارگران نیز متناسب با میزان قدرت آن‌ها می‌باشد. اگر استعمارگری تمام مستعمرات خود را از دست بدهد، خود به صورت مستعمره یک استعمارگر دیگر در خواهد آمد. مراحل الگوریتم به همین ترتیب ادامه می‌یابد تا بالاخره تعداد استعمارگران به یک برسد. در این حالت، تمام کشورها مستعمره یک استعمارگر هستند و الگوریتم به پایان می‌رسد. البته شرایط توقف دیگری مانند تعداد تکرار معین فرایند نیز می‌تواند بکار رود (شکل ۹).



شکل ۹: فلوچارت الگوریتم ICA

۴- موارد مطالعاتی و ارائه نتایج

در این مقاله، به منظور انجام یک مقایسه صحیح و مؤثر عملکرد الگوریتم‌های فرااکتشافی معرفی شده در قالب سه مورد مطالعاتی برگرفته از مقاله چنگ^۱ [۱۹] که به ترتیب مطابق شکل‌های (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) می‌باشند، بررسی شده است. کلیه الگوریتم‌های بهینه‌سازی با جمعیت برابر $Population, size=40$ و تعداد نسل‌های برابر $generation=3000$ انجام گرفته‌اند و بنابراین، در هر بهینه‌سازی تابع هدف ۱۲۰ هزار مرتبه محاسبه شده و هر بار اجرای الگوریتم حدود ۸

^۱ Cheng

جدول ۷: نتایج بهینه‌سازی هر سه مورد مطالعاتی و مقایسه با جواب‌های روش تعادل حدی

نوع الگوریتم	GA [۱۹]	FA	SA	ICA	F_s (روش تعادل حدی)
مورد (۱) برای F_s	۱/۴۲۰۱	۱/۵۰۲۱	۱/۳۵۲۱	۱/۳۲۲۷	اسپنسر=۱/۴
مورد (۲) برای F_s	۱/۲۴۲۵	۱/۲۹۴۸	۱/۲۳۱۱	۱/۱۹۲۱	بیشاپ=۱/۴۷۵ مورگنسترن=۱/۵ [۹]
مورد (۳) برای F_s	۱/۴۱۲۳	۱/۵۱۲۸	۱/۳۸۱۴	۱/۳۳۱۲	اسپنسر=۱/۴۸ [۸]

مختصات نقاط برای لایه‌ها و نحوه لایه‌بندی خاک در متن شکل‌ها به صورت جدول‌ها ارائه شده‌اند.

نتایج حاصل از بهینه‌سازی ضرایب اطمینان برای الگوریتم‌ها، موارد مطالعاتی (۱)، (۲) و (۳) به ترتیب در جدول‌های (۴)، (۵) و (۶) آمده‌اند. همچنین مقایسه نتایج سه روش با روش‌های تحلیلی براساس روش‌های تعادل حدی اسپنسر، بیشاپ و مورگنسترن نیز در جدول (۷) ارائه شده است. لازم به ذکر است که با توجه به عدم دسترسی به نتایج تحلیلی مورد مطالعاتی (۱) در منابع، با استفاده از نرم‌افزار $Slope/W [20]$ ، پایداری آن برای تعداد چهل قطعه به روش اسپنسر تحلیل گردید و حداقل ضرایب اطمینان برای نیرو و لنگر محاسبه و در جدول (۷) ارائه شد. موقعیت سطوح گسیختگی نیز در شکل‌های (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) به وضوح نشان داده شده‌اند.

۵- نتیجه‌گیری

سطح گسیختگی در شیروانی‌های غیرهمگن غیردایره‌ای است. برای حل این مسائل، الگوریتم‌های بهینه‌سازی اکتشافی با محدودیت‌های بسیار زیادی مواجه است. در این مقاله، الگوریتم‌های بهینه‌سازی فرااکتشافی کرم شبتاب، شبیه‌سازی بازپخت و رقابت استعماری با توجه به این که الگوریتم‌های جدیدی می‌باشند، عملکرد آن‌ها در حل تعدادی موارد مطالعاتی مورد بررسی قرار گرفت. با توجه به نتایج حاصل از بهینه‌سازی، الگوریتم رقابت استعماری بهترین عملکرد را در میان الگوریتم‌های مورد بحث از خود نشان داده است. همچنین بدترین نتایج مربوط به الگوریتم کرم شبتاب است. بنابراین، استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی رقابت استعماری برای حل مسائل پایداری شیروانی‌ها در خاک‌های چندلایه در وضعیت بارگذاری استاتیکی می‌تواند توصیه شود.

سطح گسیختگی الگوریتم ICA نسبت به سطح گسیختگی FA عمیق‌تر است. به همین دلیل، مقادیر ضریب اطمینان تخمین زده شده توسط ICA بر میزان تقریبی ۱۰ درصد کمتر از روش SA و روش SA به میزان ۱۵ درصد از روش‌های GA و روش FA کمتر هستند. علت

جدول ۱: مشخصات ژئوتکنیکی مورد مطالعاتی (۱)

لایه‌ها	۱	۲	۳
C (کیلوگرم بر متر مربع)	۱۵۰۰	۱۰۰۰	۳۰۰۰
ϕ (درجه)	۲۵	۰	۲۰
γ (کیلوگرم بر متر مکعب)	۱۹۰۰	۱۹۰۰	۱۹۰۰

جدول ۲: مشخصات ژئوتکنیکی مورد مطالعاتی (۲)

لایه‌ها	۱	۲	۳	۴
C (کیلوگرم بر متر مربع)	۱۵۰۰	۱۷۰۰	۵۰۰	۳۵۰۰
ϕ (درجه)	۲۰	۲۱	۱۰	۲۸
γ (کیلوگرم بر متر مکعب)	۱۹۰۰	۱۹۰۰	۱۹۰۰	۱۹۰۰

جدول ۳: مشخصات ژئوتکنیکی مورد مطالعاتی (۳)

لایه‌ها	۱	۲	۳	۴
C (کیلوگرم بر متر مربع)	۱۵۰۰	۱۷۰۰	۵۰۰	۳۵۰۰
ϕ (درجه)	۲۰	۲۱	۱۰	۲۸
γ (کیلوگرم بر متر مکعب)	۱۹۰۰	۱۹۰۰	۱۹۰۰	۱۹۰۰

جدول ۴: نتایج بهینه‌سازی مورد مطالعاتی (۱)

الگوریتم	GA	FA	SA	ICA
میانگین (F_s)	۱/۶۲	۰/۷۲۴۱	۱/۴۲۱۱	۱/۳۷۴۱
بهترین مقدار (F_s)	۱/۴۲۰۱	۱/۵۰۲۱	۱/۳۵۲۱	۱/۳۲۲۷
انحراف معیار (F_s)	۰/۷۵۴	۱/۰۱۲	۰/۵۴۱۱	۰/۰۴۰۲

جدول ۵: نتایج بهینه‌سازی مورد مطالعاتی (۲)

الگوریتم	GA	FA	SA	ICA
میانگین (F_s)	۱/۷۲۲۷	۲/۱۳۴۹۱	۱/۴۲۱۱	۱/۳۷۴۱
بهترین مقدار (F_s)	۱/۲۴۲۵	۱/۲۹۴۸	۱/۲۳۱۱	۱/۱۹۲۱
انحراف معیار (F_s)	۰/۶۲۵۱	۰/۸۷۶۶	۰/۰۹۱۱	۰/۵۱۴۷

جدول ۶: نتایج بهینه‌سازی مورد مطالعاتی (۳)

الگوریتم	GA	FA	SA	ICA
میانگین (F_s)	۱/۶۰۲۱	۲/۱۷۴۵	۱/۴۶۲۱	۱/۳۷۴۱
بهترین مقدار (F_s)	۱/۴۱۲۳	۱/۵۱۲۸	۱/۳۸۱۴	۱/۳۳۱۲
انحراف معیار (F_s)	۱/۱۲۶۳	۰/۷۶۵۴	۰/۰۸۵۴	۰/۰۶۴۷

ترتیب در جدول‌های (۱)، (۲) و (۳) متناسب با اشکال هندسی سه مورد مطالعاتی در شکل‌های (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) ارائه شده‌اند. وضعیت بارگذاری برای کلیه موارد مطالعاتی بارگذاری استاتیکی است.

Using Artificial Fish Swarm Algorithm", Geotech Geoenviron Eng. ASCE, Vol. 134, pp. 244-51, 2008.

- [9] Zolfaghari, A. R.; Heath, A. C.; and McCombie, P. F.; "Simple Genetic Algorithm Search for Critical Non-Circular Failure Surface in Slope Stability Analysis", Comput. Geotech, Vol. 32, pp. 139-52, 2005.
- [10] Kang, F.; Li, J.; and Ma, Z.; "An Artificial Bee Colony Algorithm for Locating the Critical Slip Surface in Slope Stability Analysis", Engineering Optimization, 2013.
- [11] Hajiazizi, M.; and Sharifipour, M.; "A New Approach for Pseudostatic Analysis of Critical Line Segment Slip Surface in Earth Slopes", GeoCongress, 2012.
- [12] Mendjel, D.; and Messast, S.; "Development of Limit Equilibrium Method as Optimization in Slope Stability Analysis", Structural Engineering and Mechanics, 2012.
- [13] Gandomi, A. H.; Kashani, A. R.; Mousavi, M.; and Jalalvandi, M.; "Slope Stability Analyzing Using Recent Swarm Intelligence Techniques", International Journal for Numerical and Analytical Methods in GeoMechanics, Vol. 39, No. 3, pp. 295-309, 2015.
- [14] Morgenstern, N. R.; and Price, V. E.; "The Analysis of the Stability of General Slip Surfaces", Geotechnique, 1965.
- [15] Spencer, E.; "A Method of Analysis of the Stability of Embankments Assuming Parallel Interslice Forces", Geotechnique, Vol. 17, No. 1, pp. 11-26, 1967.
- [16] Yang, X. S.; "Firefly Algorithm, Levy Flights and Global Optimization", Research and Development in Intelligent Systems, Vol. 25, pp. 209-218, 2010.
- [17] Kirkpatrick, S.; Gelatt, C. D.; and Vecchi, M. P.; "Optimization by Simulated Annealing", Science, 1983.
- [18] Atashpaz-Gargari, E.; and Lucas, C.; "Imperialist Competitive Algorithm: An Algorithm for Optimization Inspired by Imperialistic Competition", IEEE Congress on Evolutionary Computation, Singapore, 2008.
- [19] Cheng, Y. M.; Li, L.; and Ch., S. C.; "Performance Studies on Six Heuristic Global Optimization Methods in the Location of Critical Failure Surface", Comput. Geotech, Vol. 34, pp. 462-484, 2007.
- [20] SLOPE/W.; "An Engineering Methodology", Geo-Slope International, Calgary, Canada, 2007.

این که الگوریتم ICA توانسته است عملکرد بهتری نسبت به دو الگوریتم دیگر نشان دهد، منطق بکار رفته در این الگوریتم‌ها است. انتخاب در الگوریتم ICA براساس میزان برازندگی مستقیم تابع هدف است. در حالی که در دو الگوریتم دیگر میزان برازندگی تابع عوامل دیگر هستند. عوامل مؤثر غیرمستقیم از قبیل انتخاب مؤلفه‌های اولیه α و β و γ در الگوریتم FA و پارامتر U_0 در الگوریتم SA می‌توانند در عملکرد این دو الگوریتم تأثیرگذار باشند. به عبارتی دیگر، علت تفاوت FA نسبت به دو روش دیگر مؤثر بودن تعداد مؤلفه‌های انتخابی و مقادیر آن‌ها است. با مقادیر انتخابی و تعداد تکرار بهینه‌سازی انتخابی در این تحقیق، نتایج FA نسبت به دو روش دیگر علی‌الخصوص در شیب‌های غیرهمگن مطلوب‌تر نیست. ضمن این که روش ICA قابلیت فرار کردن از دام مقادیر کمینه‌های محلی را نسبت به دو روش دیگر دارد و همین امر، باعث شده است که الگوریتم ICA تخمین دقیق‌تری را نسبت به دو الگوریتم دیگر ارائه نماید.

۶- مراجع

- [1] Chen, Z.; and Shao, C.; "Evaluation of Minimum Factor of Safety in Slope Stability Analysis", Can Geotech, Vol. 25, No. 4, pp. 735-48, 1983.
- [2] Baker, R.; and Garber, M.; "Theoretical Analysis of Stability of Slopes", Geotechnique, Vol. 28, pp. 341-95, 1978.
- [3] Nguyen, V. U.; "Determination of Critical Slope Failure Surface", Geotech. Eng. ASCE, Vol. 111, pp. 238-50, 1985.
- [4] Celestino, T. B.; and Duncan, J. M.; "Simplified Search for Non-Circular Slip Surface", Proceeding 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Stockholm, Sweden, pp. 391-4, 1981.
- [5] Greco, V. R.; "Efficient Monte Carlo Technique for Locating Critical Slip Surface", Geotech Eng. ASCE, Vol. 122, pp. 512-25, 1996.
- [6] Malkawi, A. I. H.; Hassan, W. F.; and Sarma, S. K.; "Global Search Method for Locating General Slip Surface Using Monte Carlo Technique", Geotech Geoenviron Eng., Vol. 127, pp. 688-98, 2001.
- [7] Bolton, H. P. J.; Heymann, G.; and Groenwold, A.; "Global Search for Critical Failure Surface in Slope Stability Analysis", Eng. Optimize, Vol. 35, pp. 51-65, 2003.
- [8] Cheng, Y. M.; Liang, L.; Chi, S. C.; and Wei, W. B.; "Determination of Critical Slip Surface