

Investigating the Influence of Specimen Size on the Uniaxial Compressive Strength and Elastic Modulus of Granite through Grain-Based Numerical Modeling

Marziyeh Moradi, Sasan Ghorbani 

Department of Mining Engineering, Hamedan University of Technology, Hamedan, Iran

ABSTRACT: The scale effect is considered one of the most significant factors governing the mechanical behavior of rocks. This study investigated the influence of the height-to-diameter ratio (H/D) and grain arrangement on the uniaxial compressive strength (UCS) and modulus of elasticity (E) of granite using finite element modeling. For this purpose, samples with three grain arrangements including irregular, medium regular, and almost regular were generated and simulated under uniaxial compression for H/D ratios of 0.8, 1.4, and 2. The results indicated that increasing the H/D ratio from 0.8 to 2 led to a reduction in average UCS values ranging from 17% to 26% across all grain structures. In contrast, the modulus of elasticity exhibited lower sensitivity to changes in sample dimensions, with a reduction ranging between 4% and 8%. The analysis of grain arrangement effects showed that disordered structures, with greater scatter in UCS values, exhibit the highest sensitivity to the scale effect, whereas more regular networks, due to a more uniform stress distribution, produce more mechanically stable behavior. To quantitatively analyze the scale effect, power relationships were derived between the mechanical parameters and the H/D ratio. The analyses indicated that the scale effect sensitivity coefficient for UCS is significantly higher than that for the modulus of elasticity; specifically, the ratio of the scale effect intensity of UCS to E ($\beta_{\text{UCS}} / \lambda_E$) in medium regular structures was estimated to be 4.9. This study showed that the scale effect of granite is mainly resistive and strongly controlled by microstructural heterogeneity and grain arrangement.

Review History:

Received: May, 18, 2026
Revised: Jul. 06, 2026
Accepted: Jul. 24, 2026
Available Online: Aug. 04, 2026

Keywords:

Microstructural Heterogeneity
Height to Diameter Ratio
Uniaxial Compressive Strength
Scale-Effect Intensity
Modulus of Elasticity

1- Introduction

The investigation of size effects on the strength and deformability of rock masses has long been recognized as a fundamental topic in rock engineering. In particular, the dependence of the uniaxial compressive strength (UCS) and elastic modulus (E) on rock specimen dimensions plays a pivotal role in the design of rock structures [1]. Numerous studies have demonstrated that the UCS of intact rock decreases with increasing specimen size. This phenomenon is primarily attributed to the higher probability of pre-existing discontinuities and inherent defects being present within larger rock volumes. However, the exact nature of the size effect depends on several factors, including rock type, mineralogical composition, and porosity [2,3].

In recent years, various numerical methods have been extensively employed in rock mechanics. In general, both continuum and discontinuum approaches have been used to investigate the effects of grain size and specimen dimensions on the strength and elastic modulus of rocks. Among these, advanced techniques such as grain-based modeling (GBM) have attracted considerable attention. Grain-based modeling

offers a high capability for representing the heterogeneous microstructural characteristics of rocks, including individual mineral grains and intergranular interactions [4].

Considering the significance of the size effect on the mechanical behavior of rocks and the role of microstructural heterogeneity in governing this phenomenon, the primary objective of this study is to investigate the effects of the specimen height-to-diameter ratio (H/D) and grain arrangement on the uniaxial compressive strength and elastic modulus of granite using grain-based numerical modeling.

2- Construction of the grain-based model and numerical simulation framework

In this study, the grain geometry was generated using the Voronoi tessellation technique to realistically represent the microstructure of granite. To investigate the influence of microstructural heterogeneity, three different grain arrangements, namely irregular, medium-regular, and almost regular structures, were generated. To evaluate the size effect, numerical specimens with three different height-to-diameter ratios of 0.8, 1.4, and 2 were generated (Fig. 1).

*Corresponding author's email: s.ghorbani@hut.ac.ir

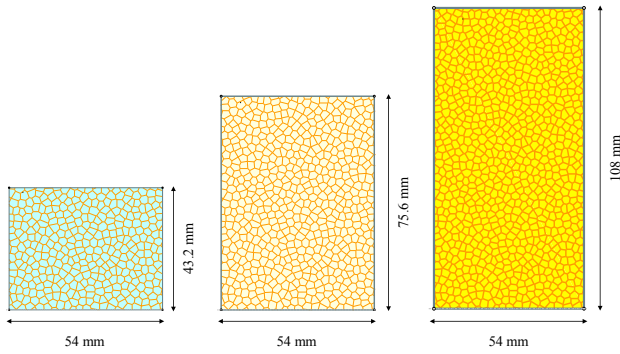


Fig. 1. Some of the generated GBMs for different H/D ratios

All numerical models were subjected to uniaxial compressive loading, which was applied incrementally until complete failure occurred. Upon completion of all simulations, the mechanical parameters, including stress-strain, UCS, and elastic modulus, were extracted.

3- Extraction of the uniaxial compressive strength and elastic modulus from the generated GBMs

Figure 2 presents the stress-strain curves obtained from the numerical simulations of granite specimens with an H/D ratio of 0.8 and various grain arrangements. These curves provide valuable information regarding the elastic behavior, damage initiation, crack propagation, load-bearing capacity, and failure mechanism of the specimens. In general, all curves exhibit the characteristic brittle behavior of granite under uniaxial compression, with an initially nearly linear elastic region followed by a sudden stress drop after reaching the peak stress.

4- Results and Discussion

The statistical relationships between the H/D ratio and the mechanical properties of granite are presented in Figures 3 and 4. The obtained results clearly demonstrate that the specimen height-to-diameter ratio has a significant influence on the uniaxial compressive strength and, to a lesser extent, on the elastic modulus of the rock. As shown in Figure 3, the UCS exhibits a nonlinear decreasing trend with increasing H/D ratio for all grain structures. The greatest reduction in strength occurs over the H/D range from 0.8 to 1.4, whereas the rate of strength reduction decreases between H/D = 1.4 and 2.0.

Figure 4 also illustrates the relationship between the H/D ratio and the elastic modulus. Unlike the uniaxial compressive strength, the elastic modulus exhibits a weaker dependence on the size effect. Although a decreasing trend is observed with increasing H/D ratio, the variation in elastic modulus remains limited across all grain arrangements.

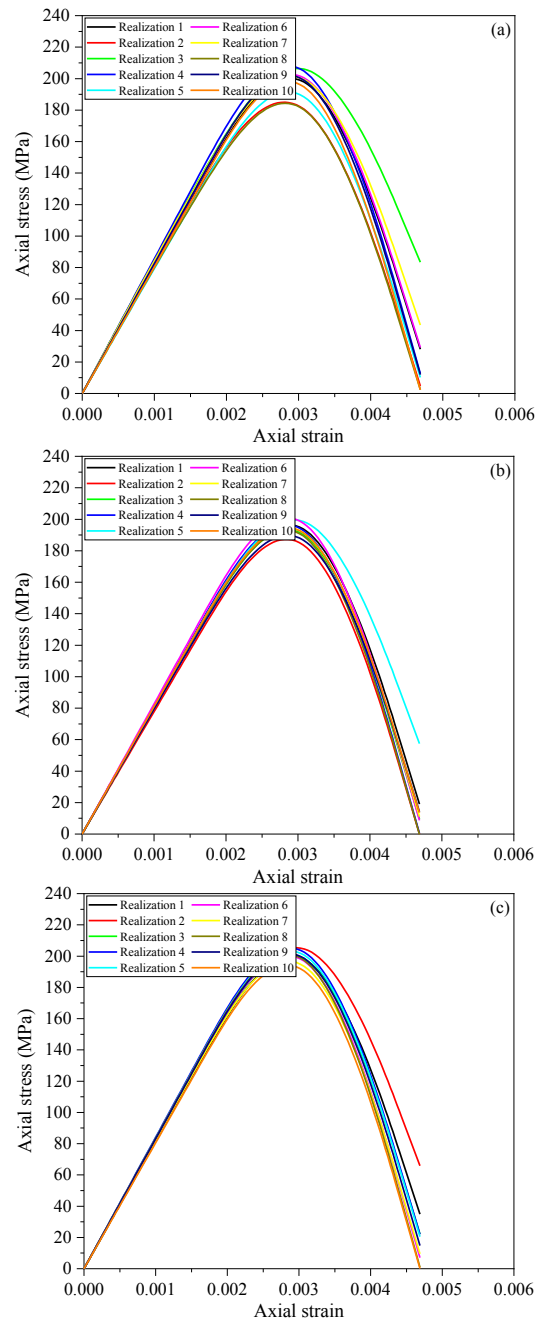


Fig. 2. Stress-strain curves of granite with H/D = 0.8 for (a) irregular networks, (b) medium-regular networks, and (c) almost-regular networks

5- Conclusion

In this study, the effect of the specimen height-to-diameter ratio on the uniaxial compressive strength and elastic modulus of granite was investigated using grain-based numerical modeling. Based on the analysis, the main findings of this study are summarized as follows:

- Overall, the results demonstrate that the size effect and microstructural heterogeneity are key factors governing

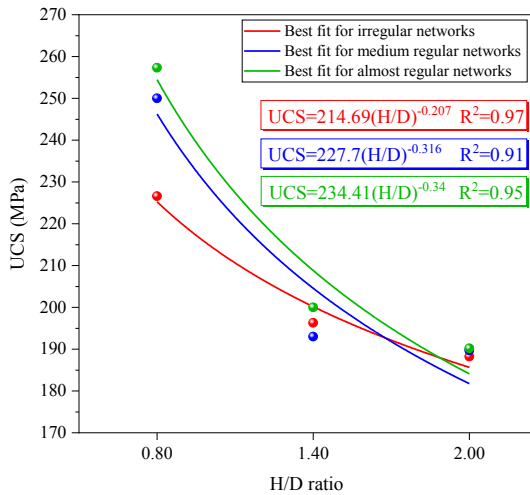


Fig. 3. Statistical relationship between the H/D ratio and the UCS of granite in networks with different arrangements

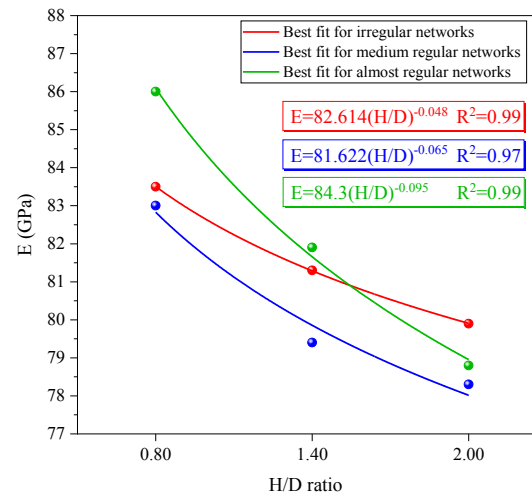


Fig. 4. Statistical relationship between the H/D ratio and the Young's modulus of granite in networks with different arrangements with outer diameter of 220 mm and wall thickness of 4.8 mm

the mechanical behavior of crystalline rocks and should be carefully considered in rock engineering analyses and the design of rock structures.

- The uniaxial compressive strength of granite decreased with increasing H/D ratio from 0.8 to 2.0 for all grain arrangements. The reductions for the irregular, medium-regular, and almost regular networks were 16.9%, 24.1%, and 26.0%, respectively.
- The greatest reduction in UCS was observed within the H/D range of 0.8-1.4 for the medium-regular and almost regular networks, whereas the magnitude of the size effect decreased for larger specimen dimensions.

References

- [1] H. Masoumi, K.J. Douglas, A.R. Russell, A bounding surface plasticity model for intact rock exhibiting

size-dependent behavior, *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 49(2016) 47-62.

- [2] R. Yoshinaka, M. Osada, H. Park, T. Sasaki, K. Sasaki, Practical determination of mechanical design parameters of intact rock considering scale effect, *Engineering Geology*, 96(2008) 173-186.
- [3] B.A. Poulsen, D.P. Adhikary, A numerical study of the scale effect in coal strength, *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 63(2013) 62-71.
- [4] S. Ghorbani, Effect of grain network structure on macroproperties and strain energy of marble under unconfined compression using 2D continuum based Voronoi models, *Scientific Reports*, 16(2026) 3727.



بررسی تأثیر ابعاد نمونه بر مقاومت فشاری تک‌محوره و ضریب ارتجاعی گرانی با استفاده از مدل‌سازی عددی دانه‌مبنا

مرضیه مرادی، ساسان قربانی* 

دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی همدان، همدان، ایران.

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۵/۰۲/۲۸

بازنگری: ۱۴۰۵/۰۴/۱۵

پذیرش: ۱۴۰۵/۰۵/۰۲

ارائه آنلاین: ۱۴۰۵/۰۵/۱۳

کلمات کلیدی:

ناهمگنی ریزساختاری

نسبت ارتفاع به قطر

مقاومت فشاری تک‌محوره

شدت اثر مقیاس

ضریب ارتجاعی

خلاصه: اثر مقیاس یکی از مهم‌ترین عوامل کنترل‌کننده رفتار مکانیکی سنگ‌ها محسوب می‌شود. در این پژوهش، اثر نسبت ارتفاع به قطر و آرایش دانه‌ای بر مقاومت فشاری تک‌محوره و ضریب ارتجاعی گرانی با استفاده از مدل‌سازی عددی مبتنی بر دانه بررسی شد. به همین منظور، نمونه‌های گرانی با سه ساختار دانه‌ای شامل آرایش‌های نامنظم، نیمه‌منظم و تقریباً منظم تولید و برای نسبت‌های ارتفاع به قطر برابر ۰/۸، ۱/۴ و ۲ تحت بارگذاری فشاری تک‌محوره شبیه‌سازی شدند. نتایج نشان داد که با افزایش نسبت ارتفاع به قطر از ۰/۸ به ۲، مقادیر میانگین مقاومت در تمامی ساختارها بین ۱۷٪ تا ۲۶٪ کاهش یافت؛ به‌طوری‌که کمترین مقدار مقاومت در نمونه‌های بلندتر و دارای ساختار نامنظم مشاهده شد. در مقابل، ضریب ارتجاعی حساسیت کمتری نسبت به تغییر ابعاد نمونه نشان داد و کاهش آن بین ۴٪ تا ۸٪ برآورد شد. تحلیل اثر آرایش دانه‌ای نشان داد که ساختارهای نامنظم با پراکندگی زیاد مقادیر مقاومت، بیشترین حساسیت نسبت به اثر مقیاس را دارند، در حالی که شبکه‌های منظم‌تر به دلیل توزیع یکنواخت‌تر تنش، رفتار مکانیکی پایدارتری ایجاد می‌کنند. با هدف تحلیل کمی اثر مقیاس، روابط توانی میان پارامترهای مکانیکی و نسبت ارتفاع به قطر استخراج شد. تحلیل‌ها نشان دادند که ضریب حساسیت اثر مقیاس برای مقاومت به مراتب بزرگ‌تر از ضریب ارتجاعی است؛ به‌گونه‌ای که نسبت شدت اثر مقیاس مقاومت به ضریب ارتجاعی در ساختارهای نیمه‌منظم حدود ۴/۹ برآورد شد. نتایج این پژوهش نشان داد که اثر مقیاس در گرانی عمده‌تأ ماهیتی مقاومتی داشته و به شدت متأثر از ناهمگنی ریزساختاری و نحوه آرایش دانه‌ها می‌باشد.

۱- مقدمه

بررسی اثر مقیاس بر ویژگی‌های مقاومتی و تغییرشکل‌پذیری توده‌سنگ‌ها همواره به عنوان یکی از موضوعات اساسی در مهندسی سنگ مطرح بوده است. به طور خاص، وابستگی مقاومت فشاری تک‌محوره (UCS) و ضریب ارتجاعی (E) به ابعاد نمونه‌سنگ‌ها نقش بنیادینی در طراحی سازه‌های سنگی ایفا می‌کند [۱]. مطالعات مختلف نشان داده‌اند که مقاومت فشاری تک‌محوره سنگ بکر با افزایش ابعاد نمونه کاهش می‌یابد. این پدیده عمدتاً ناشی از افزایش احتمال وجود ناپیوستگی‌ها و ضعف‌های پیش‌موجود در حجم‌های بزرگ‌تر سنگ است. با این حال، ماهیت دقیق اثر مقیاس به عوامل متعددی از جمله نوع سنگ، ترکیب کانی‌شناسی و میزان تخلخل وابسته است [۲ و ۳]. بنابراین، با توجه به تعدد پارامترهای مؤثر، بررسی اثر ابعاد نمونه بر مقاومت فشاری تک‌محوره و ضریب ارتجاعی سنگ‌ها با استفاده از روش‌های مقرون‌به‌صرفه‌تر و کارآمدتر از اهمیت

ویژه‌ای برخوردار است.

در سال‌های اخیر، روش‌های مختلف عددی به طور گسترده در تحقیقات مربوط به حوزه مکانیک سنگ مورد استفاده قرار گرفته‌اند. به‌طور کلی، هر دو رویکردهای پیوسته و ناپیوسته برای مطالعه اثر اندازه دانه و ابعاد نمونه بر مقاومت و ضریب ارتجاعی سنگ‌ها به کار گرفته می‌شوند. در این میان، روش‌های پیشرفته‌ای نظیر مدل‌سازی مبتنی بر دانه^۱ توجه ویژه‌ای را به خود جلب کرده‌اند. شبیه‌سازی دانه‌مبنا قابلیت بسیار بالایی در بازنمایی ویژگی‌های ناهمگن ریزساختاری سنگ‌ها، شامل کانی‌های منفرد و برهم‌کنش‌های بین‌دانه‌ای دارد [۴]. این ویژگی سبب شده است که روش دانه‌مبنا به طور ویژه برای مطالعه پدیده‌هایی مناسب باشد که در آن‌ها ویژگی‌های ریزمقیاس نقش مستقیمی در رفتار ماکروسکوپی از جمله اثر مقیاس بر مقاومت و ضریب ارتجاعی سنگ دارند. استفاده از چنین ابزارهای عددی پیشرفته‌ای امکان درک عمیق‌تر سازوکارهای حاکم بر وابستگی خواص مکانیکی سنگ

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: s.ghorbani@hut.ac.ir

1. Grain Based Model (GBM)

حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لایسنس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لایسنس، از آدرس <https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode> دیدن فرمائید.



به ابعاد نمونه را فراهم ساخته و در نهایت می‌تواند به پیش‌بینی دقیق‌تر رفتار سنگ و طراحی مطمئن‌تر سازه‌های مهندسی منجر شود.

پژوهشگران متعددی اثر ابعاد نمونه بر مقاومت سنگ‌های مختلف را با استفاده از روش‌های عددی گوناگون مورد بررسی قرار داده‌اند. هو و همکاران [۵] با استفاده از نرم‌افزار PFC2D تأثیر ناهمگنی‌های ذاتی سنگ، شامل ترک‌ها و حفرات، و همچنین ابعاد نمونه را بر ویژگی‌های مکانیکی و مکانیزم‌های شکست تحت بارگذاری فشاری تک‌محوره بررسی کرده‌اند. نتایج اصلی پژوهش آن‌ها نشان داد که ابعاد نمونه تأثیر چشم‌گیری بر الگوی ترک‌خوردگی و ظرفیت باربری سنگ دارد؛ به گونه‌ای که نمونه‌های بزرگ‌تر و دارای نقص، در مقایسه با نمونه‌های کوچک‌تر و سالم، رفتار شکست متفاوتی از خود نشان داده و دارای مقاومت فشاری و انرژی ذخیره‌شده کمتری هستند. همچنین موقعیت مکانی نقص‌ها تأثیر تعیین‌کننده‌ای بر مسیر گسترش ترک‌ها و در نتیجه مقاومت نهایی نمونه دارد. لیو و همکاران [۶] رفتار مکانیکی بازالت را با تمرکز بر تأثیر ناهمگنی‌های داخلی و همچنین اثر ابعاد نمونه بر مقاومت و سختی سنگ بررسی کردند. هدف اصلی مطالعه آن‌ها، تحلیل تأثیر فاکتورهای مذکور با استفاده از روش توده‌سنگ مصنوعی^۱ بود که مدل‌سازی شبکه شکستگی گسسته را با روش المان محدود گسسته ترکیب می‌کند. نتایج نشان داد که افزایش میزان آمیگدال‌ها موجب افزایش خطی ضریب ارتجاعی و کاهش نمایی یا لگاریتمی مقاومت فشاری تک‌محوره می‌شود. علاوه بر این، ناهمسانگردی قابل‌توجه در مقاومت و سختی زمانی مشاهده شد که جهت‌گیری آمیگدال‌ها بین صفر تا ۹۰ درجه قرار داشت. تیان و همکاران [۷] اثر ابعاد هندسی نمونه بر شکست سنگ تحت فشار تک‌محوره را با هدف رفع محدودیت‌های آزمایشگاهی مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها با استفاده از نرم‌افزار RFPA 2D شبیه‌سازی‌هایی را بر روی مدل‌های سنگی با قطر ۵۰ میلی‌متر و نسبت‌های مختلف ارتفاع به قطر (۱ تا ۳) انجام دادند. نتایج نشان داد که با افزایش نسبت ارتفاع به قطر، الگوی شکست از حالت پیچیده و عمدتاً محوری در نسبت‌های پایین به شکست برشی و ترکیبی در نسبت‌های بالاتر تغییر می‌کند. برابرک و همکاران [۸] روش تعمیم‌یافته جدیدی را برای کاهش اثر ابعاد نمونه، به ویژه نسبت طول به قطر، بر مقاومت فشاری تک‌محوره سنگ ارائه کردند. این پژوهش با تأکید بر عدم قطعیت‌های موجود درباره اثر قطر نمونه و نادیده گرفتن مکرر آن، بر اصلاح اثر نسبت طول به قطر تمرکز دارد. انبینگ [۹] اثر مقیاس بر ویژگی‌های مکانیکی بازالت دارای ریزترک‌های پنهان را با استفاده از مدل

سنگ مصنوعی مبتنی بر μ -DFN و روش FDEM بررسی کرد. نتایج نشان داد که افزایش ابعاد نمونه موجب تغییر رفتار منحنی‌های تنش-کرنش از حالت ترد تک‌قله‌ای در نمونه‌های کوچک به رفتار چندقله‌ای با تردی کمتر در ابعاد نزدیک به REV می‌شود. بحرانی و کایزر [۱۰] اثر ابعاد نمونه بر مقاومت فشاری سنگ‌های بکر و دارای نقص را با استفاده از مدل دانه‌مینا (GBM) و شبکه شکستگی مجزا^۲ بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که مقاومت سنگ بکر نسبت به اندازه نمونه وابستگی محدودی دارد، در حالی که سنگ‌های دارای نقص رفتار وابسته به مقیاس پیچیده‌ای از خود نشان می‌دهند. بسته به جهت‌گیری ناپیوستگی‌ها، مقاومت می‌تواند با افزایش ابعاد نمونه کاهش، افزایش یا نوسان داشته باشد. پولسن و آدیکاری [۳] با استفاده از مدل ذرات پیوندی^۳ اثر مقیاس بر مقاومت زغال‌سنگ را مورد بررسی قرار دادند. نتایج آن‌ها نشان داد که اگرچه مقاومت اوج در مقیاس آزمایشگاهی با افزایش حجم نمونه کاهش می‌یابد، اما در ابعاد بزرگ‌تر مقاومت به یک مقدار حدی نزدیک می‌شود که دارای تغییرپذیری بسیار اندکی است. وانگ و همکاران [۱۱] اثر مقیاس بر خواص مکانیکی توده‌سنگ درزه‌دار را با در نظر گرفتن تراکم شکستگی و موقعیت نمونه‌برداری بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که کاهش تراکم شکستگی موجب افزایش مقاومت فشاری و ضریب ارتجاعی شده و اثر مقیاس به نحوه نمونه‌برداری و ساختار مدل وابسته است. لیانگ و همکاران [۱۲] پدیده اثر معکوس مقیاس بر مقاومت فشاری تک‌محوره سنگ‌های بلورین را بررسی کردند. آن‌ها با استفاده از مدلی که درزه‌ها و ریزشکاف‌ها را در نظر می‌گرفت، نشان دادند که مقاومت ابتدا با افزایش ابعاد نمونه افزایش یافته و سپس کاهش می‌یابد. این رفتار به مسیر گسترش ترک‌ها، مقاومت بلورها و وجود ناپیوستگی‌های اولیه نسبت داده شد. چوراسیا و والتون [۱۳] نیز تأثیر نسبت عرض به ارتفاع بر رفتار مقاومتی و تغییرشکل‌پذیری ستون‌های آهکی ضعیف و متخلخل را بررسی کردند. نتایج آزمایشگاهی و عددی آن‌ها نشان داد که پارامترهای مقاومتی شامل شروع ترک، آسیب ترک، مقاومت اوج و مقاومت باقیمانده همگی با افزایش نسبت عرض به ارتفاع افزایش می‌یابند. همچنین الگوی شکست از شکست برشی خالص در نمونه‌های باریک به شکست تدریجی در نمونه‌های کوتاه‌تر تغییر یافت. علاوه بر روش‌های عددی، مطالعات تجربی زیادی نیز با هدف بررسی تأثیر ابعاد بر خصوصیات مکانیکی سنگ‌ها انجام شده است. کونگ و همکاران [۱۴] مجموعه‌ای از آزمایش‌های فشاری تک‌محوری و کششی برزلی بر روی نمونه‌های استوانه‌ای با قطرهای مختلف از ۲۰ تا ۱۵۰

2. Discrete Fracture Network (DFN)
3. Bonded Particle Model (BPM)

1. Synthetic Rock Mass (SRM)

نسبت ارتفاع به قطر نمونه (H/D) و آرایش دانه‌ها بر مقاومت فشاری تک‌محوره و ضریب ارتجاعی گرانیته با استفاده از مدل‌سازی عددی دانه‌مینا است. در این راستا، تأثیر ساختارهای مختلف دانه‌ای بر شدت اثر مقیاس و پاسخ مکانیکی سنگ مورد ارزیابی قرار گرفته است تا درک بهتری از سازوکارهای مؤثر بر رفتار وابسته به مقیاس سنگ‌های بلورین فراهم شود.

۲- ساخت مدل مبتنی بر دانه و چارچوب شبیه‌سازی عددی

به منظور بررسی اثر ابعاد نمونه و آرایش دانه‌ای بر رفتار مکانیکی یک نوع سنگ گرانیته، از روش مدل‌سازی دانه‌مینا در چارچوب روش المان محدود استفاده شد. در این رویکرد، ریزساختار سنگ به صورت مجموعه‌ای از دانه‌های مجزا و مرزهای بین‌دانه‌ای بازنمایی می‌شود تا رفتار ناهمگن و فرآیندهای شکست سنگ با دقت بیشتری شبیه‌سازی گردد. استفاده از مدل GBM این امکان را فراهم می‌کند که اثرات هندسه دانه‌ها، نحوه آرایش آن‌ها و برهم‌کنش‌های بین‌دانه‌ای بر پاسخ مکانیکی سنگ به صورت مستقیم مورد ارزیابی قرار گیرد [۱۹].

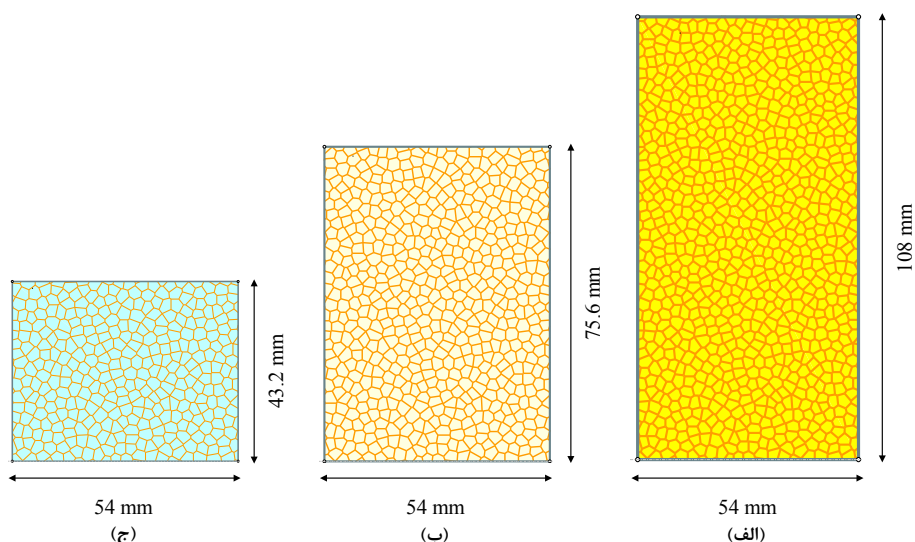
در این پژوهش، هندسه دانه‌ها با استفاده از روش تسهیم ورونوی تولید شد تا ساختار ریزدانه‌ای گرانیته با واقع‌گرایی مناسبی مدل‌سازی شود. به منظور تحلیل تأثیر ناهمگنی ریزساختاری، سه نوع آرایش دانه‌ای شامل ساختارهای نامنظم، نیمه‌منظم و تقریباً منظم ایجاد گردید. در ساختار نامنظم، موقعیت و اندازه دانه‌ها دارای پراکندگی بیشتری بوده و شبکه‌ای با ناهمگنی بالاتر تشکیل می‌شود، در حالی که در ساختارهای تقریباً منظم، توزیع دانه‌ها یکنواخت‌تر و هندسه شبکه پایدارتر است.

برای بررسی اثر مقیاس، نمونه‌های عددی با سه نسبت مختلف ارتفاع به قطر شامل $0/8$ ، $1/4$ و 2 تولید شدند. نسبت ارتفاع به قطر 2 به عنوان نسبت استاندارد مورد توصیه انجمن بین‌المللی مکانیک سنگ^۲ برای آزمون مقاومت فشاری تک‌محوره انتخاب شد. همچنین نسبت‌های $0/8$ و $1/4$ به منظور بررسی تأثیر کاهش ارتفاع نمونه و ارزیابی تغییرات رفتار مکانیکی ناشی از هندسه نمونه در مقایسه با حالت استاندارد در نظر گرفته شدند. انتخاب این نسبت‌ها امکان بررسی روند تغییرات مقاومت فشاری تک‌محوره و ضریب ارتجاعی را در دامنه‌ای از نمونه‌های کوتاه تا نمونه‌های استاندارد فراهم می‌کند. تمامی مدل‌ها تحت شرایط بارگذاری فشاری تک‌محوره قرار گرفتند و فرآیند بارگذاری به صورت تدریجی تا وقوع شکست کامل ادامه یافت. پس از اتمام کل شبیه‌سازی‌ها، پارامترهای مکانیکی شامل تنش، کرنش، مقاومت

میلی‌متر انجام دادند. نتایج آن‌ها نشان داد که مقاومت فشاری تک‌محوری و مدول یانگ با افزایش اندازه نمونه کاهش می‌یابد، در حالی که مقاومت کششی در ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. علاوه بر این، قابلیت کاربرد مدل‌های مختلف اثر اندازه بر داده‌های تجربی را ارزیابی کردند. نتایج تحلیل‌های آن‌ها نشان داد که معادلات برازش UCS تقریباً یکسان هستند، در حالی که معادلات مقاومت کششی به طور قابل توجهی متفاوت است. ناصری و همکاران [۱۵] با آماده‌سازی نمونه‌های سنگی و بتنی استوانه‌ای با نسبت‌های طول به قطر 2 (قطرهای $3/5$ ، $4/5$ ، $6/0$ و $7/5$ میلی‌متر)، تأثیر ابعاد نمونه‌ها را بر مقادیر UCS و مدول الاستیک بررسی کردند. مطابق نتایج آن‌ها، تأثیر اندازه نمونه بر UCS برای بتن نسبت به سنگ قابل پیش‌بینی‌تر است. افزایش اندازه نمونه منجر به افزایش اولیه و به دنبال آن کاهش مقادیر UCS سنگ‌ها شد. علاوه بر این، بتن معمولاً با افزایش اندازه نمونه، کاهش مقادیر UCS را نشان می‌دهد. مقادیر UCS و مدول الاستیک ابتدا قبل از کاهش افزایش یافتند که نشان‌دهنده وجود یک اندازه نمونه با حداکثر UCS است. لی و همکاران [۱۶] با هدف بررسی اثرات مقیاس نمونه بر رفتارهای مکانیکی سنگ، آزمایش‌های فشاری تک‌محوری بر روی 41 بعد هندسی مختلف از ماسه‌سنگ‌ها انجام دادند. نتایج آن‌ها نشان داد که مقادیر UCS با افزایش نسبت طول به قطر کاهش می‌یابد و ضریب استاندارد UCS بین $0/71$ و $1/17$ است، که به معنی تغییر 30 - تا 20 + درصد UCS با تغییر نسبت طول به قطر از 1 به $6/7$ است. همچنین مشخص شد که مدول یانگ با افزایش نسبت طول به قطر کمی افزایش می‌یابد. دورمکو و همکاران [۱۷] به بررسی تأثیر اندازه نمونه‌ها با قطرهای 20 ، 35 ، 50 و 70 میلی‌متر بر مقادیر UCS چهار نوع سنگ گرانودیوریت، سنگ آهک، ماسه‌سنگ و آندزیت پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که نسبت لاغری نمونه، بهترین جنبه در مورد همه سنگ‌های مورد مطالعه بود؛ بطوریکه نسبت لاغری بالاتر، UCS پایین‌تری را نشان داد. سلیک [۱۸] تأثیر اندازه نمونه مکعبی بر مقادیر UCS برخی از سنگ‌های کربناته را بررسی کرده است. در مجموع 299 نمونه مکعبی در پنج اندازه لبه مختلف (3 ، 5 ، 7 ، 9 و 11 سانتی‌متر) از سنگ آهک، مرمر و تراورتن تهیه شده است. نتایج نشان داد که با افزایش اندازه نمونه‌ها از 3 به 11 سانتی‌متر، مقادیر UCS متوسط برای سنگ‌های کربناته آزمایش شده حدود 7 درصد کاهش می‌یابد.

با توجه به اهمیت اثر مقیاس در رفتار مکانیکی سنگ‌ها و نقش ناهمگنی ریزساختاری در کنترل این پدیده، هدف اصلی این پژوهش بررسی تأثیر

1. Height to Diameter (H/D)
2. International Society of Rock Mechanics (ISRM)



شکل ۱. برخی از مدل‌های GBM تولیدی برای (الف) $H/D = 2$ (ب) $H/D = 1.4$ (ج) $H/D = 0.8$.

Fig. 1. Some of the generated GBMs for (a) $H/D = 2$, (b) $H/D = 1.4$, and (c) $H/D = 0.8$.

بودن تولید شبکه‌ها، برای هر آرایش شبکه ۱۰ تحقق تصادفی ایجاد گردید. به طور کلی، در مدل‌های دانه‌مبنای ورونویی، ویژگی‌های تغییر شکل‌پذیری شامل مدول یانگ، ضریب پواسون، سختی نرمال و سختی برشی، و نیز ویژگی‌های مقاومتی مربوط به بلوک‌ها و مرز بلوک‌ها شامل چسبندگی اوج و باقیمانده، زاویه اصطکاک اوج و باقیمانده، و مقاومت کششی اوج و باقیمانده، به بلوک‌های ورونویی اختصاص داده می‌شوند [۲۰]. مشخصات کالیبره‌شده دانه‌ها و مرز دانه‌های سنگ گرانیات مورد مطالعه در جدول ۱ ارائه شده‌اند.

۳- استخراج مقاومت فشاری تک‌محوره و ضریب ارتجاعی از شبکه‌های دانه‌مبنای تولید شده

شکل‌های ۲ تا ۴ منحنی‌های تنش-کرنش حاصل از شبیه‌سازی‌های عددی نمونه‌های گرانیاتی با نسبت‌های مختلف H/D و آرایش‌های متفاوت دانه‌ای را نشان می‌دهند. این منحنی‌ها اطلاعات ارزشمندی درباره رفتار الاستیک، شروع آسیب، تکامل ترک، ظرفیت باربری و نحوه شکست نمونه‌ها ارائه می‌کنند. به طور کلی، تمامی منحنی‌ها رفتار ترد مشخصی را برای گرانیات تحت بارگذاری تک‌محوره نشان می‌دهند، به گونه‌ای که ابتدا یک ناحیه الاستیک تقریباً خطی مشاهده شده و پس از رسیدن به تنش اوج،

فشاری تک‌محوره و ضریب ارتجاعی استخراج و ثبت شدند.

به منظور بازنمایی مناسب رفتار شکست، برای مرزهای بین‌دانه‌ای معیار شکست کششی-برشی در نظر گرفته شد تا امکان آغاز، رشد و همگرایی ترک‌ها در مقیاس ریزساختاری فراهم شود. همچنین برای کاهش اثرات عددی ناشی از اندازه شبکه، تراکم مناسب المان‌ها در اطراف مرز دانه‌ها اعمال گردید تا تمرکز تنش و فرآیندهای آسیب با دقت بیشتری ثبت شوند. شکل ۱ نمونه‌هایی از مدل‌های تولیدشده مبتنی بر دانه برای نسبت‌های مختلف H/D را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش نسبت H/D ، ارتفاع نمونه افزایش یافته و مسیرهای بالقوه گسترش ترک و نواحی تمرکز تنش گسترده‌تر می‌شوند. این موضوع می‌تواند نقش مهمی در تشدید اثر مقیاس و کاهش مقاومت نمونه‌های بزرگ‌تر ایفا کند.

در مدل‌های Phase2-GBM، میکروپارامترها به هر دو بخش بلوک‌های مش و المان‌های درزه اختصاص داده می‌شوند و فرآیند کالیبراسیون مدل تا زمانی ادامه می‌یابد که ویژگی‌های ماکروسکوپی، شامل خصوصیات مقاومتی و تغییرشکل‌پذیری با نتایج آزمون‌های آزمایشگاهی انطباقی یابد. شایان ذکر است که در شبیه‌سازی‌های آزمون فشار تک‌محوری، جابجایی 0.004 m به قسمت فوقانی مدل، در هر گام، تا زمان گسیختگی نمونه اعمال شد. همچنین، به منظور کاهش عدم قطعیت ناشی از تصادفی

جدول ۱. پارامترهای کالیبره شده سنگ گرانیت شبیه سازی شده.

Table 1. Calibrated parameters of the simulated granite rock.

ویژگی ها	c_{gp} / c_{gr} (MPa)	ϕ_{gp} / ϕ_{gr} (°)	$\sigma_{tgp} / \sigma_{tgr}$ (MPa)	K_n (GPa/m)	K_s (GPa/m)	E_g (GPa)
دانه ها	۸۵ / ۰/۱	۶۵ / ۵۵	۲۵ / ۰/۱	-	-	۸۰
مرز دانه ها	۶۰ / ۰/۱	۶۰ / ۶۰	۱۲ / ۰/۱	۲۵۰۰۰	۳۵۰۰۰	-

نسبت H/D معادل ۲ کاهش یافته است که بیانگر افت قابل توجه مقاومت در اثر افزایش ابعاد نمونه است. روند مشابهی نیز در ساختارهای نامنظم و تقریباً منظم مشاهده می شود. این کاهش مقاومت را می توان ناشی از افزایش احتمال فعال شدن ناپیوستگی های ریز، تمرکز تنش و گسترش ترک های ناپایدار در نمونه های بزرگ تر دانست. با افزایش ابعاد نمونه، احتمال حضور مسیرهای ضعیف بحرانی و همچنین تشکیل و همگرایی ترک های ریز افزایش یافته و در نتیجه شکست در تنش های پایین تری رخ می دهد. این موضوع با نظریه های کلاسیک اثر مقیاس در سنگ ها و محیط های ترد همخوانی دارد.

از سوی دیگر، پراکندگی مقادیر مقاومت فشاری در هر H/D معین، برای ساختارهای نامنظم نسبت به شبکه های نیمه منظم و تقریباً منظم بیشتر بوده است. این موضوع نشان می دهد که ناهمگنی هندسی دانه ها موجب ایجاد توزیع های تنش غیریکنواخت و رفتار شکست غیرقابل پیش بینی تر می شود. در مقابل، در ساختارهای تقریباً منظم، به دلیل یکنواختی بیشتر در آرایش دانه ها و نحوه انتقال تنش میان آن ها، رفتار مکانیکی پایدارتر و پراکندگی نتایج کمتر مشاهده شده است.

مقادیر ضریب ارتجاعی استخراج شده از شبیه سازی ها نیز در جدول ۳ ارائه شده اند. برخلاف مقاومت فشاری، ضریب ارتجاعی وابستگی ضعیف تری به ابعاد نمونه نشان داده است. اگرچه با افزایش نسبت H/D کاهش ملایمی در ضریب ارتجاعی مشاهده می شود، اما میزان این کاهش در مقایسه با افت مقاومت فشاری بسیار محدودتر است. این رفتار نشان می دهد که سختی الاستیک سنگ بیشتر تحت تأثیر ویژگی های ذاتی کانی ها و سختی تماس های بین دانه ای قرار دارد، در حالی که مقاومت فشاری عمدتاً تابع فرآیندهای آغاز و رشد ترک است.

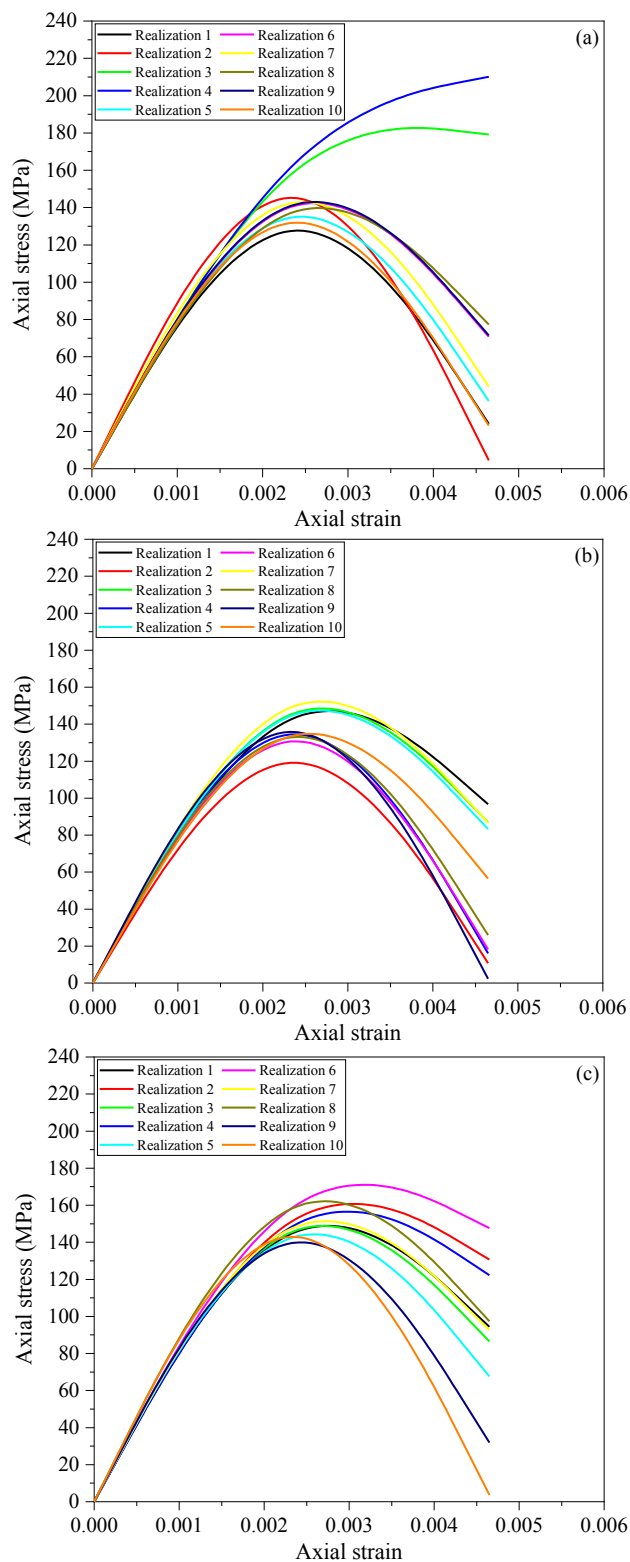
علاوه بر این مطابق جدول ۳ مشاهده می شود که ساختارهای تقریباً منظم

افت ناگهانی تنش رخ می دهد. این رفتار با ویژگی های مکانیکی شناخته شده گرانیت در آزمایش های مقاومت فشاری تک محوره تطابق مناسبی دارد. اما تفاوت های قابل توجهی در شیب اولیه، مقدار تنش اوج، نرخ افت پس از اوج و نوسانات تنش میان ساختارهای مختلف مشاهده می شود.

در تمامی نمونه ها، بخش ابتدایی منحنی ها تقریباً خطی بوده که بیانگر حاکم بودن رفتار الاستیک و توزیع نسبتاً یکنواخت تنش در مراحل اولیه بارگذاری است. شیب این ناحیه بیانگر ضریب ارتجاعی نمونه ها بوده و نتایج محاسبات نشان می دهد که شبکه های تقریباً منظم دارای شیب اولیه بزرگ تری هستند که نشان دهنده سختی الاستیک بیشتر این ساختارها است. در مقابل، ساختارهای نامنظم به دلیل وجود ناهمگنی بیشتر در هندسه دانه ها و تماس های بین دانه ای، شیب اولیه کمتری داشته و رفتار الاستیک آن ها با نوسانات موضعی بیشتری همراه است.

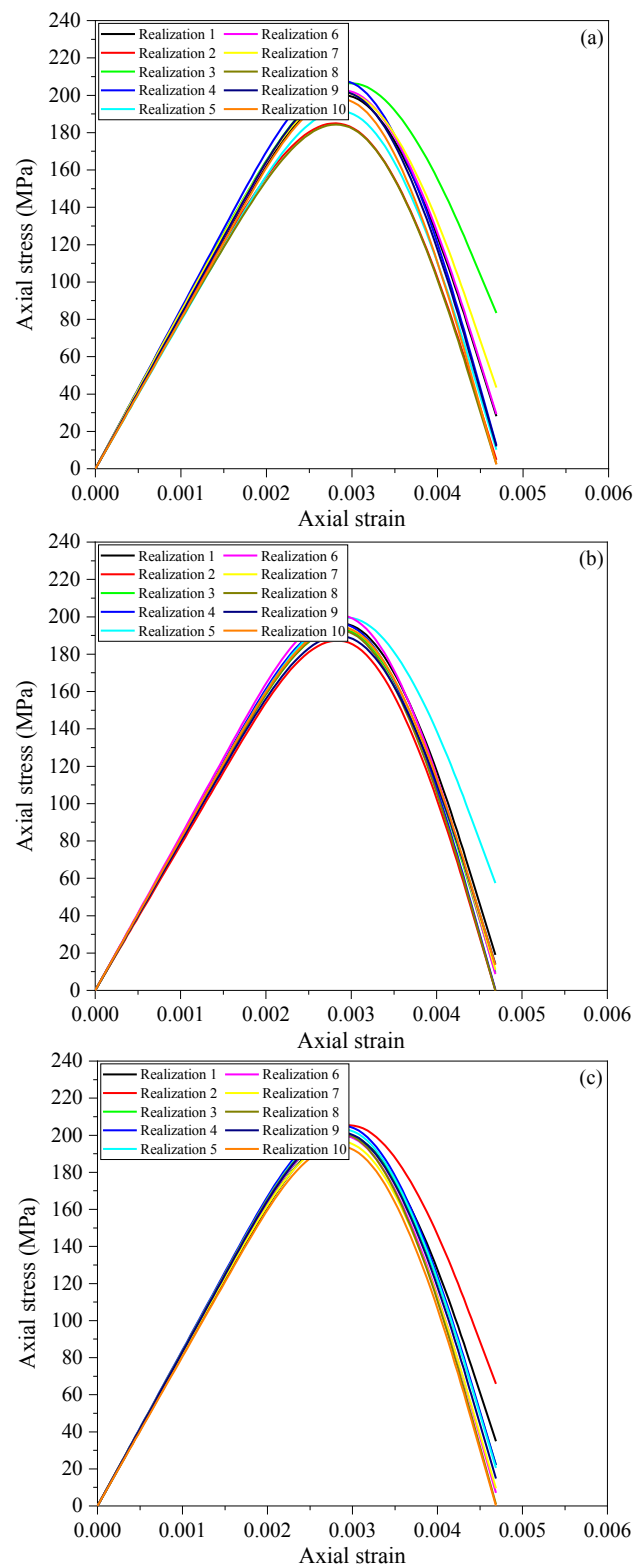
بررسی منحنی های تنش-کرنش نشان می دهد که نمونه های دارای نسبت H/D کمتر، در تمامی آرایش های دانه ای، از مقاومت فشاری بیشتری نسبت به نمونه های بلندتر برخوردار هستند. به بیان دیگر، با افزایش نسبت ارتفاع به قطر نمونه، مقدار تنش اوج به طور محسوسی کاهش یافته است. این موضوع بیانگر وجود اثر مقیاس قابل توجه بر مقاومت فشاری تک محوره گرانیت است. به ویژه، نمونه های دارای نسبت H/D برابر ۰/۸ بیشترین مقدار مقاومت را نشان داده اند، در حالی که نمونه های با نسبت H/D برابر ۲ کمترین مقادیر مقاومت فشاری را از خود بروز داده اند.

مقادیر مقاومت فشاری تک محوره حاصل از تمامی تکرارهای شبیه سازی در جدول ۲ ارائه شده اند. بر اساس این جدول مشاهده می شود که میانگین مقاومت فشاری در تمامی ساختارهای دانه ای با افزایش نسبت H/D روندی کاهشی دارد. برای مثال، در ساختارهای نیمه منظم، مقدار میانگین UCS از حدود ۲۵۰ MPa در نسبت H/D برابر ۰/۸ به حدود ۱۸۹/۷ MPa در



شکل ۳. منحنی‌های تنش-کرنش گرانیت با $H/D = 1.4$ برای (الف) شبکه‌های نامنظم (ب) شبکه‌های نیمه‌منظم، (ج) شبکه‌های تقریباً منظم

Fig. 3. Stress-strain curves of granite with $H/D = 1.4$ for (a) irregular networks, (b) medium-regular networks, and (c) almost-regular networks.



شکل ۲. منحنی‌های تنش-کرنش گرانیت با $H/D = 0.8$ برای (الف) شبکه‌های نامنظم (ب) شبکه‌های نیمه‌منظم، (ج) شبکه‌های تقریباً منظم

Fig. 2. Stress-strain curves of granite with $H/D = 0.8$ for (a) irregular networks, (b) medium-regular networks, and (c) almost-regular networks.

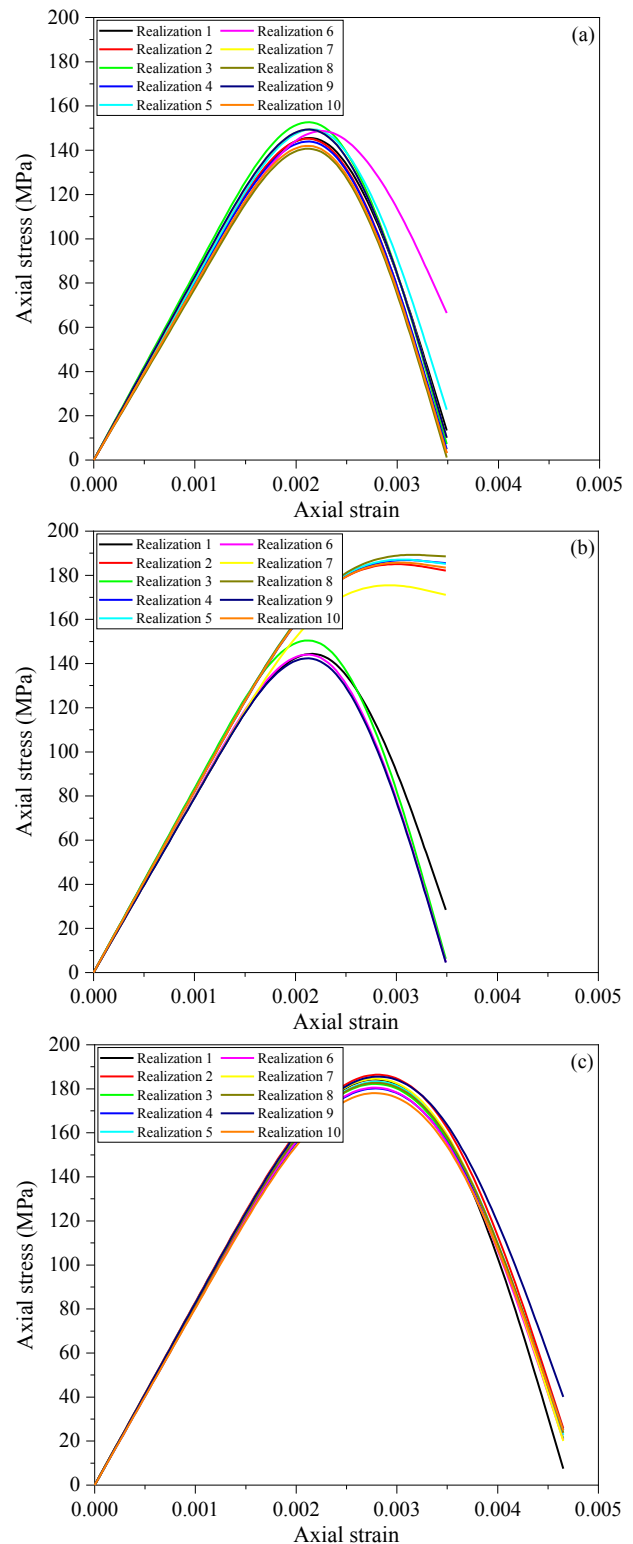
در اغلب موارد بیشترین مقادیر میانگین ضریب ارتجاعی را تولید کرده‌اند. این نتیجه را می‌توان به انتقال یکنواخت‌تر تنش و کاهش نواحی تمرکز تنش در این نوع آرایش دانه‌ای نسبت داد. در مجموع، نتایج شبیه‌سازی‌های عددی بیانگر آن است که هم هندسه نمونه و هم نحوه آرایش دانه‌ها تأثیر تعیین‌کننده‌ای بر رفتار مکانیکی گرانیات دارند و اثر مقیاس بر مقاومت فشاری بسیار محسوس‌تر از ضریب ارتجاعی است.

۴- تحلیل اثر مقیاس بر مقاومت فشاری تک‌محوره و ضریب ارتجاعی گرانیات

روابط آماری میان نسبت H/D و پارامترهای مکانیکی گرانیات در شکل‌های ۵ و ۶ ارائه شده‌اند. نتایج حاصل به وضوح نشان می‌دهد که نسبت ارتفاع به قطر نمونه تأثیر چشم‌گیری بر مقاومت فشاری تک‌محوره و تا حدودی بر ضریب ارتجاعی سنگ دارد. بر اساس شکل ۵، مقاومت فشاری تک‌محوره در تمامی ساختارهای دانه‌ای با افزایش نسبت H/D روندی کاهشی و غیرخطی از خود نشان می‌دهد. بیشترین نرخ کاهش مقاومت مربوط به بازه نسبت H/D از ۰/۸ به ۱/۴ است، در حالی که از H/D برابر ۱/۴ تا ۲ شدت کاهش مقاومت کمتر می‌شود. این رفتار بیانگر آن است که اثر مقیاس در ابعاد کوچک‌تر شدیدتر بوده و با افزایش اندازه نمونه به تدریج به سمت یک رفتار مکانیکی پایدارتر میل می‌کند. به عبارت دیگر، در ابعاد بزرگ‌تر احتمال نزدیک‌شدن رفتار مکانیکی به حجم نماینده (REV) افزایش می‌یابد.

در میان ساختارهای مورد بررسی، شبکه‌های نامنظم بیشترین حساسیت را نسبت به اثر مقیاس نشان داده‌اند. مقادیر نسبتاً بالاتر مقاومت در نمونه‌های کوچک‌تر این ساختار احتمالاً ناشی از وجود مکانیزم‌های موضعی انتقال تنش و اثرات قفل‌شدگی میان دانه‌ها است. با این حال، با افزایش ابعاد نمونه، نقش نواحی ضعیف و ناهمگنی‌های تنش‌ی پررنگ‌تر شده و افت مقاومت شدیدتری رخ می‌دهد. در مقابل، ساختارهای تقریباً منظم روند کاهش مقاومت هموارتر و پراکندگی کمتری را نشان داده‌اند. یکنواختی بیشتر در توزیع دانه‌ها موجب کاهش تمرکزهای شدید تنش و کنترل بهتر فرآیند رشد ترک شده و در نتیجه رفتار شکست پایدارتر و قابل‌پیش‌بینی‌تری ایجاد کرده است.

شکل ۶ نیز رابطه میان نسبت H/D و ضریب ارتجاعی را نشان می‌دهد. برخلاف مقاومت فشاری، ضریب ارتجاعی وابستگی ضعیف‌تری به اثر مقیاس دارد. اگرچه روندی کاهشی با افزایش نسبت H/D مشاهده می‌شود، اما دامنه تغییرات ضریب ارتجاعی در تمامی آرایش‌های دانه‌ای محدود است. این مسئله نشان می‌دهد که رفتار الاستیک سنگ عمدتاً تحت کنترل سختی



شکل ۴. منحنی‌های تنش-کرنش گرانیات با $H/D = 2$ برای (الف) شبکه‌های نامنظم (ب) شبکه‌های نیمه‌منظم، (ج) شبکه‌های تقریباً منظم

Fig. 4. Stress-strain curves of granite with $H/D = 2$ for (a) irregular networks, (b) medium-regular networks, and (c) almost-regular networks.

جدول ۲. مقادیر UCS (MPa) در هر تحقق.

Table 2. UCS values (MPa) for each realization.

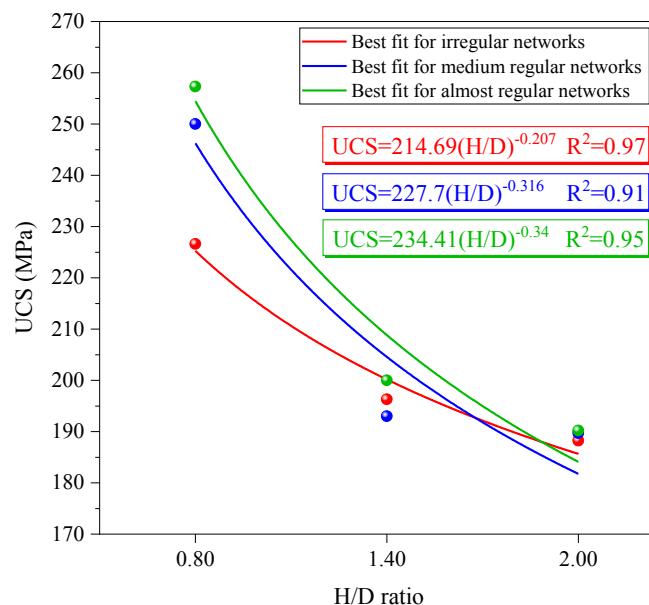
انحراف معیار	میانگین	تحقق										H/D	آرایش
		۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱		
۱۰/۲	۲۲۶/۶	۲۵۷/۵	۲۶۰/۹	۲۳۵/۴	۲۵۳/۱	۲۵۸/۸	۲۴۶/۶	۲۶۷/۹	۲۵۳/۸	۲۳۴/۴	۲۵۵/۵	۰/۸	نامنظم
۹/۷	۱۹۶/۳	۱۹۱/۸	۱۹۳/۴	۱۸۶/۲	۲۰۲/۴	۱۹۲/۷	۱۹۲/۹	۲۱۰/۲	۱۹۱/۵	۲۱۶/۷	۱۸۵	۱/۴	
۴/۵	۱۸۸/۲	۱۸۳/۵	۱۹۲/۱	۱۸۲/۷	۱۹۲/۳	۱۸۳/۱	۱۹۱/۳	۱۸۵/۶	۱۹۶/۹	۱۸۷/۶	۱۸۶/۸	۲	
۴/۶	۲۵۰	۲۴۹/۳	۲۴۳	۲۵۰	۲۵۰/۴	۲۵۹/۱	۲۵۰/۴	۲۵۴/۷	۲۴۹/۳	۲۴۲/۴	۲۵۲	۰/۸	نیمه‌منظم
۷/۵	۱۹۳	۱۸۶	۲۰۳/۱	۱۹۲/۸	۲۰۱/۹	۱۹۱/۴	۱۹۵/۷	۱۹۷/۶	۱۹۶	۱۷۶	۱۸۹/۶	۱/۴	
۴/۴	۱۸۹/۷	۱۹۱/۱	۱۸۳/۸	۱۹۱/۵	۱۸۳/۵	۱۹۶/۱	۱۹۲	۱۹۰/۶	۱۹۴/۱	۱۹۱/۴	۱۸۳/۱	۲	
۳/۵	۲۵۷/۳	۲۵۱/۲	۲۵۹/۱	۲۶۰	۲۵۲/۸	۲۵۸/۲	۲۶۰/۷	۲۶۳	۲۵۷/۱	۲۵۶/۹	۲۵۴	۰/۸	تقریباً منظم
۷/۲	۲۰۰	۲۱۳/۵	۲۰۱/۴	۲۱۳	۱۹۸/۲	۲۰۰/۸	۱۹۶/۸	۱۹۲/۲	۱۹۶/۷	۱۹۴/۲	۱۹۳/۵	۱/۴	
۲	۱۹۰/۲	۱۸۶	۱۹۲/۲	۱۹۰/۱	۱۹۲	۱۸۸/۵	۱۹۰/۲	۱۸۸	۱۹۰/۲	۱۹۲/۹	۱۹۱/۶	۲	

جدول ۳. مقادیر ضریب ارتجاعی (GPa) در هر تحقق

Table 3. Elastic modulus values (GPa) for each realization.

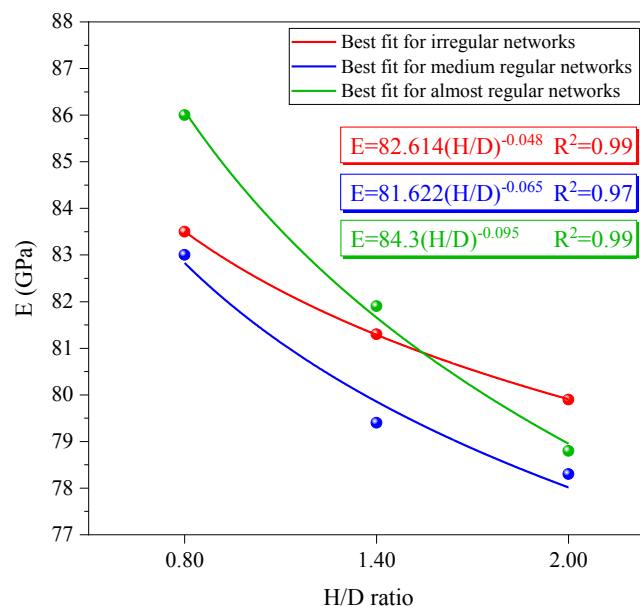
انحراف معیار	میانگین	تحقق*										H/D	آرایش
		۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱		
۳/۸	۸۳/۵	۸۲/۵	۸۳/۲	۸۰	۸۷	۸۲/۹	۸۲/۹	۸۱/۵	۸۲/۳	۹۳/۲	۷۹/۶	۰/۸	نامنظم
۲/۸	۸۱/۳	۸۲/۴	۸۴/۵	۸۰/۸	۷۷/۲	۸۳/۱	۷۸/۳	۸۵/۷	۷۷/۲	۸۳/۲	۸۱/۴	۱/۴	
۱/۶	۷۹/۹	۷۸/۷	۸۲/۲	۷۹/۹	۸۲/۶	۷۹/۲	۸۰/۷	۷۹/۲	۷۶/۶	۸۰/۲	۸۰	۲	
۳/۲	۸۳	۸۰	۸۷/۳	۸۲/۹	۸۶/۸	۸۲/۳	۸۴/۱	۸۴/۹	۸۴/۳	۷۵/۷	۸۱/۵	۰/۸	نیمه‌منظم
۲	۷۹/۴	۷۸/۲	۷۵/۷	۷۹/۹	۷۹/۸	۸۳/۲	۷۹/۳	۸۱/۷	۷۹/۳	۷۷/۳	۸۰/۱	۱/۴	
۳/۸	۷۸/۳	۷۰/۸	۷۸/۹	۷۲/۷	۷۶/۷	۸۰	۸۱/۳	۸۱/۶	۸۳/۴	۸۰	۷۷/۹	۲	
۳/۱	۸۶	۹۱/۸	۸۶/۶	۹۱/۶	۸۵/۲	۸۶/۳	۸۴/۶	۸۲/۶	۸۴/۶	۸۳/۵	۸۳/۲	۰/۸	تقریباً منظم
۱/۵	۸۱/۹	۸۰	۸۲/۶	۸۲/۹	۷۹	۸۲/۳	۸۳/۲	۸۴/۲	۸۱/۶	۸۱/۸	۸۱	۱/۴	
۲/۵	۷۸/۸	۷۹/۸	۷۵/۵	۸۱/۴	۷۵/۸	۸۰/۴	۸۱/۸	۸۰/۶	۸۱	۷۵/۲	۷۵/۲	۲	

* منظور از «تحقق»، یک نمونه عددی مستقل با مجموعه پارامترهای یکسان و آرایش متفاوت دانه‌ها است که به‌منظور لحاظ کردن اثرات ناشی از تغییرات ریزساختاری و کاهش تأثیر تصادفی بودن شبکه دانه‌ای در تحلیل‌ها مورد استفاده قرار گرفته است.



شکل ۵. رابطه آماری بین نسبت H/D و UCS گرانیت در شبکه‌هایی با آرایش‌های مختلف.

Fig. 5. Statistical relationship between the H/D ratio and the UCS of granite in networks with different arrangements.



شکل ۶. رابطه آماری بین نسبت H/D و ضریب ارتجاعی گرانیت در شبکه‌هایی با آرایش‌های مختلف.

Fig. 6. Statistical relationship between the H/D ratio and the Young's modulus of granite in networks with different arrangements.

پایداری بیشتر پاسخ مکانیکی در این نوع شبکه‌ها است. علاوه بر این، رفتار غیرخطی منحنی‌ها نشان می‌دهد که نرخ کاهش مقاومت در ابعاد کوچک‌تر شدیدتر بوده و با افزایش اندازه نمونه به تدریج کاهش می‌یابد. این موضوع بیانگر نزدیک شدن رفتار مکانیکی سنگ به یک مقدار حدی یا حجم نماینده در ابعاد بزرگ‌تر است.

نتایج شکل ۶ نیز بیانگر آن است که مدول یانگ روندی کاهشی نسبت به افزایش H/D دارد، اما شدت این کاهش به مراتب کمتر از مقاومت فشاری است. رابطه تغییرات ضریب ارتجاعی را نیز می‌توان به صورت یک تابع توانی بیان کرد:

$$E = \delta(H/D)^{-\lambda} \quad (2)$$

که در آن:

δ ضریب وابسته به نوع ساختار دانه‌ای و λ ضریب شدت اثر مقیاس است.

نتایج نشان می‌دهد که مقدار ضریب شدت اثر مقیاس ضریب ارتجاعی در تمامی ساختارها کوچک‌تر از ضریب متناظر در روابط UCS است که این موضوع بیانگر حساسیت کمتر ضریب ارتجاعی نسبت به تغییر ابعاد نمونه می‌باشد. به عبارت دیگر، ضریب ارتجاعی سنگ عمدتاً تحت کنترل خواص ذاتی دانه‌ها و پیوندهای بین‌دانه‌ای قرار دارد، در حالی که مقاومت فشاری بیشتر به فرآیندهای آغاز ترک، رشد ترک و گسترش ناپیوستگی‌ها وابسته است. نتایج محاسبات مربوط به نسبت ضرایب شدت اثر مقیاس روابط آماری UCS به $E (\beta_{UCS} / \lambda_E)$ در جدول ۴ نشان داده شده‌اند. همانگونه که در این جدول مشاهده می‌شود، کمترین و بیشترین نسبت β_{UCS} / λ_E به ترتیب معادل $3/6$ و $4/9$ برای ساختارهای تقریباً منظم و نیمه‌منظم بدست آمده‌اند. این نتیجه نشان می‌دهد نسبت β_{UCS} / λ_E در ساختارهای منظم‌تر مقادیر بیشتری نسبت به ساختارهای نامنظم‌تر داشته و حساسیت اثر مقیاس مقاومتی در ساختارهای منظم‌تر تأثیرگذارتر از اثر مقیاس ضریب ارتجاعی می‌باشد. همچنین کاهش محدود ضریب ارتجاعی در نمونه‌های بزرگ‌تر را می‌توان ناشی از افزایش تعداد نواحی تمرکز تنش و توزیع غیریکنواخت کرنش در مقیاس‌های بزرگ‌تر دانست. با این حال، به دلیل آنکه رفتار الاستیک پیش از شروع آسیب گسترده رخ می‌دهد، اثر مقیاس بر ضریب ارتجاعی نسبتاً محدود باقی می‌ماند.

به طور کلی، تحلیل‌های آماری و ریاضی انجام شده نشان می‌دهد که

ذاتی سیستم دانه-پیوند قرار دارد و کمتر از فرآیندهای گسترش ترک تأثیر می‌پذیرد. همچنین، نتایج نشانگر آن است که آرایش دانه‌ها بر رفتار سختی و مقاومت تأثیرات متفاوتی دارد. در حالی که شبکه‌های نامنظم باعث افزایش پراکندگی در مقادیر ضریب ارتجاعی شده‌اند، ساختارهای تقریباً منظم پاسخ‌های الاستیک پایدارتر و یکنواخت‌تری را در تمامی ابعاد نمونه ایجاد کرده‌اند.

به طور کلی، نتایج این پژوهش با مطالعات عددی و آزمایشگاهی پیشین [۸ و ۲۱] در زمینه اثر مقیاس در سنگ‌های بلورین همخوانی مناسبی دارد و تأیید می‌کند که کاهش مقاومت در اثر افزایش ابعاد عمدتاً ناشی از فرآیندهای آغاز ترک، رشد ترک و توزیع ناپیوستگی‌ها در مقیاس ریزساختاری است.

به منظور ارزیابی کمی اثر مقیاس بر رفتار مکانیکی گرانی، روابط آماری بین نسبت ارتفاع به قطر نمونه و پارامترهای مکانیکی شامل مقاومت فشاری تک‌محوره و ضریب ارتجاعی نیز مورد تحلیل قرار گرفت. بر اساس شکل ۵، روند تغییرات مقاومت فشاری تک‌محوره در تمامی آرایش‌های دانه‌ای دارای رفتار نزولی غیرخطی است. با افزایش نسبت H/D ، مقدار UCS کاهش یافته و این کاهش در نمونه‌های دارای ساختار نامنظم شدیدتر از سایر آرایش‌ها مشاهده می‌شود. تحلیل داده‌ها نشان می‌دهد که رابطه بین UCS و نسبت H/D را می‌توان به صورت یک تابع کاهشی توانی تقریب زد. فرم کلی این رابطه را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$UCS = \alpha(H/D)^{-\beta} \quad (1)$$

که در آن:

α ضریب وابسته به ساختار دانه‌ای و β ضریب شدت اثر مقیاس است. مقادیر به دست آمده نشان می‌دهد که با افزایش نسبت H/D از 0.8 به 2 ، مقاومت فشاری در شبکه‌های تقریباً منظم حدود ۲۶ درصد کاهش یافته است، در حالی که این کاهش در شبکه‌های نامنظم حدود ۱۷ درصد بوده است. این مسئله نشان‌دهنده حساسیت آرایش ساختارهای داخلی سنگ نسبت به اثر مقیاس است.

از دیدگاه آماری، شیب منفی منحنی‌ها بیانگر وجود همبستگی معکوس میان ابعاد نمونه و مقاومت فشاری است. همچنین، پراکندگی بیشتر داده‌ها در شبکه‌های نامنظم نشان می‌دهد که ناهمگنی ریزساختاری موجب افزایش انحراف معیار نتایج مکانیکی می‌شود. در مقابل، ساختارهای تقریباً منظم دارای روندی یکنواخت‌تر و پراکندگی آماری کمتری هستند که بیانگر

جدول ۴. نسبت ضرایب شدت اثر مقیاس (β_{UCS} / λ_E).Table 4. Ratios of the size effect coefficients (β_{UCS} / λ_E).

آرایش	مقدار β	مقدار λ	β_{UCS} / λ_E
نامنظم	۰/۲۰۷	۰/۰۴۸	۴/۳
نیمه منظم	۰/۳۱۶	۰/۰۶۵	۴/۹
تقریباً منظم	۰/۳۴۰	۰/۰۹۵	۳/۶

اثر مقیاس در گرانیته عمدتاً بر پارامترهای مقاومتی تأثیرگذار است و شدت این اثر به میزان ناهمگنی ریزساختاری و نحوه آرایش دانه‌ها وابسته است. نتایج حاصل همچنین بیانگر آن است که مدل‌سازی مبتنی بر دانه قادر است روابط غیرخطی و رفتار آماری پیچیده ناشی از اثر مقیاس را با دقت مناسبی بازتولید کند.

۵- تفسیر نتایج

نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که مدل‌سازی عددی مبتنی بر دانه، چارچوبی کارآمد و قابل اعتماد برای بررسی رفتار مکانیکی وابسته به مقیاس در سنگ‌های بلورین فراهم می‌کند. کاهش مقاومت فشاری تک‌محوره با افزایش نسبت H/D را می‌توان عمدتاً ناشی از افزایش احتمال فعال شدن ریزترک‌ها، تمرکز تنش و توسعه مسیرهای شکست ناپایدار در نمونه‌های بزرگ‌تر دانست. با افزایش ابعاد نمونه، احتمال وجود نواحی بحرانی ضعیف و همچنین تشکیل مسیرهای پیوسته برای همگرایی ترک‌ها افزایش می‌یابد. در نتیجه، شکست در تنش‌های پایین‌تری رخ داده و مقاومت کلی نمونه کاهش پیدا می‌کند. این رفتار به خوبی با نظریه‌های آماری شکست و مکانیک محیط‌های ناهمگن مطابقت دارد.

یکی از مهم‌ترین یافته‌های این مطالعه، نقش تعیین‌کننده آرایش دانه‌ها در شدت اثر مقیاس است. ساختارهای دانه‌ای نامنظم به دلیل ناهمگنی بیشتر در شکل و توزیع دانه‌ها، باعث ایجاد میدان‌های تنش پیچیده‌تر و موضعی‌تر می‌شوند. این شرایط، آغاز و انتشار ترک‌های کششی موضعی را تسهیل کرده و در نهایت منجر به رفتار شکست ناپایدارتر و پراکندگی بیشتر نتایج مکانیکی می‌شود. در مقابل، ساختارهای تقریباً منظم موجب توزیع یکنواخت‌تر تنش

و کاهش تمرکزهای موضعی می‌شوند. این موضوع سبب کنترل بهتر فرآیند رشد ترک و افزایش پایداری مکانیکی سیستم می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که هندسه و نحوه چیدمان دانه‌ها نقش بسیار مهمی در پاسخ ماکروسکوپی سنگ‌های بلورین ایفا می‌کنند.

همچنین بر اساس یافته‌های حاصل از این پژوهش مشخص شد که ضریب ارتجاعی حساسیت بسیار کمتری نسبت به اثر مقیاس دارد. این رفتار بیانگر آن است که پاسخ الاستیک سنگ عمدتاً تابع سختی ذاتی کانی‌ها و پیوندهای بین‌دانه‌ای است، در حالی که مقاومت فشاری به شدت تحت تأثیر فرآیندهای آسیب، آغاز ترک و گسترش شکست قرار دارد.

نتایج این پژوهش با مطالعات پیشین انجام‌شده در زمینه اثر مقیاس در سنگ‌ها همخوانی مطلوبی دارد. برای مثال، مطالعات انجام شده توسط لی و همکاران [۱۶] و دورمکو و همکاران [۱۷] نشان از کاهش مقادیر مقاومت سنگ‌ها با افزایش نسبت ارتفاع به قطر نمونه‌ها داشته که با نتایج حاصل از این مطالعه مطابقت دارند. با این حال، ویژگی متمایز پژوهش حاضر استفاده هم‌زمان از مدل مبتنی بر دانه با در نظر گرفتن همزمان تأثیر نسبت‌های H/D و ساختارهای مختلف آرایش دانه‌ای است که امکان تحلیل دقیق‌تر منشأ ریزمکانیکی اثر مقیاس را فراهم ساخته است. در مجموع، یافته‌های این تحقیق نشان می‌دهد که در تحلیل رفتار مکانیکی سنگ‌های بلورین، توجه هم‌زمان به ابعاد نمونه و ناهمگنی ریزساختاری ضروری است و بی‌توجهی به این عوامل می‌تواند منجر به برآوردهای غیرواقع‌بینانه از مقاومت و سختی سنگ شود.

۶- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، اثر نسبت ارتفاع به قطر (H/D) بر مقاومت فشاری تک‌محوره و ضریب ارتجاعی یک نوع سنگ گرانیته با استفاده از مدل‌سازی عددی مبتنی بر دانه و با در نظر گرفتن آرایش‌های مختلف دانه‌ای مورد بررسی قرار گرفت. بر اساس نتایج حاصل، مهم‌ترین یافته‌های تحقیق به شرح زیر است:

- به طور کلی، نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که اثر مقیاس و ناهمگنی ریزساختاری از عوامل کلیدی کنترل‌کننده رفتار مکانیکی سنگ‌های بلورین هستند و در تحلیل‌های مهندسی سنگ و طراحی سازه‌های سنگی باید به صورت دقیق مورد توجه قرار گیرند.
- مقاومت فشاری تک‌محوره گرانیته با افزایش نسبت H/D از ۰/۸ به ۲ در تمامی آرایش‌های دانه‌ای کاهش یافت. این کاهش برای شبکه

- [7] Z. Tian, C. Tang, H. Li, H. Xing, X. Ning, Numerical Simulation of Rock Uniaxial Compressive Strength and Deformation Failure Law under Different Size Conditions, *Advances in Civil Engineering*, 2021(2021) 1-11.
- [8] M. Brabec, J. Štetiar, L. Krmíček, Mitigating the effect of specimen size on uniaxial compressive rock strength using a generalised correction and experimental testing method, *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 84(2025) 470.
- [9] Y. Enbing, FDEM numerical simulation of size effect on mechanical properties of basalts with hidden microcracks, *Scientific Reports*, 15(2025) 7246.
- [10] N. Bahrani, P. Kaiser, Numerical investigation of the influence of specimen size on the unconfined strength of defected rocks, *Computers and Geotechnics*, 77(2016) 56-67.
- [11] X. Wang, W. Yuan, Y. Yan, X. Zhang, Scale effect of mechanical properties of jointed rock mass: A numerical study based on particle flow code, *Geomechanics and Engineering*, 21(2020) 259-268.
- [12] Q. Liang, H. Lan, Y. Zhou, B. Li, W. Sun, S. Liu, W. Lv, Reverse Size Effect of the Unconfined Compressive Strength of Crystalline Rock: A Grain-Scale Perspective, *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 58(2025) 1651-1669.
- [13] A. Chaurasia, G. Walton, Laboratory and Numerical Modeling of the Effects of Width-to-Height Ratio on the Strength and Deformation Behavior of Pillars Composed of Porous, Weak Limestone, *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 57(2024) 719-738.
- [14] X. Kong, Q. Liu, H. Lu, Effects of rock specimen size on mechanical properties in laboratory testing, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 147(2021) 04021013.
- [15] A. Naseri, B. Maleki, T. Asheghi Mehmandari, A. Tohidi, A. Fahimifar, Investigating the influence of Sample geometric variations on mechanical characterization in rock and concrete, *Journal of Mining and Environment*, 16(2025) 1089-1107.
- نامنظم، نیمه‌منظم و تقریباً منظم به ترتیب برابر با ۱۶/۹٪، ۳۴/۱٪ و ۲۶٪ بود که نشان‌دهنده تأثیر معنادار اثر مقیاس بر رفتار مقاومتی گرانیت است.
- بیشترین نرخ کاهش UCS در بازه H/D معادل ۰/۸ تا ۱/۴ و در ساختارهای نیمه‌منظم و تقریباً منظم مشاهده شد، در حالی که در ابعاد بزرگ‌تر شدت اثر مقیاس کاهش یافت.
 - ساختارهای دانه‌ای تقریباً منظم بیشترین حساسیت را نسبت به اثر مقیاس با مقادیر ضرایب شدت اثر مقیاس معادل $\beta = 0.340$ و $\lambda = 0.095$ نشان دادند.
 - ضریب ارتجاعی نسبت به مقاومت فشاری وابستگی بسیار کمتری به ابعاد نمونه نشان داد و تنها کاهش محدودی در حدود ۴ تا ۸ درصد با افزایش نسبت H/D مشاهده شد.

منابع

- [1] H. Masoumi, K.J. Douglas, A.R. Russell, A bounding surface plasticity model for intact rock exhibiting size-dependent behavior, *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 49(2016) 47-62.
- [2] R. Yoshinaka, M. Osada, H. Park, T. Sasaki, K. Sasaki, Practical determination of mechanical design parameters of intact rock considering scale effect, *Engineering Geology*, 96(2008) 173-186.
- [3] B.A. Poulsen, D.P. Adhikary, A numerical study of the scale effect in coal strength, *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 63(2013) 62-71.
- [4] S. Ghorbani, Effect of grain network structure on macroproperties and strain energy of marble under unconfined compression using 2D continuum based Voronoi models, *Scientific Reports*, 16(2026) 3727.
- [5] Z. Hu, L. Xie, Y. Qin, X. Liu, J. Qian, Numerical simulation of size effect of defective rock under compression condition, *Scientific Reports*, 13(2023) 420.
- [6] Z. Liu, C. Zhang, C. Zhang, H. Wang, H. Zhou, B. Zhou, Effects of amygdale heterogeneity and sample size on the mechanical properties of basalt, *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 14(2022) 93-107.

- [19] S. Ghorbani, M. Moradi, Numerical Investigation of the Effect of Grain Geometrical Arrangement on the Results of the Brazilian Tensile Strength Test of Marble Using the Grain-Based Model, *Journal of Mineral Resources Engineering*, 11(2026) 79-98.
- [20] S. Ghorbani, Analysis of Damage Parameters of Marble Under Uniaxial Compressive Loading Using Grain-Based Finite Element Simulation and a Damage Constitutive Model, *Amirkabir Journal of Civil Engineering*, 16(2026) 3727.
- [21] E. Hoek, *Rock Engineering Course Notes by Evert Hoek*, (2009).
- [16] H. Li, K. Song, M. Tang, M. Qin, Z. Liu, M. Qu, B. Li, Y. Li, Determination of scale effects on mechanical properties of Berea Sandstone, *Geofluids*, 2021(2021) 6637371.
- [17] T. Durmeková, M. Bednarik, P. Dikejová, R. Adamcová, Influence of specimen size and shape on the uniaxial compressive strength values of selected Western Carpathians rocks, *Environmental Earth Sciences*, 81(2022) 247.
- [18] S.B. Çelik, The effect of cubic specimen size on uniaxial compressive strength of carbonate rocks from Western Turkey, *Arabian Journal of Geosciences*, 10(2017) 426.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

M. Moradi, S. Ghorbani, *Investigating the Influence of Specimen Size on the Uniaxial Compressive Strength and Elastic Modulus of Granite through Grain-Based Numerical Modeling*, *Amirkabir J. Civil Eng.*, 58(4) (2026) 577-592.

DOI: [10.22060/ceej.2026.25871.8457](https://doi.org/10.22060/ceej.2026.25871.8457)

