



بررسی روند گسترش ترک با مقیاس مزو در تیرهای بتنی و استفاده از بهینه سازی توپولوژی

علی پرمون، امیرهوشنگ اخویسی*

دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۹/۰۵/۰۴
بازنگری: ۱۳۹۹/۰۶/۱۴
پذیرش: ۱۳۹۹/۱۱/۰۸
ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۱۱/۱۶

کلمات کلیدی:

رشد ترک
مقیاس مزو
بهینه سازی توپولوژی
اجزای محدود
اجزای محدود توسعه یافته

خلاصه: در این بررسی یک روش جدید برای کاهش حجم محاسبات مدل سازی عددی بتن در مقیاس مزو ارائه شده است. برای بررسی رفتار بتن از ۲ مقیاس جداگانه ماکرو و مزو استفاده شد. با توجه به اینکه توزیع تنش در مقیاس ماکرو می تواند شاخص مناسبی برای تعیین مناطق بحرانی ترک (شروع و رشد ترک) باشد، بنابراین در مقیاس ماکرو مدل عددی با استفاده از روش اجزای محدود توسعه یافته تحلیل شده و در هر گام با استفاده از ماکروی بهینه سازی مناطق بحرانی مشخص، و سپس مجموع این مناطق در مدل اصلی در مقیاس مزو مدل می شوند. در مقیاس مزو ۳ بخش، سنگدانه با رفتار خطی، ملات سیمان و ناحیه انتقال با رفتار غیرخطی مدل سازی شده است. سنگدانه ها توسط الگوریتم تصادفی و منحنی فولر با شکل دایره ای در ملات سیمان توزیع می شوند. برای گسسته سازی در مقیاس مزو از روش گسسته سازی تکه ای با در نظر گرفتن منطقه چسبنده برای تمامی المان ها استفاده شد، با استفاده از این روش شروع و رشد ترک به خوبی مدل سازی می شود. برای اطمینان از این روش ۲ مثال عددی به صورت ۲ بعدی بررسی گردید، نتایج تحلیل های عددی تطابق کاملا مناسبی با نتایج آزمایشگاهی داشت و همچنین حجم محاسبات با حفظ دقت به طور متوسط ۳۵ درصد کاهش یافت.

۱- مقدمه

در مقیاس مزو می تواند درک صحیح و بهتری از رفتار بتن را نشان دهد. ساختار بتن در مقیاس مزو نقش بسیار مهمی در شروع و گسترش ترک دارد. از این رو در مدل های عددی که در آن ها رفتار بتن همگن فرض می شود، رابطه بین مشخصات هندسی و مکانیکی هر جز در مقیاس ماکرو درست تعیین نمی گردد، بنابراین باید با دقت و احتیاط بیشتری از نتایج تحلیلها در مقیاس ماکرو استفاده شود [۱-۳]. با توجه به تاثیر زیاد ساختار داخلی مواد ناهمگن بر رفتار مکانیکی آن ها، امروزه با کمک روش های محاسبات عددی مدل های مختلفی برای رفتار بتن در مقیاس مزو ارائه شده است. در برخی از مطالعات مدل بر اساس مدل های مشبک توسعه یافته صورت گرفته است [۴]، که در آن ها مواد پیوسته توسط سیستم گسسته های از عناصر (خرپا یا تیر) مدل می شوند. این عناصر امکان تعیین خصوصیات مکانیکی هر جز مانند ماتریس ملات و ناحیه انتقالی را فراهم می کنند. رویکرد دیگر مبتنی بر مدل سازی به وسیله تعامل ذرات می باشد [۵-۸]، این مدلها همانند مدل های مشبک میباشند، که شامل المانهای مجزا هستند، اما

بتن ماده غیرهمگنی است که از سنگدانه درشت (شن)، ریزدانه (ماسه)، سیمان و آب ساخته شده است. امروزه برخی مواد افزودنی برای بهبود رفتار بتن نیز در این مخلوط وجود دارد. بنابراین بتن در ساختار خود دارای ناهمگنی بسیاری می باشد. مطالعات تحلیلی و تجربی نشان می دهد که رفتار بتن متأثر از ریز ساختار آن است، لذا در پیش بینی دقیق تر خواص و رفتار بتن باید آن را به صورت یک ماده سه فازه شامل فاز اول خمیر سیمان، فاز دوم سنگدانه ها و فاز سوم ناحیه انتقالی^۱ (ITZ) در نظر گرفت. ناحیه انتقالی، به منطقه ضعیفی از بتن گفته می شود که در آن خمیر سیمان با سنگدانه در ارتباط می باشد. در مقیاس ماکرو^۲ مجموعه ای از رفتار مکانیکی سنگدانه، ماتریس سیمانی و ناحیه انتقالی به عنوان رفتار مکانیکی بتن در نظر گرفته می شود، اما در مقیاس مزو^۳ تاثیر هر عامل در نظر گرفته می شود، بنابراین مدل سازی

- 1 Interfacial Transition Zone (ITZ)
- 2 Macro-scale
- 3 Meso-scale

* نویسنده عهده دار مکاتبات: ahakhaveissy@razi.ac.ir



شده است. یکی از این الگوریتمها به حداقل رساندن تنش فون مایسز^{۱۱} در سازه مورد بررسی تحت قیود عملی می باشد، اما طراحی توسط این روش همواره بیشترین تنش را در سازه تحت طراحی ارائه نمی دهد [۳۵ و ۳۴]. یکی دیگر از روشهای موجود رسیدن به حداکثر سختی می باشد. این روش برای سازه هایی که با محدودیت سختی روبرو هستند به کار برده می شود، اصول این روش بر مبنای کمینه کردن انرژی کرنشی سازه می باشد، نتایج این روش تقریباً الگویی مشابه با روش حداقل رساندن تنش را ارائه می دهد [۳۷ و ۳۶ و ۳۴]. رفتار دینامیکی سازه معمولاً متأثر از فرکانسهای طبیعی آن می باشد، بنابراین بر مبنای فرکانسهای طبیعی سازه الگوریتم بهینه سازی توپولوژی بر مبنای فرکانس توسعه یافت [۴۰-۳۸]. در طراحی یک سازه با افزایش مقاومت مصالح، عضوهای سازه لاغرتر می شوند، و ممکن است اعضا دچار کماتش شوند [۴۱]، بنابراین خیلی از محققین این رویکرد را مبنای الگوریتم بهینه سازی خود قرار دادند [۴۴-۴۲].

در این بررسی، با توجه به اینکه تحلیل در مقیاس مزو از لحاظ محاسباتی بسیار پرهزینه می باشد، لذا با استفاده از الگوریتم بهینه سازی توپولوژی^{۱۲} و روش حل اجزای محدود توسعه یافته، در مقیاس ماکرو قسمتهایی از سازه که احتمال رشد ترک در آنها بیشتر می باشد (مناطق بحرانی) مشخص می گردد. مناطق بحرانی در مقیاس مزو، و سایر مناطق در مقیاس ماکرو مدل سازی می شوند. مدل عددی با استفاده از گسسته سازی تکه ای^{۱۳} به روش اجزای محدود تحلیل می شود، که رشد و گسترش ترک را به خوبی مدل سازی می کند، در این روش سنگدانه ها با استفاده از توزیع تصادفی و منحنی فولر در ملات توزیع شدند. در نهایت با تحلیل مدل و بررسی نتایج به روشنی مشاهده می شود با کاهش هزینه محاسباتی، دقت نتایج کاملاً رضایت بخش می باشد.

۲- مدل سازی در مقیاس مزو بر مبنای روش بهینه سازی

در این قسمت روش مدل سازی بتن در مقیاس مزو بر مبنای روش بهینه سازی توپولوژی شرح داده می شود. بتن در ۳ مقایسه مختلف همانند شکل ۱ می باشد. در مقیاس ماکرو مجموعه ای از رفتار مکانیکی سنگدانه، ماتریس سیمانی، ناحیه انتقالی و حباب هوا به عنوان رفتار مکانیکی بتن در تحلیل های عددی نظر گرفته شده و تقریباً طول این مقیاس بزرگتر از ۰/۱ متر می باشد، در مقیاس مزو ۳ بخش، سنگدانه درشت، ملات سیمان

کالیبره کردن این مدلها بسیار دشوار می باشد. در مدل های پیوسته FEM^۱ عناصر تشکیل دهنده بتن در مقیاس مزو به صورت مستقیم مدل سازی می شوند [۹-۱۳]. در این روش در صورت وجود ناپیوستگی (ترک) تحلیل با مشکل مواجهه می شود، برای حل این مشکل از المان تماسی (گسسته سازی تکه ای) [۱۴-۱۶]، روش اجزای محدود جایگذاری شده^۲ [۱۷ و ۱۸] و یا روش اجزای محدود توسعه یافته^۳ استفاده می شود [۱۹].

برای تولید شکل سنگدانه ها و محل آنها الگوریتمهای مختلفی پایه ریزی شده اند. در بررسی صورت گرفته توسط ونگ و همکاران [۱۱] برای مصالح شن رودخانه ای (گرد گوشه) از شکل های کلی منحنی مانند (دایره های) و برای مصالح شکسته شده از شکل های زاویه دار استفاده شده است. برای سادگی کار، بسیاری از محققین از شکل های دایره و بیضی استفاده می کنند [۲۵-۲۰]. برخی دیگر از محققین اشکال هندسی چند ضلعی را پیشنهاد کرده اند [۱۱ و ۱]. کیم و راب^۴ [۲۶] به بررسی تاثیر شکل سنگدانه ۵ نوع مختلف از شکل سنگدانه پرداختند. با توجه به مطالعات صورت گرفته ۲ روش برای توزیع سنگدانه ها در ماتریس ارائه شده است. اولین روش استفاده از منحنی دانه بندی در آزمایشگاه می باشد. در روش دوم بسیاری از محققین منحنی دانه بندی را با منحنی فولر^۵ تطبیق می دهند تا به حداکثر چگالی برسند [۲۷ و ۲۴-۲۰]. روشهای مختلفی برای توزیع سنگدانه در ماتریس ملات وجود دارد: از جمله: روش جایگذاری درشت دانه بر اساس قطر^۶، انتخاب المانهای مثلثی بر اساس قطر سنگدانه درشت^۷، جایگذاری اولین سنگدانه بر اساس الگوریتم تصادفی اکتشافی^۸، قرار دادن سنگدانه بر اساس الگوریتم تصادفی در ماتریس ملات^{۱۰} [۲۹ و ۲۸ و ۲۳ و ۱۵ و ۹]. در مطالعات اخیر برخی از محققین از روشهای پردازش تصویر و میکروسکوپیهای الکترونی برای مشخص کردن محل سنگدانه استفاده کرده اند [۳۳-۳۰].

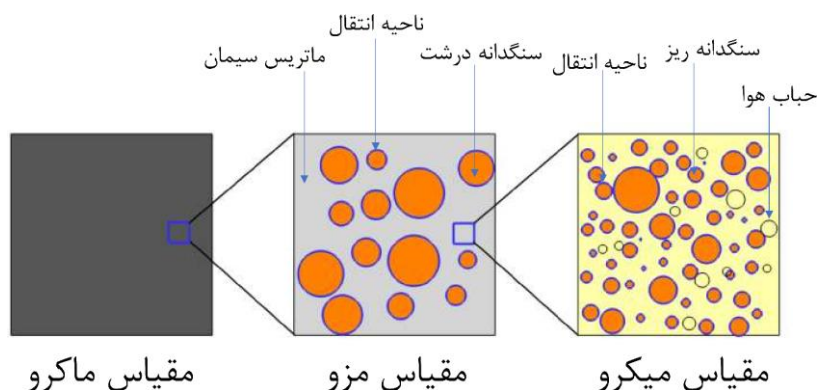
در اکثر سازه های مهندسی، سختی و مقاومت ۲ کمیت قابل توجه و مهم هستند، و معمولاً طراحان به دنبال روشهایی برای ایجاد تعادل بین این ۲ عامل می باشند. برای روشهای بهینه سازی الگوریتمهای مختلفی ارائه

- 1 Finite element method
- 2 Embedded finite element method (E-FEM)
- 3 Extended finite element method (XFEM)
- 4 Wang et al
- 5 Kim and Rub
- 6 Fuller's Curve
- 7 Take-and-Place method
- 8 Divide-and-fill method
- 9 Stochastic-heuristic algorithm
- 10 Random particle drop method

11 Von Mises

12 Topology optimization

13 Mesh fragmentation technique (MFT)



شکل ۱. نمای از مقیاس ماکرو، مزو و میکرو

Fig. 1. View of macro, meso and micro scales

هر گام، نمونه عددی همزمان، تحت آنالیز بهینه سازی توپولوژی قرار میگیرد و نتایج هر گام ذخیره می گردد (شکل ۲-پ). در انتهای تحلیل در مقیاس ماکرو، المانهای قرار گرفته در مناطق بحرانی هر گام از تحلیل به صورت تجمعی ذخیره می گردد (شکل ۲-ت). در نهایت با توجه به شکل ۲-ث نمونه در مقیاس مزو مدل سازی می شود، با این تفاوت که فقط محل‌های بحرانی به صورت مزو مدل سازی می شود و سایر مناطق به صورت ماکرو در نظر گرفته خواهد شد، تا با در نظر گرفتن سه فاز ملات، سنگدانه و ITZ در مناطق بحرانی، شروع و رشد ترک با دقت بیشتری مدل شود (شکل ۲-ج).

۲-۲- مدل سازی در مقیاس مزو

۲-۲-۱- توزیع سنگدانه در ماتریس ملات

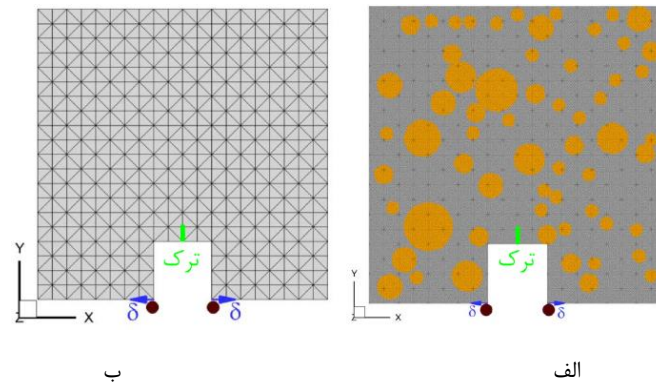
برای تعیین اندازه و محل سنگدانه ها از منحنی دانه بندی و توزیع تصادفی^۱ استفاده شد. منحنی دانه بندی سنگدانه ها بر اساس اطلاعات آزمایشگاهی به دست می آید و با توجه به مقدار حجم کلی سنگدانه ها میتوان درصد حجمی هر قطر خاص را با توجه به رابطه (۱) محاسبه نمود. در این رابطه احتمال درصد سنگدانه هایی با قطر کمتر از D_0 محاسبه می گردد [۴۵]:

$$P(D < D_0) = P_k \left[1.065 \left(\frac{D_0}{D_{max}} \right)^{0.5} - 0.053 \left(\frac{D_0}{D_{max}} \right)^4 - 0.012 \left(\frac{D_0}{D_{max}} \right)^6 - 0.0045 \left(\frac{D_0}{D_{max}} \right)^8 + 0.0025 \left(\frac{D_0}{D_{max}} \right)^{10} \right] \quad (1)$$

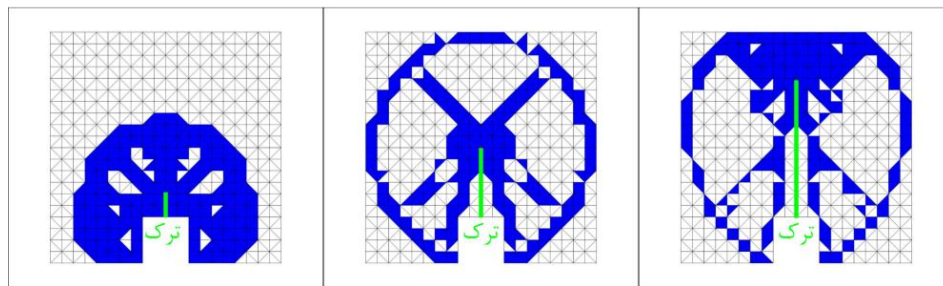
۲-۱- توضیح روند کلی مدل سازی

و ناحیه انتقالی هر کدام جداگانه در تحلیلهای عددی در نظر گرفته شده و طول این مقیاس بین ۰/۱ تا ۰/۱۰۰۰ متر می باشد و در مقیاس میکرو ۴ بخش سنگدانه، ملات سیمان، ناحیه انتقالی و حبابهای هوا هر کدام جداگانه در تحلیلهای عددی در نظر گرفته شده و طول این ناحیه از ۰/۱۰۰۰ متر کوچک تر می باشد. با توجه به مقیاسی که برای تحلیل های عددی در نظر گرفته می شود، دقت نتایج و سرعت محاسبات تغییر خواهد کرد، در مقیاس ماکرو تقریباً سرعت محاسبات بالا بوده و بتن به عنوان یک ماده همگن با ترکیبی از خصوصیات مواد سازنده خود در نظر گرفته می شود، در مقیاس مزو سرعت تحلیل به علت وجود ۳ بخش مختلف و مقیاس کوچک دارای سرعت پایینی می باشد (هزینه محاسباتی بالا) اما رفتار نسبت به مقیاس ماکرو دارای دقت بالاتری بوده و کاملاً شروع و رشد ترک در بتن و اطراف سنگدانه ها قابل تحلیل می باشد و در مقیاس میکرو به علت دیده شده تقریباً تمامی عوامل موجود در بتن اعم از سنگدانه، تخلخل، حباب هوا، ملات سیمان و ناحیه انتقالی بین ملات و سنگدانه ریز و درشت دارای دقت بالاتری نسبت به ۲ مقیاس قبلی می باشد، اما این مقیاس دارای هزینه محاسباتی بسیار بالایی می باشد.

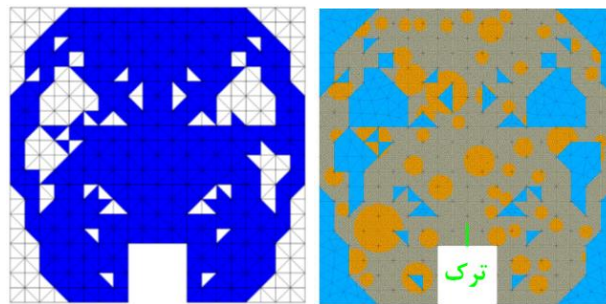
هدف تحلیل نمونه بتنی شکل ۲-الف در مقیاس مزو می باشد. با توجه به اینکه تحلیل کل نمونه در مقیاس مزو هزینه محاسباتی بالایی دارد، بنابراین با استفاده از بهینه سازی توپولوژی این هزینه کاهش داده می شود. به این منظور نمونه در مقیاس ماکرو با رفتار الاستیک خطی و روش XFEM مدل سازی می شود (شکل ۲-ب). در طول تحلیل با رشد ترک در



روند گسترش ترک و تحلیل بهینه سازی توپولوژی در هر گام

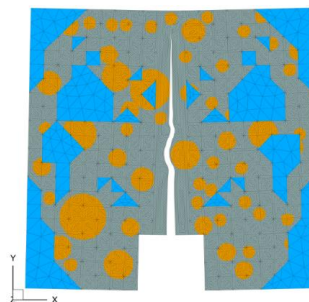


پ



ث

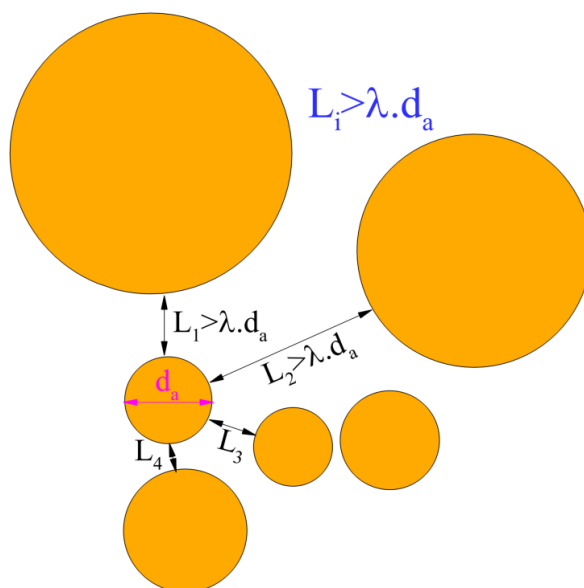
ت



ج

شکل ۲. روند مدل سازی الف) نمونه بتنی در مقیاس مزو ب) مدل عددی در مقیاس ماکرو پ) نتایج بهینه سازی توپولوژی در چند گام ت) نتایج بهینه سازی توپولوژی به صورت تجمعی ث) مدل سازی در مقیاس مزو با بهینه سازی توپولوژی ج) رشد ترک در مقیاس مزو

Fig. 2. Modeling process a) Meso-scale concrete sample b) Macro-scale numerical model c) Topology optimization results in several steps d) Cumulative topology optimization results e) Meso-scale modeling with topology optimization c) Crack growth at Meso-scale



شکل ۳. توزیع تصادفی سنگدانه‌ها در ماتریس ملات

Fig. 3. Random distribution of aggregates in the mortar matrix

تکراری تغییر می کند تا تعداد کلی سنگدانه های محاسبه شده ماتریس ملات قرار بگیرند.

۲-۲-۲- گسسته‌سازی تکه ای^۱

برای گسسته‌سازی مدل عددی بتن در مقیاس مزو از روش گسسته‌سازی تکه ای (MFT) استفاده شد [۴۶-۵۲]. در این روش ۴ فاز سنگدانه، ملات سیمانی، المان تماسی بین ملات-ملات^۲ (MMI) و المان تماسی بین سنگدانه-ملات (ITZ)، در مقیاس مزو مدل می شود. مراحل انجام گسسته‌سازی تکه ای در شکل ۴ مشخص می باشد، به طور مثال مکعب شکل ۴ را در نظر بگیرید، ابتدا مکعب شکل ۴-الف توسط ۴ المان و ۵ گره، گسسته‌سازی می شود، در ادامه با ذخیره کردن مختصات هر گره و تولید گره های مورد نیاز ۴ المان جدا می شوند (شکل ۴-ب)، و در نهایت بین هر المان مثلثی یک المان تماسی قرار می گیرد (شکل ۴-پ). در شکل ۴ E_i شماره المان، n_i شماره گره ها و h مقدار ضخامت المان تماسی و برابر صفر می باشد.

بعد از توزیع سنگدانه ها و ایجاد گسسته‌سازی، گسسته‌سازی اطراف هر سنگدانه به صورت شماتیک همانند شکل ۵ می باشد. در این نوع گسسته

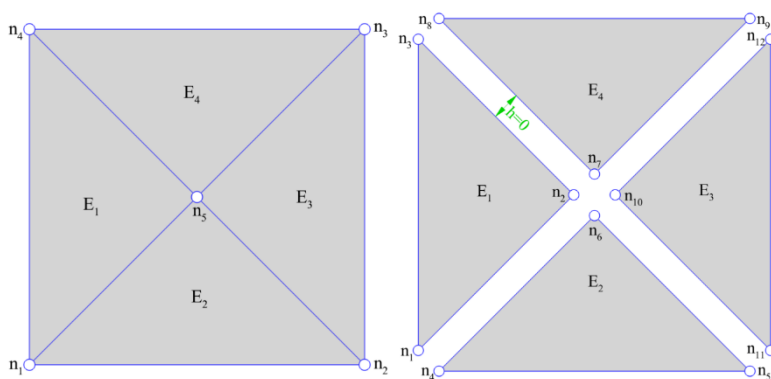
در رابطه (۱) P_k درصد حجمی کل سنگدانه های داخل بتن می باشد، از سوی دیگر برای توزیع پهنه سنگدانه ها و ایجاد حداکثر چگالی در مخلوط بتن رابطه (۱) با رابطه ی ارائه شده توسط فولر (رابطه (۲)) مقایسه می گردد:

$$P_i = 100 \left(\frac{d_i}{D_{\max}} \right)^n \quad (2)$$

d_i و P_i به ترتیب نشان دهنده مقدار درصد عبوری سنگدانه و در i ام اندازه سنگدانه می باشد. D_{\max} مقدار بزرگ‌ترین اندازه سنگدانه بوده و مقدار n به صورت متغیر بین ۰/۴۵ تا ۰/۷ انتخاب می‌گردد. با مشخص شدن مقدار حجم سنگدانه های با قطر مساوی و تبدیل آن به تعداد $\left(V_i = \frac{4}{3} \pi R_i^3 \right)$ ، میتوان با استفاده از توزیع تصادفی محل هر سنگدانه را در ملات مشخص نمود. در این توزیع اولین سنگدانه به صورت تصادفی در ماتریس ملات جایگذاری شده و بقیه سنگدانه ها بر اساس محل اولین سنگدانه توزیع خواهند شد (شکل ۳). بنابراین با فرض اینکه تمامی سنگدانه در ملات توزیع یکنواختی دارند برای جایگذاری سنگدانه ها از توزیع تصادفی استفاده می شود. لازم به ذکر است در الگوریتم توزیع تصادفی هر سنگدانه باید به اندازه λ از سنگدانه مجاور فاصله داشته باشد، این فاصله بر اساس حجم کلی سنگدانه ها در ماتریس تعیین میگردد، یعنی مقدار λ به صورت

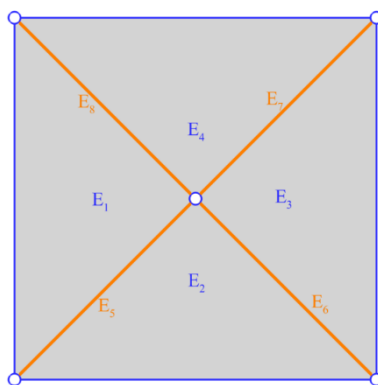
1 Mesh Fragmentation Technique (MFT)

2 matrix-matrix interface



ب

الف



پ

شکل ۴. روند گسسته‌سازی تکه ای (الف) گسسته‌سازی اولیه (ب) تولید المان های جدا به صورت شماتیک با فاصله $h = 0$ (پ) تولید المان تماسی بین المان های مثلثی

Fig. 4. Mesh Fragmentation Technique process a) Initial discretization b) Production of separate elements schematically with distance $h = 0$ c) Production of contact element between triangular elements

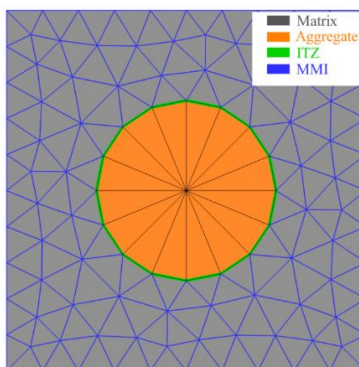
هدف (سختی، فرکانس طبیعی، انرژی سازه و.....) نسبت به قیدهای اعمالی دارای مقادیر کمینه یا بیشینه باشد. در این روش توزیع ماده در جسم به عنوان پارامتر بهینه‌سازی مورد استفاده قرار می‌گیرد [۵۳-۵۶]. شکل ۶-الف را در نظر بگیرید که تحلیل بهینه‌سازی توپولوژی تحت قیدهای اعمالی انجام شده است. مناطق آبی رنگ مقدار ماده مورد نیاز می‌باشد (مناطق بحرانی تنش تحت این بارگذاری یا مناطق مورد نیاز برای انتقال نیرو) و با توجه به قیدهای اعمالی می‌توان از مناطق سفید رنگ صرف نظر نمود. توزیع تنش در شکل ۶-ب نیز کاملاً تحلیل بهینه‌سازی توپولوژی را تایید می‌کند و کاملاً واضح می‌باشد مناطقی که تنش در آن‌ها زیاد می‌باشد به عنوان ماده لازم باقی مانده است. با استفاده از این تفکر می‌توان از این بهینه‌سازی برای مدل‌سازی در مقیاس مزو استفاده نمود، زیرا مناطق مشخص شده

سازی ۲ نوع جدایش و لغزش می‌تواند رخ دهد، لغزش و جدایش ملات-ملات (MMI) و لغزش و جدایش ملات-سنگدانه (ITZ)، معمولاً شروع لغزش و جدایش در قسمت ناحیه انتقال بین سنگدانه و ملات (ITZ) خواهد بود. این قسمت منطقه واکنش سیمان و سنگدانه با ضخامت ۱۰ الی ۱۵ میکرومتر در اطراف سنگدانه است که ضعیف‌تر از سنگدانه و ملات سیمان می‌باشد و دلیل عمده شروع سریع رفتار غیرخطی بتن می‌باشد.

۲-۳- بهینه‌سازی توپولوژی

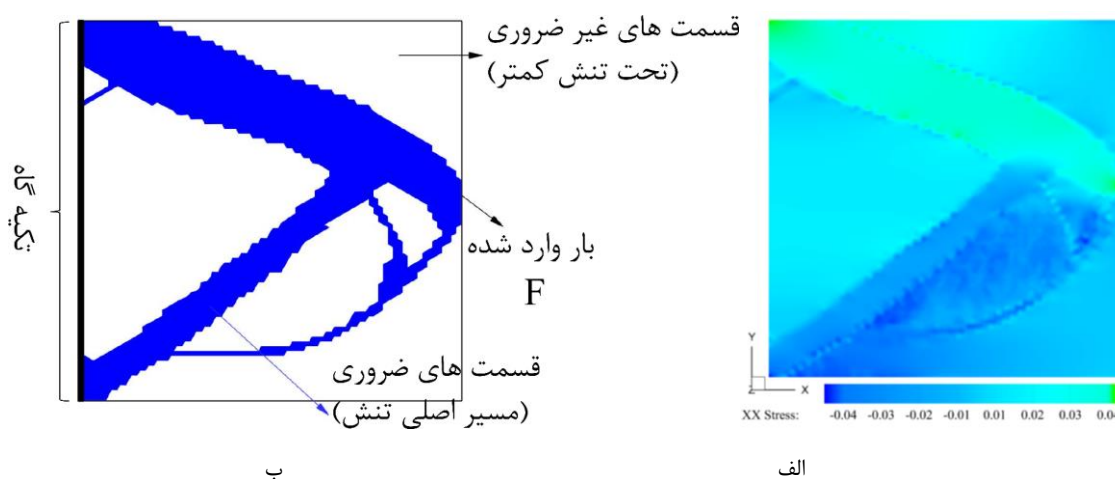
۲-۳-۱- مرور کلی

این بهینه‌سازی در حقیقت بهینه‌سازی شکل سازه می‌باشد. هدف آن یافتن مناسبترین شکل برای سازه تحت طراحی می‌باشد. به طوری که تابع



شکل ۵. نحوه ی گسسته‌سازی و امان‌های تماسی بین اجزا بتن

Fig. 5. Mesh Fragmentation Technique and contact elements between concrete components



شکل ۶. الف) توزیع مقدار ماده مورد نیاز با استفاده از بهینه‌سازی توپولوژی ب) توزیع تنش

Fig. 6. a) Distribution of the required amount of material using topology optimization b) Stress distribution

توجه به اینکه هدف در این بررسی دستیابی به نقاط تنش بحرانی می باشد و ۲ روش کمینه کردن تنش یا بیشینه سختی، منجر به جوابهای تقریباً یکسانی می شود، از این رو از روش بیشینه سختی برای محاسبه نقاط بحرانی استفاده شد. بر اساس فرمولاسیون استاندارد هدف کمینه کردن انرژی کرنشی (U_e) برای کاهش حجم ماده مصرفی می باشد در مقابل بیشینه سختی می باشد. کمینه کردن انرژی در حقیقت معادل بیشترین سختی سازه (یا مناطقی تحت بیشترین تنش می باشد) می باشد. در این روش رابطه کلی طبق رابطه (۳) می باشد [۵۷ و ۳۵ و ۳۴]:

توسط این الگوریتم، تحت بارگذاری مشخص، دارای بیشترین تنش نسبت به بقیه مناطق جسم مورد نظر هستند، لذا این مناطق با توجه به مسیر تنش بیشتر مستعد شروع و رشد ترک می باشند. بنابراین در این تحقیق با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی توپولوژی مناطقی که دارای تنش بیشتر هستند، مشخص شده و در مقیاس مزو مدل‌سازی می شوند.

۲-۳-۲ روش بهینه‌سازی توپولوژی: بیشینه سختی استاتیکی بر اساس کمترین حجم ماده

هدف بهینه‌سازی توپولوژی دستیابی به مناطقی از یک جسم تحت طراحی، با بیشترین مقدار تنش و کمترین مقدار ماده مصرفی می باشد. با

یافته تحلیل می شود، در هر گام با رشد ترک، نتایج تنش و کرنش هر المان ذخیره شده و در تحلیل بهینه سازی توپولوژی فراخوانی می گردد و تحلیل بهینه سازی توپولوژی همزمان انجام می گیرد، این حلقه تا آخرین مرحله گسترش ترک ادامه مییابد، تا تمامی مناطق مورد نیاز برای تحلیل مقیاس مزو مشخص شود. لازم به ذکر است معادلات حاکم بر میدان جابجایی در روش اجزای محدود توسعه یافته به صورت رابطه (۶) می باشد، در این رابطه تابع شکل به صورت خطی عمل می کند [۶۲-۵۸]:

$$u(x) = N_1(x)u_1 + H(x)N_1(x)a_1 + N_1(x)\sum_j F_j(x)b_j^j \quad (6)$$

در معادله (۶) $u(x)$ بردار جابجایی، $N_1(x)$ تابع شکل گره‌های، u_1 جابجایی گره‌های، $H(x)$ تابه هوی ساید، a_1 درجه آزادی غنی شده گسترش جابجایی، $F_j(x)$ تابع عملگر نوک ترک، b_j^j درجه آزادی نوک ترک بر اساس سینگیولارتی نوک ترک می باشد.

۲-۵- سطوح تسلیم

مدل ترک چسبنده (CZM) بر اساس فرمولاسیون آلفانو و کریسفیلد [۶۳] برای غلبه بر محدودیتهای مکانیک شکست الاستیک خطی نظیر تکنیکی تنش در نوک ترک گسترش یافت. این روش گسترش ترک را بر مبنای قانون تنش-جدایش مدل سازی میکند. جزییات بیشتر مدل CZM در مراجع [۶۴-۶۸] مشخص می باشد. با توجه به شکل ۵ در مدل CZM از مدل ۲ خطی و اصطکاک کلمب برای محاسبه تنش نرمال و برشی بین المانها استفاده شده است (روابط ۹-۷).

$$\sigma = \begin{cases} \frac{\sigma}{\delta_n^0} \delta_n, & \text{if } \delta_n < \delta_n^0 \\ \frac{\delta_n^1 - \delta_n}{\delta_n^1 - \delta_n^0} \sigma, & \text{if } \delta_n^0 < \delta_n < \delta_n^1 \\ 0, & \text{if } \delta_n \geq \delta_n^1 \end{cases} \quad (7)$$

$$U_c = a \text{ minimum } \eta_i \\ \text{subject to } 0 < \eta_i \leq 1 \quad (i=1, 2, 3, \dots, N) \quad (3)$$

$$V \leq V_0 - V^*$$

در رابطه (۴)، η_i ضریب بهینه سازی برای هر المان تحت بهینه سازی، V حجم مدل اجزا محدود، V_0 حجم اولیه، V^* مقدار ماده که باید حذف گردد. بهینه سازی توپولوژی ممکن است بر اساس یک ترکیب بارگذاری یا چند ترکیب بارگذاری باشد. بر این اساس مقدار K (سختی مورد نیاز) در هر ترکیب بارگذاری با اعمال ضریب وزنی طبق رابطه (۵) محاسبه می گردد.

$$F(U_C^1, U_C^2, \dots, U_C^k) = \sum_{i=1}^k W_i U_C^i, \quad W_i \geq 0 \quad (4)$$

W_i مقدار ضریب وزنی هر ترکیب بارگذاری بر اساس U_c می باشد. رابطه (۵) زمانی کاربرد دارد که مسئله مورد نظر بهینه سازی توپولوژی تحت چند ترکیب بارگذاری با ضرایب وزنی یکسان یا متفاوت قرار داشته باشد. در ادامه حجم کلی المانها بر اساس رابطه (۵) محاسبه می گردد.

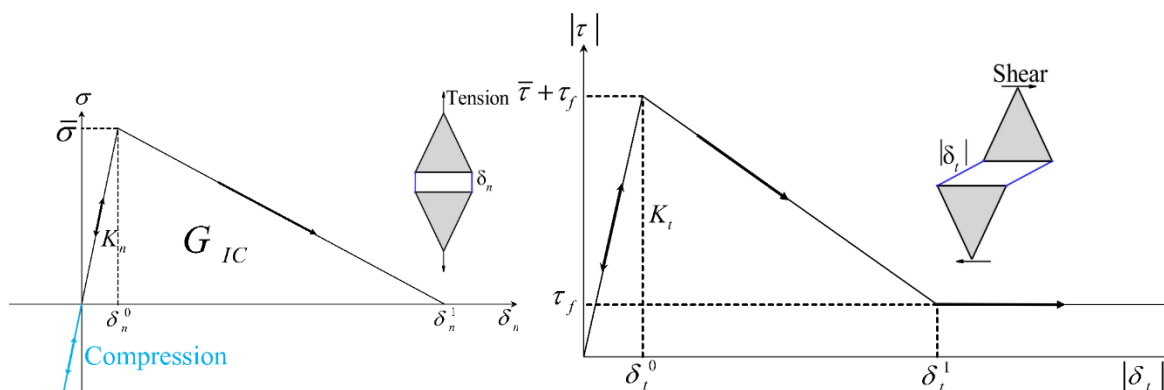
$$V = \sum_i \eta_i V_i \\ [E_i] = [E(\eta_i)] \{ \sigma_i \} = [E_i] \{ \varepsilon_i \} \quad (5)$$

در رابطه (۵)، V_i حجم المان i ام می باشد. مقدار تانسور مدول الاستیسیته به تانسور هر المان وابسته می باشد، در نتیجه تانسور مدول الاستیسیته به تانسور تنش و کرنش وابسته خواهد شد، بنابراین می توان نتیجه گرفت قسمتهای مورد نیاز (المانهای مورد نیاز) در یک مسئله ($\eta = 1$) دارای بیشترین تنش و کرنش خواهد بود و از این رو امکان گسترش ترک در این نواحی بیشتر می باشد، با این استدلال یک مسئله تحت بهینه سازی توپولوژی تحلیل می گردد و نواحی مورد نیاز تحت این تحلیل در مسئله اولیه به صورت مزو مدل سازی خواهد شد، تا هزینه محاسبات کاهش داده شود و تحلیل سریع تر و با دقت مناسب انجام شود.

۲-۴- تحلیل مدل ماکرو با روش اجزای محدود توسعه یافته

برای به دست آوردن مسیر ترک (شروع و گسترش ترک) در مقیاس ماکرو، ابتدا مدل اولیه با گسسته سازی درشت با روش اجزای محدود توسعه

1 cohesive zone model
2 Alfano and Crisfield



شکل ۷. مدل CZM الف) تحت نیروی کشش ب) تحت نیروی برش

Fig. 7. Cohesive zone model equipped with Coulomb's friction law: (A) tension; and (B) shear

نرمال و برشی و در نهایت D شاخص خسارت دارای مقداری بین ۰ تا ۱ می باشد.

برای رفتار غیرخطی ملات از سطح تسلیم ویلیام-منتری^۱ استفاده شده است. این سطح تسلیم به صورت شکل ۸ رفتار را در کشش و فشار در نظر می گیرد که جزئیات بیشتر این سطح تسلیم در مراجع [۷۵-۷۳] می باشد. شایان ذکر است رفتار سنگدانه به صورت الاستیک-خطی در نظر گرفته شد.

۲-۶- فلوجارت مدل سازی در مقیاس مزو با استفاده از بهینه سازی توپولوژی با توجه به توضیحات قسمتهای قبل و توضیح هر قسمت به صورت جداگانه، در این قسمت به صورت منسجم الگوی کلی این روش توضیح داده می شود. برای مدل سازی یک نمونه عددی در مقیاس مزو با استفاده از بهینه سازی توپولوژی، مراحل زیر باید طی شود:

۱- مدل سازی نمونه عددی در مقیاس ماکرو با گسسته سازی ماکرو و حل با استفاده از روش اجزای توسعه یافته
۲- ذخیره نتایج تنش و کرنش هر گام از مرحله قبل، این نتایج به صورت ورودی (تنش اولیه و کرنش اولیه) در مدل بهینه سازی وارد می شوند و مدل عددی تحت بهینه سازی توپولوژی تحلیل می گردد.

۳- ذخیره تمام نتایج تحلیلهای بهینه سازی توپولوژی و استخراج کل ماده (سطوح تنش بحرانی) مورد نیاز در هر گام با توجه به گسترش ترک

۴- مدل سازی در مقیاس مزو با استفاده از نتایج بهینه سازی توپولوژی،

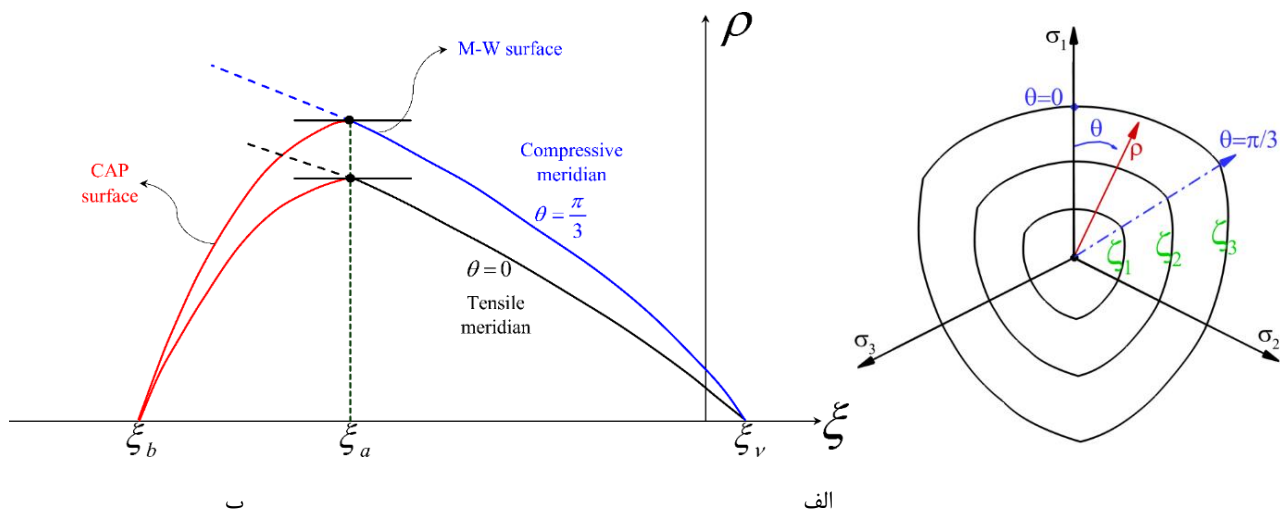
$$|\tau| = \begin{cases} \frac{\delta_t}{\delta_t^0} (\bar{\tau} + \tau_f), & \text{if } |\delta_t| < \delta_t^0 \\ \frac{\delta_t^1 - \delta_t}{\delta_t^1 - \delta_t^0} (\bar{\tau} + \tau_f), & \text{if } \delta_t^0 < |\delta_t| < \delta_t^1 \\ \tau_f, & \text{if } |\delta_t| \geq \delta_t^1 \end{cases} \quad (8)$$

$$\tau_f = \begin{cases} -\mu\sigma & \text{if } \sigma < 0 \\ 0 & \text{if } \sigma > 0 \end{cases} \quad (9)$$

$\bar{\sigma}, \bar{\tau}$ به ترتیب مقدار مقاومت برشی و کششی المان تماسی، δ_n, δ_t مقادیر جدایش المان تماسی در راستای نرمال و برشی می باشد. همچنین δ_n^0, δ_t^0 مقادیر نرمال و برشی اولین جدایش ماندگار، δ_n^1, δ_t^1 مقادیر نرمال و برشی جابجایی در انتهالی خرابی می باشد. از سطح تسلیم درجه ۲ برای ترکیب مدهای شکست استفاده شده است [۷۲-۶۹].

$$D = \sqrt{\left(\frac{G_I}{G_{IC}}\right)^2 + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIC}}\right)^2} \quad (10)$$

به ترتیب نرخ رهایی انرژی بحرانی در کشش و برش (چقرمگی شکست). G_I, G_{II} به ترتیب مقدار انرژی جذب شده در راستای



شکل ۸. سطح تسلیم ۳ بعدی (الف) کپ کششی و فشاری (ب) در فضای سه بعدی

Fig. 8. Yield Surface for the Menetrey-Willam Model a) compressive and tensile meridians in the Rendulic plane b) deviatoric sections at three generic values of hydrostatic pressure

مکانیکی قسمت‌های مختلف اجزای بتن را طبق جدول ۱ ارائه دادند. در این بررسی نیز از مشخصات مکانیکی جدول ۱ استفاده شد. با توجه به اینکه دانه بندی به صورت پیوسته می باشد و اندازه سنگدانه ها از ذرات بسیار ریز تا بسیار درشت متغیر می باشد، بنابراین نمیتوان تمام سنگدانه ها مدل سازی شود و همچنین با توجه به اینکه مقدار $d_2 = 50\%$ می باشد (شکل ۱۱-الف)، سنگدانه های بین ۲ میلیمتر تا ۱۶ میلیمتر در مدل عددی در نظر گرفته شد. برای درصد حجمی سنگدانه ها با قطر مساوی از رابطه (۱) استفاده شد. نتایج درصد حجمی سنگدانه ها با منحنی فولر مقایسه شد و با تطابق مناسب با منحنی فولر کاملا مشخص می باشد با انتخاب این تعداد قطر سنگدانه حداکثر چگالی حاصل شده است (شکل ۱۱). لازم به ذکر است طبق مکانیک شکست این تیر تحت این بارگذاری فقط دارای مود اول بازشدگی قرار می باشد.

با توجه به توضیحات قسمت ۲ برای به دست آوردن نواحی تنش بحرانی مورد نیاز برای مدل سازی در مقیاس مزو، مدل عددی در مقیاس ماکرو شبیه سازی شد. برای مدلسازی در مقیاس ماکرو از المان ۲ بعدی، ۴ گرهی استفاده شد، این المان در هر گره دارای ۲ درجه آزادی انتقالی می باشد. تعداد کل تعداد درجات آزادی در مقیاس ماکرو ۳۹۲۸۵ عدد می باشد. با تحلیل این مدل به روش اجزای محدود توسعه یافته و رشد ترک و همچنین اعمال بهینه سازی توپولوژی نواحی مورد نیاز طبق شکل ۱۲ محاسبه شد. در

در این مرحله مناطق مورد نیاز بهینه سازی توپولوژی به صورت مزو و مابقی مناطق به صورت ماکرو مدل می شوند.

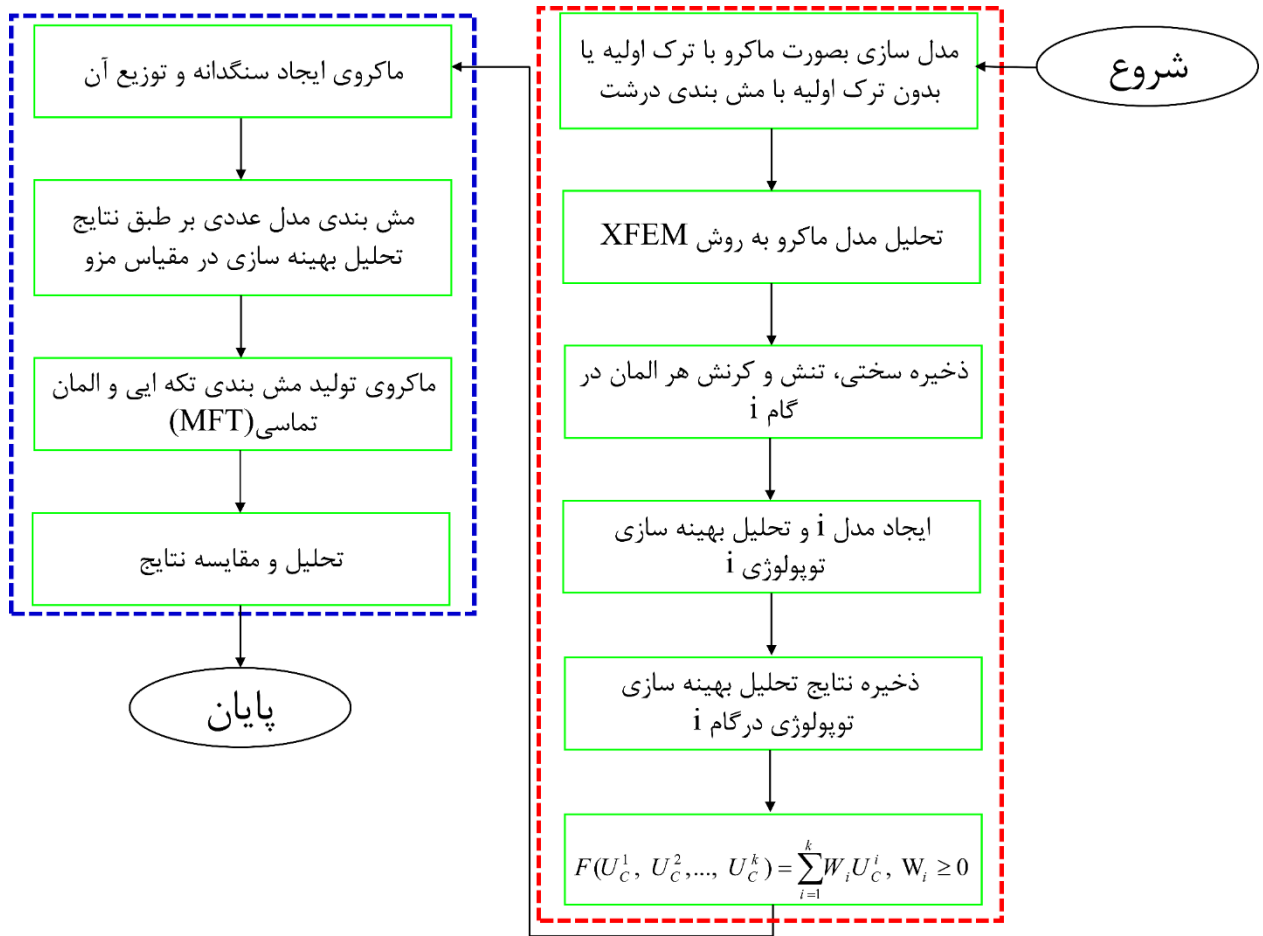
۵- توزیع سنگدانه ها در مقیاس مزو، تولید گسسته سازی تک‌های، تحلیل مدل عددی و مقایسه نتایج مدل عددی با استفاده از بهینه سازی توپولوژی و مدل سازی کل نمونه عددی در مقیاس مزو

لازم به ذکر است در این بررسی از روش اجزا محدود و اجزای محدود توسعه یافته موجود در نرم افزار Ansys استفاده شد و قسمت بهینه سازی توپولوژی با زبان فرترن کدنویسی شده و به صورت ماکرو به نرم افزار An-sys اضافه شد تا در هر گام با استفاده از نتایج اجزای محدود توسعه یافته قسمت‌های مورد نیاز مشخص شود و همچنین تولید قسمت گسسته سازی نیز توسط کدنویسی در زبان فرترن انجام گرفته است.

۳- مثالهای عددی

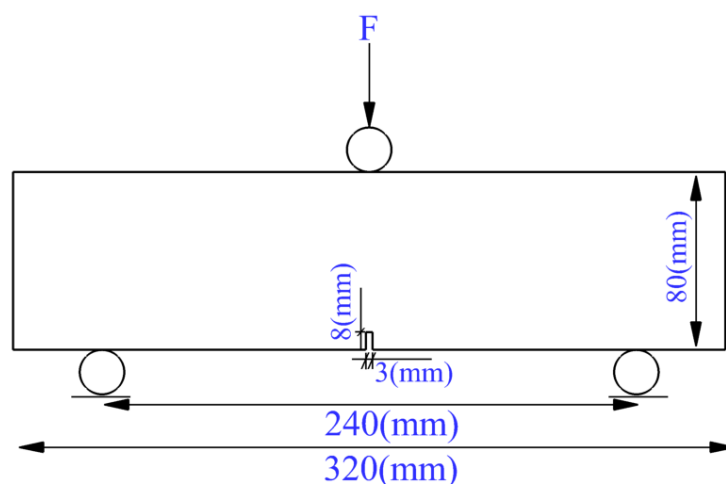
۳-۱- بررسی گسترش ترک در تیر بتنی، تحت خمش سه نقطه

در این مثال گسترش ترک در تیر بتنی با استفاده از بهینه سازی توپولوژی به صورت ۲ بعدی بررسی شد. ۲ نمونه از تیر مورد نظر به صورت آزمایشگاهی توسط اسکارزیانسکی و همکاران [۷۶] با ابعاد نشان داده شده در شکل ۱۰ آزمایش شده است. اسکارزیانسکی و همکاران [۷۷ و ۷۶ و ۴۸] مشخصات



شکل ۹. فلوجارت استفاده از بهینه‌سازی توپولوژی برای مدل‌سازی در مقیاس مزو

Fig. 9. Flowchart Using topology optimization for meso-scale modeling



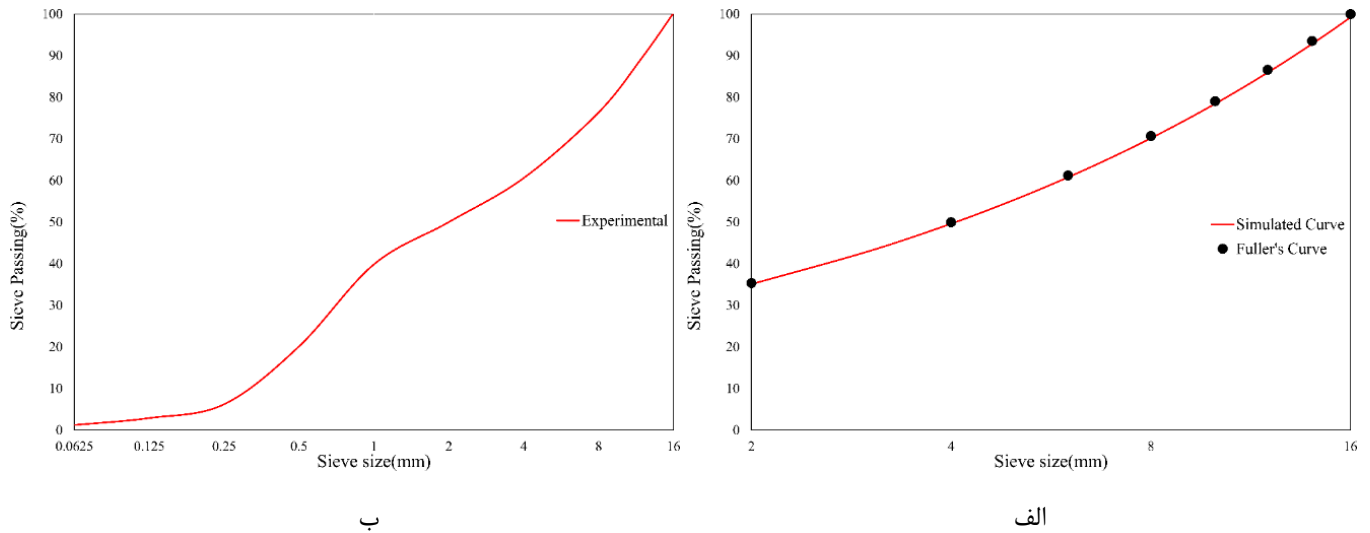
شکل ۱۰. ابعاد تیر بتنی تحت خمش سه نقطه [۴۸]

Fig. 10. Dimensions of concrete beams under three-point bending [48]

جدول ۱. مشخصات مکانیکی اجزا مختلف تیر بتنی

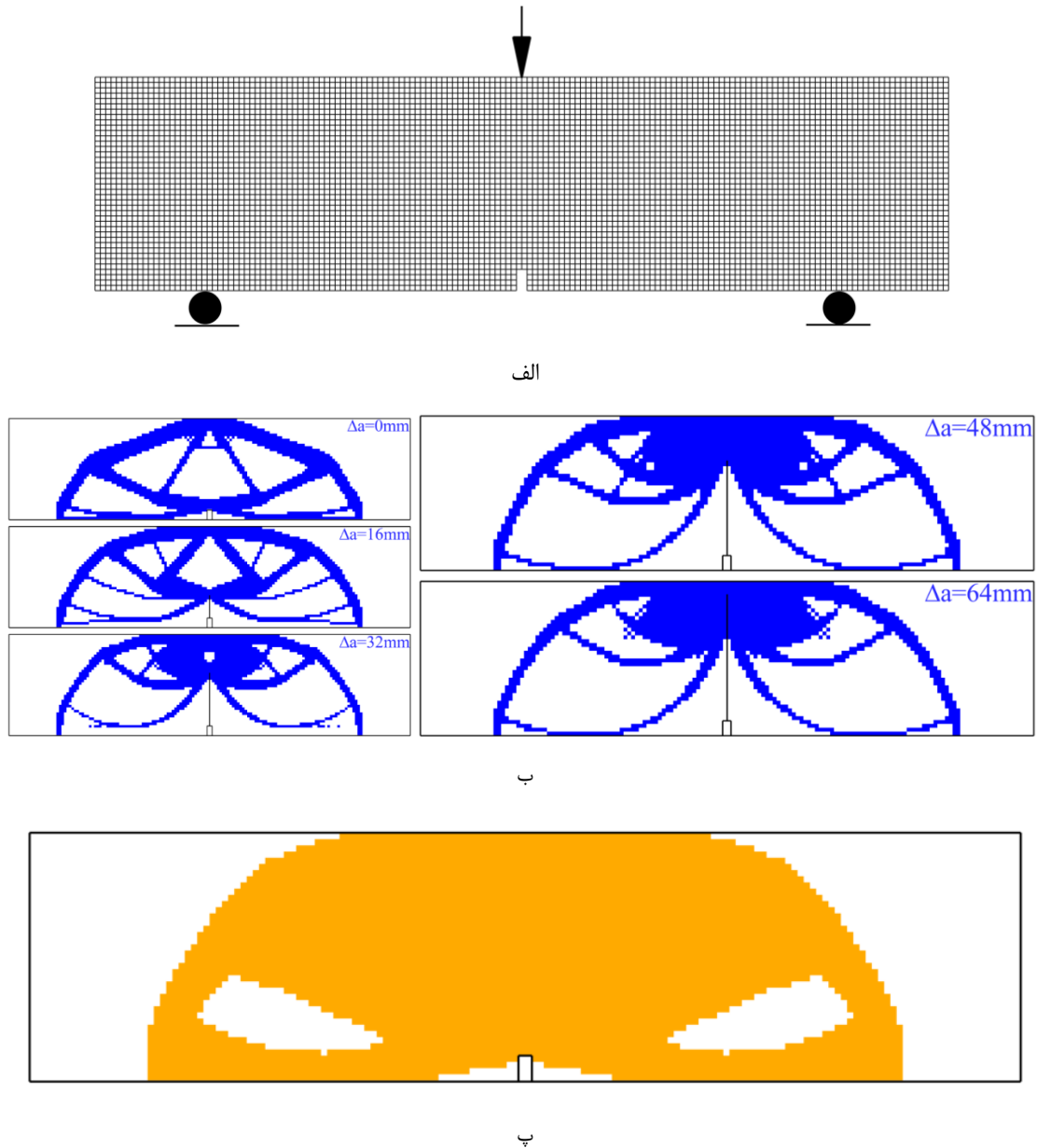
Table 1. Mechanical properties of different components of concrete beams

المان‌ها	سنگدانه	ملات سیمان	بتن
E (GPa)	۴۷/۲	۲۹/۲	۳۶/۱
ν	۰/۲	۰/۲	۰/۲
المان تماسی	ملات سیمان		ناحیه انتقال
K_0 (MPa/mm)	$۱۰^{+۶}$		$۱۰^{+۶}$
f_t (MPa)	۳/۶		۱/۶
G_f (N/m)	۲۵		۲۰



شکل ۱۱. منحنی دانه بندی سنگدانه های مصرفی در ساخت بتن [۴۸] الف) آزمایشگاهی ب) منحنی محاسباتی رابطه (۱) و فولر

Fig. 11. aggregate size distribution curve [48] a) Laboratory b) Computational Fuller curve

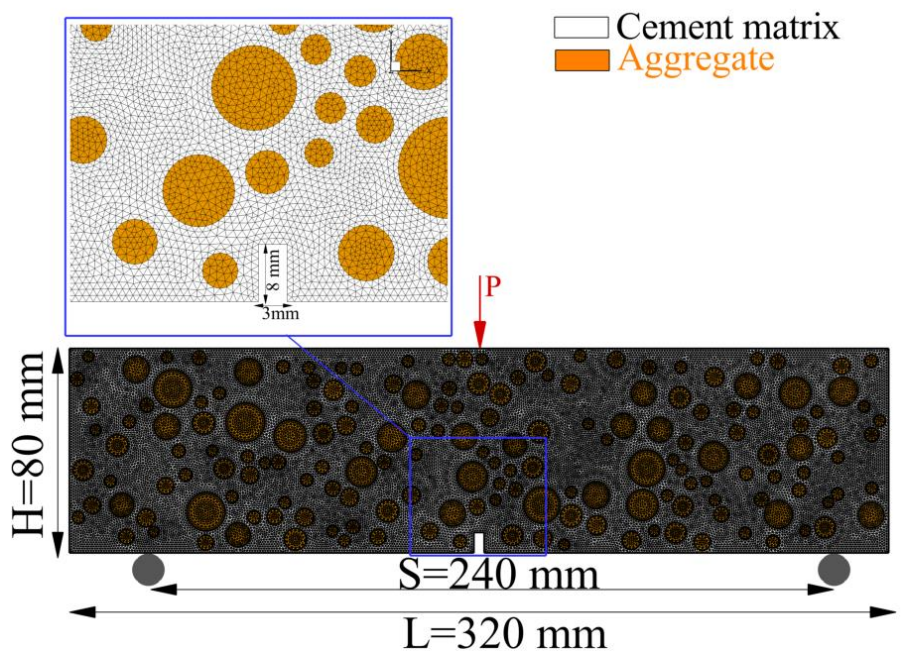


شکل ۱۲. الف) ابعاد گسسته‌سازی در تحلیل بهینه‌سازی طول اضلاع المان ۲ میلی متر ب) تحلیل بهینه‌سازی توپولوژی در چند گام خاص با توجه به رشد ترک (طول ترک ۶۴ و ۴۸ و ۳۲ و ۱۶ و ۰) پ) مجموع نتایج تحلیل بهینه‌سازی توپولوژی بر اساس جمع آثار قوا

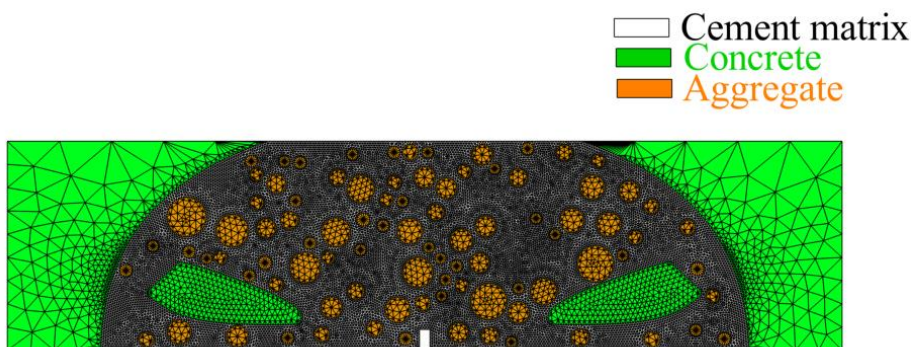
Fig. 12. a) Discretization dimensions in optimization analysis of 2 mm element lengths b) Topology optimization analysis in several specific steps according to crack growth (crack lengths, 0, 16, 32, 48, and 64) c) Total results of optimization analysis Topology based on the stress superposition principle

در ادامه تحقیق نتایج حاصل از مدل‌سازی تیر در مقیاس مزو با استفاده از بهینه‌سازی توپولوژی با نتایج مدل عددی که به صورت کامل از مقیاس مزو مدل شده، مقایسه شد. مدل‌های عددی و نحوه گسسته‌سازی در شکل ۱۳ نشان داده شده است. در مدل عددی با استفاده از بهینه‌سازی توپولوژی، نواحی خارج از محدوده بهینه‌سازی با رنگ سبز نشان داده شده است، برای

شکل ۱۲-الف ۵ نتیجه از تحلیل‌های بهینه‌سازی توپولوژی با توجه به رشد ترک در هر گام در انتهای هر تکرار تحلیل بهینه‌سازی توپولوژی نشان داده شده است، در شکل ۱۲-ب با توجه به اصل جمع آثار قوا، مجموع نتایج تحلیل‌های عددی بهینه‌سازی توپولوژی با توجه به رشد کامل ترک نشان داده شده است.



الف



ب

شکل ۱۳. مدل عددی و نحوه ی گسسته‌سازی (الف) مدل ۱ DM (ب) مدل ۲ AM

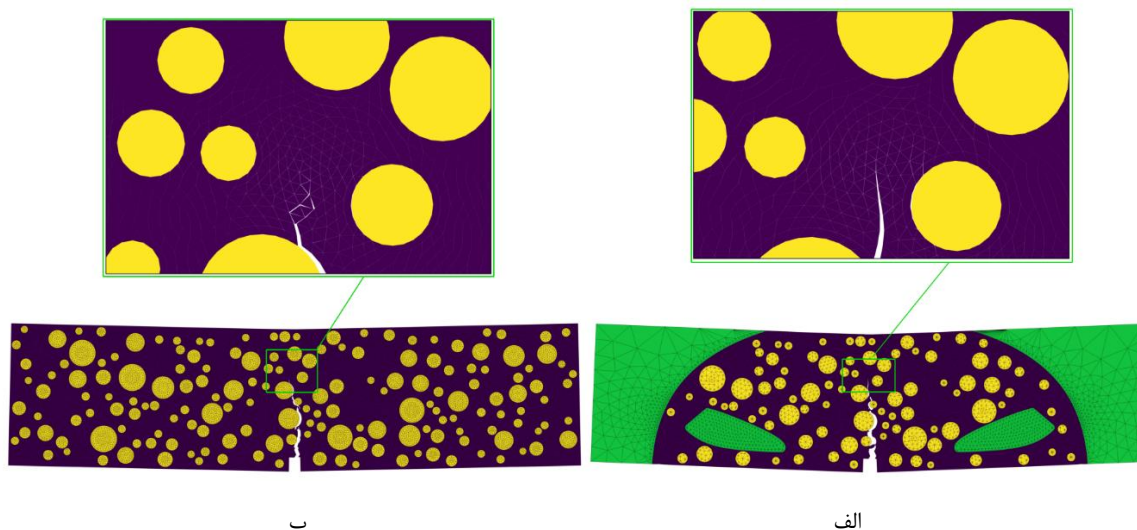
Fig. 13. Numerical model and discretization method a) Model (1) DM b) Model (2) AM

و مدل (AM) یکسان می باشد و تفاوت اندکی در گسترش ترک در آخرین گام بارگذاری وجود دارد اما الگوی کلی رشد ترک در میان سنگدانه ها و تغییر جهت آن ها یکسان می باشد. با توجه به شکل ۱۵ تطابق مناسبی بین نمودار نیرو-بازشدگی ترک، بین نتایج آزمایشگاهی و مدل های عددی مشاهده می شود. در این نمودار سختی اولیه بین مدل های آزمایشگاهی و عددی تقریباً یکسان می باشد، رفتار مدل های عددی در قسمت نرم شوندگی تطابق کاملاً مناسبی با نتایج آزمایشگاهی دارد. مدل (AM) مقدار نیروی

این نواحی که رفتار ماکرو بوده، از خصوصیات مکانیکی بتن استفاده شد. لازم به ذکر است برای مقایسه بین نتایج، مدل عددی که به صورت کامل در مقیاس مزو مدل سازی شده، مدل ۱ (DM) و مدل عددی که با استفاده از بهینه سازی عددی در مقیاس مزو مدل سازی شده، مدل ۲ (AM) نامگذاری کرده ایم.

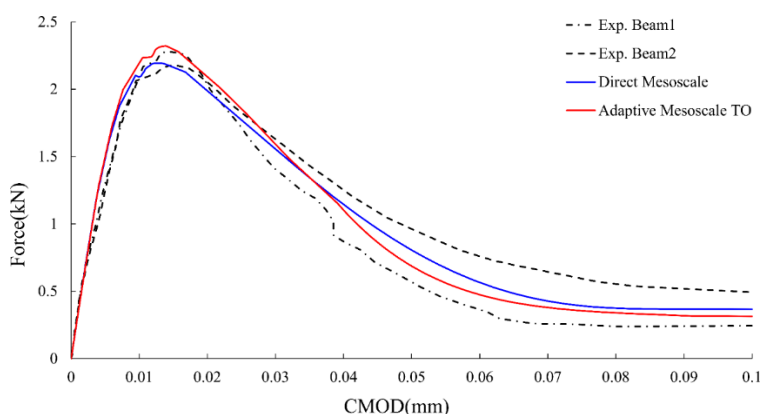
با توجه به شکل ۱۴ تقریباً الگوی کلی ترک خوردگی بین مدل (DM)

- 1 Direct Meso-scale
- 2 Adaptive Meso-scale



شکل ۱۴. نحوه ی ترک خوردگی در مدل عددی الف) مدل DM ب) مدل AM (بزرگ‌نمایی ۳۰ برابر)

Fig. 14. Cracking propagation in numerical model a) DM model b) AM model (30x magnification)



شکل ۱۵. مقایسه ی نتایج نیرو- بازشدگی ترک

Fig. 15. Comparison of force-CMOD

نمونه در مقیاس مزو فقط مناطق مورد نیاز (مناطق بحرانی) در مقیاس مزو مدل گردد. لازم به ذکر است تمامی تحلیل‌ها توسط پردازنده Intel i7-6700k@4.00GHz با رم ۳۲ گیگابایت DDR4 و هارد SSD با سرعت خواندن اطلاعات ۵۶۰ مگابایت بر ثانیه و سرعت ذخیره اطلاعات ۵۳۰ مگابایت بر ثانیه انجام گرفته است.

۳-۲- بررسی گسترش ترک در تیر بتنی، تحت خمش چهار نقطه

در این مثال گسترش ترک در تیر بتنی تحت خمش چهار نقطه با

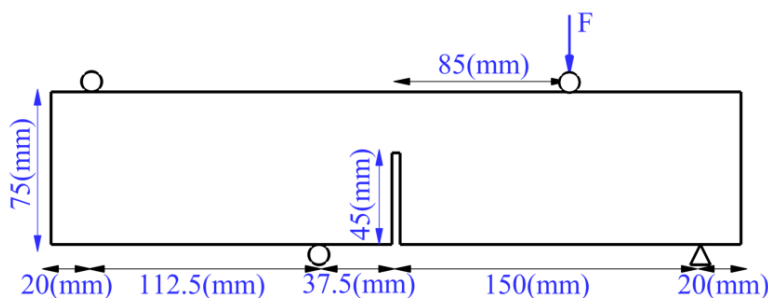
بیشتری نسبت به مدل (DM) تحمل کرده است. احتمالاً دلیل این امر وجود المانهای بزرگ‌تر نسبت به مدل (DM) می باشد.

با توجه به اینکه هدف این روش کاهش حجم محاسبات می باشد، بنابراین با مقایسه زمان حل برای هر ۲ مدل، کاملاً تاثیر این روش مشخص می شود. تعداد معادلات حل شده و زمان حل تقریباً ۳۲/۸ درصد کاهش یافته است (جدول ۲). با توجه به اینکه تقریباً تمامی نتایج یکسان و تطابق مناسبی بین ۲ مدل با نتایج آزمایشگاهی مشاهده می شود، از این رو منطقی به نظر می‌رسد با استفاده از این الگوریتم ساده، به جای مدل‌سازی کل

جدول ۲. مقایسه زمان تحلیل و تعداد معادلات در هر مدل

Table 2. Comparison of analysis time and number of equations in each model

	تعداد معادلات	زمان حل (CPU time)
Direct Mesoscale	۵۴۰۲۶۰	۱۰۲۷۴۱/۳۴ Sec (۲۸/۵۳۳۹h)
Adaptive Mesoscale TO	۳۶۳۰۴۰	۶۹۰۳۹/۳۸ Sec (۱۹/۱۷۷h)



شکل ۱۶. ابعاد تیر بتنی تحت خمشی چهار نقطه

Fig. 16. Dimensions of concrete beams under four-point bending

محدود توسعه یافته و رشد ترک و همچنین اعمال بهینه‌سازی توپولوژی مناطق بحرانی مورد نیاز طبق شکل ۱۸ به دست آمد. شکل ۱۸-ب و ۱۸-پ به ترتیب ۵ نتیجه از تحلیل‌های بهینه‌سازی توپولوژی با رشد ترک به صورت تصادفی و مجموع نتایج تحلیل‌های عددی بهینه‌سازی توپولوژی نشان داده شده است.

در ادامه تحقیق نتایج مدل‌سازی در مقیاس مزو به صورت M^2D و AM^3 مقایسه شد. مدل‌های عددی و نحوه گسسته‌سازی مطابق شکل ۱۹ می باشد. در مدل عددی AM ، قسمت‌های سبز رنگ که خارج از محدوده مدل‌سازی در مقیاس مزو می باشند، از خصوصیات مکانیکی بتن استفاده شد. با توجه به شکل ۲۰ تقریباً الگوی کلی ترک خوردگی بین مدل DM و مدل AM یکسان می باشد و تفاوت اندکی در گسترش ترک در آخرین گام بارگذاری وجود دارد اما الگوی کلی رشد ترک در میان سنگدانه ها و تغییر جهت آن‌ها یکسان است. تطابق کاملاً مناسبی بین الگوی ترک

استفاده از بهینه‌سازی توپولوژی به صورت ۲ بعدی بررسی شد. ۲ نمونه از این تیر این تیر در آزمایشگاه توسط گالوز^۱ و همکاران [۷۸] با ابعاد نشان داده شده در شکل ۱۶ آزمایش شده است. گالوز و همکاران [۷۸] مشخصات مکانیکی قسمت‌های مختلف اجزای بتن را طبق جدول ۳ در نظر گرفتند. در این تحقیق از مشخصات مکانیکی ارائه شده در جدول ۳ استفاده شد. برای مدل‌سازی سنگدانه ها در بتن، با توجه به اینکه اندازه سنگدانه ها بین ۲ تا ۵ میلیمتر متغیر می باشد و منحنی دانه بندی توسط گالوز و همکاران ارائه نشده است [۷۸]، لذا برای درصد حجمی هر قطر سنگدانه از رابطه (۲) استفاده شد و نتایج با منحنی فولر مقایسه شد و کاملاً مشخص می باشد توزیع دانه ها با حداکثر چگالی در نظر گرفته شده است (شکل ۱۷).

با توجه به توضیحات قسمت ۲ برای به دست آوردن قسمت‌های بحرانی تنش و محل‌های انتقال نیرو در مدل ماکرو، از روش اجزای محدود توسعه یافته با ۳۶۹۰۴ درجه آزادی استفاده شد. با تحلیل این مدل به روش اجزای

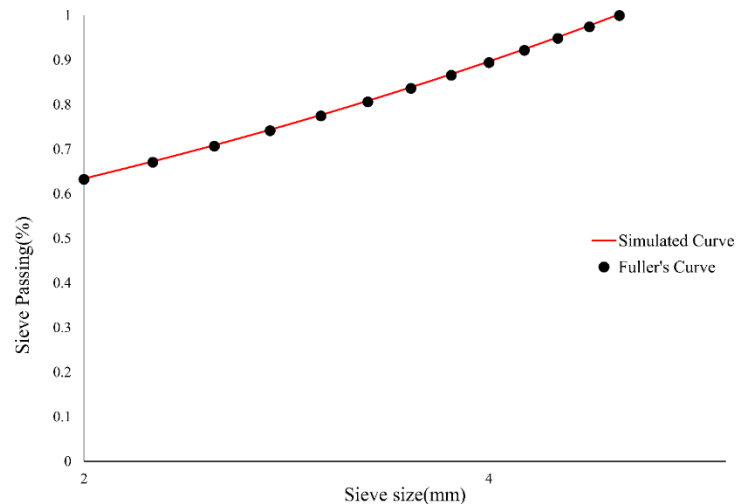
2 Direct Meso-scale
3 Adaptive Meso-scale

1 Galvez et al

جدول ۳. مشخصات مکانیکی اجزا مختلف

Table 3. Mechanical properties of different components of concrete beams

المانها	سنگدانه	ملات سیمان	بتن
E (GPa)	۵۰	۳۰/۲	۳۸
ν	۰/۲	۰/۲	۰/۲
المان تماسی		ملات سیمان	ناحیه انتقال
K_0 (MPa/mm)		۱۰ ^{+۶}	۱۰ ^{+۶}
f_t (MPa)		۴	۴
G_f (N/m)		۹۲	۴۶



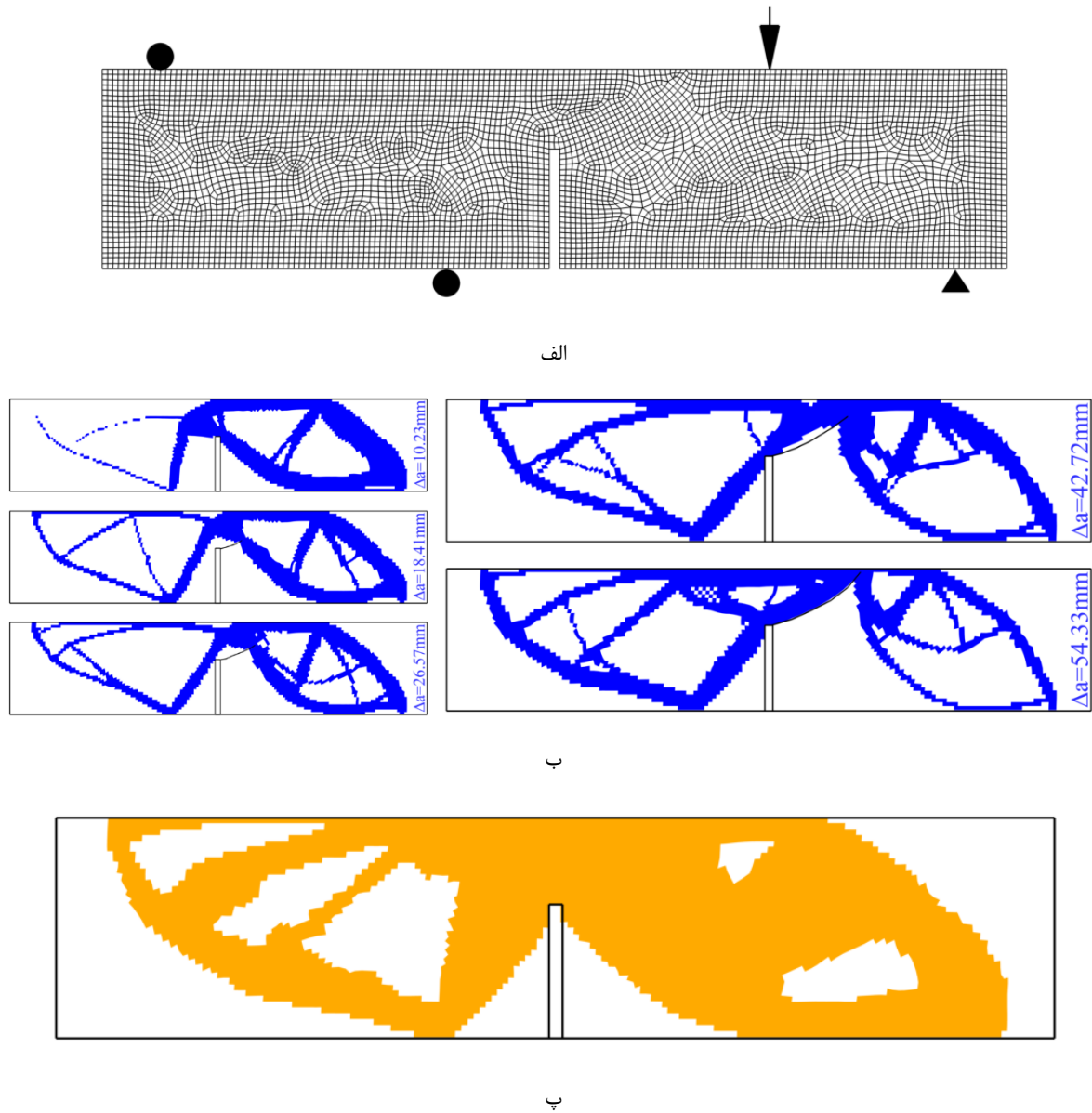
شکل ۱۷. منحنی دانه بندی سنگدانه ای مصرفی در ساخت بتن تیر تحت خمش ϵ نقطه و مقایسه با منحنی فولر

Fig. 17. aggregate size distribution curve used in the construction of beam concrete under 4-point bending and comparison with Fuller curve

است، احتمالاً دلیل این امر وجود المانهایی با سایز نسبتاً بزرگتر در ناحیه خارج از محدوده بحرانی می باشد.

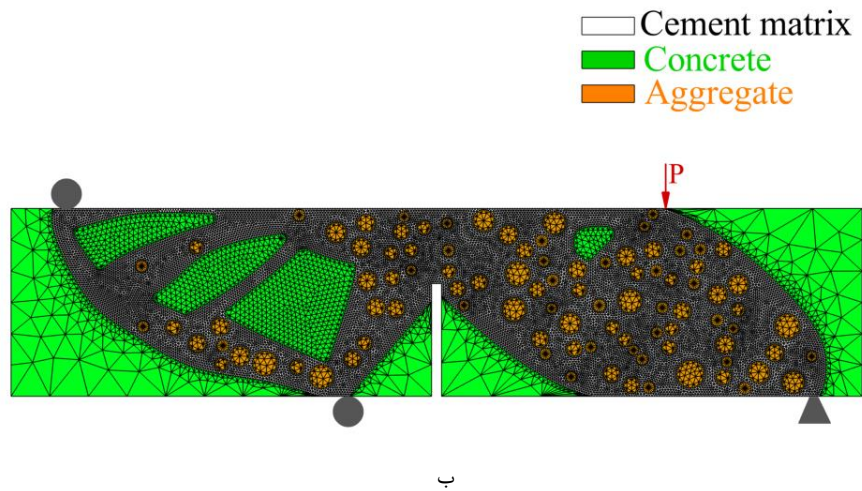
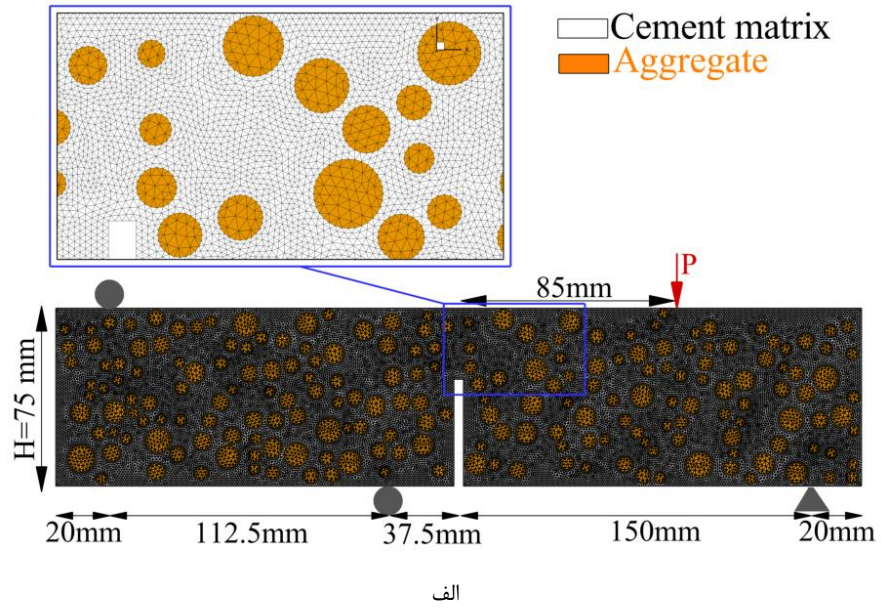
با توجه به اینکه هدف این روش کاهش حجم محاسبات عددی (CPU time) می باشد، لذا با مقایسه زمان حل برای هر دو مدل کاملاً تاثیر این روش مشخص است. تعداد معادلات حل شده و زمان حل تقریباً ۳۷/۳ درصد کاهش یافته است (جدول ۴). با توجه به اینکه تقریباً تمامی نتایج یکسان و

خوردگی در آزمایشگاه و مدل AM در شکل ۲۰-پ مشاهده می شود. با توجه به شکل ۲۱ تطابق مناسبی بین نمودار نیرو-بازشدگی ترک، بین نتایج آزمایشگاهی و مدل‌های عددی مشاهده می شود، در این نمودار سختی اولیه بین مدل‌های آزمایشگاهی و عددی تقریباً یکسان می باشد، رفتار مدل‌های عددی در قسمت نرم شوندگی تطابق کاملاً مناسبی با نتایج آزمایشگاهی دارد. مقدار نیروی بیشتری نسبت به مدل DM تحمل کرده



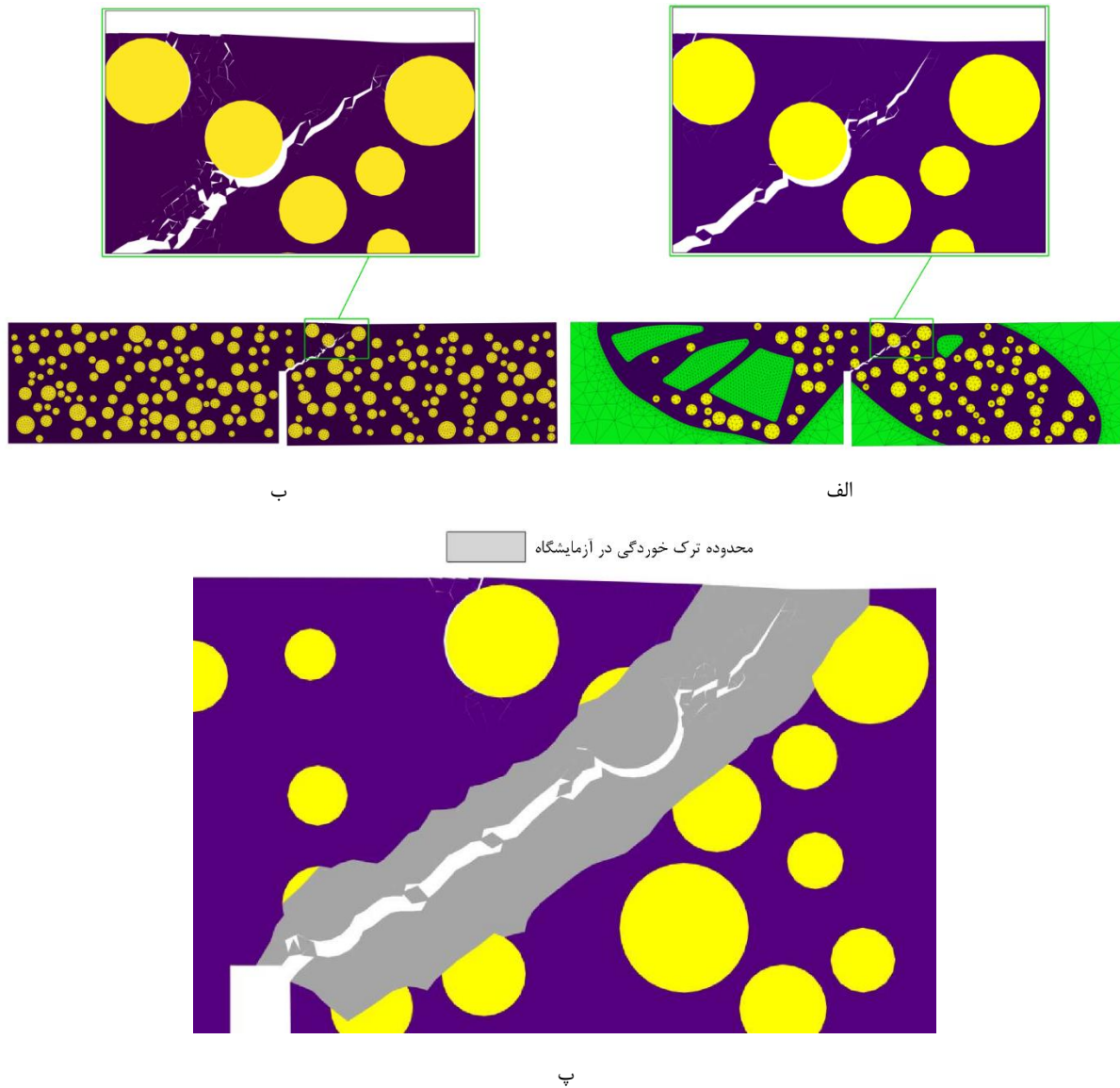
شکل ۱۸. الف) ابعاد گسسته‌سازی در تحلیل بهینه‌سازی طول اضلاع المان ۲ میلی‌متر ب) تحلیل بهینه‌سازی توپولوژی در چند گام خاص با توجه به رشد ترک (طول ترک، ۱۰/۲۳ و ۱۸/۴۱ و ۲۶/۵۷ و ۴۲/۷۲ و ۵۴/۳۳) ب) مجموع نتایج تحلیل بهینه‌سازی توپولوژی بر اساس جمع آثار قوا

Fig. 18. a) Discretization dimensions in optimization analysis of 2 mm element lengths b) Topology optimization analysis in several specific steps according to crack growth (crack lengths, 10.23, 18.41, 26.57, 42.72, and 54.33) c) Total results of optimization analysis Topology based on the stress superposition principle



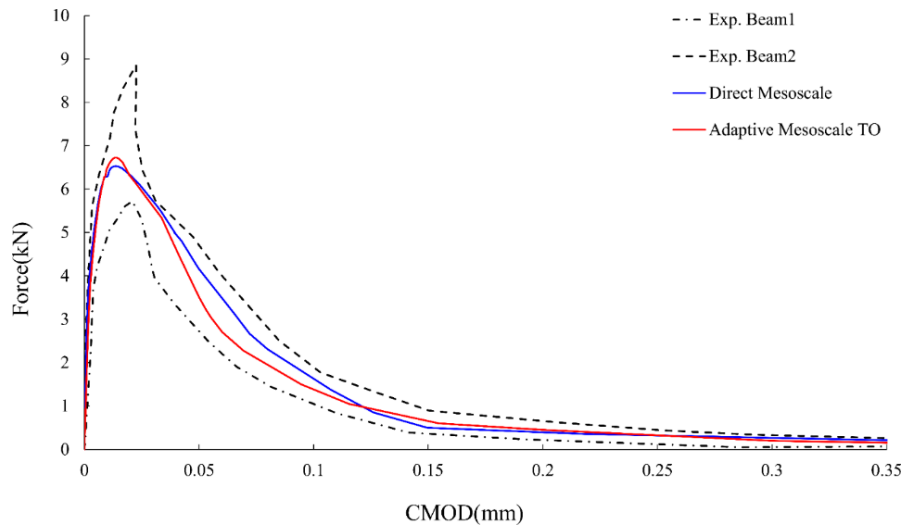
شکل ۱۹. مدل عددی و نحوه ی گسسته‌سازی الف) DM ب) AM

Fig. 19. Numerical model and discretization method a) Model (1) DM b) Model (2) AM



شکل ۲۰. نحوه ی ترک خوردگی در مدل عددی الف) مدل DM ب) مدل AM (بزرگ‌نمایی ۳۰ برابر) پ) مقایسه محدوده گسترش ترک در آزمایشگاه و مدل AM

Fig. 20. Cracking propagation in numerical model in the numerical model a) DM model b) AM model (30x magnification) c) Comparison of crack propagation range in the laboratory and AM model



شکل ۲۱. مقایسه ی نتایج نیرو- بازشدگی ترک

Fig. 21. Comparison of force-CMOD

جدول ۴. مقایسه زمان تحلیل و تعداد معادلات در هر مدل

Table 4. Comparison of analysis time and number of equations in each model

	تعداد معادلات	زمان حل (CPU time)
Direct Mesoscale	۵۶۹۰۷۸	۱۰۸۶۵۰/۳۴ Sec (۳۰/۱۰۸h)
Adaptive Mesoscale TO	۳۶۲۸۶۰	۶۸۰۳۹/۳۸ Sec (۱۸/۸۹۹h)

کرنش و رشد ترک)، این نتایج به عنوان ورودی در ماکروی بهینه‌سازی توپولوژی با فرمولاسیون سختی بیشینه وارد می‌شود. بنابراین در هر گام از تحلیل در مقیاس ماکرو، مدل با استفاده از روش بهینه‌سازی توپولوژی تحلیل میگردد و مناطق بحرانی تنش مشخص می‌شود. مناطق بحرانی در تحلیل بهینه‌سازی توپولوژی به صورت تجمعی، ذخیره میگردد، این مناطق که مستعد شروع و رشد ترک هستند، در مقیاس مزو مدلسازی می‌شوند، و به جای مدلسازی کل نمونه در مقیاس مزو، فقط نواحی بحرانی در مقیاس مزو مدل می‌شود. برای مدلسازی نمونه در مقیاس مزو ابتدا با الگوریتم تصادفی و منحنی فولر محل و مقدار سنگدانه‌ها مشخص می‌شود، لازم به ذکر است تمامی سنگدانه دایره‌های فرض شده اند. در ادامه با روش گسسته‌سازی

تطابق مناسبی بین دو مدل با نتایج آزمایشگاهی مشاهده می‌شود، از این رو منطقی به نظر میرسد با استفاده از این الگوریتم ساده، به جای مدل‌سازی کل نمونه در مقیاس مزو فقط مناطق مورد نیاز (مناطق که شدت نیرو در آن بیشتر است) در مقیاس مزو مدل گردد.

۴- نتیجه گیری

در این مقاله یک روش عددی برای مدل‌سازی تیرهای بتنی در مقیاس مزو ارائه شد. این روش در دو مقیاس جداگانه ماکرو و مزو عمل میکند. مدل ابتدا در مقیاس ماکرو با استفاده از روش اجزای محدود توسعه یافته تحلیل می‌شود و نتایج تحلیل و رشد ترک در هر گام ذخیره میگردد (تنش،

- [7] D'Addetta, G.A. and E. Ramm, A Microstructure-based Simulation Environment on the Basis of an Interface Enhanced Particle Model. *Granular Matter*, 2006. 8(3): p. 159.
- [8] Zubelewicz, A. and Z.P. Bažant, Interface Element Modeling of Fracture in Aggregate Composites. *Journal of Engineering Mechanics*, 1987. 113(11): p. 1619-1630.
- [9] Häfner, S., et al., Mesoscale modeling of concrete: Geometry and numerics. *Computers & Structures*, 2006. 84(7): p. 450-461.
- [10] Unger, J.F. and S. Eckardt, Multiscale Modeling of Concrete. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2011. 18(3): p. 341.
- [11] Wang, Z.M., A.K.H. Kwan, and H.C. Chan, Mesoscopic study of concrete I: generation of random aggregate structure and finite element mesh. *Computers & Structures*, 1999. 70(5): p. 533-544.
- [12] Wriggers, P. and S.O. Moftah, Mesoscale models for concrete: Homogenisation and damage behaviour. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2006. 42(7): p. 623-636.
- [13] Permanoon, A. and A.H. Akhaveissy, Effects of Meso-scale Modeling on Concrete Fracture Parameters Calculation. *Periodica Polytechnica. Civil Engineering*, 2019. 63(3): p. 782.
- [14] CABALLERO, A., I. CAROL, and C.M. LÓPEZ, 3D meso-mechanical analysis of concrete specimens under biaxial loading. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2007. 30(9): p. 877-886.
- [15] Caballero, A., C.M. López, and I. Carol, 3D meso-structural analysis of concrete specimens under uniaxial tension. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2006. 195(52): p. 7182-7195.
- [16] Carol, I., C.M. López, and O. Roa, Micromechanical analysis of quasi-brittle materials using fracture-based interface elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2001. 52(1-2): p. 193-215.
- [17] Oliver, J., et al., Continuum approach to computational multiscale modeling of propagating
- تکه‌ای مدل اجزای محدود ساخته می‌شود. گسسته‌سازی تکه‌ای بر پایه ی سطح شکست تنش-جابجایی استوار می‌باشد. بر این اساس ترک به راحتی از هر ناحیه‌ی مستعدی شروع و گسترش می‌یابد. در این بررسی دو نمونه عددی به صورت ۲ بعدی توسط این روش در مقیاس مزو مدل‌سازی شد. شروع و رشد ترک در هر دو مدل تطابق مناسبی با نتایج آزمایشگاهی داشت. به طور کلی این روش دارای دو مزیت زیر می‌باشد:
- ۱- تطابق الگوی کلی رشد ترک با نتایج آزمایشگاهی
- ۲- کاهش هزینه محاسباتی در مقیاس مزو
- در دو نمونه عددی با استفاده از بهینه سازی توپولوژی، برای تیر سه نقطه، ۳۲/۸ درصد و تیر ۴ نقطه، ۳۷/۳ درصد نسبت مدل‌سازی کلی در مقیاس مزو، هزینه محاسباتی کاهش یافت. به نظر می‌رسد، با توجه به اینکه CPU time عامل مهمی در مدل‌سازیهای عددی ایفا می‌کند، استفاده از این روش برای کاهش این زمان مناسب می‌باشد.

منابع

- [1] López, C.M., I. Carol, and A. Aguado, Meso-structural study of concrete fracture using interface elements. I: numerical model and tensile behavior. *Materials and Structures*, 2008. 41(3): p. 583-599.
- [2] Pourbakhshian, S. and M. Ghaemian, Investigating stage construction in high concrete arch dams. *Indian Journal of Science and Technology*, 2015. 8(14): p. 1.
- [3] Pouraminian, M., S. Pourbakhshian, and M. Moahammad Hosseini, Reliability analysis of Pole Kheshti historical arch bridge under service loads using SFEM. *Journal of Building Pathology and Rehabilitation*, 2019. 4(1): p. 21.
- [4] Grassl, P. and M. Jirásek, Meso-scale approach to modelling the fracture process zone of concrete subjected to uniaxial tension. *International Journal of Solids and Structures*, 2010. 47(7): p. 957-968.
- [5] Bolander, J.E. and S. Saito, Fracture analyses using spring networks with random geometry. *Engineering Fracture Mechanics*, 1998. 61(5): p. 569-591.
- [6] Cusatis, G., Z.P. Bažant, and L. Cedolin, Confinement-shear lattice CSL model for fracture propagation in concrete. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2006. 195(52): p. 7154-7171.

- of Fracture, 2004. 128(1): p. 233-242.
- [28] De Schutter, G. and L. Taerwe, Random particle model for concrete based on Delaunay triangulation. *Materials and Structures*, 1993. 26(2): p. 67-73.
- [29] Niknezhad, D., et al., Towards a realistic morphological model for the meso-scale mechanical and transport behavior of cementitious composites. *Composites Part B: Engineering*, 2015. 81: p. 72-83.
- [30] Schlangen, E. and E.J. Garboczi, Fracture simulations of concrete using lattice models: Computational aspects. *Engineering Fracture Mechanics*, 1997. 57(2): p. 319-332.
- [31] Garboczi, E.J., Three-dimensional mathematical analysis of particle shape using X-ray tomography and spherical harmonics: Application to aggregates used in concrete. *Cement and Concrete Research*, 2002. 32(10): p. 1621-1638.
- [32] Huang, Y., et al., 3D meso-scale fracture modelling and validation of concrete based on in-situ X-ray Computed Tomography images using damage plasticity model. *International Journal of Solids and Structures*, 2015. 67-68: p. 340-352.
- [33] de Wolski, S.C., J.E. Bolander, and E.N. Landis, An In-Situ X-Ray Microtomography Study of Split Cylinder Fracture in Cement-Based Materials. *Experimental Mechanics*, 2014. 54(7): p. 1227-1235.
- [34] Li, Q., G. Steven, and Y. Xie, On equivalence between stress criterion and stiffness criterion in evolutionary structural optimization. *Structural optimization*, 1999. 18(1): p. 67-73.
- [35] McKeown, J.J., A note on the equivalence between maximum stiffness and maximum strength trusses. *Engineering Optimization*, 1997. 29(1-4): p. 443-456.
- [36] Papadrakakis, M., et al., Advanced solution methods in topology optimization and shape sensitivity analysis. *Engineering Computations: Int J for Computer-Aided Engineering*, 1996. 1:(5)3 p. 57-90.
- [37] Bendsoe, M.P. and O. Sigmund, Material interpolation schemes in topology optimization. *Archive of Fracture and Damage Mechanics*, 2004. 1(1): p. 1-11.
- [18] Roubin, E., et al., Multi-scale failure of heterogeneous materials: A double kinematics enhancement for Embedded Finite Element Method. *International Journal of Solids and Structures*, 2015. 52: p. 180-196.
- [19] Du, X., L. Jin, and G. Ma, Numerical modeling tensile failure behavior of concrete at mesoscale using extended finite element method. *International Journal of Damage Mechanics*, 2014. 23(7): p. 872-898.
- [20] Bažant, Z.P., et al., Random Particle Model for Fracture of Aggregate or Fiber Composites. *Journal of Engineering Mechanics*, 1990. 116(8): p. 1686-1705.
- [21] Eliáš, J. and H. Stang, Lattice modeling of aggregate interlocking in concrete. *International Journal of Fracture*, 2012. 175(1): p. 1-11.
- [22] Grassl, P., et al., Meso-scale modelling of the size effect on the fracture process zone of concrete. *International Journal of Solids and Structures*, 2012. 49(13): p. 1818-1827.
- [23] Leite, J.P.B., V. Slowik, and H. Mihashi, Computer simulation of fracture processes of concrete using mesolevel models of lattice structures. *Cement and Concrete Research*, 2004. 34(6): p. 1025-1033.
- [24] Lilliu, G. and J.G.M. van Mier, 3D lattice type fracture model for concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 2003. 70(7): p. 927-941.
- [25] Wang, X., Z. Yang, and A.P. Jivkov, Monte Carlo simulations of mesoscale fracture of concrete with random aggregates and pores: a size effect study. *Construction and Building Materials*, 2015. 80: p. 262-272.
- [26] Kim, S.-M. and R.K. Abu Al-Rub, Meso-scale computational modeling of the plastic-damage response of cementitious composites. *Cement and Concrete Research*, 2011. 41(3): p. 339-358.
- [27] Carpinteri, A., P. Cornetti, and S. Puzzi, A stereological analysis of aggregate grading and size effect on concrete tensile strength. *International Journal of Fracture*, 2004. 128(1): p. 233-242.

- 27-50.
- [49] Wang, X., M. Zhang, and A.P. Jivkov, Computational technology for analysis of 3D meso-structure effects on damage and failure of concrete. *International Journal of Solids and Structures*, 2016. 80: p. 310-333.
- [50] Trawiński, W., J. Bobiński, and J. Tejchman, Two-dimensional simulations of concrete fracture at aggregate level with cohesive elements based on X-ray μ CT images. *Engineering Fracture Mechanics*, 2016. 168: p. 204-226.
- [51] Maleki, M., et al., On the effect of ITZ thickness in meso-scale models of concrete. *Construction and Building Materials*, 2020. 258: p. 119639.
- [52] López, C.M., I. Carol, and A. Aguado, Meso-structural study of concrete fracture using interface elements. II: compression, biaxial and Brazilian test. *Materials and Structures*, 2008. 41(3): p. 601-620.
- [53] Gui, X., et al. Structural Topology Optimization based on Parametric Level Set Method under the Environment of ANSYS Secondary Development. in *2nd International Conference on Computer Engineering, Information Science & Application Technology (ICCIA 2017)*. 2016. Atlantis Press.
- [54] Hu, J., et al., Fracture strength topology optimization of structural specific position using a bi-directional evolutionary structural optimization method. *Engineering Optimization*, 2019.
- [55] Du, Z., et al., Structural topology optimization involving bi-modulus materials with asymmetric properties in tension and compression. *Computational Mechanics*, 2019. 63(2): p. 335-363.
- [56] Amir, O. and E. Shakour, Simultaneous shape and topology optimization of prestressed concrete beams. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2018. 57(5): p. 1831-1843.
- [57] Munk, D.J., G.A. Vio, and G.P. Steven, Topology and shape optimization methods using evolutionary algorithms: a review. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2015. 52(3): p. 61631-3.
- [58] Sukumar, N. and J.H. Prévost, Modeling quasi-static of applied mechanics, 1999. 69(9-10): p. 635-654.
- [38] Grandhi, R., Structural optimization with frequency constraints-a review. *AIAA journal* :31(12), p. 2296-2303.
- [39] Xie, Y.M. and G.P. Steven, Basic evolutionary structural optimization, in *Evolutionary structural optimization*. 1997, Springer. p. 12-29.
- [40] Huang, X., Z. Zuo, and Y. Xie, Evolutionary topological optimization of vibrating continuum structures for natural frequencies. *Computers & structures*, 2010. 88(5-6): p. 357-364.
- [41] Keller, J.B., The shape of the strongest column. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 1960. 5(1): p. 275-285.
- [42] Szyszkowski, W. and L. Watson, Optimization of the buckling load of columns and frames. *Engineering Structures*, 1988. 10(4): p. 249-256.
- [43] Szyszkowski, W., L. Watson, and B. Fietkiewicz, Bimodal optimization of frames for maximum stability. *Computers & structures*, 1989. 32(5): p. 11104-093.
- [44] Rong, J., Y. Xie, and X. Yang, An improved method for evolutionary structural optimisation against buckling. *Computers & Structures*, 2001. 79(3): p. 253-263.
- [45] Walraven, J. and H. Reinhardt, Concrete mechanics. Part A: Theory and experiments on the mechanical behavior of cracks in plain and reinforced concrete subjected to shear loading. *STIN*, 1981. 82: p. 25417.
- [46] Rodrigues, E.A., et al., 2D mesoscale model for concrete based on the use of interface element with a high aspect ratio. *International Journal of Solids and Structures*, 2016. 94: p. 112-124.
- [47] Rodrigues, E.A., et al., An adaptive concurrent multiscale model for concrete based on coupling finite elements. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2018. 328: p. 2646-.
- [48] Trawiński, W., J. Tejchman, and J. Bobiński, A three-dimensional meso-scale modelling of concrete fracture, based on cohesive elements and X-ray μ CT images. *Engineering Fracture Mechanics*, 2018. 189: p.

- Sinica, 2009. 22(5): p. 443-452.
- [68] Belytschko, T., et al., Nonlinear finite elements for continua and structures. 2013: John Wiley & sons.
- [69] Feng, D.-C. and J.-Y. Wu, Phase-field regularized cohesive zone model (CZM) and size effect of concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 2018. 197: p. 66-79.
- [70] Nian, G., et al., A cohesive zone model incorporating a Coulomb friction law for fiber-reinforced composites. *Composites Science and Technology*, 2018. 157: p. 195-201.
- [71] Yang, Z.-J., B.-B. Li, and J.-Y. Wu, X-ray computed tomography images based phase-field modeling of mesoscopic failure in concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 2019. 208: p. 151-170.
- [72] Dahi Taleghani, A., et al., Numerical simulation of hydraulic fracture propagation in naturally fractured formations using the cohesive zone model. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2018. 165: p. 42-57.
- [73] Menetrey, P., Numerical analysis of punching failure in reinforced concrete structures. EPFL.
- [74] Menétrey, P., Synthesis of punching failure in reinforced concrete. *Cement and Concrete Composites*, 2002. 24(6) : p. 497-507.
- [75] Dmitriev, A., et al., Calibration and Validation of the Menetrey-Willam Constitutive Model for Concrete. *Construction of Unique Buildings and Structures*, 2020. 88(3): p. 8804-8804.
- [76] Skarżyński, Ł. and J. Tejchman, Experimental Investigations of Fracture Process in Concrete by Means of X-ray Micro-computed Tomography. *Strain*, 2016. 52(1): p. 26-45.
- [77] Skarżyński, Ł., E. Syroka, and J. Tejchman, Measurements and Calculations of the Width of the Fracture Process Zones on the Surface of Notched Concrete Beams. *Strain*, 2011. 47(s1): p. e319-e332.
- [78] Gálvez, J., et al. Fracture of concrete under mixed loading-experimental results and numerical prediction. in *Proceedings of FRAMCOS*. 1998.
- crack growth with the extended finite element method Part I: Computer implementation. *International Journal of Solids and Structures*, 2003. 40(26): p. 7513-7537.
- [59] Huang, R., N. Sukumar, and J.H. Prévost, Modeling quasi-static crack growth with the extended finite element method Part II: Numerical applications. *International Journal of Solids and Structures*, 2003. 40(26): p. 7539-7552.
- [60] Sukumar, N., et al., Partition of unity enrichment for bimaterial interface cracks. *International journal for numerical methods in engineering*, 2004. 59(8): p. 1075-1102.
- [61] Elguedj, T., A. Gravouil, and A. Combescure, Appropriate extended functions for X-FEM simulation of plastic fracture mechanics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2006. 195(7): p. 501-515.
- [62] Fries, T.-P. and M. Baydoun, Crack propagation with the extended finite element method and a hybrid explicit-implicit crack description. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2012. 89(12): p. 1527-1558.
- [63] Alfano, G. and M.A. Crisfield, Finite element interface models for the delamination analysis of laminated composites: mechanical and computational issues. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2001. 50(7): p. 1701-1736.
- [64] Park, K. and G.H. Paulino, Cohesive zone models: a critical review of traction-separation relationships across fracture surfaces. *Applied Mechanics Reviews*, 2011. 64.(6)
- [65] Nguyen, V.P., et al., Modelling hydraulic fractures in porous media using flow cohesive interface elements. *Engineering Geology*, 2017. 225: p. 68-82.
- [66] Wang, H., M. Marongiu-Porcu, and M.J. Economides, Poroelastic and Poroplastic Modeling of Hydraulic Fracturing in Brittle and Ductile Formations. *SPE Production & Operations*, 2016. 31(01): p. 47-59.
- [67] Chen, Z., et al., Cohesive zone finite element-based modeling of hydraulic fractures. *Acta Mechanica Solida*

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

A. Permannoon, A. H. Akhaveissy, *An investigation of meso-scale crack propagation process in concrete beams using topology optimization*, *Amirkabir J. Civil Eng.*, 53(12) (2022) 5281-5306.

DOI: 10.22060/ceej.2021.18771.6958

