

## بهینه سازی اندازه و هندسه سازه های خرپایی با استفاده از ترکیب روش های بهینه سازی جستجوی گرانشی و ماشین های یاخته ای

میلاذ دهقانی<sup>۱</sup>، مصطفی مشایخی<sup>۲\*</sup>، مهدی شریفی<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه قم، قم، ایران.

<sup>۲</sup> دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه ولی عصر (عج) رفسنجان، رفسنجان، ایران.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۰۸/۲۰

بازنگری: ۱۳۹۸/۱۲/۲۶

پذیرش: ۱۳۹۹/۰۳/۱۴

ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۰۸/۲۱

### کلمات کلیدی:

ماشین های یاخته ای

سازه های خرپایی

بهینه سازی

الگوریتم جستجوی گرانشی

الگوریتم های بهینه سازی تلفیقی

**خلاصه:** در این مطالعه، روشی جدید جهت استفاده در حل مسائل بهینه سازی هندسه و اندازه در سازه های خرپایی با استفاده از ترکیب مؤثر روش ماشین های یاخته ای (CA) و الگوریتم جستجوی گرانشی (GSA) ارائه شده است که در ادامه به نام روش CA-GSA نام گذاری شده است. اساس روش GSA، قوانین گرانش نیوتنی و حرکت است. این الگوریتم به علت تأثیرگذاری مستقیم همه اجرام بر یکدیگر و عدم توجه به موضوع نخبه گرایی، دارای ضعف همگرایی محلی است. در این تحقیق، با کمک روش CA، اجرام در یک شبکه سلولی متناهی توزیع شده اند و هر سلول تنها با همسایه های خود در ارتباط است. در روش CA-GSA، قوانین گرانش و حرکت اجرام در روش GSA به عنوان عامل ارتباط هر سلول با سلول های همسایه خود تعریف شده است. بنابراین، نیروی اعمال شده به هر جرم از برآیند نیروی اجرام برتر همسایه اش، بدست می آید. تعریف این اجرام همسایه و اعمال نیروی آنها به جرم مرکزی، حافظه و نخبه گرایی را به الگوریتم GSA افزوده است. مزیت دیگر روش جدید، به روزرسانی شبکه سلولی پس از هر به روزرسانی است که موجب می شود الگوریتم با تعداد آنالیزهای کمتر به مقدار بهینه اصلی دست بیابد. جهت بررسی سودمندی روش پیشنهادی و مقایسه با روش های CA و GSA، از سه روش CA، GSA و CA-GSA در حل چهار مسأله بهینه سازی هندسه و اندازه اعضای سازه های خرپایی مبنا استفاده شده است. نتایج الگوریتم توسعه داده شده در این مقاله نشان دهنده ی برتری و قدرت این الگوریتم در بهینه سازی هندسه و اندازه سازه های خرپایی نسبت به سایر روش های مقایسه شده در این مقاله می باشد.

### ۱- مقدمه

علم بهینه سازی سازه ها را می توان به عنوان یک فرآیند طراحی بهینه با تعریف یک تابع هدف در نظر گرفت که همزمان ضمن ارضای قیود مختلف، بارهای اعمالی به سازه را بطور مناسبی به تکیهگاه منتقل مینماید. بطور معمول، در مسائل بهینه سازی، تابع هدف اصلی وزن سازه است که تحت قیود خطی و غیرخطی [۱] طراحی از جمله جابه جایی گره ها، ضریب لاغری و تنش داخلی اعضاء، قابلیت اعتماد و فرکانس سازه در نظر گرفته میشود.

روش های بهینه سازی تکاملی معمولاً الگوهای برگرفته از یک فرآیند طبیعی موجود در طبیعتاند. بطور مثال الگوریتم ژنتیک GA

\* نویسنده عهده دار مکاتبات: m.mashayekhi@vru.ac.ir

[۲]، الگوریتم تفاضل تکاملی [۳]، که هر دوی آنها پایه ی بیولوژیکی دارند و از تکامل فرآیند ژنتیک و DNA، الهام گرفته شده اند. الگوریتم خفاش BAT [۴]، الگوریتم کرم شبتاب FA [۵]، الگوریتم کلونی مورچه ACO [۶] و ازدحام ذرات PSO [۷]، روش هایی هستند که حاصل الهام از رفتار دسته جمعی گونهای از حیوانات و یا حشرات می باشند. دسته دیگر این الگوریتمها نظیر الگوریتم جستجوی گرانشی GSA [۸، ۹] و الگوریتم جستجوی ذرات باردار CSS [۱۰] حاصل شبیه سازی یک پدیده ی فیزیکی در دنیا هستند. از دیگر الگوریتمها می توان به الگوریتم جستجوی هارمونی HS [۱۱]، الگوریتم بهینه سازی برخورد اجسام CBO [۱۲] و الگوریتم رقابت استعماری ICA [۱۳] اشاره نمود. دسته دیگر از روش های تکاملی از ادغام دو



مطالعه دو و همکاران [۳۴]، الگوریتم کلونی مورچگان اصلاح شده ارائه شده است.

قلی زاده [۳۵] از روش CA برای بهبود الگوریتم دسته ذرات (PSO) استفاده نموده است. برای این منظور، نویسنده مفهوم محدوده ذره را معرفی می کند که به عنوان مجموعه ای از ذرات ریز نزدیک به ذره در نظر گرفته می شوند. این مفهوم برای اصلاح معادله سرعت ذرات مورد استفاده قرار گرفته است. در این الگوریتم به جای یک عنصر تصادفی انتخاب شده از یک دسته، بهترین ذره محله جایگزین شده است.

نوروزی فر و همکاران [۳۶]، جهت پیش بینی رشد شهرها و تغییرات ایجاد شده در آن ها، یک مدل رشد شهری یکپارچه با استفاده از ترکیب روش CA و GSA ارائه کرده اند. در این روش، قوانین انتقال روش CA، با استفاده از روش GSA تنظیم و کالیبره شده است. مثال های عددی در این مرجع نشان داده اند که با استفاده از روش GSA، کالیبراسیون روش CA تسهیل شده است و مدل یکپارچه پیشنهادی، در تکرارهای کمتری به راه حل های بهینه دست یافته است. موارد مشابه دیگری از ترکیب روش های مختلف بهینه سازی با روش CA در مراجع [۳۷-۳۹] ارائه شده است. در عمل CA به طور همزمان به عنوان ابزار بهینه سازی و به عنوان یک محیط مدل سازی مورد استفاده قرار می گیرد.

با توجه به مطالعات انجام شده و کاربرد روش CA در بهینه سازی، در این مطالعه، روشی جدید با ترکیب CA و الگوریتم جستجوی گرانشی GSA ارائه شده است. که در آن، با شبیه سازی هر بردار (معرف یک جواب از مسأله) به عنوان یک سلول و تعریف قوانین بین سلولی معادل قوانین الگوریتم جستجوگر از مزایای روش CA در الگوریتم GSA بهره برداری شده است.

در این تحقیق، با کمک روش CA، اجرام در یک شبکه سلولی متناهی توزیع شده اند و هر سلول با همسایه های خود در ارتباط است. قوانین گرانش و حرکت اجرام در روش GSA به عنوان عامل ارتباط هر سلول با سلول های همسایه خود تعریف شده است. در استراتژی جدید CA-GSA نیروی هر جرم از برآیند نیروی اجرام همسایه اش، بدست می آید. تعریف اجرام همسایه و اعمال نیروی اجرام برتر همسایه به جرم مرکزی به ترتیب باعث افزودن قابلیت های حافظه و نخبه گرایی در الگوریتم شده است. مزیت دیگر روش جدید،

یا چند الگوریتم فراکاوشی بدست آمده اند. معمولاً در این دسته از الگوریتم ها نقاط ضعف یک الگوریتم با استفاده از نقاط قوت الگوریتم دیگر پوشش داده شده است. به عنوان مثال، کاوه و شهرزی [۱۴] از ترکیب روش بهینه سازی تکاملی و مکانیزم عملکردی مورچهها در بهینه سازی سازه ها استفاده کرده اند. در تحقیق دیگری، از ترکیب الگوریتم ازدحام ذرات و الگوریتم کلونی مورچگان در بهینه سازی سازه های خرپایی استفاده شده است [۱۵]. از دیگر الگوریتم های ترکیبی می توان به ترکیب الگوریتم ژنتیک و الگوریتم ازدحام ذرات [۱۶]، ترکیب سه روش الگوریتم ازدحام ذرات، کلونی مورچگان و جستجوی هارمونی [۱۷]، ترکیب الگوریتم جستجوی ذرات باردار با الگوریتم جستجوی هارمونی [۱۸]، اشاره کرد. مشایخی و همکاران [۱۹]، با اصلاح الگوریتم جستجوی گرانشی و ترکیب با روش جستجوی هارمونی روشی جدید جهت بهینه سازی سازه های فضاکار (شبکه تخت دولایه و سه لایه) ارائه داده اند. همچنین در تحقیقی دیگر مشایخی و همکاران [۲۰] از ترکیب دو الگوریتم جستجوی گرانشی GSA و الگوریتم رقابت استعماری ICA جهت بهینه سازی توپولوژی شبکه تخت دولایه استفاده کرده اند. تعدادی دیگر از الگوریتم های ترکیبی مورد استفاده در بهینه سازی سازه ها در مراجع [۲۱-۲۳] و همچنین در بهینه سازی توپولوژی سازه های فضاکار در مراجع [۲۴-۲۷] ارائه شده است.

روش پردازش موازی CA ابتدا در مطالعات والفرام سال ۱۹۸۶ ارائه شده است [۲۸، ۲۹]. این روش برگرفته از فرآیند ترمیم استخوان- های آسیب دیده است که در بسیاری از علوم مهندسی مورد استفاده قرار گرفته است. از این روش در مطالعه اثنا اشعری و میبیدی [۳۰] برای دسته بندی شبکه حسگرها استفاده شده است. در تحقیق وفاشور و میبیدی [۳۱]، الگوریتم تفاضل تکاملی (DE) و روش ماشین- های یادگیری سلولی CLA با هم ترکیب شده اند و از DE برای بهبود محاسبات سلول ها جهت یافتن مقادیر بهینه توابع ریاضی پنج مارک در روش CLA استفاده شده است.

در تحقیق کانپورت و همکاران [۳۲]، روش CA با الگوریتم ژنتیک (GA) ترکیب شده است. در این روش به صورت سنتی از مدل دو-دویی (باینری) کروموزوم ها (شبکه سولی یک بعدی) در GA استفاده شده است. در مطالعه سیدپروپولوس و فوتاکیس [۳۳]، از شبکه سلولی دوبعدی به همراه روش GA استفاده شده است. در

$$X = \{X_A, X_G\} \\ = \left\{ A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_{ne}, G_1, G_2, \dots, G_j, \dots, G_{nj} \right\}^T \quad (6)$$

که در آن  $w$  وزن سازه خرپا؛  $X$  بردار متغیرهای طراحی؛  $A_i$ ،  $\rho_i$  و  $l_i$  به ترتیب وزن مخصوص مصالح، سطح مقطع و طول عضو نام؛  $\sigma_i$ ،  $g_i^\sigma$  و  $\sigma_{i,all}$  به ترتیب قید تنش، مقدار تنش عضو نام و مقدار تنش مجاز عضو نام؛  $g_j^d$ ،  $d_j$  و  $d_{j,all}$  به ترتیب قید تغییرشکل، مقدار تغییرشکل واقعی و مقدار مجاز تغییرشکل گره نام از سازه و  $n_e$  تعداد المان ها و  $n_j$  تعداد گرهای خرپا می‌باشند.  $\Delta_A$  دامنه انتخاب سطح مقطع اعضا است و  $G_i$  مختصات گره نام است که از دامنه  $\Delta_G$  انتخاب می‌شود.

به دلیل ماهیت روش های فرااکتشافی و مطابقت آنها با مسائل بهینه‌سازی نامقید، مسأله مقید بهینه‌سازی هندسه و اندازه با توجه به روابط زیر به یک مسأله نامقید تبدیل می‌شود [۳۵]:

$$\phi(X, g_i^\sigma, g_j^d, r_p) \\ = w(X) \times (1 + r_p \times p(g_i^\sigma(X), g_j^d(X)))^2 \quad (7)$$

$$p(g_i^\sigma(X), g_j^d(X)) \\ = \left[ \sum_{j=1}^{n_j} \sum_{i=1}^{n_e} \left[ \max \{0, g_i^\sigma(x)\} \right] + \left[ \max \{0, g_j^d(x)\} \right] \right] \quad (8)$$

که در این روابط  $\phi$ ،  $p$  و  $r_p$  به ترتیب تابع هدف اصلاح شده، تابع جریمه و پارامتر تعیین جریمه هستند که  $r_p$  مقداری بزرگتر از صفر می‌باشد. در رابطه فوق مقادیر جریمه شامل مقادیر عبوری از مقدار مجاز تعریف شده برای هر قید می‌باشند.

### ۳- ماشین های یاخته ای اصلاح شده (Modified Cellular Automata)

ماشین های یاخته‌ای (CA) یک ابزار محاسباتی کارآمد و قوی برای ساده سازی مسائل پیچیده است. به دلیل کارآمدی و عدم نیاز به محاسبات پیچیده ریاضی، این روش در موضوعات مختلف بسیاری از شاخه های علوم مورد استفاده قرار گرفته است [۲۸]. در مدل سازی CA، مجموعه فیزیکی مسأله بصورت ایده آل به فضاهای گسسته

به‌روزرسانی شبکه سلولی پس از هر تحول محلی است که موجب می‌شود الگوریتم با تعداد آنالیزهای کمتر و با رعایت تعادل بین اکتشاف و بهره‌وری، مسیر بهتری برای رسیدن به مقدار بهینه اصلی بیابد. جهت بررسی سودمندی روش پیشنهادی، از روش CA-GSA در حل چهار مسأله بهینه سازی هندسه و اندازه اعضای سازه‌های خرپایی مینا استفاده شده است. نتایج مثال های عددی نشان‌دهنده ی برتری و قدرت الگوریتم CA-GSA نسبت به سایر روش های مقایسه شده در این مقاله می باشد.

در ادامه این نوشتار ابتدا روابط ریاضی مورد استفاده جهت محاسبه تابع هدف مسأله بهینه‌سازی ارائه شده است. دربخش بعد به ترتیب روش GSA، روش پردازش موازی CA و الگوریتم CA-GSA معرفی و در بخش آخر نیز مثال های عددی ارائه گردیده است.

### ۲- روابط ریاضی مسأله بهینه‌سازی هندسه و اندازه سازه ها

در مسأله بهینه‌سازی هندسه و اندازه سازه ها، هدف اصلی کمینه کردن وزن سازه تحت تأثیر قیود طراحی است. در این نوع از بهینه‌سازی متغیر اندازه، سطح مقطع اعضاء (متغیر اندازه) و متغیر هندسه، مختصات گره ها (متغیر هندسه) می باشد. بهینه‌سازی هندسه و اندازه برای یک خرپا به صورت رابطه زیر تعریف میشود [۳۵]:

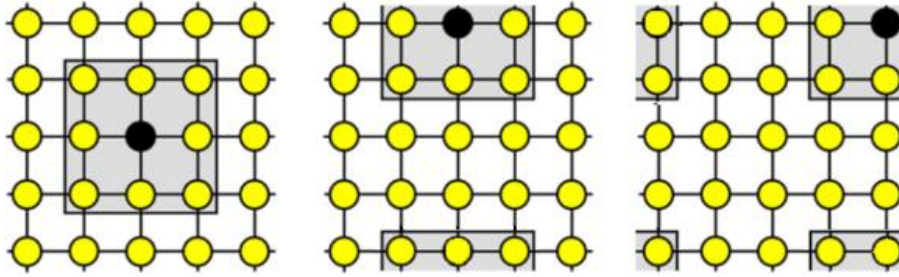
$$\text{Minimize} : w(X_A, X_G) = \sum_{i=1}^{n_e} p_i A_i l_i \quad (1)$$

$$\text{Subject to} : g_i^\sigma(X_A, X_G) \\ = \frac{\sigma_i(X_A, X_G)}{\sigma_{i,all}} - 1 \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n_e \quad (2)$$

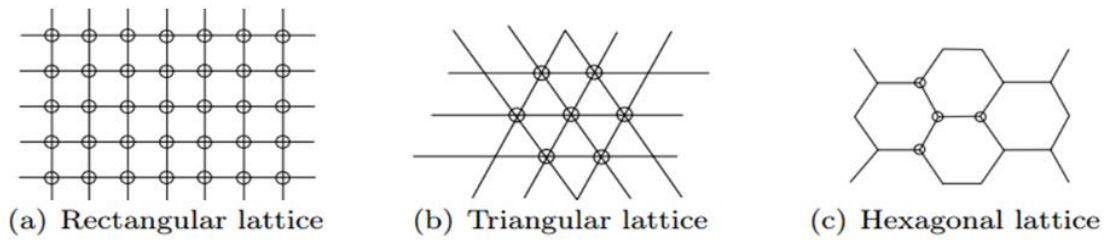
$$g_j^d(X_A, X_G) \\ = \frac{d_j(X_A, X_G)}{d_{j,all}} - 1 \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n_j \quad (3)$$

$$X_A = \left\{ A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_{ne} \right\}^T \in \Delta_A \quad (4)$$

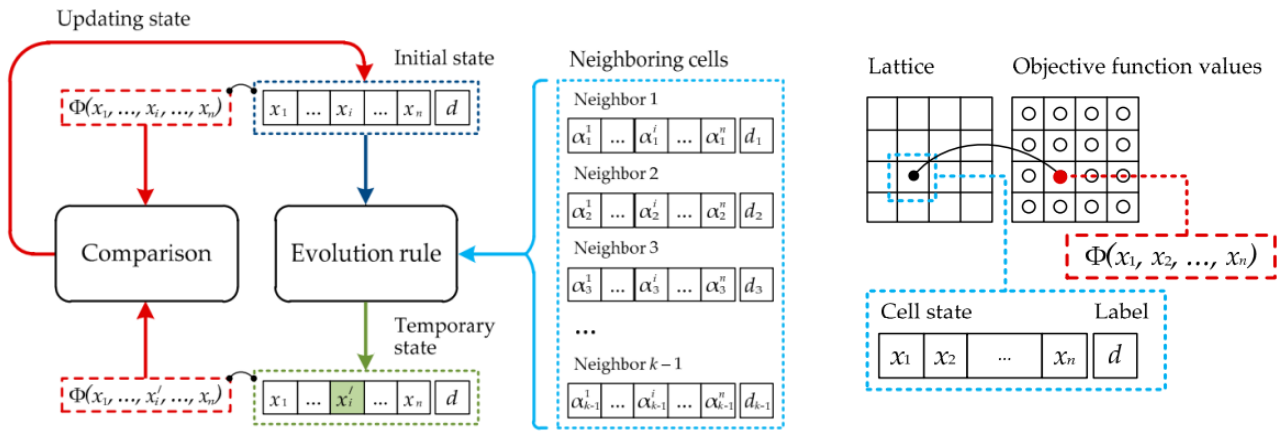
$$X_G = \left\{ G_1, G_2, \dots, G_j, \dots, G_{nj} \right\}^T \in \Delta_G \quad (5)$$



شکل ۱. سلول های همسایه ی یک سلول (سلول های مرکزی، گوشه و لبه ها) در همسایگی مور  
 Fig. 1. Neighboring cells of a cell (central cells, corners and edges) in Moore's neighborhood



شکل ۲. شبکه های دوبعدی مشهور استفاده شده در CA [۴۱]  
 Fig. 2. Famous two-dimensional lattices in CA [41]



شکل ۴. به روزرسانی موقعیت سلول ها [۴۰]  
 Fig. 4. Cell position updating [40]

شکل ۳. ماشین های یاخته ای با تابع هدف [۴۰]  
 Fig. 3. Cellular automata with objective function [40]

یکدیگر است. در واقع،  $Z^n$  یک مجموعه از سلول ها است که در یک مدل از شبکه توزیع شده اند و هر سلول به سلول های همسایه خود متصل است. ابعاد فیزیکی مسأله ی موردنظر مستقیماً تحت تأثیر فضای سلولها و نوع شبکه است. شبکه های سازنده CA عموماً در حالات مختلفی از جمله مثلثی، مستطیلی و چند وجهی در محاسبات

ی ساده تری تقسیم می شود و کمیت های فیزیکی هر سیستم، از مجموعه ای متناهی از مقادیر گسسته گرفته میشود. بر اساس تعاریف ارائه شده، مجموعه ی  $\langle Z^n, A, Y, \sigma \rangle$  را یک ماشین یاخته ای می نامیم که در آن: عنصر اول ( $Z^n$ )، نشان دهنده تعداد و آرایش سلول ها در کنار

ساختار شبکه های CA معمولاً یک یا چند بعدی است. سه نمونه از مدل‌های دوبعدی در شکل ۲ نمایش داده شده‌اند [۴۱].

به عنوان مثال، در مراجع [۲۹، ۴۲]، به ترتیب از شبکه های منظم مستطیلی و چند ضلعی، برای مدل‌سازی CA استفاده شده است. در شکل ۳ مشخصه های اصلی الگوریتم ماشین‌های یاخته ای نشان داده شده است [۴۰]. شکل ۴ نیز یک حالت کلی از CA را نشان داده است، که در آن محتوای یک سلول (سلول مرکزی) از شبکه با تابع هدف خاص، با توجه به مقادیر تابع هدف سلول مرکزی، سلولهای همسایه و براساس قانون محلی تکامل بین آنها، به‌روزرسانی میشود [۴۰].

برای روشن شدن مسأله، فرض کنید که تکامل محتوای سلولهای CA بر اساس کمینه کردن تابع هدف انجام شده است. مجموعه ای اعداد  $d$  که به عنوان یک اندیس به هر سلول تخصیص مییابد، شامل دو عدد ۰ و ۱ است و به صورت زیر تعیین میشود [۴۰]:

$$d : (x_1, \dots, x_m) \mapsto \begin{cases} \Phi(x_1, \dots, x_m) \\ 1, \text{ if } \frac{-\Phi_{\min}}{\Phi_{\max} - \Phi_{\min}} \leq \mu \\ 0, \text{ otherwise,} \end{cases} \quad (13)$$

بطوری که  $\Phi_{\max}$  و  $\Phi_{\min}$  بیشینه و کمینه تابع هدف در گام موجود هستند و  $\mu \in (0, 1)$  یک مقدار ثابت است. توسط این مفهوم، سلول ها به دو دسته ی خوب و بد تقسیم میشوند. بطوری که سلولهای بد همسایه، در به‌روزرسانی محتوای سلول مرکزی حذف می شود.

در قانون انتقال، نکات زیر در نظر گرفته میشود؛  $[a, b]^n \subset \mathfrak{R}$  فضای جستجو مسأله می باشد و همچنین  $x \in [a, b]^n$  محتوای سلول مرکزی است که مرتبط با تابع محلی انتقال می باشد.  $\alpha_1, \dots, \alpha_k \in [a, b]^n$  محتوای سلولهای همسایه هستند و  $k$  تعداد سلولهای همسایه سلول مرکزی است. سلول مرکزی با  $p$  نشان داده شده است. در نتیجه خواهیم داشت [۴۰]:

$$1 \leq p \leq k, \alpha_p = x, d_p = d \quad (14)$$

در مرجع [۴۰]، تابع انتقال (قانون تکامل) مورد استفاده، به صورت زیر تعریف شده است:

$$\sigma : \forall i = \overline{1, n} \mapsto \begin{cases} x_i^{(i)}, \text{ if } \Phi(x^{(i)}) \leq \Phi(x) \\ x_i, \text{ otherwise,} \end{cases} \quad (15)$$

مورد استفاده قرار میگیرند. در این تحقیق از شبکه های مستطیلی استفاده شده است [۳۵، ۴۰].

عنصر دوم ( $A$ )، مقادیر درون هر سلول یا محتوای هر سلول است. هر سلول از شبکه، شامل مجموعه ای از پارامترهای معرف مشخصات مسأله است که در دوره ی تکرارها، به‌روزرسانی می شود. به عبارت دیگر، موقعیت ماشین های یاخته‌ای به طور مشخص از طریق مقادیر  $C_i = C_i(t)$  محتوای هر سلول ( $i$ ) و زمان ( $t$ )، تعیین میشود. در این مورد محتوای سلول در زمان  $t_{k+1}$  به صورت زیر به‌روزرسانی میشوند [۳۵، ۴۰]:

$$C_i^{k+1} = C_i(t_{k+1}) \quad (9)$$

بطوری که  $C_i^{k+1}$  همان  $i$ امین سلول در زمان  $t_{k+1}$  است، همچنین  $k$  اندیس زمان گسسته است. باید توجه کرد که در مورد بهینه‌سازی خریاها، هر سلول دارای برداری از متغیرهای طراحی است [۳۵، ۴۰].

عنصر سوم  $Y$ ، آرایش سلولهای همسایه است. به منظور به‌روزرسانی محتوای هر سلول، باید از مقادیر خود سلول و  $n_c$  مقدار از سلولهای که معرف همسایه‌های سلول موردنظر است، استفاده گردد.  $n_c$  می‌تواند به صورت شعاعی از سلولهایی که در اطراف سلول موردنظر هستند تعریف شود [۳۵، ۴۰]:

$$I - r < n_c < I + r \quad (10)$$

آرایش سلولهای همسایه رابطه مستقیم با ساختار مسأله و پدیده‌ی فیزیکی مدل‌سازی شده دارد. در شکل ۱، سلولهای همسایه‌ی هر سلول از شبکه مربعی و در مدل همسایگی مور نمایش داده شده است.

عنصر چهارم در CA، قوانین به‌روزرسانی مقادیر داخلی سلولها یا  $\sigma$  میباشد که یک تابع انتقال محلی است. در خلال به‌روزرسانی محتوای هر سلول، باید قوانین محلی لحاظ شود. این قوانین مستقیماً به رفتار سیستم مدل شده بستگی دارد. هر متغیر از سلولها به طور همزمان براساس مقادیر  $n_c$  متغیر در شعاعی از همسایه های خود ( $r$ )، با استفاده از قوانین محلی  $\sigma$  به‌روزرسانی می شود [۳۵، ۴۰]:

$$C_i^{k+1} = \sigma(C_i^k, C_{nc}^k) \quad (11)$$

$$\sigma(C_l^k, C_{nc}^k) \quad (12)$$

$$= \sigma(C_{l-r}^k, \dots, C_{l-1}^k, C_l^k, C_{l+1}^k, \dots, C_{l+r}^k)$$



به تعداد سلولهای شبکه مربعی CA است. به عنوان مثال، در یک مسأله بهینه‌سازی با ۲۵ جرم و سلول، یک جرم مرکزی تصادفی و اجرام همسایه‌ی آن در شکل ۵-الف نشان داده شده است که پیکان‌های نمایش داده شده، نمایانگر جهت تأثیر اجرام همسایه بر روی جرم مرکزی می‌باشد. بردار متغیرهای هر سلول در فضای جستجو، برای جرم سلول نشان‌دهنده موقعیت آن می‌باشد. شکل ۵-ب جرم مرکزی و اجرام همسایه آن را در میان تمام اجرام فضای جستجو نشان می‌دهد. موقعیت جدید جرم سلول مرکزی بر اساس بردار برآیند نیروهای وارده از اجرام همسایه بدست آمده است.

در الگوریتم پیشنهادی، برای هر سلول بردار متغیر  $X_l$  و تابع هدف تعریف شده است. اندازه تابع هدف به عنوان جرم سلول تعریف می‌شود. سلول مرکزی به همراه همسایه‌های آن به عنوان  $N=9$  ذره یک محیط را تشکیل می‌دهند که شامل یک دستگاه مختصات چند بعدی در فضای تعریف مسأله است. در زمان  $t$ ، نیروی اعمال شده به سلول مرکزی  $l$ ام از طرف ۸ همسایه آن، مطابق شکل زیر تعریف

$$F_l^d(t) = G(t) \times \sum_{n=1}^8 \left[ \frac{\delta_n \times rand_n \times M_{pl}(t) \times M_{an}(t)}{R_{ln}(t) + \varepsilon} (x_n^d(t) - x_l^d(t)) \right] \quad (16)$$

میشود:

جهت ایجاد خاصیت تصادفی در الگوریتم، نیروی وارد بر سلول مرکزی  $l$ ام در بعد  $d$ ام، به صورت حاصلضرب وزنه‌های تصادفی در مولفه  $d$ ام نیروهای وارده از ذرات همسایه فرض می‌شود.  $M_{an}$  جرم گرانشی فعال مربوط به سلولهای همسایه و  $M_{pl}$  جرم گرانشی غیر

Where  $\forall i \neq j \quad \hat{x}_i^{(j)} = x_i$  and  $\hat{x}_j^{(i)}$

$$= \frac{\sum_{p=1}^k d_p W(x_j, \alpha_p^j, a, b, \omega) \alpha_p^j}{\sum_{p=1}^k d_p W(x_j, \alpha_p^j, a, b, \omega)}$$

$\omega \in (0,1), i = \overline{1,n}, j = \overline{1,n}$ ,

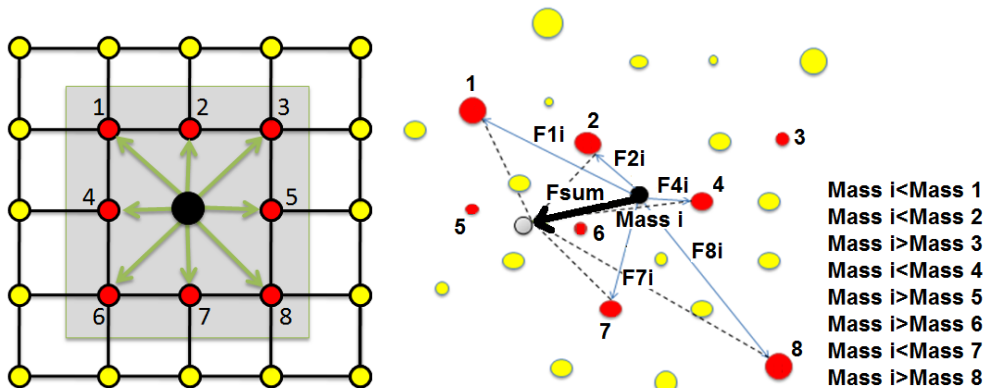
$W(x_j, \alpha_p^j, a, b, \omega)$

$$= \begin{cases} 1, & \text{if } \alpha_p^j \in (x_j - \omega(b-a), x_j + \omega(b-a)); \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

موقعیت جدید هر سلول از طریق سلولهای همسایه دارای راهحل خوب ( $d=1$ ) بدست می‌آید [۴۰]. در رابطه بالا اگر مقدار درایه‌های سلول همسایه در محدودهای از سلول مرکزی قرار داشت مقدار  $W$  برابر ۱ و در غیر این صورت برابر صفر می‌باشد. مقدار این محدودیت وابسته به پارامتر  $\omega$  است که از بازه (۰ و ۱) انتخاب می‌شود.

#### ۴- ترکیب روش ماشینهای یاخته‌های با قوانین الگوریتم جستجوی گرانشی (CA-GSA)

در روش ارائه شده CA-GSA، از شبکه‌ی سلولی مربعی (به تعداد  $L$  سلول در هر بعد) و همسایگی مور استفاده شده است. هر سلول به عنوان یک جرم در نظر گرفته می‌شود که تنها تحت تأثیر سلولهای (اجرام) همسایه خود قرار دارد و از طریق روابط گرانشی، نیروی وارده به جرم سلول مرکزی محاسبه می‌شود. بنابراین، تعداد اجرام



شکل ۵. الف) موقعیت سلول مرکزی در فضای جستجوی گرانشی؛ الف) شبکه سلولی با شعاع همسایگی ۱، ب) فضای جستجوی گرانشی و نحوه تأثیر سلولهای همسایه بر روی سلول مرکزی

Fig. 5. a) The position of the central cell in the gravitational search space; (a) the cellular lattice with the neighborhood radius as 1, (b) The gravitational search space and how's the neighboring cells affect the central cell

میشود. جرم سنگینتر معرف ذره مؤثرتر است. به عبارت دیگر، ذرات بهتر، جاذبه بیشتری دارند و کندتر حرکت میکنند. با یکسان در نظر گرفتن جرم اینرسی و گرانشی، مقدار این اجرام توسط معادلات زیر به روزرسانی میشوند:

$$\begin{cases} M_{il} = M_{pl} = M_{al}, & l = 1, \dots, L^2 \\ M_{ij} = M_{pj} = M_{aj}, & j = 1, \dots, N \end{cases} \quad (24)$$

$$m_j(t) = \frac{fit_j(t) - worst(t)}{best(t) - worst(t)} \quad j = 1, \dots, N \quad (25)$$

$$M_l(t) = \frac{m_l(t)}{\sum_{j=1}^N m_j(t)} \quad l = 1, \dots, L^2 \quad (26)$$

که در این رابطه،  $fit_j(t)$  مقدار تابع هدف سلول  $l$ ام در زمان  $t$  است و  $best(t)$  و  $worst(t)$  برای کمینه سازی به ترتیب برابر کمترین و بیشترین مقدار تابع هدف بین سلول مرکزی و سلولهای همسایه آن می‌باشند. فلوجارت الگوریتم پیشنهادی این مقاله در شکل ۶ نمایش داده شده است.

## ۵- نتایج عددی

الگوریتم ارائه شده در این مقاله برای چهار خرپای کلاسیک مبنا بهینه‌سازی مورد استفاده قرار گرفته است که در بخش ۵-۱ تا ۵-۴ بهینه‌سازی هندسه و اندازه خرپاهای ۱۸، ۱۵، ۲۵ و ۴۷ عضوی ارائه شده است. در این مسائل از مقادیر گسسته برای بردار سطح مقطع اعضا و مقادیر پیوسته برای موقعیت برخی از گره‌های خرپاها استفاده شده است. همه نمونه‌ها با استفاده از الگوریتمهای زیر حل شده‌اند:

۱- روش پردازش موازی  $CA$  با تابع هدف

۲- الگوریتم جستجوی گرانشی  $GSA$

۳- الگوریتم ماشینهای یاخته‌های با قوانین جستجوی گرانشی

$CA-GSA$

برای انجام آنالیز حساسیت در روش  $CA-GSA$  و انطباق پارامترهای الگوریتم  $GSA$  ( $\alpha$  و  $G$ )، با ابعاد شبکه سلولی  $L$  در روش  $CA$ ، سه راهکار می‌توان انتخاب نمود: الف- تعیین مقدار مناسب همزمان هر سه پارامتر، ب- ثابت فرض کردن مقدار  $L$  و تعیین مقدار

فعال سلول مرکزی  $l$ ام است.  $rand_n$  عددی تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه  $[0, 1]$  است. مجموعه اعداد  $\delta_n$  مشابه رابطه (۱۳) به عنوان یک اندیس به هر سلول اختصاص می‌یابند.  $G(t)$  ثابت گرانش در زمان  $t$ ،  $\varepsilon$  یک عدد ثابت کوچک و  $R_{ln}(t)$  فاصله اقلیدوسی بین ذرات  $l$  و  $n$  است [۹]:

$$R_{ln}(t) = \|X_l(t), X_n(t)\|_2 \quad (17)$$

$$G(t) = G_0 e^{(\alpha t/T)} \quad (18)$$

در رابطه (۱۷)،  $G_0$  ثابت گرانش،  $\alpha$  یک مقدار ثابت و  $t$  و  $T$  به ترتیب تعداد تکرار و حداکثر تعداد تکرارها می‌باشند. بنابراین، طبق قانون حرکت، شتاب ذره  $l$ ام در زمان  $t$  و در جهت  $d$  مطابق رابطه (۱۹) است [۹]:

$$a_i^d(t) = \frac{F_i^d(t)}{M_{ii}(t)} \quad (19)$$

در این رابطه  $M_{ii}$  جرم اینرسی ذره  $i$ ام در زمان  $t$  است. سرعت جدید هر ذره به صورت مجموع کسری از سرعت فعلی آن و شتاب ذره محاسبه می‌شود. بنابراین سرعت و مکان ذره طبق روابط (۲۰) تا (۲۳) بدست می‌آید [۹]:

$$v_{i,NEW}^d(t+1) = rand_i \times v_i^d(t+1) + a_i^d(t) \quad (20)$$

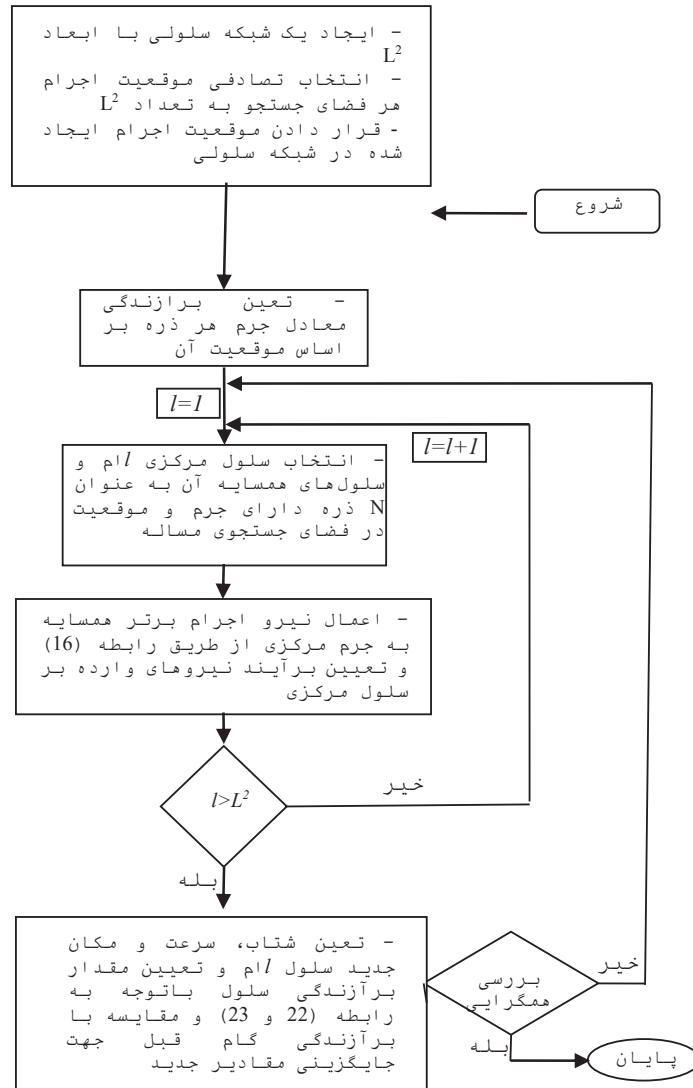
$$x_{i,NEW}^d(t+1) = x_i^d(t) + v_i^d(t+1) \quad (21)$$

$$v_i^d(t+1) = \begin{cases} v_{i,NEW}^d(t+1), \\ \text{if } \Phi(x_{i,NEW}^d(t+1)) \\ \leq \Phi(x_i^d(t)) \\ v_i^d(t), \text{ otherwise,} \end{cases} \quad (22)$$

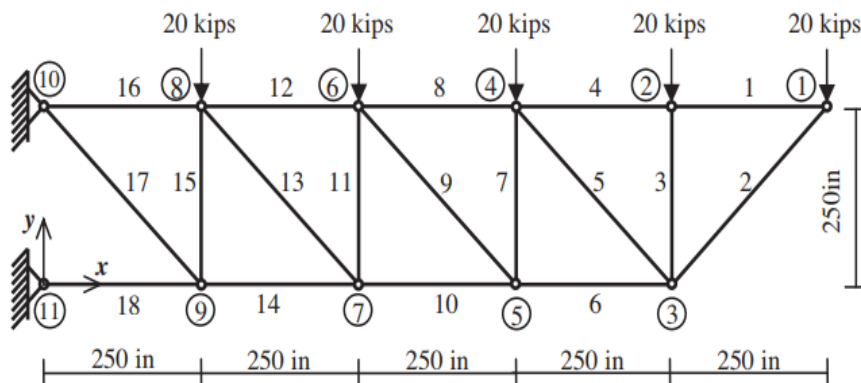
$$x_i^d(t+1) = \begin{cases} x_{i,NEW}^d(t+1), \text{ if} \\ \Phi(x_{i,NEW}^d(t+1)) \leq \Phi(x_i^d(t)) \\ x_i^d(t), \text{ otherwise,} \end{cases} \quad (23)$$

که  $rand_1$  عددی تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه  $[0, 1]$  است.

جرم اینرسی و گرانشی به سادگی توسط تابع برازندگی محاسبه



شکل ۶. فلوجارت الگوریتم CA-GSA  
 Fig. 6. CA-GSA algorithm flowchart



شکل ۷. نمای شماتیک سازه خریایی ۱۸ عضوی  
 Fig. 7. Schematic view of the 18-member truss structure



$$X = \{A_1, A_2, A_3, A_4, G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_6, G_7, G_8\}^T$$

$$= \left\{ A_1, A_2, A_3, A_5, x_3, y_3, x_5, y_5, x_7, y_7, x_9, y_9 \right\}^T \quad (28)$$

تنش مجاز هر المان نباید از  $\pm 20 \text{ksi}$  تجاوز نماید. کنترل قید کمانش نیز در این مسأله در نظر گرفته شده است و از مقدار تقریبی  $4EA/L^2$  به عنوان مقدار مجاز این قید استفاده شده است. در این مثال مقادیر گسسته مطابق مجموعه زیر برای متغیرهای اندازه استفاده شده است.

$$DA = \left\{ 2.00, 2.25, 2.50, \dots, 21.25, 21.50, 21.75 \right\} \text{ (in.}^2\text{)} \quad (29)$$

محدوده متغیرهای هندسه نیز مطابق زیر است:

$$\begin{aligned} 775 \text{ in.} &\leq x_3 \leq 1225 \text{ in.}; \\ 525 \text{ in.} &\leq x_5 \leq 975 \text{ in.}; \\ 275 \text{ in.} &\leq x_7 \leq 725 \text{ in.}; \\ 25 \text{ in.} &\leq x_9 \leq 475 \text{ in.}; \\ -225 \text{ in.} &\leq y_3; y_5; y_7; y_9 \leq 245 \text{ in.}; \end{aligned} \quad (30)$$

نتایج الگوریتم CA-GSA برای خرپای ۱۸ عضوی مطابق جدول ۱ بدست آمده است. در این جدول، بردار نهایی بهینه، وزن سازه، میانگین وزن ۲۰ اجرای متفاوت، خطای عبور از محدوده مجاز قیود و تعداد آنالیزهای موردنیاز جهت رسیدن به بهترین وزن از میان ۲۰ اجرا نشان داده شده است.

مطابق نتایج بدست آمده از جدول ۱ برای الگوریتم CA-GSA، بهترین ابعاد برای  $L$  برابر ۵ بدست آمده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود بهترین وزن برابر  $4512/211 \text{ lb}$  و مقدار میانگین ۲۰ اجرای مختلف از سازه برابر  $4547/114 \text{ lb}$  بدست آمده است. در همه اجراها، تعداد کل آنالیزها برابر ۴۵۰۰ است و خطای حاصل گذر از محدوده قیدها در تمام نمونه‌ها برابر صفر می‌باشد. در جدول ۲، بهترین جواب بدست آمده برای ۳ روش بهینه‌سازی ارائه شده در این مقاله، با نتایج مقالات گذشته مقایسه شده است.

همان‌گونه که در جدول ۲ مشاهده می‌شود، بهترین جواب حاصل

مناسب  $\alpha$  و  $G_0$  و پ- ثابت فرض کردن  $\alpha$  و  $G_0$  و تعیین مقدار مناسب  $L$  بدیهی است که راهکار اول دارای بهترین نتیجه و همچنین بیشترین حجم محاسبات می‌باشد. در مقاله حاضر، راهکار سوم انتخاب شده است. بدین منظور، پارامترهای  $\alpha$  و  $G_0$  به ترتیب برابر ۲۰ و ۱۰۰ قرار داده شده است [۹] و برای تعیین رنج مناسب ابعاد شبکه سلولی در این مثالها، از شبکه مستطیلی با ابعاد ( $L=3, 4, 5, 6, 7$ ) استفاده شده است. به عبارت دیگر تعداد سلولهای ۹، ۱۶، ۲۵، ۳۶ و ۴۹ معادل تعداد اجرام توزیع شده در شبکه سلولی در نظر گرفته میشود. همچنین تعداد آنالیزها در همه شبکه‌ها برابر است یعنی حاصل ضرب تعداد سلولها در تعداد تکرارهای الگوریتم برای همه شبکه‌ها مساوی است. با این استراتژی، نتایج خروجی هر شبکه سلولی بایکدیگر قابل مقایسه شده‌اند و بهترین ابعاد شبکه بدست می‌آید. الگوریتمهای مورد استفاده در این مقاله تماماً در نرم افزار MATLAB نوشته شده‌اند. لازم به ذکر است که در هر مثال، بهترین جواب (کمترین وزن) حاصل از تغییر ابعاد شبکه سلولی، به عنوان معیار انتخاب بهترین ابعاد شبکه در نظر گرفته شده است و وزن مربوط به آن به صورت هایلیت نشان داده شده است. همچنین، در تمامی شکل‌های بهینه سازه‌ها، به منظور مشاهده بهتر تغییرات هندسی سازه، سازه اصلی با رنگ مشکی و سازه بهینه با رنگ قرمز نشان داده شده است، که در سازه بهینه، ضخامت خطوط با سطح مقطع اعضا متناسب است.

**۵-۱- مثال اول:** بهینه‌سازی هندسه و اندازه سازه خرپایی ۱۸ عضوی (شکل ۷)

براهای وارده به این سازه بر روی آن نمایش داده شده است. وزن مخصوص مصالح برابر  $0.1 \text{ lb/in}^3$  و مدول الاستیسیته  $10^4 \text{ ksi}$  می‌باشد. اعضای این سازه در چهار گروه دسته بندی شده اند.

$$\begin{aligned} (1) & A_1 = A_4 = A_8 = A_{12} = A_{16} \\ (2) & A_2 = A_6 = A_{10} = A_{14} = A_{18} \\ (3) & A_3 = A_7 = A_{11} = A_{15} \\ (4) & A_5 = A_9 = A_{13} = A_{17} \end{aligned} \quad (27)$$

در این مثال متغیرهای هندسه از جمله؛  $x_r, y_r, x_s, y_s, x_v, y_v$  و  $x_9$  و  $y_9$  نیز وجود دارند. بنابراین مطابق زیر به طور خلاصه مسأله بهینه‌سازی ۱۲ متغیر دارد:

جدول ۱. نتایج روش CA-GSA با ابعاد شبکه متفاوت، برای خرابی ۱۸ عضوی

Table 1. Results of CA-GSA method with different lattic dimensions for 18-member truss truss structure

Variable Design	3×3	4×4	5×5	6×6	7×7
A <sub>1</sub>	12.25	12.50	12.50	12.25	12.25
A <sub>2</sub>	18.00	17.75	17.50	18.25	17.75
A <sub>3</sub>	5.00	5.50	5.750	4.75	5.75
A <sub>4</sub>	4.25	3.75	3.75	4.25	4.25
x <sub>3</sub>	915.3707	۴۸۸909.8	907.2575	917.5886	916.0971
y <sub>3</sub>	188.9379	183.9786	180.0774	192.3487	187.6958
x <sub>5</sub>	649.1492	641.1704	636.8017	654.0984	647.1392
y <sub>5</sub>	150.4545	146.1138	141.5724	156.5499	143.3235
x <sub>7</sub>	418.7312	411.9397	407.8225	423.7356	414.6495
y <sub>7</sub>	99.4075	98.14167	94.1691	102.5717	95.5247
x <sub>9</sub>	205.016	201.3729	198.7679	207.7262	202.3598
y <sub>9</sub>	27.3392	29.9998	29.50714	28.66023	26.46177
Weight (lb)	4528.839	4519.426	<b>4512.211</b>	4538.411	4552.75
Mean (lb)	4691.028	4559.851	<b>4547.114</b>	4574.467	4702.633
Constraint Violation	0	0	0	0	·
No. of analyses	4239	4033	4336	4404	4101

جدول ۲. مقایسه نتایج روش های CA، GSA و CA-GSA برای خرابی ۱۸ عضوی با روش های گذشته

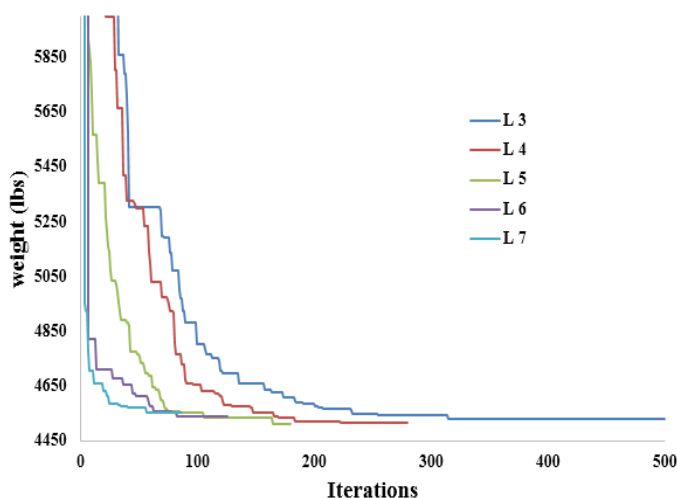
Table 2. Comparison of the results of GSA, CA and CA-GSA methods for 18-member truss structure with previous

No.	Design Variable	Hasancebi and Erbatur[44]	Rahami et al [43]	Gholizadeh CPSO [35]	Gholizadeh SCPSO [35]	Present work		
						GSA	CA	CA-GSA
1	A <sub>1</sub>	12.25	12.75	12.00	12.50	12.00	12.25	12.50
2	A <sub>2</sub>	17.50	18.50	17.50	17.50	19.50	19.00	17.50
3	A <sub>3</sub>	5.75	4.75	6.25	5.75	4.75	4.75	5.75
4	A <sub>4</sub>	4.25	3.25	4.75	3.75	4.50	4.25	3.75
5	x <sub>3</sub>	910.0	917.4475	902.9141	907.2491	943.9585	930.5115	907.2575
6	y <sub>3</sub>	179.0	193.7899	174.7201	179.8671	211.3102	203.3202	180.0774
7	x <sub>5</sub>	638.0	3299.654	632.7129	636.7873	690.9398	671.2556	636.8017
8	y <sub>5</sub>	141.0	159.9436	141.2965	141.8271	172.6934	167.4273	141.5724
9	x <sub>7</sub>	408.0	424.4821	407.1323	407.9442	451.0854	436.132	407.8225
10	y <sub>7</sub>	91.0	108.5779	85.9332	94.0559	108.6894	106.6878	94.1691
11	x <sub>9</sub>	198.0	208.4691	197.6720	198.7897	222.1625	211.1368	198.7679
12	y <sub>9</sub>	24.0	37.6349	19.8093	29.5157	29.7745	30.00	29.50714
	Weight (lb)	4533.24	4530.68	4561.131	4512.365	4682.127	4624.362	<b>4512.211</b>
	Constraint Violation	0.0	4.17e-05	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	No. of analyses	-	80000	4500	4500	7992	7526	4336

در شکل‌های ۸ و ۹، به ترتیب سازه بهینه شده و دیاگرام تاریخچه همگرایی الگوریتم CA-GSA در حالات مختلف ابعاد شبکه آورده شده است. در دیاگرام تاریخچه همگرایی با توجه به اینکه تعداد جمعیت‌های هر شبکه متفاوت است، پس از ۴۵۰۰ آنالیز، الگوریتم مورد نظر پایان یافته است.

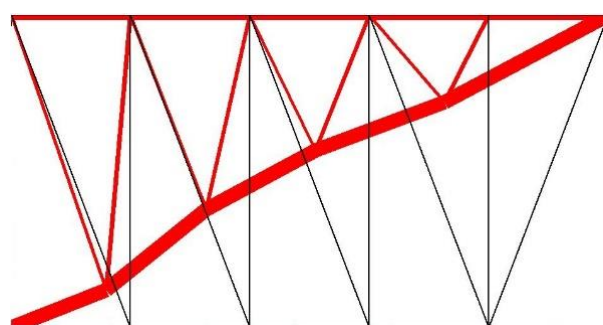
۲-۵- مثال دوم: بهینه‌سازی هندسه و اندازه سازه خرابایی ۱۵ عضوی می باشد که در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

از روش‌های GSA و CA-GSA، از نتایج مقالات گذشته بهتر شده است. همچنین، الگوریتم جدید CA-GSA نسبت به هر کدام از روش‌های CA و GSA، از قدرت بالاتری برخوردار بوده و به وزن کمتری دست یافته است. نکته جالب توجه در تعداد آنالیزهای سازه است که در روش جدید در ۴۳۳۶ آنالیز (تقریباً نصف آنالیزهای مورد نیاز هر کدام از روش‌های پایه (CA و GSA)) به جواب بهینه رسیده است. این نتایج، برتری الگوریتم جدید نسبت به سایر روش‌هایی ذکر شده در جدول ۲ را نشان می‌دهد.



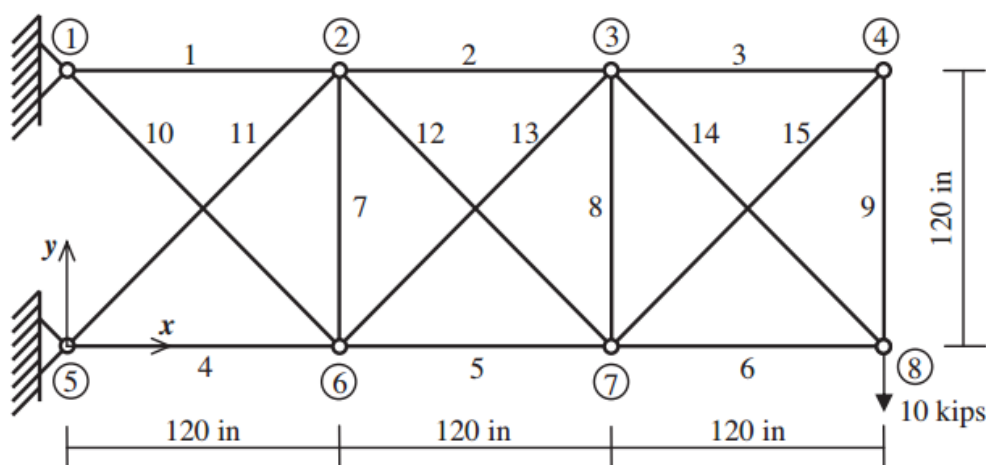
شکل ۹. دیاگرام تاریخچه همگرایی سازه ۱۸ عضوی

Fig. 9. The convergence history of the 18-member truss structure



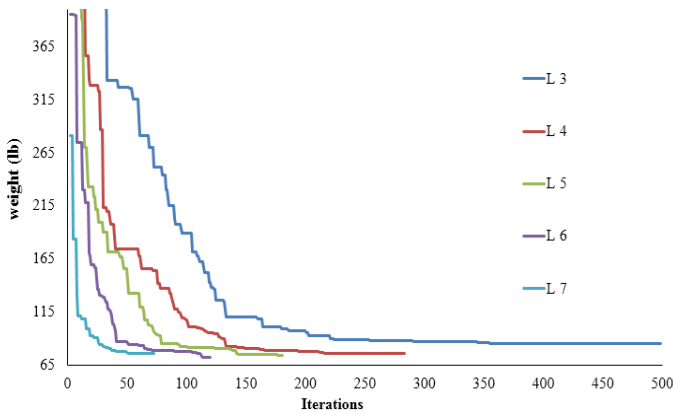
شکل ۸. سازه بهینه شده خرابایی ۱۸ عضوی

Fig. 8. The optimized structure of the 18-member truss structure



شکل ۱۰. نمای شماتیک سازه خرابایی ۱۵ عضوی

Fig. 10. Schematic view of the 15-member truss structure

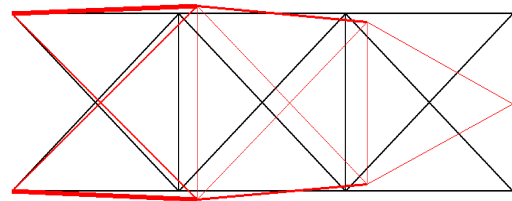


شکل ۱۲. دیاگرام تاریخچه همگرایی سازه ۱۵ عضوی  
**Fig. 12. The convergence history of the 15-member structure**

نتایج الگوریتم CA-GSA برای خرپای ۱۵ عضوی مطابق جدول ۳ بدست آمده است. در این جدول، بردار نهایی بهینه، وزن سازه، میانگین وزن ۲۰ اجرای متفاوت و تعداد آنالیزهای مورد نیاز جهت رسیدن به بهترین وزن از میان ۲۰ اجرا، نشان داده شده است. میزان خطای عبور از محدوده مجاز قیدها نیز در این جدول گنجانده شده است.

مطابق جدول ۳، در این مثال بهترین ابعاد برای شبکه CA،  $L=6$  با بهترین وزن  $72/3591$  lb بدست آمده است. در جدول ۴ نیز جواب بهینه روش CA-GSA با روشهای دیگر مقایسه شده است.

با توجه به جدول ۴ نتایج روش CA-GSA نسبت به جوابهای موجود در این زمینه بهبود یافته است و همچنین الگوریتم جدید CA-GSA نسبت به هرکدام از روشهای CA و GSA از قدرت بالاتری برخوردار بوده و به وزن کمتری برای سازه رسیده است. تعداد آنالیزهای سازه در روش جدید ۴۴۱۸ آنالیز است. این نتایج نشان‌دهنده برتری الگوریتم نسبت به تمام روشهای ذکر شده در جدول ۴ می‌باشند. در شکل ۱۱ و ۱۲ به ترتیب سازه بهینه شده و دیاگرام تاریخچه همگرایی الگوریتم CA-GSA در حالات مختلف ابعاد شبکه آورده شده است. در دیاگرام تاریخچه همگرایی مشابه مثال قبل با توجه به اینکه تعداد جمعیت‌های هر شبکه متفاوت است، پس از ۴۵۰۰ آنالیز در هر شبکه، الگوریتم موردنظر پایان یافته است.



شکل ۱۱. سازه ۱۵ عضوی بهینه شده  
**Fig. 11. The optimized 15-member structure**

بارهای وارده به این سازه بر روی آن نمایش داده شده است که یک بار متمرکز ۱۰ kips اعمال شده به گره ۸ خرپا میباشد. وزن مخصوص مصالح برابر  $1/ lb/in^3$  و مدول الاستیسیته  $ksi \cdot 10^4$  می‌باشد. این مسأله بهینه‌سازی ۲۳ متغیر دارد:

$$\text{Sizing variables : } A_i, i = 1, 2, \dots, 15$$

$$\text{Layout variables : } x_2 = x_6; \quad (31)$$

$$x_3 = x_7; y_2; y_3; y_4; y_6; y_7; y_8$$

تنش مجاز هر المان نباید از  $\pm 25$  ksi تجاوز نماید. بازه انتخاب سطح مقطع اعضا در این مسأله بصورت زیر می‌باشد.

$$D = \{0.111, 0.141, 0.174, 0.220, 0.270, 0.287, 0.347, 0.440, 0.539, 0.954, 1.081, 1.174, 1.333, 1.488, 1.764, 2.142, 2.697, 2.800, 3.131, 3.565, 3.813, 4.805, 5.952, 6.572, 7.192, 8.525, 9.300, 10.850, 13.330, 14.290, 17.170, 19.180\} \text{ (in}^2\text{)}. \quad (32)$$

محدوده متغیرهای هندسه نیز مطابق رابطه (۳۳) است:

$$\begin{aligned} 100 \text{ in.} &\leq x_2 \leq 140 \text{ in.}; \\ 220 \text{ in.} &\leq x_3 \leq 260 \text{ in.}; \\ 100 \text{ in.} &\leq y_2 \leq 140 \text{ in.}; \\ 100 \text{ in.} &\leq y_3 \leq 140 \text{ in.}; \\ 50 \text{ in.} &\leq y_4 \leq 90 \text{ in.}; \\ -20 \text{ in.} &\leq y_6 \leq 20 \text{ in.}; \\ -20 \text{ in.} &\leq y_7 \leq 20 \text{ in.}; \\ +20 \text{ in.} &\leq y_8 \leq 60 \text{ in.}; \end{aligned} \quad (33)$$

جدول ۳. نتایج روش CA-GSA با ابعاد شبکه متفاوت، برای خریای ۱۵ عضوی

Table 3. Results of the CA-GSA method with different lattic dimensions for the 15-member truss structure

Design Variable	3×3	4×4	5×5	6×6	7×7
A <sub>1</sub>	1.1740	0.9540	0.9540	0.954	0.9540
A <sub>2</sub>	0.9540	0.5390	0.5390	0.539	0.5390
A <sub>3</sub>	0.1110	0.3470	0.2870	0.27	0.2200
A <sub>4</sub>	1.1740	1.0810	0.9540	0.954	0.9540
A <sub>5</sub>	0.9540	0.5390	0.5390	0.539	0.5390
A <sub>6</sub>	0.4400	0.1110	0.1410	0.174	0.2200
A <sub>7</sub>	0.2200	0.1110	0.1110	0.111	0.1110
A <sub>8</sub>	0.2200	0.1110	0.1110	0.111	0.1110
A <sub>9</sub>	0.1110	0.3470	0.2870	0.954	0.1740
A <sub>10</sub>	0.1110	0.5390	0.3470	0.347	0.4400
A <sub>11</sub>	0.1110	0.4400	0.4400	0.347	0.4400
A <sub>12</sub>	0.5390	0.2200	0.2200	0.22	0.2200
A <sub>13</sub>	0.4400	0.2200	0.2200	0.22	0.2700
A <sub>14</sub>	0.4400	0.1110	0.1410	0.174	0.2700
A <sub>15</sub>	0.1110	0.3470	0.3470	0.27	0.2200
x <sub>2</sub>	140.00	100.00	128.7110	135.4206	100.00
x <sub>3</sub>	220.00	221.7869	255.7602	257.5838	234.3238
y <sub>2</sub>	100.00	133.6518	131.3165	122.1976	134.1024
y <sub>3</sub>	114.5599	128.3277	125.2737	109.6448	122.4022
y <sub>4</sub>	59.9757	55.0498	70.4619	54.3285	69.7919
y <sub>6</sub>	20.00	-20.00	-4.1737	-7.7	-18.0829
y <sub>7</sub>	5.4775	-10.3060	12.6584	1.5781	-16.0465
y <sub>8</sub>	60.00	55.0541	60.00	53.7112	32.5123
Weight (lb)	85.3813	76.2082	74.4055	<b>72.3591</b>	75.7359
Constraint Violation	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Mean (lb)	120.486	842.368	80.0482	800.77.4	79.5362
No. of analyses	4453	4461	4412	4418	4469

Layout variables :

$$x_4 = x_5 = -x_3 = -x_6;$$

$$x_8 = x_9 = -x_7 = -x_{10};$$

$$y_3 = y_4 = -y_5 = -y_6;$$

$$y_7 = y_8 = -y_9 = -y_{10};$$

$$z_3 = z_4 = z_5 = z_6.$$

(۳۵)

تنش مجاز هر المان نباید از  $\pm 40 \text{ ksi}$  تجاوز نماید. همچنین جابه‌جایی حداکثر نقاط سازه برابر  $0.35 \text{ in}$  است. بازه انتخاب سطح مقطع اعضا در این مسأله بصورت زیر می‌باشد.

۳-۵- سومین مثال: بهینه‌سازی هندسه و اندازه سازه خریایی سه

بعدی ۲۵ عضوی می‌باشد که در شکل ۱۳ نشان داده شده است.

ترکیب بارهای وارده به سازه در جدول ۵ نمایش داده شده است.

وزن مخصوص مصالح برابر  $1 \text{ lb/in}^3$  و مدول الاستیسیته  $10^4 \text{ ksi}$

می‌باشد. این مسأله بهینه‌سازی ۱۳ متغیر دارد:

$$\text{Sizing variables : } A_1; A_2 = A_3 = A_4$$

$$= A_5; A_6 = A_7 = A_8 = A_9; A_{10} = A_{11};$$

$$A_{12} = A_{13}; A_{14} = A_{15} = A_{16} = A_{17};$$

$$A_{18} = A_{19} = A_{20} = A_{21}; A_{22} = A_{23}$$

$$= A_{24} = A_{25}$$

(۳۴)

جدول ۴. مقایسه نتایج روش CA، GSA و CA-GSA برای خرابی ۱۵ عضوی با روش های گذشته

Table 4. Comparison of GSA, CA and CA-GSA results for the 15-member truss with previous methods

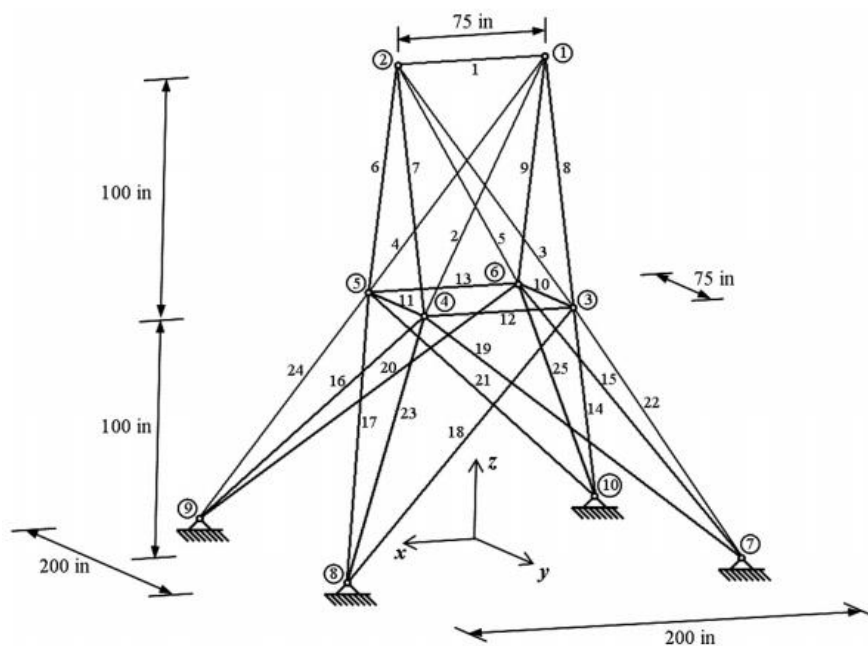
No.	Design Variable	Tang et al. [45]	Rahami et al [43]	Gholizadeh CPSO [35]	Gholizadeh SCPSO [35]	Present work		
						GSA	CA	CA-GSA
1	A <sub>۱</sub>	1.081	1.0810	1.174	0.954	0.9540	0.9540	0.954
2	A <sub>۲</sub>	0.539	0.5390	0.539	0.539	0.5390	0.5390	0.539
3	A <sub>۳</sub>	0.287	0.2870	0.347	0.270	0.2700	0.2700	0.270
4	A <sub>۴</sub>	0.954	0.9540	0.954	0.954	0.9540	1.0810	0.954
5	A <sub>۵</sub>	0.954	0.5390	0.954	0.539	0.5390	0.9540	0.539
6	A <sub>۶</sub>	0.220	0.1410	0.141	0.174	0.2200	0.1410	0.174
7	A <sub>۷</sub>	0.111	0.1110	0.141	0.111	0.1110	0.1110	0.111
8	A <sub>۸</sub>	0.111	0.1110	0.111	0.111	0.1110	0.1410	0.111
9	A <sub>۹</sub>	0.287	0.5390	1.174	0.287	0.3470	0.2870	0.954
10	A <sub>۱۰</sub>	0.220	0.4400	0.141	0.347	0.4400	0.3470	0.347
11	A <sub>۱۱</sub>	0.440	0.5390	0.440	0.347	0.3470	0.1740	0.347
12	A <sub>۱۲</sub>	0.440	0.2700	0.440	0.220	0.2200	0.4400	0.22
13	A <sub>۱۳</sub>	0.111	0.2200	0.141	0.220	0.2200	0.2700	0.22
14	A <sub>۱۴</sub>	0.220	0.1410	0.141	0.174	0.2200	0.1410	0.174
15	A <sub>۱۵</sub>	0.347	0.2870	0.347	0.270	0.2200	0.2700	0.27
16	x <sub>2</sub>	133.612	101.5775	102.2873	137.2216	134.8444	134.0407	135.4206
17	x <sub>3</sub>	234.752	227.9112	240.5050	259.9093	254.0367	250.0108	257.5838
18	y <sub>2</sub>	100.449	134.7986	112.5840	123.5006	128.4780	105.7870	122.1976
19	y <sub>3</sub>	104.738	128.2206	108.0428	110.0020	114.5932	127.4565	109.6448
20	y <sub>4</sub>	73.762	54.86300	57.7952	59.9356	50.1835	59.8786	54.3285
21	y <sub>6</sub>	-10.067	-16.4484	-6.4299	-5.1799	-6.8203	-5.2458	-7.7
22	y <sub>7</sub>	-1.339	-13.3007	-1.8006	4.2193	3.5519	1.9836	1.5781
23	y <sub>8</sub>	50.402	54.8572	57.7987	57.8829	50.6653	59.6178	53.7112
	Weight (lb)	79.820	76.6854	77.6153	72.5143	74.7563	79.1710	<b>72.3591</b>
	Max. stress (ksi)	25.0222	24.9992	24.9909	24.9912	25.0234	25.04160	24.9954
	Constraint Violation			0.0	0.0	9.9e-7	9.37e-6	0.0
	No. of analyses	8000	8000	4500	4500	5931	5806	4418

جدول ۵. شرایط بارگذاری سازه خرابی ۲۵ عضوی

Table 5. Loading conditions of the 25-member truss structure

Node	F <sub>x</sub> (kips)	F <sub>y</sub> (kips)	F <sub>z</sub> (kips)
1	1.0	-10.0	-10.0
2	0.0	-10.0	-10.0
3	0.5	0.0	0.0
6	0.6	0.0	0.0





شکل ۱۳. نمای شماتیک سازه خرپایی ۲۵ عضوی  
**Fig. 13. Schematic view of the 25-member truss structure**

۱۱۷/۲۶۰۳ lb بدست آمده است. در جدول ۷ نیز جواب بهینه روش CA-GSA با روشهای دیگر مقایسه شده است. در شکل ۱۴ سازه بهینه شده در کنار سازه اولیه نمایش داده شده است.

با توجه به جدول ۷ نتایج روش CA-GSA نسبت به جوابهای موجود در این زمینه بهبود یافته است و همچنین الگوریتم جدید CA-GSA نسبت به هر کدام از روشهای CA و GSA از قدرت بالاتری نشان دهنده برتری الگوریتم نسبت به تمام روشهای ذکر شده در جدول ۷ می باشد. الگوریتم CA-GSA به وزن ۱۱۷/۲۶۰۳ lb با خطای صفر رسیده است. در بین نتایج ارائه شده در مقالات دیگر، الگوریتم JA [۴۶] به وزن ۱۱۷/۳۲ lb با خطای صفر رسیده است که الگوریتم CA-GSA با تعداد آنالیز کمتر نسبت به الگوریتم JA به مقداری وزن کمتری نیز دست یافته است. لازم به ذکر است، وزن کمتر بدست آمده در مرجع [۳۵]، ناشی از غیر صفر بودن خطای آن می باشد. در شکل ۱۵ دیاگرام تاریخچه همگرایی الگوریتم CA-GSA

$$D = \{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 2.0, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6, 2.8, 3.0, 3.2, 3.4\} \text{ (in.}^2\text{)}. \quad (36)$$

محدوده متغیرهای هندسه نیز مطابق زیر است:

$$\begin{aligned} 20 \text{ in.} &\leq x_4 \leq 60 \text{ in;} \\ 40 \text{ in.} &\leq x_8 \leq 80 \text{ in;} \\ 40 \text{ in.} &\leq y_4 \leq 80 \text{ in;} \\ 100 \text{ in.} &\leq y_8 \leq 140 \text{ in;} \\ 90 \text{ in.} &\leq z_4 \leq 130 \text{ in;} \end{aligned} \quad (37)$$

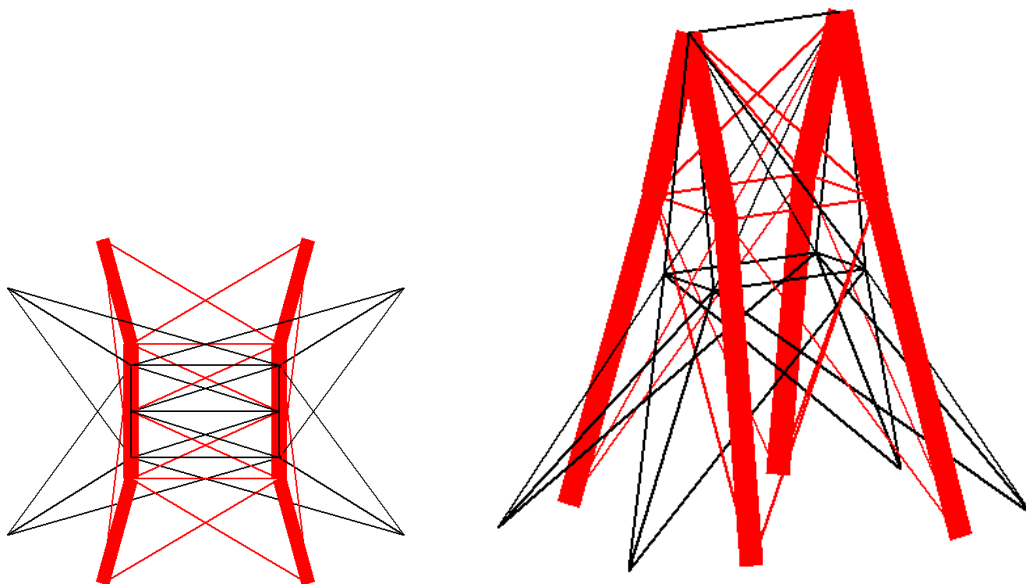
نتایج الگوریتم CA-GSA برای خرپای ۲۵ عضوی مطابق جدول ۶ بدست آمده است. بردار نهایی بهینه، وزن سازه، میانگین وزن ۲۰ اجرای متفاوت، خطای عبور از محدوده مجاز قیود و تعداد آنالیزهای مورد نیاز جهت رسیدن به بهترین وزن از میان ۲۰ اجرا، در این جدول نشان داده شده است.

با توجه به جدول ۶ بهترین ابعاد برای شبکه  $L=6$  با بهترین وزن

جدول ۶. نتایج روش CA-GSA با ابعاد شبکه متفاوت، برای خرابای ۲۵ عضوی

Table 6. Results of the CA-GSA method with different lattice dimensions for the 25-member truss structure

Design Variable	3×3	4×4	5×5	6×6	7×7
A <sub>1</sub>	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
A <sub>2</sub>	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
A <sub>6</sub>	1.1	0.9	1.0	1.0	0.9
A <sub>10</sub>	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
A <sub>12</sub>	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
A <sub>14</sub>	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
A <sub>18</sub>	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
A <sub>22</sub>	0.9	1.0	0.9	0.9	1.0
X <sub>4</sub>	37.379	36.8138	37.5548	37.4770	37.4046
Y <sub>4</sub>	52.8421	64.6913	54.7139	54.59999	53.3787
z <sub>4</sub>	129.9886	114.1883	130.00	129.9851	129.7851
x <sub>4</sub>	51.2317	47.7661	51.8755	51.8714	50.9033
y <sub>8</sub>	135.5252	138.2589	139.4676	139.5210	136.0110
Weight (lb)	119.5311	118.9605	117.2655	<b>117.2603</b>	118.8375
Mean (lb)	149.2461	144.8023	129.7190	120.5514	136.7548
Constraint Violation	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
No. of analyses	3556	3574	3579	3596	3901



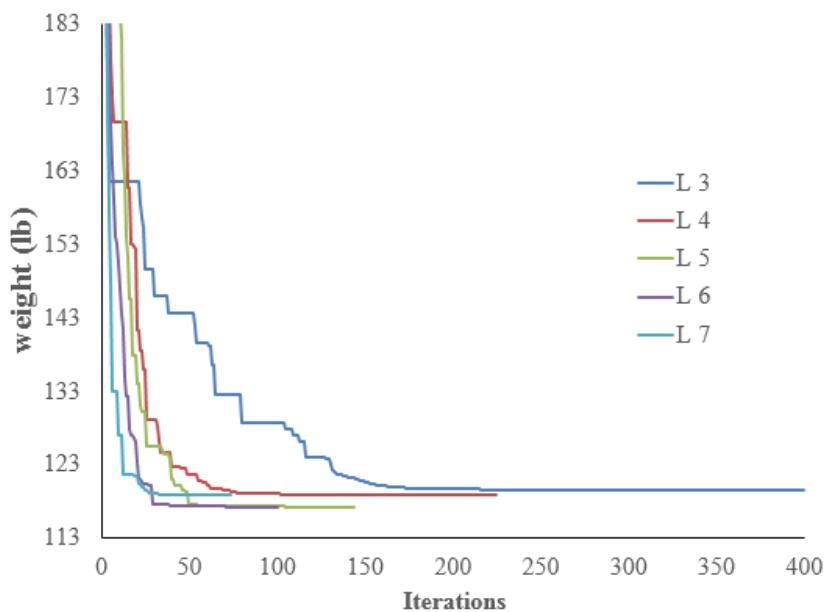
شکل ۱۴. سازه ۲۵ عضوی بهینه شده

Fig. 14. The optimized 25-member structure

جدول ۷. مقایسه نتایج روش GSA، CA و CA-GSA برای خرپای ۲۵ عضوی با روش های گذشته

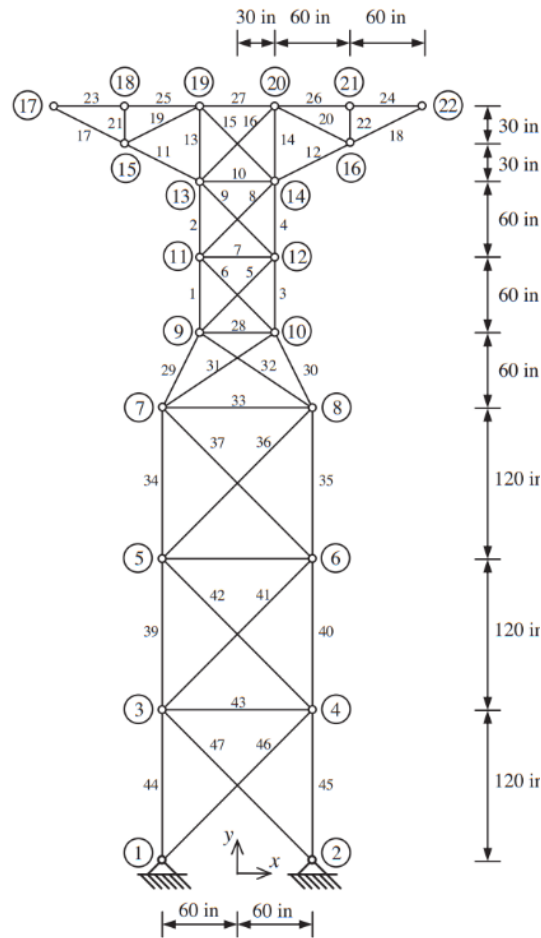
Table 7. Comparison of GSA, CA and CA-GSA results for the 25-member truss with those of previous methods

No.	Design Variable	Tang et al. [45]	Rahami et al [43]	Gholizadeh CPSO [35]	Gholizadeh SCPSO[35]	Degertekin et al [46]	Present work		
							GSA	CA	CA-GSA
1	A <sub>1</sub>	0.1	0.1	0.3	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
2	A <sub>2</sub>	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.3	0.1
3	A <sub>6</sub>	1.1	1.1	1.0	1.0	1.0	0.9	0.8	1.0
4	A <sub>10</sub>	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
5	A <sub>12</sub>	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.1
6	A <sub>14</sub>	0.2	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
7	A <sub>18</sub>	0.2	0.2	0.2	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
8	A <sub>22</sub>	0.7	0.8	0.9	0.9	0.9	1.0	1.0	0.9
9	x <sub>4</sub>	35.47	33.0487	33.4976	36.9520	37.107	37.1744	26.4792	37.4740
10	y <sub>4</sub>	60.37	53.5663	62.3735	54.5786	54.255	54.8990	71.4385	54.5999
11	z <sub>4</sub>	129.07	129.9092	114.5945	129.9758	129.998	126.5000	104.4128	129.9851
12	x <sub>8</sub>	45.06	43.7826	40.0531	51.7317	52.008	50.7708	42.4374	51.7814
13	y <sub>8</sub>	137.04	136.8381	133.6695	139.5316	140.00	137.1810	137.1325	139.5210
	Weight (lb)	124.943	120.115	123.451	117.227	117.320	119.0001	125.4976	<b>117.2603</b>
	Constraint Violation	8.0e-05	8.48e-07	1.89E-06	0.0059	0.0	4.78e-04	0.0115	0
	Maximum displacement	0.350028	0.3500003	0.350476	0.351846	0.34969	0.35017	0.35403	0.34999
	No. of analyses	6000	10000	4500	4500	3795	5906	5498	3596



شکل ۱۵. دیاگرام تاریخچه همگرایی سازه ۲۵ عضوی

Fig. 15. The convergence history of the 25-member truss structure



شکل ۱۶. نمای شماتیک سازه خرابایی ۴۷ عضوی

Fig. 16. Schematic view of the 47-member truss structure

جدول ۸. شرایط بارگذاری سازه خرابایی ۴۷ عضوی

Table 8. Loading conditions of the 47-member truss structure

Case	Node	$F_x$ (kips)	$F_y$ (kips)
1	17 and 22	6.0	-14.0
2	17	6.0	-14.0
3	22	6.0	-14.0

$$\begin{aligned}
 A_3 &= A_1; A_4 = A_2; A_5 = A_6; A_7; \\
 A_8 &= A_9; A_{10}; A_{12} = A_{11}; A_{14} = \\
 A_{13}; A_{15} &= A_{16}; A_{18} = A_{17}; A_{20} = \\
 A_{19}; A_{22} &= A_{21}; \\
 A_{24} &= A_{23}; A_{26} = A_{25}; A_{27}; A_{28}; \\
 A_{30} &= A_{29}; A_{31} = A_{32}; A_{33}; A_{35} = \\
 A_{34}; A_{36} &= A_{37}; A_{38}; A_{40} = A_{39}; \\
 A_{41} &= A_{42}; A_{43}; \\
 A_{45} &= A_{44}; A_{46} = A_{47}
 \end{aligned}$$

(۳۸)

در حالات مختلف ابعاد شبکه آورده شده است. در دیاگرام تاریخچه همگرایی پس از ۳۶۰۰ آنالیز در هر شبکه الگوریتم موردنظر پایان یافته است.

۴-۵- مثال چهارم: بهینه‌سازی هندسه و اندازه سازه خرابایی ۴۷ عضوی میباشد که در شکل ۱۶ نشان داده شده است.

این خرپا تحت سه ترکیب بار مستقل از هم مطابق جدول ۸ قرار دارد. وزن مخصوص مصالح برابر  $0.1 \text{ lb/in}^3$  و مدول الاستیسیته  $3 \times 10^4 \text{ ksi}$  می باشد. اعضای این سازه در ۲۷ گروه دسته بندی شده اند:

جدول ۹. نتایج روش CA-GSA با ابعاد مختلف شبکه، برای خرابای ۴۷ عضوی

Table 9. Results of the CA-GSA method with different lattice dimensions for the 47-member truss structure

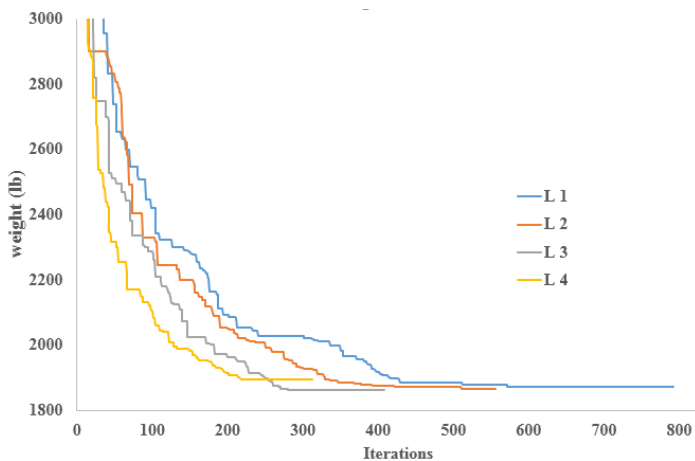
Design Variable	5×5	6×6	7×7	8×8
A <sub>3</sub>	2.80	2.70	2.70	2.90
A <sub>4</sub>	2.60	2.60	2.60	2.80
A <sub>5</sub>	0.70	0.80	0.80	0.70
A <sub>7</sub>	0.10	0.10	0.10	0.10
A <sub>8</sub>	1.00	0.90	0.90	0.80
A <sub>10</sub>	1.30	1.00	1.00	1.40
A <sub>12</sub>	1.90	1.80	1.80	1.90
A <sub>14</sub>	0.70	0.70	0.70	0.80
A <sub>15</sub>	0.80	0.90	0.90	1.00
A <sub>18</sub>	1.30	1.40	1.40	1.50
A <sub>20</sub>	0.30	0.40	0.40	0.30
A <sub>22</sub>	1.10	1.10	1.10	0.90
A <sub>24</sub>	1.00	1.10	1.00	1.20
A <sub>26</sub>	1.00	0.90	0.90	1.10
A <sub>27</sub>	1.50	2.20	0.80	2.90
A <sub>28</sub>	0.10	0.10	0.10	0.10
A <sub>30</sub>	2.80	2.70	2.70	2.80
A <sub>31</sub>	0.90	0.80	0.80	0.90
A <sub>33</sub>	0.10	0.10	0.10	0.10
A <sub>35</sub>	3.10	2.90	2.90	3.10
A <sub>36</sub>	0.90	0.90	0.90	0.80
A <sub>38</sub>	0.10	0.10	0.10	0.10
A <sub>40</sub>	3.20	3.10	3.10	3.30
A <sub>41</sub>	1.00	1.10	1.10	1.10
A <sub>43</sub>	0.10	0.10	0.10	0.10
A <sub>45</sub>	3.30	3.20	3.20	3.40
A <sub>46</sub>	1.10	1.10	1.10	1.10
x <sub>2</sub>	99.16812	105.8578	106.088	97.19482
x <sub>4</sub>	82.9334	84.95524	85.2445	76.30929
y <sub>4</sub>	130.0238	133.607	130.6193	135.5009
x <sub>6</sub>	65.003	66.38294	66.59746	62.64311
y <sub>6</sub>	245.1653	251.5817	252.1694	247.2437
x <sub>8</sub>	53.23699	57.04437	56.83037	53.96782
y <sub>8</sub>	322.0532	338.9891	339.7405	324.7493
x <sub>10</sub>	46.98738	50.39822	50.06994	45.63698
y <sub>10</sub>	400.8637	407.968	410.0487	412.3906
x <sub>12</sub>	42.65287	42.70449	42.68004	39.12888
y <sub>12</sub>	464.2354	470.2865	472.0933	472.7948
x <sub>14</sub>	43.54955	43.69748	43.86904	37.4047
y <sub>14</sub>	515.2767	505.3124	507.4253	515.9978
x <sub>20</sub>	-0.0107	-0.00227	2.133598	0.003041
y <sub>20</sub>	585.0963	584.7538	587.2228	587.3324
x <sub>21</sub>	91.98728	77.11847	80.73014	86.15133
y <sub>21</sub>	626.9355	627.7105	629.3278	617.8314
Weight (lb)	1871.0929	1864.9704	<b>1862.9602</b>	1893.4737
Mean (lb)	1980.3647	1921.6372	1888.3078	1901.719
Violated Constraints	0.0	0.0	0.0	0.0
No. of analyses	13996	14192	13867	13974

جدول ۱۰. مقایسه نتایج روش GSA، CA و CA-GSA برای خرپای ۴۷ عضوی با روش های گذشته

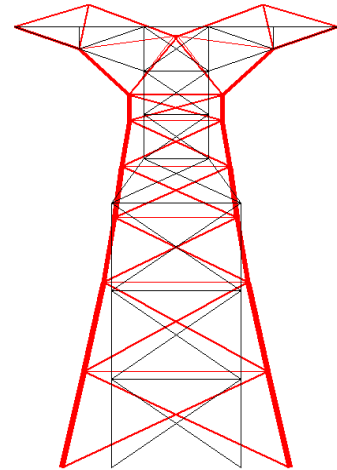
Table 10. Comparison of GSA, CA and CA-GSA results for the 47-member truss structure with those of previous

No.	Design Variable	Salajegheh and Vanderplaats [۴۸]	Hasancebi and Erbatur[47]	Gholizadeh SCPSO [35]	Degertekin [46] JA	Present work		
						GSA	CA	CA-GSA
1	A <sub>3</sub>	2.61	2.50	2.5	2.7	2.7	2.9	2.7
2	A <sub>4</sub>	2.56	2.50	2.5	2.5	2.6	2.5	2.6
3	A <sub>5</sub>	0.69	0.80	0.8	0.7	0.8	0.7	0.8
4	A <sub>7</sub>	0.47	0.10	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
5	A <sub>8</sub>	0.80	0.70	0.7	0.9	0.9	1.2	0.9
6	A <sub>10</sub>	1.13	1.30	1.4	1.1	1.2	1.0	1.0
7	A <sub>12</sub>	1.71	1.80	1.7	1.8	1.9	1.7	1.8
8	A <sub>14</sub>	0.77	0.70	0.8	0.7	0.7	0.6	0.7
9	A <sub>15</sub>	1.09	0.90	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9
10	A <sub>18</sub>	1.34	1.20	1.3	1.3	1.5	1.3	1.4
11	A <sub>20</sub>	0.36	0.40	0.3	0.3	0.4	0.6	0.4
۱۲	A <sub>22</sub>	0.97	1.30	0.9	1.1	1.0	1.1	1.1
13	A <sub>24</sub>	1.00	0.90	1.0	1.0	1.1	1.0	1.0
14	A <sub>26</sub>	1.03	0.90	1.1	0.9	1.1	1.0	0.9
15	A <sub>27</sub>	0.88	0.70	5.0	0.8	2.7	0.6	0.8
16	A <sub>28</sub>	0.55	0.10	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
17	A <sub>30</sub>	2.59	2.50	2.5	2.7	2.6	3.0	2.7
18	A <sub>31</sub>	0.84	1.00	1.0	0.8	1.0	1.0	0.8
19	A <sub>33</sub>	0.25	0.10	0.1	0.1	0.1	0.2	0.1
20	A <sub>35</sub>	2.86	2.90	2.8	3.0	2.9	3.2	2.9
21	A <sub>36</sub>	0.92	0.80	0.9	0.9	1.0	0.9	0.9
22	A <sub>38</sub>	0.67	0.10	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
23	A <sub>40</sub>	3.06	3.00	3.0	3.2	3.0	3.3	3.1
24	A <sub>41</sub>	1.04	1.20	1.0	1.0	1.1	1.0	1.1
25	A <sub>43</sub>	0.10	0.10	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
26	A <sub>45</sub>	3.13	3.20	3.2	3.3	3.1	3.3	3.2
27	A <sub>46</sub>	1.12	1.10	1.2	1.1	1.2	1.2	1.1
۲۸	x <sub>2</sub>	107.76	104.0	101.3393	100.249	106.5286	100.6474	106.088
29	x <sub>4</sub>	89.15	87.0	85.9111	81.118	90.4625	78.3750	85.2445
30	y <sub>4</sub>	137.98	128.0	135.9645	138.063	137.8989	144.6895	130.6193
31	x <sub>6</sub>	66.75	70.0	74.7969	63.520	70.8983	61.2061	66.59746
32	y <sub>6</sub>	254.47	259.0	237.7447	249.861	252.4235	250.4219	252.1694
33	x <sub>8</sub>	57.38	62.0	64.3115	54.417	56.3536	46.8156	56.8304
34	y <sub>8</sub>	342.16	326.0	321.3416	338.356	334.6909	338.0817	339.7405
35	x <sub>10</sub>	49.85	53.0	53.3345	49.238	50.3898	43.5248	50.0699
36	y <sub>10</sub>	417.17	412.0	414.3025	404.395	420.1513	408.6966	410.0487
37	x <sub>12</sub>	44.66	47.0	46.0277	44.082	41.8832	41.8533	42.6800
38	y <sub>12</sub>	475.35	486.0	489.9216	467.812	479.4662	460.6951	472.0933
39	x <sub>14</sub>	41.09	45.0	41.8353	44.534	41.2272	50.8440	43.86904
40	y <sub>14</sub>	513.15	504.0	522.4161	511.407	513.4638	504.5398	507.4253
41	x <sub>20</sub>	17.90	2.0	1.0005	3.851	0.0192	5.4776	2.133598
42	y <sub>20</sub>	597.92	584.0	598.3905	590.619	583.9883	588.5277	587.2228
43	x <sub>21</sub>	93.54	89.0	97.8696	84.215	88.0996	91.9636	80.73014
44	y <sub>21</sub>	623.94	637.0	624.0552	630.355	619.2316	626.8138	629.3278
	Weight (lb)	1900.00	1871.70	1864.10	1845.21	1903.4279	1922.4188	1862.9602
	Violated Constraints	0.0	0.0	0.0	7.96e-06	0.0	0.0	0.0
	No. of analyses	.....	100,000	25000	5545	25063	27336	13867





شکل ۱۸. خریای بهینه ۴۷ عضوی  
Fig. 18. The optimized 47-member truss structure



شکل ۱۷. دیاگرام تاریخچه همگرایی سازه ۴۷ عضوی  
Fig. 17. The convergence history of the 47-member truss structure

از محدوده مجاز قیود و تعداد آنالیزهای مورد نیاز جهت رسیدن به بهترین وزن از میان ۲۰ اجرا، در جدول ۹ نشان داده شده است. با توجه به جدول ۹ بهترین ابعاد برای شبکه  $L=7$  با بهترین وزن  $1862/9602$  lb بدست آمده است.

نتایج عددی بدست آمده در جدول ۱۰ نشان می دهند که الگوریتم جدید CA-GSA نسبت به هرکدام از روشهای ارائه شده، از قدرت بالاتری برخوردار بوده و به وزن کمتری دست یافته است. نکته جالب توجه در تعداد آنالیزهای سازه است. در روش جدید که در مجموع ۲۰۰۰۰ آنالیز صورت گرفته است، این روش توانسته است در آنالیز ۱۳۸۶۷ به جواب بهینه اصلی دست یابد، که کمتر از آنالیزهای مورد نیاز هرکدام از روشهای پایه (CA و GSA) می باشد. لازم به ذکر است، وزن کمتر بدست آمده در مرجع [۴۶]، ناشی از غیر صفر بودن خطای آن است. جهت مقایسه نتایج این مقاله با مرجع [۴۶]، مقدار خطای مجاز مسأله بهینه‌سازی برابر خطای بدست آمده در مرجع [۴۶] قرار داده شده است و با در نظر گرفتن خطای مجاز جدید، وزن بهینه این سازه دوباره بدست آمده است. نتایج به دست آمده در جدول ۱۱ برای شبکه های سلولی با ابعاد مختلف قرار داده شده است. در شکل ۱۷ و ۱۸ به ترتیب دیاگرام تاریخچه همگرایی

در این مثال گره های ۱۵، ۱۶، ۱۷ و ۲۲ ثابت فرض شده و گره های ۱ و ۲ تنها اجازه تغییر شکل در جهت  $x$  را دارند. بنابراین سازه موردنظر دارای ۴۴ متغیر هندسه می باشد.

$$\begin{aligned} \text{Layout variables: } & x_2 = x_1; x_4 = x_3; \\ & y_4 = y_3; x_6 = x_5; y_6 = y_5; x_8 = x_7; \\ & y_8 = y_7; x_{10} = x_9; y_{10} = y_9; x_{12} = x_{11}; \\ & y_{12} = y_{11}; \\ & x_{14} = x_{13}; y_{14} = y_{13}; x_{20} = x_{19}; y_{20} = \\ & y_{19}; x_{21} = x_{18}; y_{21} = y_{18} \end{aligned} \quad (39)$$

تنش مجاز هر المان در کشش و فشار به ترتیب نباید از ۲۰ ksi و ۱۵ ksi تجاوز نماید. کنترل قید کمانش نیز در این مسأله در نظر گرفته شده است و از مقدار تقریبی  $3EA/L^2/96$  به عنوان مقدار مجاز این قید استفاده شده است. متغیر اندازه در این مسأله از بازه زیر مقداردهی می شود.

$$DA = \{0.1, 0.2, 0.3, \dots, 4.8, 4.9, 5.0\} \text{ (in}^2\text{)}. \quad (40)$$

محدوده متغیرهای هندسه نیز  $x_i, y_i \in \mathbb{R}$  می باشند. نتایج الگوریتم CA-GSA برای خریای ۴۷ عضوی شامل: بردار نهایی بهینه، وزن سازه، میانگین وزن ۲۰ اجرای متفاوت، خطای عبور

جدول ۱۱. نتایج روش CA-GSA با ابعاد مختلف شبکه، در بهینه‌سازی خرابای ۴۷ عضوی، جهت مقایسه با مرجع [۴۶]

**Table 11. Results of the CA-GSA method with different lattice dimensions for the 47-member truss structure to compare with [46]**

Design Variable	5×5	6×6	7×7	8×8
A <sub>3</sub>	2.7	2.7	2.7	2.7
A <sub>4</sub>	2.6	2.5	2.5	2.5
A <sub>5</sub>	0.7	0.7	0.7	0.8
A <sub>7</sub>	0.1	0.1	0.1	0.3
A <sub>8</sub>	0.9	0.9	0.9	1.0
A <sub>10</sub>	1.1	1.1	1.1	1.0
A <sub>12</sub>	1.8	1.8	1.8	1.8
A <sub>14</sub>	0.8	0.7	0.7	0.7
A <sub>15</sub>	1.0	0.9	0.9	0.9
A <sub>18</sub>	1.4	1.3	1.3	1.3
A <sub>20</sub>	0.3	0.4	0.3	0.3
A <sub>22</sub>	1.1	1.1	1.1	1.1
A <sub>24</sub>	1.0	1.0	1.0	1.0
A <sub>26</sub>	0.9	0.9	0.9	0.9
A <sub>27</sub>	0.8	0.8	0.8	0.8
A <sub>28</sub>	0.1	0.1	0.1	0.1
A <sub>30</sub>	2.7	2.7	2.7	2.7
A <sub>31</sub>	0.8	0.8	0.8	0.8
A <sub>33</sub>	0.1	0.1	0.1	0.1
A <sub>35</sub>	3.0	3.0	3.0	3.0
A <sub>36</sub>	0.9	0.9	0.9	0.9
A <sub>38</sub>	0.1	0.1	0.1	0.1
A <sub>40</sub>	3.2	3.2	3.2	3.2
A <sub>41</sub>	1.0	1.0	1.0	1.0
A <sub>43</sub>	0.1	0.1	0.1	0.1
A <sub>45</sub>	3.3	3.3	3.3	3.3
A <sub>46</sub>	1.1	1.1	1.1	1.1
x <sub>2</sub>	100.0208	100.1714	99.8037	99.9402
x <sub>4</sub>	81.0130	80.7364	81.2026	80.8956
y <sub>4</sub>	137.8490	137.6850	137.3511	137.6750
x <sub>6</sub>	63.3385	63.4959	63.7482	63.4762
y <sub>6</sub>	250.1989	249.7553	249.2955	249.7603
x <sub>8</sub>	54.1059	54.3986	54.2828	54.4433
y <sub>8</sub>	339.2340	338.7311	338.6518	338.9597
x <sub>10</sub>	49.2979	49.3452	49.1830	49.2010
y <sub>10</sub>	403.8854	404.0356	404.2573	404.8011
x <sub>12</sub>	43.8674	44.0813	44.0380	43.6005
y <sub>12</sub>	467.6784	467.5500	467.5475	468.0548
x <sub>14</sub>	43.7552	44.3006	44.4605	44.4199
y <sub>14</sub>	511.0661	511.8834	511.3081	511.1569
x <sub>20</sub>	3.4945	4.0906	4.0141	4.1000
y <sub>20</sub>	591.0061	590.2122	590.5903	590.5660
x <sub>21</sub>	83.3751	83.9874	84.3733	84.4319
y <sub>21</sub>	629.7136	630.4107	630.3705	630.4645
Weight (lb)	1861.03	1849.70	<b>1844.71</b>	1859.60
Violated Constraints	7.8967e-06	7.8535e-06	7.8409e-06	7.8548e-06
No. of analyses	5962	6043	5016	5719

است. همچنین، نتایج مثال‌های عددی حل شده نشان می‌دهند که در بهینه‌سازی هندسه و اندازه سازه‌های خرپایی، مقادیر ۵، ۶ و ۷ اعداد مناسبی جهت تخصیص به پارامتر  $L$  می‌باشند.

### مراجع

- [1] D. Anthony, S. Elliott, A. Keane, Robustness of optimal design solutions to reduce vibration transmission in a lightweight 2-D structure, part i: Geometric design, *Journal of Sound and Vibration*, 229(3) (2000) 505-528.
- [2] D.E. Goldberg, J.H. Holland, Genetic algorithms and machine learning, *Machine learning*, 3(2) (1988) 95-99.
- [3] S. Das, P.N. Suganthan, Differential evolution: A survey of the state-of-the-art, *IEEE transactions on evolutionary computation*, 15(1) (2011) 4-31.
- [4] X.-S. Yang, A new metaheuristic bat-inspired algorithm, in: *Nature inspired cooperative strategies for optimization (NCSO 2010)*, Springer, 2010, pp. 65-74.
- [5] X.-S. Yang, Firefly algorithm, stochastic test functions and design optimisation, *arXiv preprint arXiv:1003.1409*, (2010).
- [6] M. Dorigo, V. Maniezzo, A. Colomi, Ant system: optimization by a colony of cooperating agents, *IEEE Transactions on Systems, man, and cybernetics, Part B: Cybernetics*, 26(1) (1996) 29-41.
- [7] J. Kennedy, Particle swarm optimization, *Encyclopedia of machine learning*, (2010) 760-766.
- [8] E. Rashedi, H. Nezamabadi-Pour, S. Saryazdi, Filter modeling using gravitational search algorithm, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 24(1) (2011) 117-122.
- [9] E. Rashedi, H. Nezamabadi-Pour, S. Saryazdi, GSA: a gravitational search algorithm, *Information Sciences*, 179(13) (2009) 2232-2248.
- [10] A. Kaveh, S. Talatahari, A novel heuristic optimization method: charged system search, *Acta Mechanica*, 213(3-4) (2010) 267-289.
- [11] Z.W. Geem, J.H. Kim, G.V. Loganathan, A new heuristic optimization algorithm: harmony search, *Simulation*, 76(2) (2001) 60-68.
- [12] A. Kaveh, V.R. Mahdavi, Colliding bodies optimization:

الگوریتم CA-GSA به ازای مقادیر مختلف ابعاد شبکه و سازه بهینه شده، آورده شده است. در دیگرام تاریخچه همگرایی، پس از ۲۰۰۰۰ آنالیز در هر شبکه، الگوریتم موردنظر پایان یافته است.

در جدول ۱۱ برای تمام شبکه‌های سلولی، تعداد آنالیزهای حداکثر به صورت ثابت برابر ۲۰،۰۰۰ آنالیز قرار داده شده است. مطابق این جدول، با شبکه سلولی  $7 \times 7$  در تعداد آنالیز ۵۰۱۶ الگوریتم CA-GSA به وزن  $1844/71$  kg با خطای  $7,8409e-06$  رسیده است که نسبت به مرجع [۴۶]، مقدار مناسبتری می‌باشد. بنابراین، با توجه به نتایج الگوریتم CA-GSA، برتری و قدرت بالای آن در مسائل با تعداد متغیر بالاتر نیز اثبات می‌شود.

نتایج عددی نشان می‌دهند که در این مثال، مقدار مناسب  $L$  برابر ۷ خواهد بود. بدیهی است که برای حل مسأله‌های جدید بهینه‌سازی، باید مقدار مناسب  $L$  بدست آید.

### ۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله روش بهینه‌سازی ترکیبی جدیدی از ادغام روش‌های بهینه‌سازی ماشین‌های یاخته‌ای و قوانین گرانشی GSA جهت بهینه‌سازی اندازه و هندسه سازه‌های خرپایی ارائه شده است (CA-GSA). بدین منظور، پس از ایجاد جمعیت تصادفی اولیه در GSA، این اجرام اولیه در شبکه CA قرار می‌گیرند و برای محاسبه موقعیت جدید، هر جرم تنها به وسیله اجرام همسایه آن در شبکه CA جذب می‌گردد. به منظور مقایسه کارایی روش بهینه‌سازی پیشنهادی در این مقاله، چهار مثال بهینه‌سازی معیار (بنچمارک) در رابطه با طراحی بهینه خرپاها ارائه شده است و نتایج سه روش بهینه‌سازی GSA، CA و CA-GSA برای این مثالها بدست آمده است. در روش CA-GSA از شبکه‌های سلولی با ابعاد متفاوت استفاده شده است. برای مقایسه بهتر نتایج، تعداد آنالیزها در هر شبکه یکسان در نظر گرفته شده است. به عبارت دیگر، تعداد سلول‌ها ضرب در تعداد تکرارهای الگوریتم برای تمام شبکه‌ها یکسان است. از نتایج الگوریتم جدید CA-GSA نسبت به نتایج روشهای CA و GSA و نسبت به نتایج مطالعات ذکر شده در این مقاله در این زمینه، مشخص است که الگوریتم CA-GSA به جوابهای بهتری از نظر وزن کمینه و میانگین همگرا شده است. همچنین این روش از سرعت همگرایی بیشتری در مقایسه با سایر روشهای بهینه‌سازی مطرح شده در این مقاله برخوردار

- [22] Kaveh, S. Talatahari, Optimal design of Schwedler and ribbed domes via hybrid Big Bang–Big Crunch algorithm, *Journal of Constructional Steel Research*, 66(3) (2010) 412-419.
- [23] Kaveh, S.M. Javadi, An efficient hybrid particle swarm strategy, ray optimizer, and harmony search algorithm for optimal design of truss structures, *PeriodicaPolytechnica Civil Engineering*, 58(2) (2014) 155-171.
- [24] M. Mashayekhi, J. Salajegheh, M. Fadaee, E. Salajegheh, A two-stage SIMP-ACO method for reliability-based topology optimization of double layer grids, *International Journal of Optimization in Civil Engineering*, 1(4) (2011) 521-542.
- [25] M. Mashayekhi, E. Salajegheh, J. Salajegheh, M.J. Fadaee, Reliability-based topology optimization of double layer grids using a two-stage optimization method, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 45(6) (2012) 815-833.
- [26] M. Mashayekhi, M. Fadaee, J. Salajegheh, E. Salajegheh, Topology optimization of double layer grids for earthquake loads using a two-stage ESO-ACO method, *International Journal of Optimization in Civil Engineering*, 1(2) (2011) 211-232.
- [27] M. Dehghani, M. Mashayekhi, E. Salajegheh, Topology optimization of double-and triple-layer grids using a hybrid methodology, *Engineering Optimization*, 48(8) (2016) 1333-1349.
- [28] J.L. Schiff, *Cellular automata: a discrete view of the world*, John Wiley & Sons, 2011.
- [29] S. Wolfram, *Cellular automata and complexity: collected papers*, CRC Press, 2018.
- [30] M. Esnaashari, M. Meybodi, A cellular learning automata based clustering algorithm for wireless sensor networks, *Sensor Letters*, 6(5) (2008) 723-735.
- [31] R. Vafashoar, M. Meybodi, A.M. Azandaryani, CLADE: a hybrid model based on cellular learning automata for numerical optimization, *Applied Intelligence*, 36(3) (2012) 735-748.
- [32] O.E. Canyurt, P. Hajela, Cellular genetic algorithm technique for the multicriterion design optimization, a novel meta-heuristic method, *Computers & Structures*, 139 (2014) 18-27.
- [13] E. Atashpaz-Gargari, C. Lucas, Imperialist competitive algorithm: an algorithm for optimization inspired by imperialistic competition, in: *2007 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, IEEE, 2007, pp. 4661-4667.
- [14] A. Kaveh, M. Shahrouzi, Dynamic selective pressure using hybrid evolutionary and ant system strategies for structural optimization, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 73(4) (2008) 544-563.
- [15] Kaveh, S. Talatahar, A hybrid particle swarm and ant colony optimization for design of truss structures, *Asian Journal of Civil Engineering (building and housing)*, 9 (2008) 329 To 348.
- [16] Kaveh, S. Malakoutirad, Hybrid genetic algorithm and particle swarm optimization for the force method-based simultaneous analysis and design, *Iranian Journal of Science and Technology Transaction*, 344 (2010) 15 To 34.
- [17] Kaveh, S. Talatahari, Particle swarm optimizer, ant colony strategy and harmony search scheme hybridized for optimization of truss structures, *Computers & Structures*, 87(5-6) (2009) 267-283.
- [18] Kaveh, S. Talatahari, Hybrid charged system search and particle swarm optimization for engineering design problems, *Engineering Computations*, 28 (2011).
- [19] M. Mashayekhi, E. Salajegheh, M. Dehghani, Topology optimization of double and triple layer grid structures using a modified gravitational harmony search algorithm with efficient member grouping strategy, *Computers & Structures*, 172 (2016) 40-58.
- [20] M. Mashayekhi, E. Salajegheh, M. Dehghani, A new hybrid algorithm for topology optimization of double layer grids, *International Journal of Optimization in Civil Engineering*, 5(3) (2015) 353-374.
- [21] A. Kaveh, A. Zolghadr, Truss optimization with natural frequency constraints using a hybridized CSS-BBBC algorithm with trap recognition capability, *Computers & Structures*, 102 (2012) 14-27.

- continuous optimization based on the modified cellular automaton, *Symmetry*, 8(9) (2016) 84.
- [41] H. Cortés, A. Tovar, J.D. Munoz, N.M. Patel, J.E. Renaud, Topology optimization of truss structures using cellular automata with accelerated simultaneous analysis and design, in: *Proc. of 6th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization*. Rio de Janeiro, Brazil, 2005.
- [42] U. Frisch, B. Hasslacher, Y. Pomeau, Lattice-gas automata for the Navier-Stokes equation, *Physical review letters*, 56(14) (1986) 1505.
- [43] H. Rahami, A. Kaveh, Y. Gholipour, Sizing, geometry and topology optimization of trusses via force method and genetic algorithm, *Engineering Structures*, 30(9) (2008) 2360-2369.
- [44] O. Hasancebi, F. Erbatur, On efficient use of simulated annealing in complex structural optimization problems, *Acta Mechanica*, 157(1-4) (2002) 27-50.
- [45] W. Tang, L. Tong, Y. Gu, Improved genetic algorithm for design optimization of truss structures with sizing, shape and topology variables, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 62(13) (2005) 1737-1762.
- [46] S. Degertekin, L. Lamberti, I. Ugur, Sizing, layout and topology design optimization of truss structures using the Jaya algorithm, *Applied Soft Computing*, 70 (2018) 903-928.
- [47] O. Hasancebi, F. Erbatur, Layout optimization of trusses using improved GA methodologies, *Acta mechanica*, 146(1-2) (2001) 87-107.
- [48] E. Salajegheh, G.N. Vanderplaats, Optimum design of trusses with discrete sizing and shape variables, *Structural Optimization*, 6(2) (1993) 79-85.
- Structural and Multidisciplinary Optimization, 40(1-6) (2010) 201-214.
- [33] E. Sidiropoulos, D. Fotakis, Cell-based genetic algorithm and simulated annealing for spatial groundwater allocation, *WSEAS Transactions on Environment and Development*, 4(5) (2009) 1-10.
- [34] T. Du, P. Fei, J. Jian, A new cellular automata-based mixed cellular ant algorithm for solving continuous system optimization programs, in: *2008 Fourth International Conference on Natural Computation*, IEEE, 2008, pp. 407-411.
- [35] S. Gholizadeh, Layout optimization of truss structures by hybridizing cellular automata and particle swarm optimization, *Computers & Structures*, 125 (2013) 86-99.
- [36] A. Nowrouzifar, E. Rashedi, M. Rajabi, F. Naseri, Urban growth modeling using integrated cellular automata and gravitational search algorithm (case study: Shiraz city, Iran), *Journal of Geomatics Science and Technology*, 7(1) (2017) 29-39.
- [37] B. Bochenek, K. Tajs-Zielińska, Novel local rules of Cellular Automata applied to topology and size optimization, *Engineering Optimization*, 44(1) (2012) 23-35.
- [38] C.L. Penninger, L.T. Watson, A. Tovar, J.E. Renaud, Convergence analysis of hybrid cellular automata for topology optimization, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 40(1-6) (2010) 271-282.
- [39] A. Tovar, N.M. Patel, G.L. Niebur, M. Sen, J.E. Renaud, Topology optimization using a hybrid cellular automaton method with local control rules, *Journal of Mechanical Design*, 128(6) (2006) 1205-1216.
- [40] O. Evsutin, A. Shelupanov, R. Meshcheryakov, D. Bondarenko, A. Rashchupkina, The algorithm of

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

M. Dehghani, M. Mashayekhi, M. Sharifi, (2021). Sizing and Geometry Optimization of Truss Structures Using a Hybrid of Gravitational Search Algorithm and Cellular Automata. *Amirkabir J. Civil Eng.*, 53(5): 2149-2174.

DOI: [10.22060/ceej.2020.17362.6538](https://doi.org/10.22060/ceej.2020.17362.6538)



