

## شناسایی سختی طبقات در ساختمان‌های برشی با استفاده از آزمایش ارتعاش محیطی با نوفه بالا

رسول خدایاری<sup>۱</sup>، امید بهار<sup>۲\*</sup>

<sup>۱</sup> گروه مهندسی عمران، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران  
<sup>۲</sup> استادیار، پژوهشگاه مهندسی سازه، پژوهشگاه بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله، تهران، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸-۰۱-۲۰  
بازنگری: ۱۳۹۸-۰۳-۲۱  
پذیرش: ۱۳۹۸-۰۴-۱۶  
ارائه آنلاین: ۱۳۹۸-۰۶-۳۱

### کلمات کلیدی:

شناسایی سیستم  
سختی طبقه  
تحریکات محیطی  
داده‌برداری ناکامل  
ساختمان‌های برشی

**خلاصه:** شناسایی سیستم بر پایه داده‌برداری ارتعاش سازه به عنوان ابزاری قدرتمند برای رسیدن به یک مدل ریاضی از رفتار دینامیکی سازه در سال‌های اخیر مورد توجه مهندسان سازه قرار گرفته است. از میان رویکردهای توسعه یافته، رویکردهای مبتنی بر استفاده از داده‌های آزمایش ارتعاش محیطی که بدون نیاز به ابزارهای تحریک پیچیده و بدون محدودیت توقف در سرویس‌دهی سازه، به شناسایی سیستم می‌پردازند، از محبوبیت بیشتری برخوردارند. با توجه به تعداد بالای درجات آزادی در برخی سازه‌ها و عدم امکان داده‌برداری در تمام درجات آزادی، در مواقعی لازم است تا داده‌برداری در درجات آزادی محدودی انجام گرفته و علاوه بر تعیین پارامترهای مدی، مشخصه‌های فیزیکی نیز شناسایی گردند. از میان مشخصه‌های فیزیکی سازه، مشخصه‌ی سختی در مسائل تشخیص خرابی دارای اهمیت بیشتری است. هدف این مقاله ارائه‌ی روشی جهت شناسایی سختی طبقات در ساختمان‌های برشی با استفاده از داده‌های پاسخ ناکامل خروجی است. بر اساس روش پیشنهادی که بر پایه تئوری‌های دینامیک سازه‌ها و روش شناسایی زیرفضای تصادفی استوار است، نخست زیرماتریس سختی شناسایی شده و سپس با معادلات ساده ریاضی سختی طبقات تعیین می‌گردند. از آنجایی که در آزمایش ارتعاش محیطی، وجود نوفه دور از انتظار نمی‌باشد، در این مقاله اثرات نوفه نیز مورد بررسی قرار گرفته است. برای ارزیابی روش پیشنهادی از مدل تحلیلی سازه‌ی پنج طبقه و بیست طبقه‌ی برشی استفاده شده است. تحلیل‌های گسترده توانمندی و دقت روش پیشنهادی را در شناسایی صحیح سختی طبقات در داده‌برداری‌های ناکامل حتی در حضور نوفه را تایید می‌کند.

### ۱- مقدمه

مقاطع و با بکارگیری روش‌هایی مانند حل مقادیر ویژه مشخصات دینامیکی سازه محاسبه می‌گردد. که این رویکرد تحلیل مدال سازه نامیده می‌شود. روش‌های مبتنی بر مدل‌سازی اجزای محدود در این دسته قرار می‌گیرند [۱]. در رویکرد دوم، سیستم به عنوان یک جعبه‌ی سیاه فرض می‌شود که با استفاده از داده‌برداری داده‌های ارتعاش، مشخصات دینامیکی سازه تعیین می‌گردد که این رویکرد، تحلیل تجربی مدال یا شناسایی سیستم نامیده می‌شود. هدف از شناسایی سیستم در مهندسی، فراهم آوردن ابزارهای تحلیلی موثر و

موضوع شناسایی سیستم به عنوان یک ابزار عملی مناسب برای دستیابی به یک مدل ریاضی از رفتار دینامیکی سازه و پایه‌ای برای پایش سلامت در سازه‌ها در سال‌های اخیر مورد توجه محققین قرار گرفته است. دو رویکرد کلی برای دستیابی به مشخصات دینامیکی یک سیستم وجود دارد. در رویکرد اول سیستم به شکل یک جعبه سفید در نظر گرفته می‌شود سپس با استفاده از مشخصات مصالح و

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: [omidbahar@iiees.ac.ir](mailto:omidbahar@iiees.ac.ir)



مشخصه‌های مدی سیستم‌های سازه‌ای با استفاده از داده‌های خروجی تنها پرداختند [۹]. رینیری و فابروچینو<sup>۳</sup> در سال ۲۰۱۰ [۱۰]، و نی و همکاران<sup>۴</sup> در سال ۲۰۱۸ [۱۱] نیز روشی بهبود یافته و تکرار شونده برای افزایش دقت شناسایی مدی از داده‌های خروجی تنها ارائه دادند. روش‌های شناسایی سیستم با استفاده مستقیم از داده‌های خروجی برای شناسایی پارامترهای مدی در سازه‌ها از لحاظ حوزه حل به دو دسته حوزه فرکانس و حوزه زمان تقسیم می‌شوند. مهم‌ترین این روش‌ها عبارتند از: روش جستار قله (the peak picking, PP) [۱۲] بر پایه انتخاب قله‌ها در طیف پاسخ خروجی سازه، الگوریتم تجزیه دامنه فرکانسی، (the Frequency domain decomposition, FDD) و نسخه ارتقا یافته آن (EFDD) [۱۳] در حوزه فرکانس و روش میانگین متحرک-خود برازشی (the auto regressive-moving average, ARMA) بر پایه داده‌های گسسته زمانی [۱۴]، تکنیک تحریک طبیعی (the natural excitation technique, NEXT) [۱۵]، و روش شناسایی زیرفضای تصادفی (the stochastic subspace identification, SSI) [۱۶-۱۸] در حوزه زمان.

روش شناسایی زیر فضای تصادفی به عنوان یکی از پرکاربردترین روش‌های شناسایی در حوزه زمان در سال ۱۹۹۶ توسط ون اوورشی و دمور<sup>۵</sup> ارائه شده است [۱۹]. این روش یک الگوریتم کارآمد برای شناسایی ماتریس‌های مشخصه مرتبه اول سیستم در فضای حالت به حساب می‌آید. پیترز<sup>۶</sup> در سال ۲۰۰۰ از روش شناسایی زیرفضای تصادفی برای شناسایی سازه‌های مهندسی عمران استفاده کرد [۲۰]. در سال ۲۰۰۶، برینکر و اندرسن<sup>۷</sup> تلاش نمودند تا مفاهیم ریاضی به کار رفته در روش SSI را با زبانی ساده‌تر بیان نمایند [۲۱]. در سال‌های اخیر نیز توانمندی این روش به سبب کارایی بالا، بسیار مورد توجه مهندسان سازه قرار گرفته و تلاش‌های زیادی در کاهش محدودیت‌های این روش انجام پذیرفته است. از جمله‌ی این موارد می‌توان به انتخاب پارامترهای موثر، و افزایش دقت شناسایی در تشخیص مدهای غیرحقیقی از مدهای صحیح اشاره نمود [۲۲-۲۵]. در مواردی از جمله مسائل تشخیص خرابی و پایش سلامت، هدف

دقیق می‌باشد که دربردارنده‌ی روش‌شناسی، روند محاسباتی و کاربرد آن‌ها است. در این میان، توسعه یک ابزار تحلیلی مناسب وابسته به فهم ریاضی صحیح از مسئله و درک از دقت عددی مورد نیاز هنگام کار کردن با تعداد زیاد داده‌ها بسیار ضروری است [۲].

برای دستیابی به هدف شناسایی، تکنیک‌های متفاوتی برای شناسایی سیستم بر پایه داده‌برداری ارتعاش سازه تاکنون توسعه یافته‌اند. تکنیک‌های قدیمی‌تر بر پایه استفاده توأم از داده‌های ارتعاشی ورودی و خروجی سازه استوار بودند. کاربرد برخی از این روش‌ها را می‌توان در منابع [۳] الی [۶] مشاهده نمود. در این دسته از روش‌ها با نصب تعدادی سنجشگر در نقاط مشخصی از سازه، پاسخ‌های سازه‌ای در راستاهای مختلف ثبت می‌گردند. در ادامه با در دست داشتن داده‌های داده‌برداری شده و با معلوم بودن ورودی سیستم که ممکن است نیروی اعمالی یا سرعت/جابجایی اولیه باشد، مشخصه‌های دینامیکی سازه برآورد می‌گردند. با پیشرفت تکنیک‌های پردازش سیگنال و با در نظر گرفتن این حقیقت که در طیف وسیعی از سازه‌ها ممکن است اعمال نیروی خارجی به سازه آسیب وارد نماید یا امکان داده‌برداری نیروی ورودی (مانند باد، ترافیک عبوری، ارتعاش القایی سیستم آسانسور یا دستگاه هواساز ساختمان و امثال اینها) و یا تولید نیرو برای تحریک سازه‌های حجیم وجود نداشته باشد، دسته‌ی دیگری از روش‌های شناسایی سازه‌ای گسترش یافتند که در آنها فقط پاسخ‌های خروجی سازه‌ای در روند شناسایی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این میان، روش‌های بر پایه داده‌برداری پاسخ سازه در آزمایش ارتعاش محیطی به سبب عدم وابستگی به ابزار تحریک و عدم نیاز به توقف در سرویس‌دهی سازه، کاربرد بالایی دارند [۲].

در روش‌های بر پایه استفاده از داده‌های خروجی تنها اگر چه تحقیقاتی نیز در حوزه غیر خطی انجام گردیده است ولی اغلب روش‌های پیشنهادی برای سیستم‌های خطی تغییرناپذیر با زمان مطرح گردیده است [۷]. در سال ۲۰۰۹، دو و وانگ<sup>۱</sup> یک روش شناسایی مدی در حوزه زمان برای سیستم‌های خطی تغییرناپذیر با زمان براساس مدل چند متغیره‌ی خود بازگشتی پیوسته زمانی ارائه نمودند. آن‌ها پارامترهای مدل را با فرض تحریک ارتعاشی با توزیع احتمالی نرمال (گاوسی) به دست آوردند [۸]. فاجینی و همکاران<sup>۲</sup> در سال ۲۰۱۴ با بهره‌گیری از شبکه‌های عصبی مصنوعی به شناسایی

3 Rainieri & Fabbrocino

4 Ni et al.

5 Van Overschee & De Moor

6 Peeters

7 Brincker & Anderson

1 Du & Wang

2 Facchini et al.

[۱۹]. با توجه به این که روش شناسایی زیر فضای تصادفی یک الگوریتم در فضای حالت می‌باشد، تخت معادلات فضای حالت در دو وضعیت گسسته زمانی و پیوسته زمانی شرح داده می‌شود.

### ۱-۲- معادلات فضای حالت

معادله حرکت دینامیکی در فضای حالت با ورودی  $u(t)$  و تبدیل به فرم مرتبه اول دیفرانسیلی به شکل رابطه‌ی (۱) می‌باشد، که با در نظر گرفتن رابطه‌ی حاکم بر خروجی، رابطه‌ی (۲)، زوج معادله فضای حالت با تعداد  $p$  ورودی و  $l$  خروجی به فرم زیر نمایش داده می‌شود.

$$\dot{x}(t) = A_c x(t) + B_c u(t) \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t) + Gu(t) \quad (2)$$

در روابط فوق،  $x(t) = \begin{Bmatrix} z(t) \\ \dot{z}(t) \end{Bmatrix}$  بردار حالت و  $y(t)$  ماتریس خروجی سیستم بصورت ترکیبی از پاسخ‌های شتاب، سرعت و جابجایی است و از رابطه‌ی (۳) به دست می‌آید. چهارتایی  $A_c$  از مرتبه‌ی  $n \times n$ ،  $B_c$  از مرتبه‌ی  $n \times p$ ،  $C$  از مرتبه  $l \times n$  و  $G$  از مرتبه  $l \times p$  ماتریس‌های سیستم در فضای حالت پیوسته زمانی هستند. در این معادلات  $n$  مرتبه سیستم شناسایی شده است که دو برابر تعداد درجات آزادی واقعی سازه بوده و لزوماً با  $l$  برابر نیست.

$$y(t) = C_a \ddot{z}(t) + C_v \dot{z}(t) + C_d z(t) \quad (3)$$

که در آن  $C = [C_d - C_a M^{-1} K \quad C_v - C_a M^{-1} D]$  و  $G = C_a M^{-1} B_2 u(t)$  است.

با توجه به این که ابزارهای داده‌برداری به صورت گسسته زمانی داده‌برداری می‌نمایند، ضرورت دارد معادلات فضای حالت نیز به فرم گسسته زمانی بازنویسی شوند. از آنجا که در آزمایش‌های ارتعاش محیطی ورودی سیستم ناشناخته یا غیرقابل داده‌برداری است، جملات ورودی مشخص از معادلات حذف شده و عبارت‌های تصادفی جایگزین آن‌ها می‌گردند. این عبارت‌های تصادفی نشانگر نوفه محاسباتی و نوفه داده‌برداری هستند. نوفه محاسباتی که با

از شناسایی تعیین مشخصه‌های فیزیکی سازه مخصوصاً مشخصه‌ی سختی در محل محتمل خرابی می‌باشد. در این‌گونه موارد در کنار استخراج مشخصه‌های فیزیکی سازه، مشخصه‌های مدی نیز به عنوان پارامترهای ثانویه قابل محاسبه خواهند بود. از طرفی با توجه به تعداد بالای درجات آزادی در برخی سازه‌ها و عدم امکان داده‌برداری در تمام درجات آزادی و نیز با توجه به عدم تشخیص محل دقیق درجات آزادی برای داده‌برداری، در مواقعی لازم است تا داده‌برداری در درجات آزادی محدودی انجام گیرد. بنابراین ارائه روشی برای استخراج سختی در ساختمان‌ها یا سازه‌هایی که امکان تحریک کنترل شده آن‌ها وجود نداشته یا بسیار پیچیده می‌باشد، در محل محتمل خرابی ضروری به نظر می‌رسد.

هدف این مقاله پیشنهاد روشی جهت شناسایی سختی طبقات در ساختمان‌های برشی با استفاده از داده‌های پاسخ ناکامل خروجی است. از آنجایی که در آزمایشات ارتعاش محیطی، وجود نوفه دور از انتظار نمی‌باشد، اثرات نوفه نیز مورد بررسی قرار گرفته است. روش پیشنهادی برای شناسایی بر پایه تئوری‌های دینامیک سازه‌ها و تئوری تحقق به عنوان اساس روش شناسایی زیرفضای تصادفی استوار است. براساس تئوری تحقق و اصل تحقق کمینه، تمامی تحقق‌های شناسایی شده از حل معکوس به شرطی می‌توانند پاسخی برای مسئله ارتعاش باشند که قابل تقسیم به زیرماتریس نباشند [۲۱]. به عبارت بهتر، دارای مرتبه‌ای کمتر از مرتبه حقیقی سیستم نباشند. در این مقاله نشان داده شده است که با استفاده از روش پیشنهادی، در هنگام داده‌برداری ناکامل درجات آزادی حتی کمتر از مرتبه حقیقی سیستم، با وجود این که ابعاد ماتریس‌های سیستم شناسایی شده به روش شناسایی زیرفضای تصادفی کمتر از ابعاد حقیقی سیستم هستند، با تخمین صحیح مرتبه سیستم کامل، پس از شناسایی زیرماتریس سختی سازه می‌توان سختی طبقات را شناسایی نمود.

### ۲- شناسایی با داده‌برداری کامل بر اساس روش شناسایی زیر فضای تصادفی

روش شناسایی زیرفضای تصادفی به عنوان زیرمجموعه‌ای از روش‌های شناسایی زیرفضا، یک روش توانمند برای شناسایی سیستم‌های دینامیکی در فضای حالت است که بدون نیاز به معلوم بودن ورودی سیستم‌ها به شناسایی ماتریس‌های حالت می‌پردازد

از پایین آن حذف شده است و  $\hat{\Gamma}$  ماتریسی است که یک بلوک از بالای آن حذف شده است.

ماتریس مشاهده‌پذیری همان‌طور که در رابطه‌ی (۹) نشان داده شده است، به همراه حالت‌های دنباله کالمن  $X$ ، ماتریس تصویرسازی  $O$  را تشکیل می‌دهد. که ماتریس حاصل از رابطه‌ی (۱۰) به صورت میانگین شرطی ماتریس بلوک هنکل گذشته و آینده به دست می‌آید.

$$O = \Gamma_s X \quad (9)$$

$$O = E(Y_{hf} | Y_{hp}) \quad (10)$$

برای شکل دادن ماتریس بلوک هنکل مطابق رابطه‌ی (۱۱) عمل می‌گردد.

$$\begin{aligned} & \text{for } k = 1 : i \\ & Y_h((k-1)*l+1:k*l,:) = \\ & Y(:,k:k+j-1) \end{aligned} \quad (11)$$

در رابطه‌ی فوق، برای گام داده‌برداری  $s$ ،  $Y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_s]$  بردار سطری شده پاسخ سازه می‌باشد. بنابراین ماتریس بلوک هنکل دارای  $j$  ستون و  $2i$  سطر خواهد بود. مقدار  $i$  در روش شناسایی زیر فضای تصادفی توسط کاربر تعیین می‌گردد [۱۹].

### ۲-۳- شناسایی فرکانس، نسبت میرایی و شکل‌های مدی

خروجی روش شناسایی زیر فضای تصادفی ماتریس‌های سیستم در فضای حالت (مرتبه اول دیفرانسیلی) می‌باشد. به عبارت بهتر، آنچه که با استفاده از این روش، شناسایی می‌گردد، ماتریس‌های  $A_d$  و  $C$  هستند. همان‌طور که در قسمت قبل اشاره گردید، برخی از پارامترهای شناسایی توسط کاربر تعیین می‌گردد که این ممکن است دقت شناسایی را بالا یا پایین ببرد. ولی به طور کلی اینگونه می‌توان بیان نمود که با انتخاب مقادیر و تعداد مناسبی از داده‌ها می‌توان به اطلاعات صحیحی از سیستم رسید. برای به دست آوردن فرکانس و شکل‌های مدی لازم است ماتریس‌های سیستم از روش شناسایی زیر فضای تصادفی شناسایی شوند. اگر  $\Psi$  بردارهای ویژه ماتریس سیستم  $A_d$  در فرم گسسته زمانی باشند، بردار  $\hat{\Phi}$  از رابطه‌ی (۱۲)

عبارت  $w_k$  در رابطه‌ی (۴) مشخص شده، اغتشاشات محاسباتی مانند تغییر شرایط محیطی از جمله تغییرات دما در حین داده‌برداری، را در بر می‌گیرد. نوفه داده‌برداری که با عبارت  $v_k$  در رابطه‌ی (۵) مشخص شده، نیز به منظور در نظر گرفتن خطاهای وارد شده در روند داده‌برداری مانند داده‌برداری‌های محدود یا خطای حسگرها در ثبت مقادیر حقیقی پاسخ به معادلات اضافه می‌گردد. بنابراین زوج معادله فضای حالت تصادفی گسسته زمانی را در شرایط کلی این‌گونه می‌توان تعریف کرد:

$$x_{k+1} = A_d x_k + w_k \quad (4)$$

$$y_k = C x_k + v_k \quad (5)$$

هر دو جمله  $w_k$  و  $v_k$  تقریباً ایستا و مستقل با توزیع یکنواخت با میانگین صفر فرض می‌شوند.  $A_d$  ماتریس سیستم در فضای گسسته زمانی است که با رابطه‌ی (۶) از ماتریس سیستم پیوسته زمانی به دست می‌آید.

$$A_d = e^{A_c \Delta t} \quad (6)$$

در رابطه‌ی فوق  $\Delta t$  گام زمانی داده‌برداری می‌باشد.

### ۲-۲- شناسایی ماتریس‌های مشخصه در فضای حالت

ماتریس‌های مشخصه در فضای حالت که بیانگر ویژگی‌های سیستم هستند، در حالت تصادفی، ماتریس‌های  $A_d$  و  $C$  هستند. برای یافتن این دو ماتریس اینگونه عمل می‌گردد: اگر ماتریس مشاهده‌پذیری به فرم رابطه‌ی (۷) در نظر گرفته شود:

$$\Gamma_s = \begin{bmatrix} C \\ CA_d \\ CA_d^2 \\ \vdots \\ CA_d^{i-1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

ماتریس  $C$  به طور مستقیم و ماتریس  $A_d$  با استفاده از رابطه‌ی (۸) به دست می‌آید.

$$\hat{\Gamma} A_d = \hat{\Gamma} \quad (8)$$

که در آن  $\hat{\Gamma}$  ماتریس ستونی مشاهده‌پذیری است که یک بلوک

استراتژی‌ها توسط برینکر و اندرسن<sup>۱</sup> در سال ۲۰۰۳ پیشنهاد شده است که کلیات این روش بصورت مختصر بیان می‌گردد [۲۷].

معادله مقادیر ویژه برای دو حالت (۱) سازه اولیه با اندیس صفر در پارامترهای مدی و (۲) سازه ثانویه یا سازه با اعمال تغییر جرم با اندیس یک در پارامترهای مدی به فرم رابطه‌ی (۱۵) و (۱۶) می‌باشد:

$$M\Phi_{0j}\omega_{0j}^2 = K\Phi_{0j} \quad (15)$$

$$(M + \Delta M)\Phi_{1j}\omega_{1j}^2 = K\Phi_{1j} \quad (16)$$

اگر رابطه‌ی شکل مد  $Z$  ام مقیاس شده به جرم و نرمال به درجه آزادی اول (یا نرمال شده به هر روش دیگر) برای سازه اولیه (بدون تغییر جرم) با در نظرگیری ضریب مقیاس به شکل  $\bar{\Phi}_{0j} = \alpha_{0j}\Phi_{0j}$  باشد با ترکیب دو رابطه‌ی فوق، رابطه‌ی (۱۷) حاصل می‌گردد.

$$M(\Phi_{0j}\omega_{0j}^2 - \Phi_{1j}\omega_{1j}^2) - \Delta M\Phi_{1j}\omega_{1j}^2 = K(\Phi_{0j} - \Phi_{1j}) \quad (17)$$

در روش‌های مبنی بر تغییر جرم، اگر  $\Delta M$  بسیار ناچیز باشد می‌توان شکل‌های مدی سازه اولیه و ثانویه را برابر فرض نمود ( $\Phi_{0j} = \Phi_{1j} = \Phi_j$ ). این رابطه‌ی در حالت تغییر جرم‌های متناظر با جرم موجود طبقات دقیقاً برقرار است [۲۷]. در روش‌های مبتنی بر تغییر مشخصه‌های دینامیکی، نوع نرمال سازی شکل‌های مدی در دقت ضریب مقیاس تاثیرگذار است. هرچند تحقیقات گذشته نشان داده‌اند که خطای حاصل شده بسیار کم می‌باشد ولی در سازه‌های بزرگ با رفتاری پیچیده، این موضوع می‌تواند دارای اهمیت باشد. با ضرب طرفین معادله (۱۶) در  $\Phi_j^T$  و با توجه به رابطه‌ی حاکم بر شکل‌های مدی مقیاس شده به جرم ( $\bar{\Phi}_{0j}^T M \bar{\Phi}_{0j} = 1$ ) و رابطه‌ی بین شکل‌های مدی مقیاس نشده و مقیاس شده به جرم برای سازه بدون تغییر جرم ( $\bar{\Phi}_{0j} = \alpha_{0j}\Phi_{0j}$ ) که در آن  $\bar{\Phi}_{0j}$  شکل مد  $Z$  ام مقیاس شده به جرم است، می‌توان رابطه‌ی (۱۸) را نتیجه گرفت.

$$(\omega_{0j}^2 - \omega_{1j}^2) = \alpha_{0j}^2 \Phi_j^T \Delta M \Phi_j \omega_{1j}^2 \quad (18)$$

بنابراین ضریب  $\alpha$  برای هر مد برای سازه‌ی اولیه مطابق رابطه‌ی (۱۹) به دست خواهد آمد [۲۷].

به دست می‌آید. برای یافتن شکل‌های مدی کفایت نرم بردار  $\tilde{\Phi}$  محاسبه گردد.

$$\tilde{\Phi} = C\Psi \quad (12)$$

اگر  $\mu$  مقادیر ویژه ماتریس سیستم در فرم گسسته زمانی باشد، با مد نظر قرار دادن رابطه‌ی (۶) مقادیر ویژه ماتریس سیستم در فرم پیوسته زمانی را می‌توان از رابطه‌ی (۱۳) به سادگی محاسبه نمود.

$$\lambda_j = \frac{\ln(\mu)}{\Delta T} \quad (13)$$

$\lambda_j$  یک عددی موهومی است و برای میرایی زیر بحرانی برابر  $-\zeta_j \omega_j \pm i\omega_j \sqrt{1 - \zeta_j^2}$  می‌باشد. بنابراین با محاسبه‌ی طول بردار موهومی، فرکانس مدی به دست خواهد آمد. اگر  $\lambda_j$  به شکل  $\lambda_j = a_j + ib_j$  در نظر گرفته شود، نسبت میرایی به سادگی از رابطه‌ی (۱۴) قابل محاسبه خواهد بود. تمامی روابط (۱۲) تا (۱۴) برای سیستم‌هایی حاکم است که دارای مرتبه سیستم کامل باشند. به عبارت بهتر می‌بایست در تمامی درجات آزادی، پاسخ‌های سازه‌ای داده‌برداری شوند.

$$\zeta_j = \frac{-a_j}{\sqrt{a_j^2 + b_j^2}} \quad (14)$$

#### ۴-۲- استخراج شکل‌های مدی مقیاس شده به جرم

با توجه به این که در روش پیشنهادی نیاز به استفاده از شکل‌های مدی مقیاس شده به جرم است و عملاً جرم نیز در شناسایی سیستم مجهول می‌باشد، نیاز است تا شکل‌های مدی در فرم مقیاس شده به جرم قابل شناسایی باشند. تاکنون روش‌های متعددی برای یافتن شکل‌های مدی مقیاس شده به جرم ارائه گردیده که اساس کار همگی آنها ایجاد تغییری اندک در مشخصه‌های دینامیکی سازه‌ی موجود و انجام آزمایش مجدد شناسایی است. این تغییر با ایجاد تغییر در سختی یا جرم یا هر دو آن‌ها بصورت همزمان صورت می‌گیرد [۲۶]. در این میان، روش‌های مبتنی بر تغییر جرم به سبب راحتی کاربرد بسیار مورد علاقه پژوهشگران بوده است که استراتژی‌های متعددی برای شکل‌گیری این روش‌ها پیشنهاد شده است. یکی از این

1 Brincker & Anderson

$$\alpha_{0j} = \sqrt{\frac{(\omega_{0j}^2 - \omega_{1j}^2)}{\omega_{1j}^2 \Phi_j^T \Delta M \Phi_j}} \quad (19)$$

در ارائه روابط فوق در تحقیقات پیشین، از داده‌برداری ناکامل سخنی به میان نیامده است. در بخش‌های آینده، دقت این روش‌ها در تعیین پارامترهای مدی در وضعیت شناسایی ناکامل مورد بحث قرار خواهند گرفت.

### ۳- روش پیشنهادی

با توجه به هدف تشخیص خرابی، سختی در طبقات خاصی از سازه مورد نیاز می‌باشد و ضرورتی برای شناسایی ماتریس سختی کلی سازه نمی‌باشد. این مسئله برای سازه‌های با تعداد طبقات و درجات آزادی بالا به سبب عدم امکان داده‌برداری در تمامی طبقات سازه اهمیت ویژه‌ای دارد. هر چند که در ساختمان‌های بلند مرتبه برای تعیین شکل‌های مدی مقیاس شده به جرم از طریق اعمال جرم افزوده این امکان وجود ندارد که در تمامی درجات آزادی و طبقات بصورت همزمان جرم افزوده اعمال شود و لازم است داده‌برداری و نیز اعمال جرم افزوده در درجات آزادی محدودی انجام گیرد. بنابراین ارائه روشی برای استخراج سختی در ساختمان‌ها یا سازه‌هایی که امکان تحریک کنترل شده آن‌ها وجود نداشته یا بسیار پیچیده می‌باشد، در محل محتمل خرابی ضروری به نظر می‌رسد.

ایده اصلی در این مقاله، به دست آوردن زیر ماتریس سختی سیستم مرتبه دوم دیفرانسیلی (ماتریس سازه‌ای) و سپس شناسایی سختی طبقات از زیرماتریس شناسایی شده در درجات محدودی از سازه برای ساختمان‌های برشی است. برای به دست آوردن زیر ماتریس سختی روشی بر پایه‌ی روش‌های تراکم ارائه می‌گردد. در روش ارائه شده لازم است داده‌برداری در درجات آزادی محدودی از سازه انجام گیرد. بنابراین کلیه‌ی معادلات فضای حالت و روش شناسایی زیر فضای تصادفی می‌بایست برای وضعیت مرتبه ناکامل ماتریس سیستم حل شوند. در کنار مسائل مربوط به ناکامل بودن مرتبه سیستم در روش شناسایی زیر فضای تصادفی، لازم است معادلات مربوط به تعیین شکل‌های مدی مقیاس شده به جرم برای وضعیت داده‌برداری و اعمال جرم افزوده ناکامل توسعه یابند.

روش پیشنهادی برای شناسایی مستقیم زیر ماتریس سختی

بر تئوری تحقق و اصل تحقق کمینه بعنوان پایه روش شناسایی زیرفضای تصادفی و تئوری‌های دینامیک سازه‌ها استوار است. به عبارت دیگر دقت آن به دقت روش شناسایی زیرفضای تصادفی و روش‌های استخراج شکل‌های مدی جهت کاربرد در روابط دینامیک سازه‌ای وابسته است. در بخش‌های بعدی جزئیات روش پیشنهادی به همراه محدودیت‌های آن به صورت مفصل بحث می‌گردد.

### ۱-۳- مسائلی پیرامون تشخیص مرتبه حقیقی سیستم و داده‌برداری

#### ناکامل

بر اساس تئوری تحقق، بی‌نهایت تحقق وجود دارد که دارای پاسخ یکسان در سیستم هستند همچنین مطابق اصل تحقق کمینه تحقق شناسایی شده باید دارای کمترین مرتبه از بین تحقق‌های دیگر بوده و قابل کاهش مرتبه نباشد. بنابراین در این حالت ماتریس‌های شناسایی شده دارای کمترین مرتبه هستند. در تعداد داده‌برداری‌های کمتر از درجات آزادی متناظر با مرتبه حقیقی سیستم، ابعاد ماتریس C برای به دست آوردن شکل‌های مدی کامل، کافی نیست. به عبارت دیگر برای دست یافتن به شکل‌های مدی کامل، می‌بایست در تمام درجات آزادی داده‌هایی ثبت شوند.

در رکوردگیرهای ناکامل با توجه به این که مرتبه حقیقی سیستم معلوم نیست، سه حالت بوجود می‌آید: (۱) حالتی که مرتبه سیستم کمتر از مرتبه واقعی تشخیص داده شود، (۲) حالتی که مرتبه سیستم برابر مرتبه واقعی تشخیص داده شود، و (۳) حالتی که مرتبه سیستم بیشتر از مرتبه واقعی در نظر گرفته شود. در هر سه حالت فوق، به دلیل داده‌برداری ناکامل سازه، مرتبه ماتریس C و به تبع آن مرتبه ماتریس مشاهده‌پذیری کمتر از مرتبه حقیقی متناظر با تمام درجات آزادی سازه است. برای سه حالت فوق، ابعاد ماتریس سیستم  $A_n$  نیز متفاوت خواهد بود. بنابراین تعداد و مقدار مشخصه‌هایی که برای هر حالت استخراج می‌شوند نیز متفاوت است. نتایج تحلیل‌های عددی نشان می‌دهند: برای حالت اول، مشخصات به دست آمده غیرقابل اعتماد است. در حالت سوم نیز مشخصات اصلی سیستم جزئی از مشخصات شناسایی شده هستند، اما مشخصه‌های دیگری نیز شناسایی می‌شوند که ارتباطی با مدهای اصلی سازه‌ی حقیقی ندارند. برای حالت دوم که مرتبه سیستم به درستی تشخیص داده می‌شود، نتایج تحلیل‌های گسترده‌ی عددی نشان می‌دهند که کلیه‌ی فرکانس‌های سازه حقیقی

با ساده‌سازی طرف راست معادله‌ی (۲۰) و حذف جملات وارون، جابجایی مدی مطابق رابطه‌ی (۲۲) به دست خواهد آمد.

$$P = (\Phi_m^T \Phi_m)^{-1} \Phi_m^T z_m \quad (22)$$

معادله فوق، به فرم  $P = \Phi_m^\dagger X_m$  قابل بازنویسی است که در آن  $\Phi_m^\dagger$ ، ماتریس شبه معکوس یا معکوس به روش Moore-Penrose است که از رابطه‌ی (۲۳) به دست می‌آید.

$$\Phi_m^\dagger = (\Phi_m^T \Phi_m)^{-1} \Phi_m^T \quad (23)$$

با جاگذاری  $P$  در رابطه‌ی جابجایی کلی سازه رابطه‌ی (۲۴) حاصل می‌شود. که با در نظر گرفتن تابع تبدیل جابجایی در درجات آزادی مبنا و کلی سازه، این رابطه تبدیل به فرم رابطه‌ی (۲۵) خواهد بود.

$$z_N = \Phi_N \Phi_m^\dagger z_m \quad (24)$$

$$T = \Phi_N \Phi_m^\dagger \quad (25)$$

بنابراین ماتریس سختی متراکم از رابطی (۲۶) قابل محاسبه است.

$$K_R = [T]^T [K_N][T] = \Phi_m^{\dagger T} \Phi_N^T K_N \Phi_N \Phi_m^\dagger \quad (26)$$

اگر از شکل‌های مدی مقیاس شده به جرم استفاده گردد، با در نظرگیری رابطه‌ی شکل‌های مدی مقیاس شده به جرم (  $\bar{\Phi}_N^T M_N \bar{\Phi}_N = I$  ) و (  $\bar{\Phi}_N^T K_N \bar{\Phi}_N = \Omega^2$  )، ماتریس سختی متراکم بدون معلوم بودن شکل‌های مدی کلی سیستم و تنها با استفاده از شکل‌های مدی ناکامل (متراکم) از رابطه‌ی (۲۷) به دست می‌آید.

$$K_R = \bar{\Phi}_m^{\dagger T} \Omega^2 \bar{\Phi}_m^\dagger \quad (27)$$

که در آن  $\Omega^2$  ماتریس قطری از توان دوم تمامی فرکانس‌های طبیعی سازه حقیقی بوده و علامت بار نشانگر مقیاس به جرم بودن شکل‌های مدی است. آنچه در رابطه‌ی فوق مورد نیاز است، شکل‌های مدی مقیاس شده به جرم می‌باشد. پیشتر توضیح داده شد که برای

حتی در داده‌برداری‌های ناکامل به درستی قابل دستیابی است. برای این حالت، شکل‌های مدی حاصل از داده‌برداری ناکامل، هرچند تمامی درجات آزادی سازه را نشان نمی‌دهند، اما کاملاً صحیح بوده و عملاً یک زیرماتریس از ماتریس شکل‌های مدی سازه در درجات آزادی داده‌برداری شده هستند.

### ۳-۲- شناسایی زیر ماتریس سختی در داده‌برداری ناکامل

همانگونه که در قسمت‌های قبل به طور مبسوط بیان گردید، شکل‌های مدی با ضریب تبدیل به شکل‌های مدی مقیاس شده به جرم قابل تبدیل هستند ولی قسمتی از این شکل‌ها با توجه به ذات مسئله داده‌برداری ناکامل، قابل شناسایی نیست. بنابراین نیاز به روشی است تا بدون نیاز به شکل‌های مدی کامل و با همین شکل‌های مدی ناکامل بتواند ماتریس سازه‌ای شناسایی نمایند.

نخستین مسئله‌ای که در استخراج ماتریس‌های با ابعاد کمتر از ماتریس با ابعاد کامل مطرح می‌گردد، مسئله تراکم می‌باشد ولی در روش‌های تراکم نیاز به معلوم بودن ماتریس‌های کلی است تا با ضرایب تبدیل، ماتریس‌های کوچکتر به دست آیند. در این قسمت از روش SEREP برای دستیابی به هدف شناسایی بهره گرفته می‌شود. در نهایت با تحلیل‌های گسترده نشان می‌دهیم که ماتریس متراکم حاصل، یک زیر ماتریس از ماتریس کلی سازه است. معادلات حاکم بر این روش در ادامه توضیح داده می‌شود [۲۸].

اگر رابطه‌ی کلی بین جابجایی مدی و جابجایی درجات آزادی به فرم رابطه‌ی (۲۰) باشد، با پیش ضرب  $(\Phi_m^T \Phi_m)^{-1} \Phi_m^T$  در طرفین معادله، برای درجات آزادی مبنا رابطه‌ی (۲۱) حاصل می‌گردد.

$$\{z_N\} = \begin{Bmatrix} z_m \\ z_s \end{Bmatrix} = [\Phi_N] \{P\} = \begin{bmatrix} \Phi_m \\ \Phi_s \end{bmatrix} \{P\} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} (\Phi_m^T \Phi_m)^{-1} \Phi_m^T z_m &= \\ (\Phi_m^T \Phi_m)^{-1} \Phi_m^T \Phi_m P & \end{aligned} \quad (21)$$

در روابط فوق،  $P$  جابجایی مدی،  $z$  جابجایی درجات آزادی، اندیس  $m$  مربوط به درجات آزادی مبنا (*master*) یا همان درجات آزادی داده‌برداری شده و اندیس  $s$  مربوط به درجات آزادی حذف شده (*slave*) می‌باشد.

$$\Phi^T \Delta M \Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \cdots & \Phi_{k1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi_{1j} & \cdots & \Phi_{kj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta M_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \Delta M_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \cdots & \Phi_{1j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi_{k1} & \cdots & \Phi_{kj} \end{bmatrix} \quad (28)$$

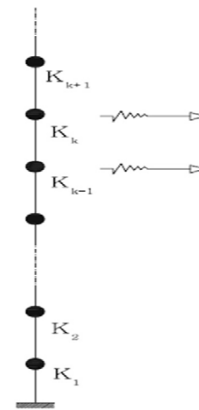
رابطه‌ی فوق را می‌توان به شکل ساده شده به فرم رابطه‌ی (۲۹) نیز نوشت.

$$\Phi^T \Delta M \Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{11} \Delta M_1 & \cdots & \Phi_{k1} \Delta M_k \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi_{1j} \Delta M_1 & \cdots & \Phi_{kj} \Delta M_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \cdots & \Phi_{1j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi_{k1} & \cdots & \Phi_{kj} \end{bmatrix} \quad (29)$$

همان‌گونه که در رابطه‌ی (۲۹) نشان داده شده است، اگر  $\Delta M$  مربوط به درجه‌ی آزادی  $k$  ام مساوی صفر باشد، وجود یا عدم وجود مولفه‌ی شکل مد برای آن درجه‌ی آزادی در تمامی مدها، در پاسخ معادله‌ی فوق تاثیری ندارد. به عبارت بهتر، با اعمال تغییر جرم صرفاً در درجات آزادی مینا (درجات آزادی که داده‌برداری می‌شوند)، با توجه به امکان استخراج تمامی فرکانس‌ها در داده‌برداری ناکامل به شرط تشخیص مرتبه‌ی حقیقی سیستم، ضریب مقیاس به دست آمده از رابطه‌ی (۱۹) برای داده‌برداری ناکامل با ضریب مقیاس حاصل از داده‌برداری کامل برابر است. از طرفی ماتریس شکل‌های مدی به دست آمده از نرم  $\tilde{\Phi}$  محاسبه شده از رابطه‌ی (۱۲) برای مرتبه سیستم  $n$  دارای ابعاد  $l \times Dof$  می‌باشد که برای داده‌برداری ناکامل  $l$  الزاماً برابر درجات آزادی کلی سازه نیست. بنابراین در داده‌برداری ناکامل برای همخوانی ابعاد ماتریس‌ها در مخرج رابطه‌ی (۱۹) کافیت بجای ماتریس کلی جرم افزوده در ابعاد درجات آزادی سازه، از ماتریس جرم افزوده با ابعاد درجات آزادی مینا استفاده نمود. این بدان معنیست که تغییرات جرم تنها در درجات آزادی مینا اعمال می‌شوند.

#### ۳-۴- شناسایی سختی طبقات

همان‌طور که در قسمت قبل تشریح گردید، با روابطی به شکل



شکل ۱- داده‌برداری در درجات آزادی  $k$  و  $k-1$  برای شناسایی سختی طبقات  $k$ ،  $k-1$  و  $k+1$

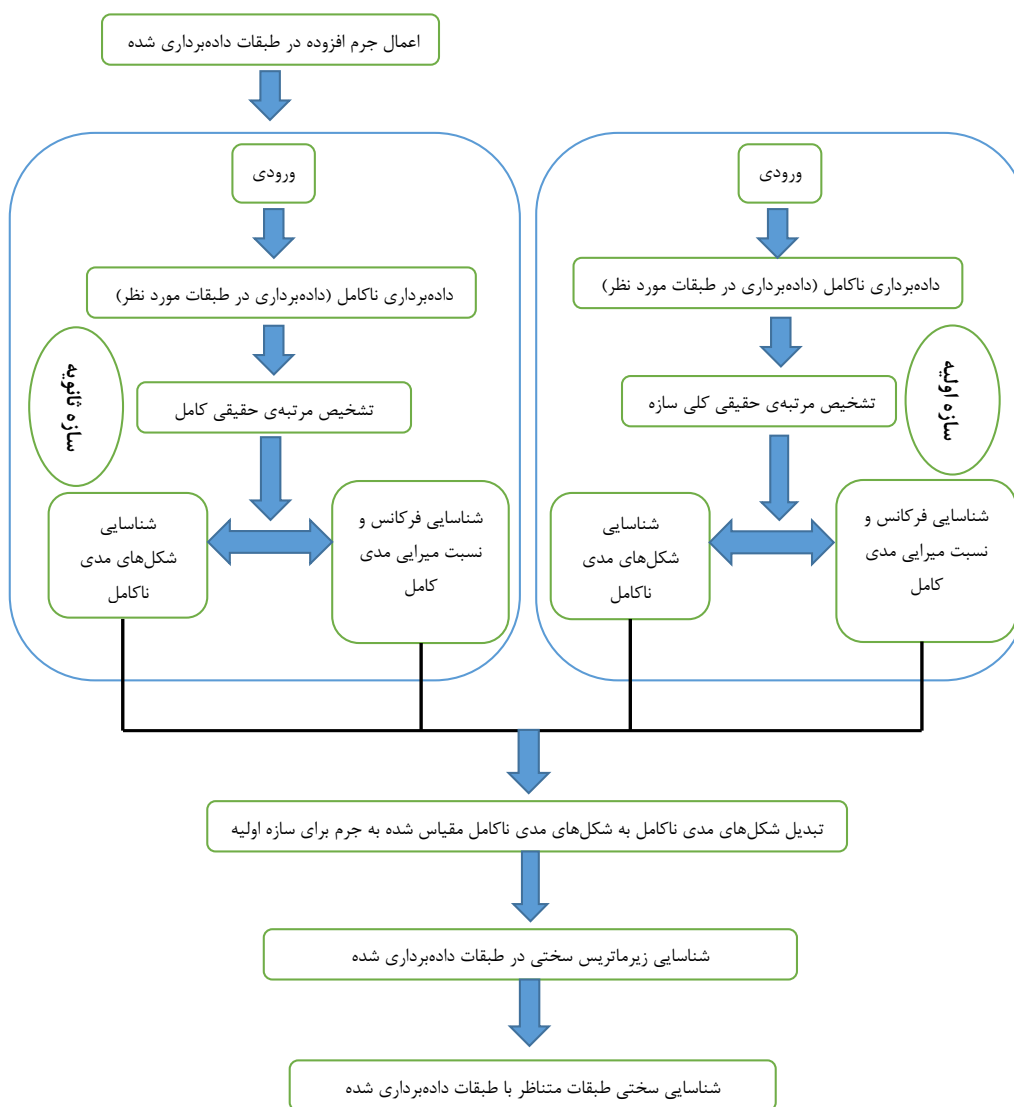
Fig. 1. Recording in  $k$  and  $k-1$  DoFs for identification of  $k-1^{\text{th}}$ ,  $k^{\text{th}}$  and  $k+1^{\text{th}}$  stories stiffness.

مقیاس نمودن شکل‌های مدی نسبت به جرم روش‌های متعددی وجود دارد که همگی بر پایه استفاده از روابط داده‌برداری کامل می‌باشند. این در حالیست که در داده‌برداری ناکامل، شکل‌های مدی را نمی‌توان بصورت کامل شناسایی نمود. بنابراین ضروریت تا از روش‌هایی شکل‌های مدی ناقص شناسایی شده را به شکل‌های مدی ناقص اما مقیاس شده به جرم تبدیل نمود. بدیهی است در استفاده از رابطه‌ی (۲۷) اگر بجای استفاده از شکل‌های مدی ناکامل (شکل‌های مدی در درجات آزادی مینا) از شکل‌های مدی کامل (داده‌برداری کامل) استفاده گردد، ماتریس سختی کامل سازه به دست خواهد آمد.

#### ۳-۳- شناسایی شکل‌های مدی مقیاس شده به جرم در داده‌برداری ناکامل

پس از شناسایی شکل‌های مدی صحیح اما ناکامل، برای استخراج زیرسازه‌ای از ماتریس سختی، می‌بایست این شکل‌های مدی توسط ضریب مقیاسی به شکل‌های مدی مقیاس شده به جرم تبدیل شوند. در این مقاله، برای استخراج شکل‌های مدی ناکامل مشابه نحوه‌ی استخراج شکل‌های مدی کامل عمل شده است. با فرض رابطه‌ی برینکر و همکاران برای محاسبه‌ی ضریب مقیاس، شکل‌های مدی رابطه‌ی (۱۸)، شکل‌های مدی سازه‌ی اولیه (بدون تغییر جرم) هستند. بنابراین برای  $k$  درجه‌ی آزادی و  $\tilde{z}$  مد، عبارت  $\Phi^T \Delta M \Phi$  در فرم ماتریسی به شکل رابطه‌ی (۲۸) می‌باشد. در این رابطه‌ی،  $\Delta M_k$ ، تغییر جرم قطری در درجه‌ی آزادی  $k$  ام در آزمایش ثانویه است.





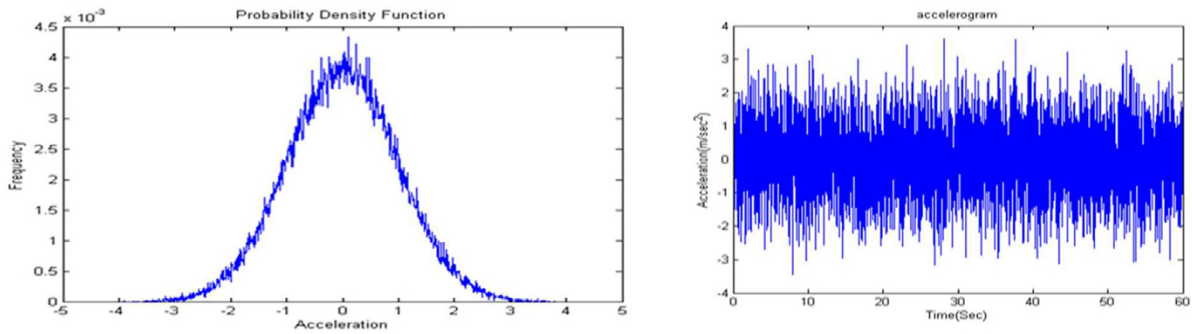
شکل ۲- مراحل گام به گام روش پیشنهادی برای شناسایی سختی طبقه

Fig. 2. Step by step flowchart of proposed method for identification of story stiffness.

$$[K] = \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & & \dots & & 0 \\ \vdots & \begin{bmatrix} K_{k-1} + K_k & -K_k \\ -K_k & K_k + K_{k+1} \end{bmatrix} & & & \vdots \\ 0 & & \dots & & K_{ii} \end{bmatrix} \quad (30)$$

بنابراین مراحل شناسایی با استفاده از روش پیشنهادی را به صورت اجمالی در فلوچارت شکل ۲ به صورت گام به گام می‌توان مشاهده نمود.

مستقیم می‌توان ماتریس سختی متراکم را بدون نیاز به ماتریس‌های کلی سازه شناسایی نمود. ماتریس حاصل، زیرماتریسی از ماتریس سختی کل سازه در محل داده‌برداری شده است. برای یک ساختمان برشی، اگر مطابق شکل ۱، داده‌برداری در دو درجه آزادی متوالی  $k$  و  $k-1$  صورت گیرد، و آزمایش ثانویه با اعمال جرم افزوده در همان درجات آزادی ترتیب داده شود، مطابق رابطه‌ی (۳۰) زیر ماتریس با دو سطر و دو ستون شناسایی می‌گردد که شامل سطر و ستون  $k-1$  و  $k$  از ماتریس کل سختی می‌باشد. بنابراین سه پارامتر برای سختی سه طبقه متوالی  $k+1$  و  $k, k-1$  قابل شناسایی است. بدیهی است در داده‌برداری برای دو طبقه انتهایی، سختی دو طبقه به دست می‌آید.



شکل ۳- قسمتی از نوفه سفید تولید شده برای تحریک سازه ( سمت راست) به همراه تابع چگالی ( سمت چپ)

Fig. 3. A part of generated white noise signal for input (right) and its PDF (left).

ناشی از دقت روش‌های اولیه از جمله روش شناسایی زیر فضای تصادفی و روش مقیاس سازی شکل‌های مدی مخصوصا برای داده‌برداری ناکامل درجات آزادی می‌باشد. در عمل برای دستیابی به مشخصات صحیح از سیستم سازه‌ای، داده‌برداری در سازه می‌بایست دارای دامنه و مدت زمان کافی باشد. در غیراینصورت با خطاهای عددی مواجه خواهیم شد. بنابراین گروه دوم محدودیت‌ها را می‌توان لزوم داشتن وضوح دامنه‌ی پاسخ و طول مدت کافی برای داده‌برداری بیان نمود. گروه سوم از محدودیت‌ها، محدودیت در انتخاب محل داده‌برداری است. بدین ترتیب که داده‌برداری حتما می‌بایست در درجات آزادی متوالی انجام گیرد. از آنجایی که در روش پیشنهادی از شکل‌های مدی استفاده شده است، و عملا با داده‌برداری در یک درجه آزادی، شکل مد دارای مفهوم نمی‌باشد، بنابراین لازمه استفاده از این روش، داده‌برداری در حداقل دو درجه آزادی متوالی می‌باشد.

#### ۴- ارزیابی تحلیلی روش پیشنهادی

برای نشان دادن کارایی روش پیشنهادی، سازه‌ی پنج طبقه‌ی برشی با پنج درجه‌ی آزادی انتقالی، با جرم طبقات نابرابر ۲۰، ۱۸، ۱۶، ۱۵ و ۱۴ تن و سختی طبقات نابرابر ۲۴۰۰۰، ۲۰۰۰۰، ۱۵۰۰۰، ۱۰۰۰۰ و ۸۰۰۰ کیلونیوتن بر متر مورد بررسی قرار گرفته است. برای اعمال ارتعاش محیطی به سازه، یک نگاشت نوفه سفید با توزیع نرمال (گاوسی) با میانگین صفر و انحراف معیار یک در نرم افزار Matlab با دستور wgn تولید شده است. شصت ثانیه از این نگاشت به همراه تابع چگالی آن در شکل ۳ نشان داده شده است. نخست سازه تحت نگاشت فوق، در نرم افزار اجزای محدود OpenSees به مدت ۱۵ دقیقه با گام زمانی 0.01 ثانیه تحلیل دینامیکی تاریخچه زمانی خطی

#### ۵-۳- کاربرد جانبی روش پیشنهادی

همان طور که در قسمت قبل دیدیم، روش پیشنهادی قادر است تا میزان سختی در طبقات ساختمان‌های برشی را تنها با استفاده از داده‌های حاصل از تحریکات محیطی شناسایی نماید. از طرفی با توجه به اینکه فاکتور سختی اصلی ترین پارامتر در تشخیص خرابی در سیستم‌های سازه‌ای است، بنابراین می‌توان تشخیص خرابی از روی زوال سختی را به عنوان یک کاربرد جانبی برای روش پیشنهادی مطرح نمود. در منابع موجود بیشتر روش‌های تشخیص خرابی بر پایه‌ی ارزیابی پارامترهای مدی از جمله فرکانس، شکل مد و ... می‌باشند [۲۹]. بدین صورت که تشخیص آسیب سازه‌ای با مشاهده‌ی تغییر در پارامترهای مدی صورت می‌گیرد [۳۰]. پس از تشخیص وجود آسیب در سازه، در مراحل بعد روش‌های تشخیص آسیب به شناسایی مقدار و محل آسیب می‌پردازند. در روش پیشنهادی نیز از آنجایی که سختی هر طبقه شناسایی می‌شود، با مقایسه سختی طبقات شناسایی شده در هر مرحله از طول دوران بهره‌برداری از سازه و مقایسه آن با سختی طبقات در مدل اولیه‌ی سازه، شناسایی مقدار و محل خرابی امکان‌پذیر خواهد بود. ولی شناسایی مقدار و محل خرابی در این روش محدود به طبقه است. زیرا عدد شناسایی شده برای سختی مربوط به کلیه‌ی المان‌های یک طبقه بوده و تغییر در این سختی نشانگر وجود نقص در طبقه صرف نظر از تعداد و نوع المان‌های تشکیل دهنده‌ی طبقه می‌باشد.

#### ۶-۳- محدودیت‌های روش پیشنهادی

در کنار توانمندی‌ها، این روش محدودیت‌هایی نیز دارد که می‌توان آن‌ها را در سه گروه کلی جای داد. گروه اول شامل محدودیت‌های

مدی مقیاس شده به جرم، زیرماتریس سختی در محل داده برداری شناسایی می گردد، (۴) سختی طبقات متناظر از زیر ماتریس سختی استخراج می گردد. میرایی سازه به صورت کلاسیک فرض شده و از روابط رایلی با نسبت میرایی ۲ درصد برای مدهای اول و سوم محاسبه شده است.

برای داده برداری کمتر از تعداد درجات آزادی کامل سازه (داده برداری ناکامل) دو حالت در نظر گرفته شده است: الف) داده برداری در درجات آزادی یک و دو با هدف شناسایی سختی طبقات یک تا سه ب) داده برداری در درجات آزادی چهار و پنج با هدف شناسایی سختی طبقات چهارم و پنجم. بنابراین با انجام دو مرحله داده برداری ناکامل، سختی کلیه طبقات به دست خواهد آمد.

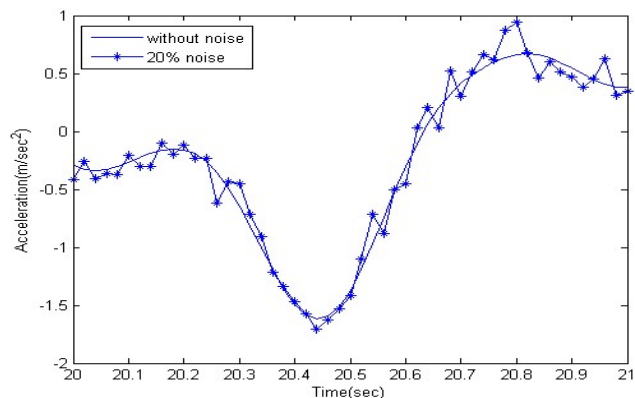
#### ۴-۱- نحوه اعمال نوفه

برای نشان دادن تاثیر نوفه در فرآیند شناسایی، صرفا پاسخهای سازه‌ی مدل سازی شده (مدل عددی) در چهار وضعیت بدون نوفه و نوفه با سه سطح ۲، ۵ و ۲۰ درصد در مقیاس حداکثر پاسخ در فرآیند شناسایی وارد شده است. برای هر یک از سطحهای نوفه در هر طبقه یک نوفه مجزا با انتخاب تصادفی توسط دستور randn در Matlab تولید و به شتاب طبقات اضافه شده است. در شکل ۴ قسمتی از پاسخ شتاب طبقه پنجم سازه بصورت بزرگنمایی شده به همراه نوفه اعمالی نشان داده شده است.

برای در نظر گرفتن اثرات نایستایی پاسخهای شتاب طبقات در سازه، در مرحله بعد اعمال نوفه به شتاب تمامی طبقات با درصد یکسان نمی باشد. به این ترتیب که ضمن تولید نوفه جدید در هر طبقه، این نوفه به نسبت های نامساوی به شتاب هر طبقه اضافه می گردد. به عبارت بهتر سطح دیگری از نوفه با درصدهای به ترتیب ۱۰، ۵، ۲، ۵ و ۱۰ در مقیاس حداکثر پاسخ به شتاب طبقات یک تا پنج اضافه گردیده اند.

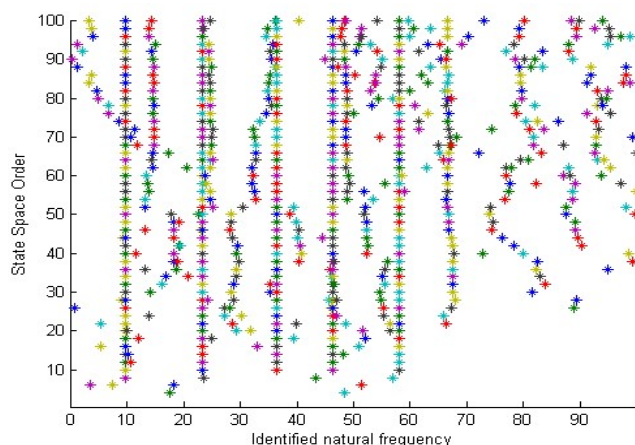
#### ۴-۲- تشخیص مرتبه‌ی سیستم و تعداد درجات آزادی

برای تشخیص مرتبه‌ی سیستم و تعداد درجات آزادی از نمودارهایی استفاده می شود که به نمودارهای ثبات مشهور هستند. به این ترتیب که تغییر فرکانس طبیعی شناسایی شده با روش شناسایی زیرفضای تصادفی در مرتبه سیستمهای متفاوت برای سازه مد نظر



شکل ۴- قسمتی از پاسخ شتاب بزرگنمایی شده طبقه پنجم همراه با نوفه اعمالی ۲۰ درصد

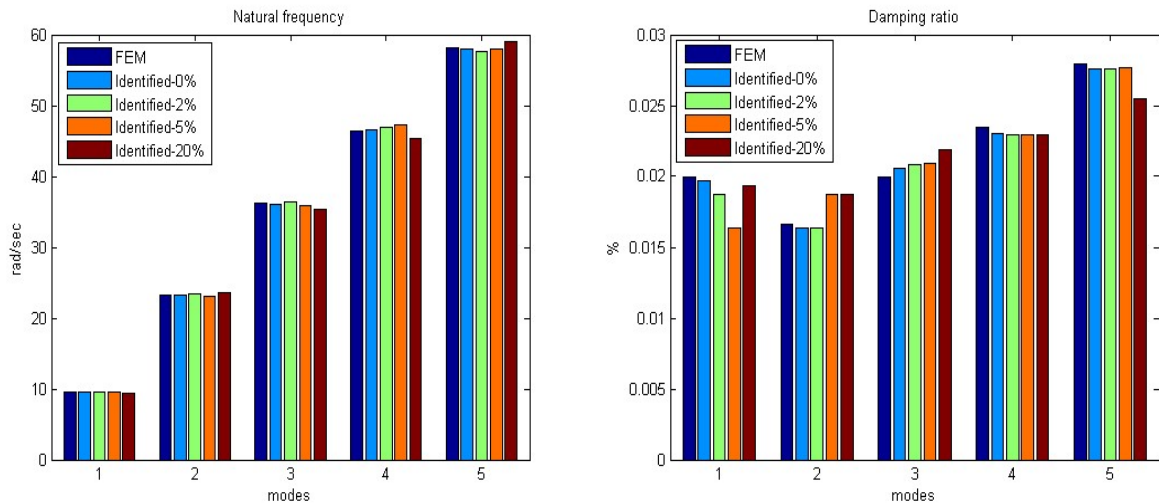
Fig. 4. A part of amplified acceleration response with 20% noise effect for 5th story.



شکل ۵- تشکیل ستونهای پایدار فرکانسهای اصلی شناسایی شده برای تشخیص تعداد درجات آزادی (حالت الف)

Fig. 5. Formation of stable columns for identified natural frequencies, case (a).

گردیده و پاسخ طبقات بصورت شتاب استخراج شده اند. سپس برای در نظر گرفتن اثرات نوفه و نیز نایستایی پاسخهای سازه، مطابق آنچه که در قسمت بعد توضیح داده خواهد شد، نوفههایی به شتاب طبقات سازه اعمال می شوند. در گام بعد نتایج حاصل از تحلیل ارتعاش محیطی به عنوان ورودی به نرم افزار نوشته شده در محیط Matlab داده می شوند. مراحل اجرایی این نرم افزار به شرح زیر است: (۱) پس از تشخیص مرتبه کامل سیستم، مشخصه‌های مدی سازه توسط روش شناسایی زیرفضای تصادفی شناسایی می شوند، (۲) طی یک آزمایش مستقل با اعمال جرم افزوده، شکل های مدی به شکل های مدی مقیاس شده به جرم تبدیل می شوند، (۳) به وسیله شکل های



شکل ۶- مقایسه فرکانس (سمت چپ) و نسبت میرایی (سمت راست) مدی شناسایی شده با مدل عددی در سه نسبت نوفه (حالت الف)

Fig. 6. Comparison of modal frequency (right) and damping ratio (left) of identified model and FE model in three noise levels.

شناسایی شده هستند، اما مشخصه‌های دیگری نیز شناسایی می‌شوند که ارتباطی با مدهای اصلی سازه‌ی حقیقی ندارند. نکته قابل توجه دیگر این است که با تشخیص صحیح مرتبه حقیقی سیستم، حتی برای داده‌برداری در درجات آزادی کمتر از درجات آزادی متناظر با مرتبه حقیقی سیستم یا به عبارت بهتر در داده‌برداری ناکامل، پارامترهای مدی فرکانس به صورت کامل قابل شناسایی است. زیرا پارامتر مذکور از مقادیر ویژه ماتریس سیستم  $A$  به دست می‌آید و تشخیص صحیح مرتبه سیستم منجر به تعیین ابعاد کامل ماتریس سیستم و شناسایی تمامی فرکانس‌های اصلی سازه می‌گردد.

### ۳-۴- شناسایی فرکانس و نسبت میرایی مدی

پس از به دست آوردن مقادیر ویژه ماتریس سیستم در فرم پیوسته زمانی از رابطه‌ی (۱۳) فرکانس‌های مدی از اندازه طول عدد موهوم بدست آمده محاسبه شده و نسبت‌های میرایی از رابطه (۱۴) قابل محاسبه است. فرکانس و نسبت میرایی حاصل از شناسایی برای چهار وضعیت بدون نوفه و نوفه با درصدهای ۲، ۵ و ۲۰ درصد در شکل ۶ نشان داده شده است.

همان‌گونه که مشاهده می‌گردد، در روش شناسایی زیر فضای تصادفی به شرط تشخیص صحیح مرتبه سیستم، توانایی استخراج فرکانس‌ها و نسبت‌های میرایی مدی کامل و صحیح حتی در

رسم شده و بر اساس این که یک تعداد از فرکانس‌ها در تمامی مرتبه‌ها تکرار می‌شوند، درجه آزادی سازه و به تبع آن مرتبه کمینه سیستم تشخیص داده می‌شود. همان‌گونه که در شکل ۵ برای داده‌برداری حالت الف نشان داده شده است، با توجه به ثبات پنج فرکانس اصلی در تمامی تحلیل‌ها، درجه آزادی سازه ۵ و به این ترتیب مرتبه‌ی سیستم ۱۰ مورد تأیید قرار می‌گیرد.

در شکل ۵ نکاتی به چشم می‌خورد. بر اساس آنچه که در قسمت ۳-۱ تشریح گردید، در داده‌برداری ناکامل سه وضعیت کلی برای تشخیص مرتبه سیستم به وجود می‌آید. برای سه وضعیت، ابعاد ماتریس سیستم  $A$  متفاوت خواهد بود. آنگاه تعداد و مقدار مشخصه‌هایی که برای هر وضعیت استخراج می‌شوند نیز متفاوت است. همان‌طور که مشاهده می‌گردد، تعداد نقاط برای مرتبه سیستم ۱۰ برابر ۵ می‌باشد که نقاط ترسیم شده روی ستون‌های پایدار می‌باشند. این در مورد مرتبه سیستم‌های بزرگتر و کوچکتر متفاوت است. در مرتبه سیستم‌های کوچکتر از ۱۰ (در محور قائم) تعداد نقاط کمتر از ۵ می‌باشد که از ستون‌های پایدار منحرف شده است. بنابراین اعداد شناسایی شده برای فرکانس غیرقابل اعتماد است. در نهایت برای مرتبه سیستم‌های بزرگتر از ۱۰ در محور قائم، تعداد نقاط ترسیم شده در محور افقی بیشتر از ۵ می‌باشد که ۵ نقطه از این نقاط روی ستون‌های پایدار و نقاط دیگر خارج از آن قرار دارند. بنابراین اینگونه می‌توان بیان نمود که مشخصات اصلی سیستم جزئی از مشخصات

جدول ۱- شکل‌های مدی برای حالت الف، (نقاط مبنا در درجات آزادی ۱ و ۲): مدل اجزای محدود و شناسایی شده با نوفه ۲۰ درصد (داخل پرانتز)

**Table 1. Mode shapes for case (a) (1st and 2nd stories as master DoFs): comparison of FE model and identified model with 20% noise (in parentheses).**

مد ۵	مد ۴	مد ۳	مد ۲	مد ۱	
۱.۰۰۰E+۰۰	۱.۰۰۰E+۰۰	۱.۰۰۰E+۰۰	۱.۰۰۰E+۰۰	۱.۰۰۰E+۰۰	طبقه اول
-۱.۱۷۵e+۰۰ (-۱.۰۹۸e+۰۰)	۵.۰۸۸e-۰۲ (۴.۸۸۳e-۰۲)	۸.۷۸۹e-۰۱ (۸.۸۸۳e-۰۱)	۱.۶۵۹e+۰۰ (۱.۶۶۸e+۰۰)	۲.۱۰۸e+۰۰ (۱.۹۵۹e+۰۰)	طبقه دوم

جدول ۲- شکل‌های مدی برای حالت ب، (نقاط مبنا در درجات آزادی ۴ و ۵): مدل اجزای محدود و شناسایی شده با نوفه ۲۰ درصد (داخل پرانتز)

**Table 2. Mode shapes for case (a) (4th and 5th stories as master DoFs): comparison of FE model and identified model with 20% noise (in parentheses).**

مد ۵	مد ۴	مد ۳	مد ۲	مد ۱	
۱.۰۰۰E+۰۰	۱.۰۰۰E+۰۰	۱.۰۰۰E+۰۰	۱.۰۰۰E+۰۰	۱.۰۰۰E+۰۰	طبقه چهارم
-۲.۰۳۸E-۰۱ (-۲.۴۴۷E-۰۱)	-۳.۶۲۲E-۰۱ (-۳.۶۵۳E-۰۱)	-۷.۶۲۲E-۰۱ (-۷.۵۸۹E-۰۱)	۱.۸۹۴E+۰۱ (۱.۹۲۱E+۰۱)	۱.۱۹۱E+۰۰ (۱.۱۸۲E+۰۰)	طبقه پنجم

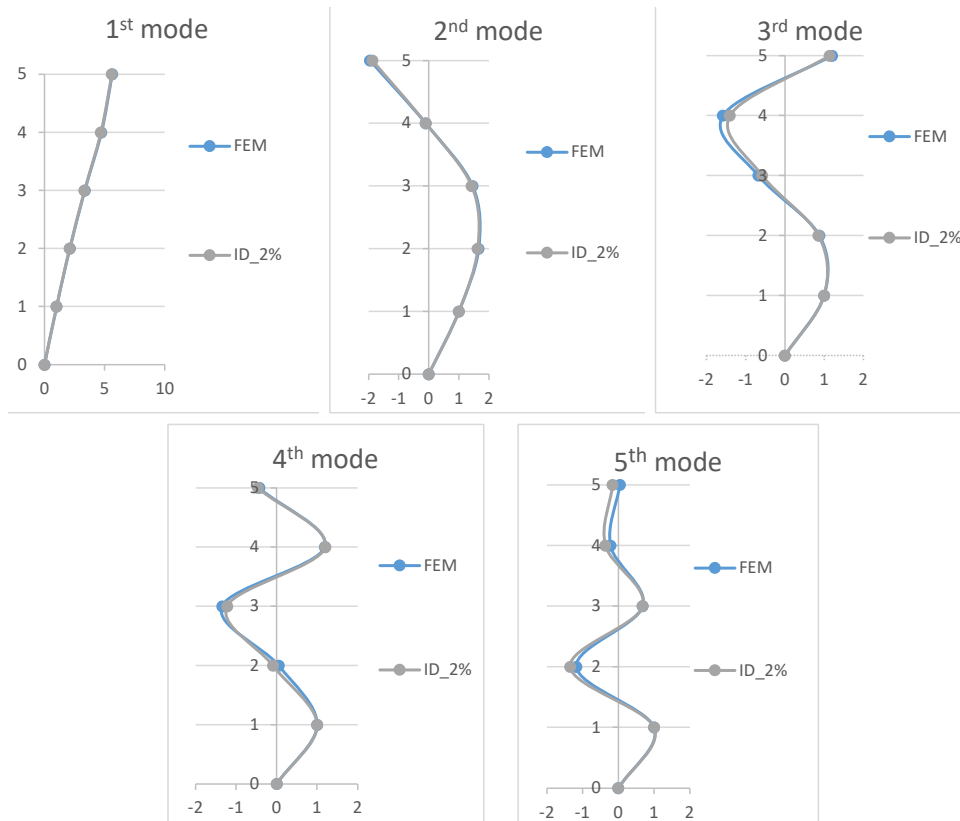
حالت دارای ابعاد کامل نخواهند بود. اما نکته حائز اهمیت در مقادیر صحیح فاز و دامنه‌ی شکل‌های مدی حتی در شناسایی‌های ناکامل است. این مسئله برای دو حالت الف و ب مورد ارزیابی قرار گرفته است. مقادیر و علامت شکل‌های مدی برای مدل اجزای محدود و مقادیر استخراج شده در هر دو حالت برای داده‌ها با در نظر گرفتن نوفه ۲۰ درصد در جداول ۱ و ۲ ارائه شده است. در هر دو حالت، شکل‌های مدی شناسایی شده نسبت به دامنه طبقه پایین‌تر مقیاس شده‌اند. مقادیر شناسایی شده داخل (..) نمایش داده شده است.

همان‌گونه که در جداول فوق نشان داده شده است، علامت و دامنه‌ی نسبی شکل‌های مدی شناسایی شده در شناسایی‌های ناکامل با مقادیر متناظر در مدل اجزای محدود مطابقت دارند. به این ترتیب با تشخیص مرتبه صحیح سیستم، می‌توان فاز و دامنه‌ی صحیح شکل‌های مدی سازه را در درجات آزادی داده‌برداری شده حتی در برداشت‌های ناکامل به دست آورد. بنا بر آنچه که پیشتر نیز توضیح داده شد، داده‌برداری کامل (داده‌برداری در تمام درجات آزادی) منجر به استخراج شکل‌های مدی کامل و ماتریس سختی کامل خواهد شد. در شکل ۷ برای نشان دادن کارایی روش، شکل‌های مدی شناسایی شده با نوفه ۲ درصد با شکل‌های مدی مدل عددی مقایسه شده‌اند. همانطور که در شکل ۷ نشان داده شده است شکل‌های مودی شناسایی شده در تمامی موارد به درستی و با دقت بالا برآورد شده است. این مسئله حاکی از توانمندی روش SSI در مهار نوفه‌های

داده‌برداری‌های ناکامل وجود دارد. با اندکی دقت معلوم می‌شود که این مسئله به خود روش شناسایی زیرفضای تصادفی مربوط می‌شود و اثرات ناشی از در نظرگیری نوفه در میزان خطای برآورد، نقش عمده‌ای ایفا نمی‌کند. برای حالت شناسایی با در نظر گرفتن نوفه ۲۰ درصد بیشترین اختلاف در فرکانس مدی مشاهده می‌شود. این اختلاف در مد چهارم بیشتر از مدهای دیگر و در حدود ۲ درصد است. در بقیه حالات خطای شناسایی پارامتر فرکانس زیر ۲ درصد و قابل قبول می‌باشد. البته دقت شناسایی، در خصوص مقادیر نسبت میرایی (شکل سمت راست) چندان زیاد نیست. در مورد نسبت میرایی نیز بیشترین اختلاف از مدل عددی برای نوفه ۵ درصد و مد اول می‌باشد که در حدود ۹ درصد است. بعدتر خواهیم دید اختلاف مقادیر نسبت میرایی از مقادیر حقیقی در ارزیابی رفتار سازه و هدف شناسایی مشکلی وارد نمی‌نماید.

#### ۴-۴- شناسایی شکل‌های مدی

برای دستیابی به زیر ماتریس سختی و در نهایت شناسایی سختی طبقات، باید شکل‌های مدی از روش شناسایی زیرفضای تصادفی استخراج گردند. در شناسایی‌های ناکامل، ماتریس  $C$  دارای مرتبه‌ای کمتر از مرتبه حقیقی سیستم است. مطابق رابطه‌ی (۱۲) شکل‌های مدی از ضرب ماتریس  $C$  در بردارهای ویژه ماتریس سیستم  $A$  استخراج می‌گردند. بنابراین شکل‌های مدی استخراج شده نیز در این



شکل ۷- مقایسه شکل‌های مدی سازه‌ی شناسایی شده با نوفه ۲ درصد و سازه‌ی مدل‌سازی شده

Fig. 7. Identified mode shapes for 2% noise effect in comparison with FE mode shapes.

جدول ۳- مقایسه ضرایب مقیاس حاصل از روند شناسایی با نوفه ۲۰ درصد و ضرایب مقیاس مدل اجزای محدود

Table 3. Scale factors obtained by identification with 10% noise using FE model.

مد ۵	مد ۴	مد ۳	مد ۲	مد ۱	
$-1.37E-01$	$-1.17E-01$	$-1.01E-01$	$7.98E-02$	$-3.07E-02$	مدل اجزای محدود
$-1.35E-01$	$-1.21E-01$	$-1.05E-01$	$7.92E-02$	$-2.99E-02$	شناسایی کامل با نوفه ۲۰ درصد
$-1.32E-01$	$-1.20E-01$	$-1.06E-01$	$7.92E-02$	$-2.99E-02$	شناسایی ناکامل با نوفه ۲۰ درصد (حالت الف)

الزاما برابر درجات آزادی کلی سیستم نیست. بنابراین در داده‌برداری ناکامل برای همخوانی ابعاد ماتریس‌ها در مخرج رابطه‌ی (۱۹) لازم است ابعاد ماتریس جرم افزوده دارای ابعاد درجات آزادی مینا باشد. این بدان معنی است که تغییرات جرم تنها در درجات آزادی مینا اعمال می‌شوند. هرچند که ضرایب مقیاس به دست آمده در این حالت بنا بر آنچه که در بخش ۳-۳ توضیح داده شده است، با ضرایب مقیاس متناظر در داده‌برداری کامل برابر است. این موضوع در جدول ۳ نشان داده شده است. در نهایت می‌توان اینگونه بیان نمود که با ضریب مقیاس به دست آمده از داده‌برداری ناکامل در وضعیت اعمال

موجود در پاسخ‌های اندازه‌گیری شده است.

#### ۴-۵- شناسایی سختی طبقات

مطابق آنچه که پیشتر بطور مبسوط بحث شد، برای داده‌برداری ناکامل در ساختمان‌ها، علامت و دامنه‌ی نسبی شکل‌های مدی شناسایی شده در شناسایی‌های ناکامل با مقادیر متناظر در مدل اجزای محدود مطابقت دارند. از طرفی ماتریس شکل‌های مدی به دست آمده از نرم  $\tilde{\Phi}$  محاسبه شده از رابطه‌ی (۱۲) برای مرتبه سیستم  $n$ ، دارای ابعاد  $l \times Dof$  می‌باشد که برای داده‌برداری ناکامل

جدول ۴- مقایسه زیرماتریس سختی مدل اجزای محدود با زیرماتریس مدل‌های شناسایی شده (KN/m)

Table 4. Comparison of condensed stiffness matrices of FE and identified model.

حالت الف (داده‌برداری در طبقات یک و دو)		حالت ب (داده‌برداری در طبقات چهار و پنج)		
۴.۴۰E+۰۴	-۲.۰۰E+۰۴	۱.۸۰E+۰۴	-۸.۰۰E+۰۳	مدل اجزای محدود
-۲.۰۰E+۰۴	۳.۵۰E+۰۴	-۸.۰۰E+۰۳	۸.۰۰E+۰۳	
۴.۴۰E+۰۴	-۲.۰۰E+۰۴	۱.۸۰E+۰۴	-۷.۹۹E+۰۳	شناسایی شده بدون نوفه
-۲.۰۰E+۰۴	۳.۵۰E+۰۴	-۷.۹۹E+۰۳	۷.۹۹E+۰۳	
۴.۴۰E+۰۴	-۲.۰۰E+۰۴	۱.۸۰E+۰۴	-۷.۹۹E+۰۳	شناسایی شده با نوفه ۲ درصد
-۲.۰۰E+۰۴	۳.۵۰E+۰۴	-۷.۹۹E+۰۳	۷.۹۹E+۰۳	
۴.۴۰E+۰۴	-۲.۰۰E+۰۴	۱.۸۰E+۰۴	-۷.۹۸E+۰۳	شناسایی شده با نوفه ۵ درصد
-۲.۰۰E+۰۴	۳.۵۰E+۰۴	-۷.۹۸E+۰۳	۷.۹۸E+۰۳	
۴.۴۰E+۰۴	-۲.۰۰E+۰۴	۱.۸۰E+۰۴	-۷.۹۸E+۰۳	شناسایی شده با نوفه ۲۰ درصد
-۲.۰۰E+۰۴	۳.۵۰E+۰۴	-۷.۹۸E+۰۳	۷.۹۸E+۰۳	
۴.۴۰E+۰۴	-۲.۰۰E+۰۴	۱.۸۰E+۰۴	-۷.۹۷E+۰۳	شناسایی شده با نوفه ترکیبی
-۲.۰۰E+۰۴	۳.۴۹E+۰۴	-۷.۹۷E+۰۳	۷.۹۷E+۰۳	

جدول ۵-مقایسه سختی طبقات مدل شناسایی شده و سختی طبقات مدل اجزای محدود (KN/m)

Table 5. Comparison of stories stiffness of FE and identified model.

طبقه اول	طبقه دوم	طبقه سوم	طبقه چهارم	طبقه پنجم	
۲.۴۰E+۰۴	۲.۰۰E+۰۴	۱.۵۰E+۰۴	۱.۰۰E+۰۴	۸.۰۰E+۰۳	سختی مدل اجزای محدود
۲.۴۰E+۰۴	۲.۰۰E+۰۴	۱.۵۰E+۰۴	۱.۰۱E+۰۴	۷.۹۹E+۰۳	سختی مدل شناسایی شده بدون نوفه
۲.۴۰E+۰۴	۲.۰۰E+۰۴	۱.۵۰E+۰۴	۱.۰۱E+۰۴	۷.۹۹E+۰۳	سختی مدل شناسایی شده با نوفه ۲ درصد
۲.۴۰E+۰۴	۲.۰۰E+۰۴	۱.۵۰E+۰۴	۱.۰۲E+۰۴	۷.۹۸E+۰۳	سختی مدل شناسایی شده با نوفه ۵ درصد
۲.۴۰E+۰۴	۲.۰۰E+۰۴	۱.۵۰E+۰۴	۱.۰۲E+۰۴	۷.۹۸E+۰۳	سختی مدل شناسایی شده با نوفه ۲۰ درصد
۲.۴۰E+۰۴	۲.۰۰E+۰۴	۱.۵۰E+۰۴	۱.۰۳E+۰۴	۷.۹۷E+۰۳	سختی مدل شناسایی شده با نوفه ترکیبی

در آن درجات آزادی برای داده‌های بدون نوفه و چهار سطح اعمال نوفه ۲، ۵، ۲۰ درصد و ترکیبی برای حالت الف و ب نشان داده شده است.

پس از به دست آمدن زیرماتریس سختی، با معادلات ساده حاکم به راحتی می‌توان از حالت الف، سختی طبقات یک تا سه و از حالت ب، سختی طبقات چهار و پنج را تعیین نمود. نتایج حاصل از شناسایی برای داده‌های بدون نوفه و داده‌ها با در نظر گرفتن چهار سطح اعمال نوفه ۲، ۵، ۲۰ درصد و ترکیبی در جدول ۵ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌گردد روش پیشنهادی به خوبی توانسته است سختی طبقات را برای ساختمان‌های برشی با استفاده از داده‌های خروجی و بدون نیاز به معلوم بودن ورودی سازه شناسایی

جرم افزوده در طبقات محدود سازه می‌توان به شکل‌های مدی ناکامل مقیاس شده به جرم دست یافت. در این مثال، شکل‌های مدی مقیاس شده به جرم از طریق روش برینکر - اندرسن با توزیع جرم در درجات آزادی مبنا به اندازه‌ی پنج درصد جرم طبقه اول، به دست آمدند. همان‌گونه که در جدول ۳ نشان داده شده است، ضریب مقیاس به دست آمده برای داده‌برداری کامل و ناکامل در حالت الف با اعمال جرم افزوده در درجات آزادی یک و دو تقریباً با هم برابر هستند و اختلاف ناچیز ناشی از خطای روش‌های حل عددی می‌باشد. با استفاده از شکل‌های مدی مقیاس شده به جرم در وضعیت ناکامل، زیرماتریس سختی در درجات آزادی مبنا شناسایی می‌شود که مقایسه آن‌ها در جدول ۴ با زیرماتریس سختی مدل اجزای محدود

جدول ۶- مقایسه زیرماتریس سختی مدل اجزای محدود برای سازه معیوب با زیرماتریس مدل شناسایی شده (KN/m)

Table 6. Comparison of condensed stiffness matrices of damaged FE and identified model.

شناسایی شده با نوفه ۲۰ درصد		مدل اجزای محدود سازه معیوب		مدل اجزای محدود سازه اولیه		حالت الف (داده‌برداری در طبقات یک و دو)
-	-	-	-	-	-	
$4.40E+04$	$2.00E+04$	$4.40E+04$	$2.00E+04$	$4.40E+04$	$2.00E+04$	
-	-	-	-	-	-	
$2.00E+04$	$3.34E+04$	$2.00E+04$	$3.35E+04$	$2.00E+04$	$3.50E+04$	

جدول ۷-مقایسه سختی طبقات مدل شناسایی شده و سختی طبقات مدل اجزای محدود سازه معیوب (KN/m)

Table 7. Comparison of stories stiffness of damaged FE and identified model.

طبقه سوم	طبقه دوم	طبقه اول	
$1.35E+04$	$2.00E+04$	$2.40E+04$	سختی مدل اجزای محدود سازه معیوب
$1.34E+04$	$2.00E+04$	$2.40E+04$	سختی مدل شناسایی شده با نوفه ۲۰ درصد

نوفه ۲۰ درصد در جدول ۶ نشان داده شده و با ماتریس اجزای محدود در سازه معیوب مقایسه می‌گردد.

پس از به دست آمدن زیرماتریس سختی، با معادلات ساده حاکم به راحتی می‌توان از سختی طبقات یک تا سه را تعیین نمود. نتایج حاصل از شناسایی برای داده‌های با در نظر گرفتن نوفه ۲۰ درصد در جدول ۷ نشان داده شده است.

در جدول فوق به خوبی نشان داده شده است که از روش پیشنهادی می‌توان سختی سازه معیوب را با سختی سازه اولیه در طبقات متناظر مقایسه نموده و مقدار و محل خرابی را تشخیص داد (مقایسه مقادیر جدول ۵ و ۷). ولی همانند آنچه که پیشتر نیز توضیح داده شد تشخیص خرابی به طبقه محدود می‌باشد زیرا عدد شناسایی شده برای سختی مربوط به تمامی المان‌های تشکیل دهنده طبقه بصورت کلی می‌باشد.

#### ۵-کارایی روش پیشنهادی در ساختمان‌های با تعداد طبقات بالاتر

پس از بررسی مثال فوق و نشان دادن کارایی روش پیشنهادی در گام بعد تاثیر تعداد طبقات در دقت روش پیشنهادی مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای این منظور یک سازه‌ی ۲۰ طبقه برشی با ۲۰ درجه آزادی انتقالی در نرم افزار اجزای محدود OpenSees مدل‌سازی

نماید. به داده‌های استفاده شده برای الگوریتم شناسایی (پاسخ سازه) نوفه به میزان ۲، ۵، ۲۰ درصد در مقیاس حداکثر پاسخ سازه اعمال شده است. برای اعمال نوفه سطح دیگری نیز بصورت ترکیبی در نظر گرفته شده است بدین ترتیب که به پاسخ طبقات برای طبقات یک تا پنج به ترتیب نوفه با درصد ۱۰، ۵، ۲، ۵ و ۱۰ در مقیاس حداکثر پاسخ اعمال شده است. خطای موجود برای شناسایی سختی طبقه چهارم و در سطح نوفه ترکیبی از همه حالات بیشتر و در حد ۳ درصد می‌باشد که این خطا برای مسائل شناسایی بر اساس ارتعاش محیطی قابل قبول می‌باشد. بنابراین با مشاهده و مقایسه نتایج ارائه شده برای سختی طبقات، می‌توان دریافت که روش پیشنهادی کارایی بسیار بالایی حتی در حالت کار با داده‌ها با در نظر گرفتن نوفه بالا دارا می‌باشد.

#### ۶-۴-تشخیص خرابی در طبقات

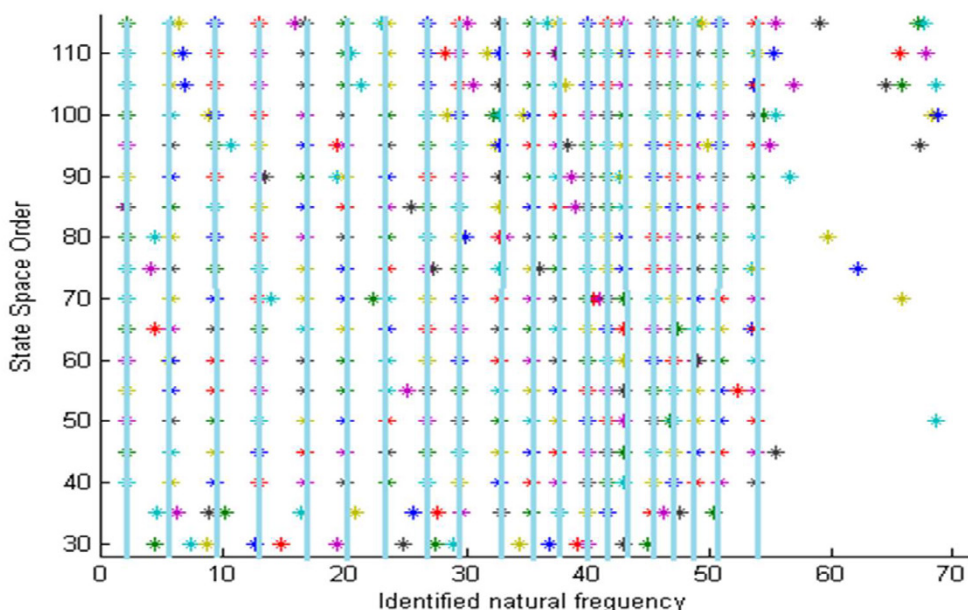
برای نشان دادن کاربرد جانبی روش پیشنهادی، سازه‌ی مورد بحث با این تفاوت که سختی طبقه سوم به میزان ۱۰ درصد کاهش داده شده، دوباره مدل‌سازی گردیده است. برای به دست آوردن سختی طبقه سوم، داده‌برداری از طبقات اول و دوم صورت گرفته و تمامی مراحل فوق برای شناسایی در سازه مذکور به روش پیشنهادی انجام شده است. در نهایت زیرماتریس سختی برای حالت در نظرگیری



جدول ۸- جرم و سختی طبقات مدل عددی سازه‌ی ۲۰ طبقه

Table 8. Stories mass and stiffness for 20 story FE model.

۴	۴	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	جرم طبقات (ton)
۰	۰	۹	۹	۸	۸	۷	۷	۶	۶	۵	۵	۴	۴	۳	۳	۲	۲	۱	۱	سختی طبقات (۱۰۰۰KN/m)
۳	۳	۳	۳	۳	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۱	۱	۱	۱	۱	
۰	۰	۰	۰	۰	۵	۵	۵	۵	۵	۰	۰	۰	۰	۰	۵	۵	۵	۵	۵	



شکل ۸- تشکیل ستون‌های پایدار فرکانس‌های اصلی شناسایی شده (حالت یک- داده‌برداری در طبقات ۸ و ۹)

Fig. 8. Formation of stable columns for identified natural frequencies, (case a- recording in 8th and 9th stories).

پیشنهادی جهت شناسایی هدف معرفی گردیده است. سازه‌ی ۲۰ طبقه مورد نظر دارای سختی و جرم طبقات مطابق جدول ۸ می‌باشد. همانند آنچه که بیان شد، سه حالت برای داده‌برداری لحاظ گردیده است. در مرحله‌ی نخست لازم است مرتبه سیستم کامل از داده‌برداری ناکامل تشخیص داده شود. برای این منظور خروجی سازه با مرتبه سیستم‌های مختلف مورد تحلیل قرار گرفته و نتیجه آن در شکل ۸ نشان داده شده است.

همان‌طور که در شکل فوق نشان داده شده است، بر اساس ستون‌های پایدار فرکانسی، درجه‌ی آزادی سازه برابر ۲۰ و مرتبه‌ی سیستم کامل برابر ۴۰ می‌باشد. در شکل ۸ تشکیل ستون‌های پایدار

شده و به وسیله نگاشت نوفه سفید با توزیع نرمال، میانگین صفر و انحراف معیار یک به طول ۲۰ دقیقه با گام زمانی 0.01 ثانیه تحریک گردیده است. میرایی در سازه با میرایی رایلی با نسبت ۲ درصد برای مد اول و پنجم مدل‌سازی شده است. فرض می‌شود هدف شناسایی سختی طبقات ۹، ۱۳ و ۱۸ می‌باشد. برای این منظور لازم است سه حالت داده‌برداری ناکامل مد نظر قرار گیرد: حالت اول شامل داده‌برداری در طبقات ۸ و ۹، حالت دوم شامل داده‌برداری در طبقات ۱۲ و ۱۳ و حالت سوم شامل داده‌برداری در طبقات ۱۷ و ۱۸. به داده‌های برداشت شده (پاسخ شتاب سازه) نوفه به میزان ۲۰ درصد در مقیاس حداکثر پاسخ اعمال شده و نگاشت حاصل به الگوریتم

جدول ۹-مقایسه فرکانس‌های مدی مدل‌های اجزای محدود و شناسایی شده‌ی سازه برای مدهای فرد

Table 9. Comparison of modal frequencies of FE and identified model for odd modes.

فرکانس (rad/ sec)	اجزای محدود	شناسایی شده بدون نوفه	شناسایی شده با ۲۰ درصدنوفه
مد ۱	۲.۱۱۱۹e+۰۰	۲.۱۱۲۲e+۰۰	۲.۱۱۴۰e+۰۰
مد ۳	۹.۳۰۰۳e+۰۰	۹.۲۹۹۹e+۰۰	۹.۳۰۴۲e+۰۰
مد ۵	۱.۶۶۵۷e+۰۱	۱.۶۶۵۳e+۰۱	۱.۶۶۰۲e+۰۱
مد ۷	۲.۳۴۰۷e+۰۱	۲.۳۴۱۱e+۰۱	۲.۳۴۰۸e+۰۱
مد ۹	۲.۹۴۳۹e+۰۱	۲.۹۴۴۴e+۰۱	۲.۹۴۳۳e+۰۱
مد ۱۱	۳.۵۳۷۰e+۰۱	۳.۵۳۶۲e+۰۱	۳.۵۳۵۸e+۰۱
مد ۱۳	۳.۹۹۳۲e+۰۱	۳.۹۹۲۳e+۰۱	۳.۹۹۲۱e+۰۱
مد ۱۵	۴.۲۸۷۰e+۰۱	۴.۲۸۷۵e+۰۱	۴.۲۸۷۵e+۰۱
مد ۱۷	۴.۶۹۹۲e+۰۱	۴.۶۷۰۲e+۰۱	۴.۶۷۲۱e+۰۱
مد ۱۹	۵.۰۸۸۲e+۰۱	۵.۰۸۹۴e+۰۱	۴.۹۹۸۲e+۰۱

جدول ۱۰-مقایسه زیرماتریس سختی مدل اجزای محدود با زیرماتریس مدل‌های شناسایی شده (KN/m)

Table 10. Comparison of submatrix of stiffness for FE and identified model.

حالت سه (داده‌برداری در طبقات ۱۷ و ۱۸)      حالت دو (داده‌برداری در طبقات ۱۲ و ۱۳)      حالت یک (داده‌برداری در طبقات ۸ و ۹)

حالت سه		حالت دو		حالت یک		مدل اجزای محدود
۳.۰۰E+۰۴	۱.۵۰E+۰۴	۴.۰۰E+۰۴	۲.۰۰E+۰۴	۵.۰۰E+۰۴	۲.۵۰E+۰۴	
-	۱.۵۰E+۰۴	-	۲.۰۰E+۰۴	-	۲.۵۰E+۰۴	
۳.۰۰E+۰۴	۱.۴۷E+۰۴	۴.۰۰E+۰۴	۱.۹۸E+۰۴	۵.۰۰E+۰۴	۲.۵۱E+۰۴	شناسایی شده بدون نوفه
-	۱.۴۷E+۰۴	-	۱.۹۸E+۰۴	-	۲.۵۱E+۰۴	
۳.۰۰E+۰۴	۱.۴۷E+۰۴	۴.۰۰E+۰۴	۱.۹۷E+۰۴	۵.۰۰E+۰۴	۲.۵۱E+۰۴	شناسایی شده با نوفه ۲۰ درصد
-	۱.۴۷E+۰۴	-	۱.۹۷E+۰۴	-	۲.۵۱E+۰۴	

مقایسه‌ی فرکانس‌های مدل اجزای محدود و مدل شناسایی شده با توجه به تعداد بالای درجات آزادی، صرفاً برای مدهای فرد در حالت یک (داده‌برداری در طبقات ۸ و ۹) در جدول ۹ ارائه شده است.

همان‌طور که نشان داده شده است، روش پیشنهادی قادر است تمامی فرکانس‌های سازه‌ی بلند مرتبه را شناسایی نماید. در شناسایی فرکانس مدی بیشترین اختلاف با مدل اجزای محدود مربوط به مدل

همچنین نشان‌گر این حقیقت است که حتی برای داده‌برداری در درجات آزادی کمتر از درجات آزادی متناظر با مرتبه حقیقی سیستم یا به عبارت بهتر در داده‌برداری ناکامل، پارامترهای مدی فرکانس به صورت کامل قابل شناسایی است.

در مرحله‌ی بعد، پس از به دست آوردن مقادیر ویژه ماتریس سیستم در فرم پیوسته زمانی، فرکانس‌های مدی قابل محاسبه است.

جدول ۱۱-مقایسه سختی طبقات مدل شناسایی شده و سختی طبقات مدل اجزای محدود (KN/m)

Table 11. Comparison of stories stiffness of FE and identified model.

طبقه ۱۸	طبقه ۱۳	طبقه ۹	
۱.۵۰E+۰۴	۲.۰۰E+۰۴	۲.۵۰E+۰۴	سختی مدل اجزای محدود
۱.۴۷E+۰۴	۱.۹۸E+۰۴	۲.۵۱E+۰۴	سختی مدل شناسایی شده بدون نوفه
۱.۴۷E+۰۴	۱.۹۷E+۰۴	۲.۵۱E+۰۴	سختی مدل شناسایی شده با نوفه ۲۰ درصد

دست آوردن درایه‌هایی از ماتریس سختی برای دستیابی به سختی طبقات است. در این مقاله روشی پیشنهاد شد که بر پایه‌ی تئوری تحقق و اصل تحقق کمینه به عنوان پایه‌های روش شناسایی زیرفضای تصادفی و تئوری‌های دینامیک سازه‌ها استوار است. دقت روش پیشنهادی به دقت روش‌های پایه از جمله روش شناسایی زیرفضای تصادفی و نیز دقت روش‌های به دست آوردن ضرایب مقیاس وابسته است. نشان داده شد که با داده‌برداری در درجات آزادی محدودی از سازه به شرط تشخیص صحیح مرتبه سیستم می‌توان مشخصه‌های صحیحی از سازه را استخراج نمود. مزیت اصلی این روش در داده‌برداری ناکامل این است که برای تشخیص خرابی در طبقات محتمل، نیازی به ارزیابی‌های جامع (comprehensive) ندارد و با انجام عملیات موضعی می‌توان تفسیری از سختی آن قسمت سازه به دست آورد. برای ارزیابی کارایی روش ارائه شده یک ساختمان برشی پنج طبقه با دو حالت داده‌برداری ناکامل و یک ساختمان برشی بیست طبقه در سه حالت داده‌برداری ناکامل بررسی گردیده است. نتایج ارزیابی‌ها نشان می‌دهند، روش حاضر توانایی شناسایی ماتریس‌های سازه‌ای برای سازه‌های برشی با استفاده از داده‌های خروجی تنها حتی برای زمان‌هایی که پاسخ‌ها همراه با نوفه هستند را به خوبی دارد.

#### منابع

- [1] J. N. Juang, Applied system identification. Englewood Cliffs (NJ), Prentice-Hall Inc, 1994.
- [2] T. Soderstrom, P. Stoica, System Identification, Prentice Hall International, 2001.
- [3] M. De Angelis, H. Lus, R. Betti, Extracting physical parameters of mechanical models from identified state space representations, J. Appl. Mech. 69 (5) (2002) 617-

شناسایی شده با نوفه ۲۰ درصد و مد ۱۹ می‌باشد که در حدود یک درصد است.

در مرحله‌ی بعد، پس از شناسایی شکل‌های مدی در سه حالت ناکامل، ضریب مقیاس به دست آمده و شکل‌های مدی ناکامل به شکل‌های مدی ناممل مقیاس شده به جرم تبدیل می‌شوند که در نهایت زیر ماتریس سختی برای هر کدام از سه حالت به دست می‌آید که نتایج در جدول ۱۰ ارائه داده شده است.

زیر ماتریس سختی به دست آمده از روابط شناسایی زیرماتریس سازه‌ای بر اساس روش پیشنهادی، سه مقدار سختی طبقات متناظر با طبقات داده‌برداری شده را در دل خود دارد. با انجام روابط بسیار ساده ریاضی، سختی طبقات متناظر قابل محاسبه خواهد بود که نتایج در جدول ۱۱ برای دو وضعیت بدون نوفه و نوفه ۲۰ درصد ارائه گردیده است.

همان‌طور که در جدول فوق نشان داده شده است، روش پیشنهادی به خوبی توانسته است سختی طبقات هدف را شناسایی نماید. در این شناسایی بیشترین اختلاف مربوط به سختی طبقه ۱۸ می‌باشد که کمتر از ۲ درصد است. بنابراین در سازه‌های با تعداد طبقات بالا نیز روش پیشنهادی دارای کارایی بالا می‌باشد.

#### ۶-نتیجه‌گیری

در این مقاله سعی شده تا روشی جهت استخراج سختی طبقات در ساختمان‌های برشی با داده‌برداری ناکامل در آزمایش ارتعاش محیطی ارائه گردد. در سازه‌های بزرگ مقیاس همیشه این دغدغه وجود دارد که با توجه به عدم امکان داده‌برداری در تمام درجات آزادی آیا با داده‌برداری در درجات آزادی محدود و کمتر از تعداد متناظر با مرتبه حقیقی سیستم، می‌توان مشخصه‌های صحیحی از سیستم دریافت نمود یا خیر. ضمن این‌که در بسیاری از موارد، هدف از شناسایی، به

- analysis conference. 1996 518–24.
- [15] G. H. James, T. G. Carne, J. P. Lauffer, The natural excitation technique (NEXT) for modal parameter extraction from operating structures, *International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*. 10(4) (1995) 260–77.
- [16] J. Kim, J. Lynch, Subspace system identification of support-excited structures–part i: theory and black-box system identification, *Earthquake Eng. Struct. Dyn.* 41 (2012) 2235–2251.
- [17] B. Pridham, J. Wilson, An application example illustrating the practical issues of subspace identification, in: *Proceedings of the 21th International Modal Analysis Conference*, Kissimmee, USA, 2003.
- [18] F. Ubertini, C. Gentile, A. Materazzi, Automated modal identification in operational conditions and its application to bridges, *Eng. Struct.* 46 (2013) 264–278.
- [19] P. Van Overschee, B. De Moor, *Subspace identification for linear systems: theory, implementation and applications*. Dordrecht(Netherlands), Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [20] B. Peeters, G. De Roeck, Reference based stochastic subspace identification in civil engineering, *Inverse Problems in Engineering*. 8(1) (2000) 47–74.
- [21] R. Brincker, P. Anderson, *Understanding Stochastic Subspace Identification*, *Proceeding of International Modal Analysis Conference*, IMAC, 2006.
- [22] C. Priori, M. De Angelis, R. Bettib, On the selection of user-defined parameters in data-driven stochastic subspace identification, *Mechanical Systems and Signal Processing*. (2018) 100 (2018) 501-523.
- [23] E. Reynders, G. De Roeck, Reference-based combined deterministic-stochastic subspace identification for experimental and operational modal analysis, *Mech. Syst. Signal Pr.* 22 (2008) 617–637.
- [24] F. Magalhaes, E. Caetano, A. Cunha, Online automatic identification of the modal parameters of a long span arch bridge, *Mech. Syst. Signal Pr.* 23 (2009) 316–329.
- [25] A. Hong, F. Ubertini, R. Betti, New stochastic subspace approach for system identification and its application to 625.
- [4] H. Lus, M. De Angelis, R. Betti, Constructing second-order models of mechanical systems from identified state space realizations. Part I: theoretical discussions, *J. Eng. Mech.* 129 (5) (2003) 477–488.
- [5] H. Lus, M. De Angelis, R. Betti, Constructing second-order models of mechanical systems from identified state space realizations. Part II: numerical investigations, *J. Eng. Mech.* 129 (5) (2003) 489–501.
- [6] M. De Angelis, M. Imbimbo, A procedure to identify modal and physical parameters of structures subjected to ground motion, *Adv. Acoust. Vib.* (February ) (2012) 1687-6261.
- [7] Kerschen, G., K. Wordenb, A.F. Vakakis, J.C. Golinval. Past, present and future of nonlinear system identification in structural dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20 (2006) 505-592.
- [8] X. L. Du, F. Q. Wang, New modal identification method under the nonstationary Gaussian ambient excitation. *Applied Mathematics and Mechanics*. 30 (10) (2009) 1295-1304.
- [9] L. Facchini, M. Betti, P. Biagini, Neural network based modal identification of structural systems through output-only measurement, *Computers and Structures*. 138 (July) (2014) 183-194.
- [10] C. Rainieri, G. Fabbrocino, Automated output-only dynamic identification of civil engineering structure, *Mechanical Systems and Signal Processing*. 24 (3) (2010) 678-695.
- [11] P. Ni, Y. Xia, H. Hao, Improved decentralized structural identification with output-only measurement, *Measurement*. (2018) 597-610.
- [12] D. Ewins, *Modal Testing: Theory and Practice*, John Wiley and Sons, 1984.
- [13] R. Brincker, L. Zhang, P. Andersen, Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition, *Smart Mater. Struct.* 10 (2001) 441–445.
- [14] P. Andersen, R. Brincker, P. H. Kirkegaard, Theory of covariance equivalent ARMAV models of civil engineering structures. 14th international modal

- Michigan, Feb 1996.
- [29] A. Entezami, and H. Shariatmadar, Damage detection in structural systems by improved sensitivity of modal strain energy and Tikhonov regularization method. *International Journal of Dynamics and Control*, (2014) 1-12.
- [30] H., Sohn, , C.L., FarrarHemez, F.M., D.D., Shunk, D.W. Stinimates, and B.R. Nadler, "A review of structural health monitoring literature: 1996-2001", Los Alamos National Laboratory Report, LA-13976-MS (2003).
- long-span bridges, *J. Eng. Mech.* 139 (2013) 724–736.
- [26] M. M. Khatibi, M. R. Ashory, A. Malekjafarian, R. Brincker, Mass stiffness change method for scaling of operational mode shapes, *Mechanical Systems and Signal Processing*. 26 (2012) 34-59.
- [27] R. Brincker, P. Anderson, A way of getting scaled mode shapes in output only modal analysis, *International Modal Analysis Conference (IMAC) XXI*, 2003.
- [28] J. C. O'Callahan, P. Li, SEREP Expansion, Fourteenth International Modal Analysis Conference, Detroit,

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

*R. Khodayari, O. Bahar, Identification of Story Stiffness of Shear Buildings under Ambient Vibration Tests with Highly Noise polluted Data, Amirkabir J. Civil Eng., 52(11)(2021)2691-2712.*

DOI: [10.22060/ceej.2019.16095.6123](https://doi.org/10.22060/ceej.2019.16095.6123)



