

## کنترل کیفیت آماری براساس شاخص کارایی فرایندها و نمودارهای کنترل با رویکرد فازی (مطالعه موردی: شرکت آب و فاضلاب شهری استان آذربایجان غربی)

خسرو علی نژاد<sup>۱</sup>، رحیم دباغ<sup>۱\*</sup>، اکبر شیرزاد<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه، ایران  
<sup>۲</sup> دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۱ دی ۱۳۹۶  
بازنگری: ۲۸ اسفند ۱۳۹۶  
پذیرش: ۱۱ اردیبهشت ۱۳۹۷  
ارائه آنلاین: ۳۱ اردیبهشت ۱۳۹۷

### کلمات کلیدی:

کنترل کیفیت  
نمودارهای کنترل  
کارایی واقعی فرآیند  
منطق فازی  
کنترل آب

**چکیده:** کنترل کیفیت آماری روشی برای نظارت بر فرآیند در جهت شناسایی علل اصلی تغییرات و انجام اقدامات اصلاحی می‌باشد. نمودارهای کنترل و کارایی فرآیند دو ابزار کاربردی مهم برای کنترل کیفیت آماری محسوب می‌شوند. در بسیاری از سیستم‌های واقعی که همواره اطلاعات دقیق و قطعی در دسترس نبوده و اطلاعات به صورت مبهم و فازی وجود دارد، روش‌های فازی با استفاده از عبارات زبانی مناسب و اعداد فازی می‌توانند بررسی دقیق‌تری از وضعیت فرآیند تولید داشته باشند. در این تحقیق نمودارهای کنترل فازی با استفاده از قوانین فازی بسط داده شده و سپس شاخص کارایی واقعی فرآیند ( $C_{pm}$ ) جهت ارزیابی دقت، صحت و عملکرد فرآیند تولید در حالت فازی مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج به دست آمده از بررسی کیفیت کنتورهای آب خانگی در شرکت آب و فاضلاب شهری استان آذربایجان غربی نشان داد که استفاده از قوانین فازی در مقایسه با حالت داده‌های غیرفازی، گزینه‌های تصمیم‌گیری بیشتری را در اختیار تصمیم‌گیرندگان قرار داده و تقسیم‌بندی دقیق‌تری از کیفیت تولیدات را ارائه می‌کند. همچنین شاخص فازی کارایی واقعی فرآیند با در نظر گرفتن میانگین، مقدار هدف و واریانس فرآیند به طور همزمان، می‌تواند یک تحلیل دقیق‌تر از فرآیند ارائه دهد. مقادیر شاخص واقعی فرآیند در شرکت مورد مطالعه کم‌تر از یک به دست آمده است که شرایط فرآیند تولید را نامساعد نشان می‌دهد.

### ۱- مقدمه

از زمانی که انسان توانایی ساخت محصول را پیدا کرد، جهت کنترل کیفیت آن نیز به تلاش پرداخته است. کنترل کیفیت اشاره به استفاده از خصوصیات خاص یک کالا یا خدمات تکمیل شده و یا نیمه‌تمام به منظور طراحی، تولید، حفظ، نگهداری و بهبود کیفیت محصول یا خدمات دارد. در کنترل کیفیت به طور گسترده‌ای از کنترل فرآیندهای آماری استفاده می‌شود. کنترل فرآیند آماری روشی برای نظارت بر فرایندها در جهت شناسایی علل ویژه تغییرات و انجام اقدامات اصلاحی است. جلوگیری از تولید محصولات معیوب با به کارگیری روش‌های آماری و به منظور کنترل فرآیند تولید تحت عنوان کنترل فرآیند آماری شناخته شده که عموماً برای نظارت و آزمایش یک فرآیند مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱].

نمودارهای کنترل<sup>۱</sup> و تحلیل کارایی فرآیند<sup>۲</sup> دو کاربرد از کنترل کیفیت آماری بوده که نقش مهمی را در ارتقای کیفیت فرایندها و محصولات ایفا می‌کنند. نمودارهای کنترل در حالت کلاسیک در مواردی که داده‌ها

\*نویسنده عهده‌دار مکاتبات: r.dabbagh@uut.ac.ir

- 1 Control charts
- 2 Process capability analyses

و اطلاعات به صورت دقیق و قطعی باشند، کاربرد دارند. این نمودارها با استفاده از داده‌های دقیق، فرآیند را در دو دسته تحت کنترل و خارج از کنترل دسته‌بندی می‌کنند. در بسیاری از فرایندها، داده‌های آماری به صورت مبهم و فازی هستند و اطلاعات در مورد فرآیند ناقص بوده که در این موارد نمودارهای کنترل فازی مورد استفاده قرار می‌گیرند. مجموعه‌های فازی با تعریف توابع عضویت و استفاده از داده‌های مبهم با بهره‌گیری از اعداد فازی ذوزنقه‌ای، مثلثی و نظیر آن‌ها سطوح مختلف تصمیم را برای تصمیم‌گیرندگان معرفی می‌نماید [۲]. از تئوری مجموعه‌های فازی<sup>۳</sup> برای اضافه نمودن اطلاعات بیشتر و انعطاف‌پذیری به تحلیل فرایندها استفاده می‌شود. یکی دیگر از ابزارهای کنترل، کارایی فرایندها می‌باشد. این شاخص معیاری است که به وسیله آن می‌توان توانایی هر فرآیند را در جهت تولید محصولات منطبق با رضایت‌مندی مشتریان با مشخصات فنی ارزیابی نمود [۲]. شاخص قابلیت فرآیند و یا نسبت کارایی آن در حقیقت نوعی خلاصه شده عددی است که میزان قابلیت هر فرآیند را نسبت به حدود مشخصه فنی ارزیابی و اندازه‌گیری می‌کند. به عبارت دیگر این شاخص برای برآورد توانایی ذاتی یک فرآیند تولیدی در تولید محصولات منطبق با مشخصات فنی آن‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد [۳].

3 Fuzzy sets

در نظر گرفتن متغیرهای تأثیرگذار جریان ورودی بر عملکرد این واحدها، کارایی یک تصفیه‌خانه فاضلاب واقع در کشور آلمان را مورد ارزیابی قرار داده‌اند. شاخص‌های انتخاب شده توسط آن‌ها دارای تغییرپذیری مناسبی در برابر متغیرهای جریان ورودی بوده و در نتیجه ارزیابی کارایی تصفیه‌خانه‌ها، امکان اتخاذ سیاست‌های پیش‌گیرانه به منظور بهبود عملکرد و مدیریت ریسک آن‌ها برای بهره‌بردار ایجاد می‌شود [۱۲].

در این تحقیق برای توانمندسازی نمودارهای کنترل آماری از تئوری مجموعه‌های فازی استفاده می‌شود که توانایی کنترل کیفیت را برای بهبود کیفیت محصولات و خدمات افزایش می‌دهد. در بیشتر تحقیقات انجام گرفته در سال‌های اخیر، برای بناسازی نمودارهای کنترل فازی، مجموعه‌های فازی با عمل‌گرهای غیرفازی‌سازی به اعدادی دقیق و مشخص تبدیل و سپس نمودارهای کنترل بناسازی شده‌اند. این عمل باعث می‌شود ابتدا بر اثر غیرفازی‌سازی اطلاعات مجموعه‌های فازی از بین رفته و استفاده از عمل‌گرهای متفاوت منجر به نتایج متفاوتی در مورد نمودارها می‌شود. از طرفی کایا و قهرمان (۲۰۱۱) قوانینی در زمینه تجزیه و تحلیل نمودارهای کنترل فازی ارائه داده‌اند که تمامی حالت‌های فرآیند کنترل فازی در نظر گرفته نشده است. بنابراین با توجه به عوامل فوق در این تحقیق ابتدا قوانین فازی با توابع عضویت دوزنقه‌ای توسعه داده می‌شوند که قادر است خروجی‌ها را نیز به صورت فازی ارائه دهد. سپس مقایسه‌ای بین روش غیرفازی‌سازی داده‌ها با روش‌های میانگین و انحراف معیار با قوانین فازی انجام می‌شود. همچنین در تحقیقات گذشته برای ارزیابی فرآیند تولید از شاخص  $C_p$  استفاده شده است که این شاخص اطلاعاتی در مورد مکان واقع شدن میانگین در حدود بالا و پایین مشخصات فنی حدود ( $USL$ ) و ( $LSL$ ) ارائه نمی‌دهد. در این تحقیق برای برطرف کردن آن، از شاخص  $C_{pm}$  استفاده شده و سپس با به‌کارگیری قواعد فازی توسعه داده می‌شود. در نهایت نیز با یک مطالعه موردی بر روی کنتورهای آب در شرکت آب و فاضلاب شهری استان آذربایجان غربی، قوانین فازی و شاخص قابلیت کارایی فرآیند فازی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

## ۲- مواد و روش‌ها

### ۲-۱- نمودارهای کنترل

نمودارهای کنترل که به نمودار شوهارت<sup>۱۱</sup> یا نمودار فرآیند-رفتار نیز معروف است، در کنترل آماری فرآیندها ابزاری برای مشخص کردن این موضوع است که آیا یک فرآیند تولید یا کسب و کار در کنترل آماری قرار دارد یا خیر. نمودارهای کنترل از پرکاربردترین ابزارهای کنترل آماری بوده و نقش اساسی در ارتقای کیفیت فرآیند و تولیدات دارند. این نمودارها بر اساس داده‌های ارائه شده یک یا چند ویژگی محصول یا خدمات هستند که اگر این ویژگی‌ها با مقیاس‌های عددی قابل اندازه‌گیری باشند، آنگاه از نمودارهای

زاده<sup>۱</sup> (۱۹۶۵) برای اولین بار یک مجموعه فازی را برای طبقه‌بندی داده‌های ذهنی معرفی کرد [۴]. باردشوا<sup>۲</sup> (۱۹۸۳)، برای اولین بار مجموعه‌های فازی را برای درجه‌بندی و عملکرد محصولات به کار برد. او تأکید داشته که کنترل فازی نتایج مطلوبتری نسبت به حالت کلاسیک ارائه می‌کند [۵]. رز و وانگ<sup>۳</sup> (۱۹۹۰) نمودارهای کنترل وصفی فازی را با اصطلاحات زبانی از قبیل عالی، خوب، متوسط، ضعیف و بد برای داده‌های شبیه‌سازی شده فازی به کار برده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که نمودارهای کنترل بر اساس داده‌های زبانی با روش فازی به طور قابل توجهی نسبت به شبیه‌سازی‌های پردازشی حساس تر عمل می‌کنند [۶]. گولبای و قهرمان<sup>۴</sup> (۲۰۰۷) با روش متناوب در نمودارهای کنترل فازی و همچنین با روش مستقیم فازی، به توصیف نمودارهای کنترل فازی با  $\alpha$ -برش پرداخته‌اند که برای نمایش فازی از متغیرهای متناسب مد فازی و میانه استفاده کرده‌اند [۷]. سنتورک و ارجینل<sup>۵</sup> (۲۰۰۹) نمودارهای فازی مثلثی را با استفاده از متغیر میانه و سطح  $\alpha$  توسعه داده، سپس کاربرد نمودارهای فازی برای کنترل فرآیند تولید پیستون قطر داخلی در کمپرسورها را با مدل خود مورد بررسی قرار داده‌اند. نتایج نشان می‌دهند که نمودارهای کنترل فازی می‌توانند انعطاف‌پذیری بیشتری برای کنترل فرآیند فراهم کنند [۸]. کایا و قهرمان<sup>۶</sup> (۲۰۱۱) کارایی تجزیه و تحلیل فرآیندهای اندازه‌گیری فازی و نمودارهای کنترل فازی را در یک منطقه صنعتی در ترکیه به کار برده‌اند. در این تحقیق برای بررسی وضعیت نمونه‌ها قوانینی ارائه کرده‌اند، سپس برای ارزیابی فرآیند تولید، شاخص بالقوه قابلیت فرآیند ( $C_p$ ) توسعه داده شده است [۲]. کاروت و همکاران<sup>۷</sup> (۲۰۱۳) روش جدیدی برای اندازه‌گیری کارایی فرآیند نمودارهای کنترل ارائه داده‌اند. نتایج اثربخشی شاخص بالفعل قابلیت فرآیند ( $C_{pm}$ ) برای تشخیص روند تغییرات در میانگین فرآیند و شاخص تعدیل شده بالفعل فرآیند ( $C_{pmk}$ ) قدرت بیشتری برای تشخیص تغییرات در انحراف معیار فرآیند را نشان می‌دهند [۹]. وولورو<sup>۸</sup> و همکاران (۲۰۱۴) با استفاده از یک مطالعه موردی به بررسی شاخص‌های  $C_{pk}$ ،  $C_p$ ،  $C_{pm}$ ،  $C_{pmk}$  (شاخص تعدیل شده بالفعل قابلیت فرآیند) در حالت کلاسیک پرداخته‌اند. نتایج حاکی از آن است که شاخص  $C_{pmk}$  نسبت به دیگر شاخص‌ها نتایج مطلوب‌تری ارائه می‌کند [۱۰]. دباغ و همکاران (۲۰۱۷) در مطالعه ارزیابی عملکرد شرکت‌های آب و فاضلاب عواملی چون کاهش هزینه‌ها و ارتقای کارایی، راندمان و کیفیت در فرآیندهای داخلی شرکت‌ها را مهم‌ترین عوامل نتیجه گرفته‌اند [۱۱]. سارا نظیف و همکاران (۱۳۹۶) در مطالعه‌ای با توسعه شاخص‌های ارزیابی عملکرد واحدهای مختلف تصفیه‌خانه فاضلاب و با

- 1 Zadeh
- 2 Bradshaw
- 3 Raz & Wang
- 4 Gülbay & Kahraman
- 5 Senturk & Erginel
- 6 Kaya & Kahraman
- 7 Carot et al.
- 8 Wooluru et al.

- 9 Upper Specification Limit (USL)
- 10 Lower Specification Limit (LSL)
- 11 Shewhart

بالا (UCL) و کران پایین (LCL) به صورت زیر تعیین می‌شوند که در آن مقدار ثابت بوده و میانگین نمونه‌ها و  $U\bar{C}L_{\bar{X}}$  حدود کران بالا در حالت میانگین و  $U\bar{C}L_S$  حدود کران بالا در حالت انحراف معیار با توجه به حجم نمونه تعیین می‌شود [۱۴].

$$U\bar{C}L_{\bar{X}} = CL + A_3\bar{S} = (\bar{\bar{x}}_a, \bar{\bar{x}}_b, \bar{\bar{x}}_c, \bar{\bar{x}}_d) + A_3(\bar{s}_a, \bar{s}_b, \bar{s}_c, \bar{s}_d) = (U\bar{C}L_1, U\bar{C}L_2, U\bar{C}L_3, U\bar{C}L_4) \quad (5)$$

$$(6)$$

$$L\bar{C}L_{\bar{X}} = CL - A_3\bar{S} = (\bar{\bar{x}}_a, \bar{\bar{x}}_b, \bar{\bar{x}}_c, \bar{\bar{x}}_d) - A_3(\bar{s}_a, \bar{s}_b, \bar{s}_c, \bar{s}_d) = (L\bar{C}L_1, L\bar{C}L_2, L\bar{C}L_3, L\bar{C}L_4) \quad (7)$$

همچنین محدوده‌های کنترل نمودارهای انحراف معیار ( $\bar{S}$ ) به صورت زیر محاسبه می‌شوند که در آن  $B_3$  و  $B_4$  مقادیر ثابت بوده و با توجه به حجم نمونه تعیین می‌شوند [۱۴].

$$U\bar{C}L_S = B_4\bar{S} = B_4(\bar{s}_a, \bar{s}_b, \bar{s}_c, \bar{s}_d) = (U\bar{C}L_1, U\bar{C}L_2, U\bar{C}L_3, U\bar{C}L_4) \quad (8)$$

$$\bar{C}L_S = \bar{S} = (\bar{s}_a, \bar{s}_b, \bar{s}_c, \bar{s}_d) = (\bar{C}L_1, \bar{C}L_2, \bar{C}L_3, \bar{C}L_4) \quad (9)$$

$$L\bar{C}L_S = B_3\bar{S} = B_3(\bar{s}_a, \bar{s}_b, \bar{s}_c, \bar{s}_d) = (L\bar{C}L_1, L\bar{C}L_2, L\bar{C}L_3, L\bar{C}L_4) \quad (10)$$

گام چهارم: در این گام نمونه‌ها در محدوده‌های کنترل (کران بالا و کران پایین) قرار داده می‌شوند و طبق قوانین زیر مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. قانون ۱: نمونه محاسبه شده داخل محدوده‌های کنترل قرار دارد و نمونه مورد نظر (EP) در این حالت تحت کنترل محسوب می‌شود (شکل ۱) قانون ۲: نمونه در خارج از محدوده‌های کنترل قرار دارد در این حالت نمونه خارج از کنترل محسوب می‌شود.

قانون ۳ و ۴: در این حالت قسمتی از نمونه روی محدوده‌های کنترل قرار دارد که در این حالت نسبتاً تحت کنترل یا تحت کنترل در نظر گرفته می‌شود.

قانون ۵: در این حالت قسمتی از نمونه در کران بالا و یا قسمتی دیگر در کران پایین قرار می‌گیرد که در این حالت نیز نمونه تحت کنترل یا تقریباً تحت کنترل می‌باشد [۲].

با توجه به قوانین پنج‌گانه تعریف شده فوق، این قوانین تمام حالت‌های فرآیند کنترل را پوشش نمی‌دهند. بنابراین در این تحقیق می‌توان قوانین زیر را در حالت‌های دیگری توسعه داد (شکل ۲). لذا داریم:

قانون ۶: در این حالت بخشی از نمونه در خارج از حدود کران بالا قرار دارد که در این حالت، نمونه‌ها نسبتاً خارج از کنترل یا خارج از کنترل طبقه‌بندی میشوند.

قانون ۷: در این حالت بخشی از نمونه در خارج از حدود کران پایین قرار دارد که در این حالت نیز نمونه‌ها نسبتاً خارج از کنترل یا خارج از کنترل محسوب می‌شوند.

کنترل برای مشخصات قابل اندازه‌گیری استفاده می‌شود [۲]. برای کنترل یک مشخصه کیفی، میانگین و واریانس آن در طول زمان بررسی می‌شود. میانگین فرآیند به وسیله نمودار کنترل میانگین  $\bar{X}$  کنترل می‌شود. همچنین تغییرپذیری فرآیند را می‌توان بوسیله نمودارهای کنترل در حالت‌های انحراف معیار یا دامنه تغییرات با نمودارهای  $S$  و  $R$  کنترل کرد. در بحث کنترل کیفیت آماری، نمودارهای کنترل از اهمیت ویژه‌ای برخوردار می‌باشند و به نوعی بخش اصلی فرآیند کنترل کیفیت را به خود اختصاص می‌دهند. از مهم‌ترین کاربردهای نمودارهای کنترل، تخمین پارامترهای یک فرآیند تولید و استفاده از آن برای تعیین کارایی فرآیند و تهیه اطلاعات مفید جهت بهبود فرآیند است. اگر تمام نقاط بین حدود کنترل باشد، فرآیند تحت کنترل است، در غیر این صورت باید عملیات اصلاحی روی فرآیند انجام گیرد. این نمودارها، روشی برای بهبود بهره‌وری می‌باشند [۱۲]. در ادامه به طراحی نمودارهای کنترل فازی پرداخته می‌شود که در پنج گام انجام می‌شود.

## ۲-۱-۱- طراحی نمودارهای کنترل فازی

گام‌های طراحی نمودارهای کنترل فازی به شرح ذیل است:

گام اول: ابتدا نمونه‌ها به اعداد فازی تبدیل می‌شوند. فرض می‌شود یک مشخصه کیفی به صورت تقریبی  $X$  تعریف شده باشد که این مقدار را میتوان با عدد فازی دوزنقه‌ای  $(a, b, c, d)$  تعریف کرد.

گام دوم: در این گام مشخصه‌های کیفی فرآیند محاسبه و کنترل می‌شوند که با اندازه‌گیری اندازه نمونه، میانگین و انحراف معیار نمونه‌ها به صورت زیر حاصل می‌شوند:

$$\bar{X} = \left( \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{n}, \frac{\sum_{i=1}^n b_i}{n}, \frac{\sum_{i=1}^n c_i}{n}, \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n} \right) = (\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c, \bar{X}_d) \quad (1)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, n$$

پس از  $m$  نمونه‌گیری، میانگین نمونه‌ها ( $\bar{X}$ ) به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\bar{\bar{X}} = (\mu_a, \mu_b, \mu_c, \mu_d) = (\bar{\bar{x}}_a, \bar{\bar{x}}_b, \bar{\bar{x}}_c, \bar{\bar{x}}_d) = \left( \frac{\sum_{j=1}^m \bar{x}_a}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m \bar{x}_b}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m \bar{x}_c}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m \bar{x}_d}{m} \right) \quad (2)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, n; \quad j = 1, 2, 3, \dots, m$$

همچنین انحراف معیار ( $\bar{S}$ ) به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\bar{S}_j = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n ((X_{a_i}, X_{b_i}, X_{c_i}, X_{d_i})_{ij} - (\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c, \bar{X}_d)^2)}{n-1}} = (S_a, S_b, S_c, S_d) \quad (3)$$

و برای میانگین نمونه‌های  $\bar{S}$  داریم.

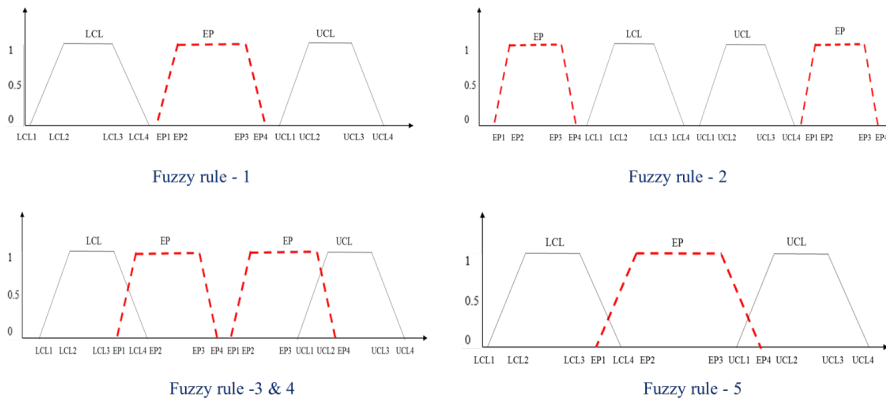
$$\bar{\bar{S}}_j = \left( \frac{\sum_{j=1}^m S_{aj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m S_{bj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m S_{cj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m S_{dj}}{m} \right) = (\bar{\bar{S}}_a, \bar{\bar{S}}_b, \bar{\bar{S}}_c, \bar{\bar{S}}_d) \quad (4)$$

گام سوم: با توجه به مقادیر به دست آمده در قسمت قبل، حدود کران

2 Upper Control Limit(UCL)

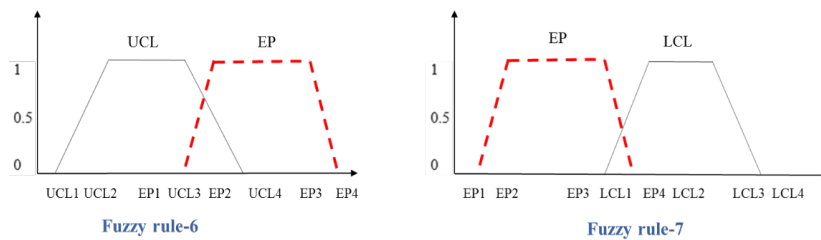
3 Lower Control Limit(LCL)

1 Trapezoidal fuzzy numbers



شکل ۱. قوانین فازی برای نمودارهای کنترل [۲]

Fig. 1. Fuzzy rules for control charts



شکل ۲. قوانین ۶ و ۷ فازی برای نمودارهای کنترل

Fig. 2. Fuzzy rules 6 and 7 for control charts

$$\text{Process Control} = \begin{cases} \text{In control} & PC_{\bar{X}} = 1 \wedge PC_S = 1 \\ \text{out of control} & PC_{\bar{X}} = 0 \vee PC_S = 0 \\ \text{Rather in control} & PC_{\bar{X}} \geq \beta \wedge PC_S \geq \beta \\ \text{Rather out of control} & PC_{\bar{X}} < \beta \vee PC_S < \beta \end{cases} \quad (12)$$

$PC_{\bar{X}}$  و  $PC_S$  وضعیت فرآیند را به ترتیب در حالت‌های میانگین و انحراف معیار نشان می‌دهند. پس از تعیین مقادیر  $PC$ ، طبق رابطه‌ی (۱۲) قضاوت انجام می‌شود. در قوانین ۳، ۴، ۶ و ۷ نحوه قضاوت به صورت درصد ناحیه تحت پوشش می‌باشد. یعنی اگر مقادیر نمونه به دست آمده، وضعیت فرآیند کنترل ( $PC$ ) بیشتر از ۷۰ درصد خارج از محدوده‌های کنترل واقع شوند، نمونه را خارج از کنترل یا نسبتاً خارج از کنترل قلمداد می‌کنند. اگر نمونه بیشتر از ۷۰ درصد داخل محدوده‌های کنترل باشند نمونه را تحت کنترل و یا نسبتاً تحت کنترل طبقه‌بندی می‌کنند (طبق نظر کارشناسان و تحقیقات انجام شده  $\beta = 70\%$  در نظر گرفته شده است). در ادامه نمودارهای کنترل فازی با استفاده از روش  $\alpha$ -Cut و میانه غیرفازی‌سازی می‌شوند.

۲-۲- طراحی نمودارهای کنترل بر اساس  $\bar{S}$  و  $\bar{X}$  در حالت غیرفازی برای غیرفازی‌سازی داده‌ها و تعیین محدودیت‌های کنترل آن، با استفاده

در قوانین ۶ و ۷ در حالتی که بخشی از نمونه‌ها با کران بالا یا کران پایین فرآیند اشتراک دارند، مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. گام پنجم: با توجه به قوانین تعریف شده می‌توان وضعیت نمونه‌ها را به صورت زیر تعریف کرد:

$$PC_{Ep_j} = \begin{cases} 1 & (Ep_{dj} \leq UCL_1) \text{ and } (Ep_{dj} \geq LCL_4) \\ 0 & (Ep_{dj} > UCL_4) \text{ or } (Ep_{dj} < LCL_1) \\ 1 - \frac{Ep_{dj} - UCL_1}{Ep_{dj} - Ep_{aj}} & Ep_{dj} > UCL_1 \\ 1 - \frac{LCL_4 - Ep_{aj}}{Ep_{dj} - Ep_{aj}} & Ep_{aj} < LCL_4 \\ \min\left\{1 - \frac{Ep_{dj} - UCL_1}{Ep_{dj} - Ep_{aj}}, 1 - \frac{LCL_4 - Ep_{aj}}{Ep_{dj} - Ep_{aj}}\right\} & (Ep_{dj} > UCL_1) \text{ and } (Ep_{aj} < LCL_4) \\ 1 - \frac{UCL_4 - Ep_{aj}}{Ep_{dj} - Ep_{aj}} & Ep_{dj} > UCL_4 \\ 1 - \frac{Ep_{dj} - LCL_1}{Ep_{dj} - Ep_{aj}} & Ep_{aj} < LCL_1 \end{cases} \quad (11)$$

در رابطه بالا  $CP$  شاخص بالقوه قابلیت فرآیند،  $CPM$  شاخص قابلیت فرآیند و  $C_{pmk}$  شاخص تعدیل شده بالفعل فرآیند است. در رابطه (۱۱) نمونه  $Ep_{ij}$  نام تعریف می‌شود. حال با توجه به مقادیر به دست آمده وضعیت فرآیندها به صورت زیر مشخص می‌شود.

از روش  $\alpha$ -Cut و میانه به ترتیب زیر عمل می‌شود.

در رابطه‌ی (۲۴) با غیرفازی کردن فرآیند، نمونه‌ها در دو دسته تحت کنترل و خارج از کنترل دسته‌بندی می‌شوند.

## ۲-۱- نمودارهای کنترل براساس $\bar{X}$

با توجه به روابط تعریف شده در بخش قبل مشخص شد که چه پارامترهایی برای محاسبه کران بالا و کران پایین نیاز است. در ادامه به چگونگی محاسبه کران بالا ( $UCL_{\bar{X}}^{\alpha}$ ) و کران پایین فرآیند با استفاده از برش-الفا پرداخته می‌شود که روابط آن به صورت زیر محاسبه می‌شود [۱۴]:

## ۲-۲- نمودارهای کنترل براساس $\tilde{S}$

برای غیرفازی‌سازی داده‌ها و تعیین محدودیت‌های کنترل آن در حالت انحراف معیار ( $\tilde{S}$ )، در سطح  $\alpha$  و براساس میانه فازی از روابط زیر استفاده می‌شود:

$$U\tilde{C}L_{mr-S}^{\alpha} = B_4 f_{mr-S}^{\alpha}(C\tilde{L}) \quad (25)$$

$$\tilde{C}L_{mr-S}^{\alpha} = f_{mr-S}^{\alpha}(C\tilde{L}) \quad (26)$$

$$L\tilde{C}L_{mr-S}^{\alpha} = B_3 f_{mr-S}^{\alpha}(C\tilde{L}) \quad (27)$$

میانه فازی نمونه  $\tilde{S}$  برای نمودارهای  $\tilde{S}$  در سطح  $\alpha$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_{mr-S,j}^{\alpha} = \frac{(S_{a_j} + S_{d_j}) + \alpha[(S_{b_j} - S_{a_j}) - (S_{d_j} - S_{c_j})]}{2} \quad (28)$$

وضعیت کنترل فرآیند برای هر نمونه به صورت زیر تعریف شود [۸]:

$$\text{Process control} = \begin{cases} \text{in-control} & LCL_{mr-S}^{\alpha} \leq S_{mr-S,j}^{\alpha} \leq UCL_{mr-S}^{\alpha} \\ \text{out-of control} & \text{for otherwise} \end{cases} \quad (29)$$

این فرآیند نیز نمونه‌ها را در دو دسته تحت کنترل و خارج از کنترل دسته‌بندی می‌کند. پس از تعیین وضعیت فرآیند و اطمینان از تحت کنترل بودن فرآیند، شاخص قابلیت فرآیند به عنوان یک معیار عملکرد فرآیند در ارزیابی فرآیند تولید مورد استفاده قرار می‌گیرد. در بخش بعد شاخص قابلیت واقعی فرآیند در حالت فازی توسعه داده می‌شود و دارای این مزیت است که برای ارزیابی فرآیند به جای یک عدد، چند عدد در اختیار تصمیم‌گیرندگان قرار می‌دهد.

## ۲-۳- شاخص قابلیت فرآیند فازی

فنون آماری می‌توانند در مراحل مختلف تولید یک محصول که شامل فعالیت‌های توسعه‌ای و قبل از تولید نیز می‌باشند مفید واقع شوند، اما نمودارهای کنترل  $\bar{X}$  و  $S$  اطلاعاتی در مورد عملکرد فرآیند ارائه نمی‌کنند. این فعالیت‌ها را می‌توان با کمی نمودن تغییرپذیری فرآیند، تجزیه و تحلیل تغییرپذیری با توجه به نیازها و مشخصات فنی محصول و کمک به ساخت و توسعه آن جهت تغییرپذیری حذف و یا به میزان نسبتاً زیادی کاهش داد که این فعالیت‌ها در حوزه کارایی فرآیند صورت می‌پذیرد. یکی از شاخص‌های فرآیند قابلیت کنترل، شاخص  $C_p$  (شاخص بالقوه قابلیت فرآیند) می‌باشد. این شاخص به صورت تفاوت حدود مشخصات فنی حد بالای مشخصات (USL) و حد پایین مشخصات (LSL) نسبت به تفاوت  $6\sigma$  تعریف می‌شود (شکل ۳) [۱۵].

$$U\tilde{C}L_{\bar{X}}^{\alpha} = (\bar{X}_a^{\alpha}, \bar{X}_b^{\alpha}, \bar{X}_c^{\alpha}, \bar{X}_d^{\alpha}) + A_3(\bar{S}_a^{\alpha}, \bar{S}_b^{\alpha}, \bar{S}_c^{\alpha}, \bar{S}_d^{\alpha}) \quad (13)$$

$$\tilde{C}L_{\bar{X}}^{\alpha} = C\tilde{L} = (\bar{X}_a^{\alpha}, \bar{X}_b^{\alpha}, \bar{X}_c^{\alpha}, \bar{X}_d^{\alpha}) \quad (14)$$

$$L\tilde{C}L_{\bar{X}}^{\alpha} = (\bar{X}_a^{\alpha}, \bar{X}_b^{\alpha}, \bar{X}_c^{\alpha}, \bar{X}_d^{\alpha}) - A_3(\bar{S}_a^{\alpha}, \bar{S}_b^{\alpha}, \bar{S}_c^{\alpha}, \bar{S}_d^{\alpha}) \quad (15)$$

به طوری که:

$$\bar{X}_a^{\alpha} = \bar{X}_a + \alpha(\bar{X}_b - \bar{X}_a) \quad (16)$$

$$\bar{X}_d^{\alpha} = \bar{X}_d - \alpha(\bar{X}_d - \bar{X}_c) \quad (17)$$

و

$$\bar{S}_a^{\alpha} = \bar{S}_a + \alpha(\bar{S}_b - \bar{S}_a) \quad (18)$$

$$\bar{S}_d^{\alpha} = \bar{S}_d - \alpha(\bar{S}_d - \bar{S}_c) \quad (19)$$

برای بررسی تحت کنترل بودن نمونه‌ها با روش دیفازی در حالت  $\bar{X}$  با استفاده از میانه فازی و در سطح  $\alpha$  با توجه به روابط تعیین شده داریم [۱۴]:

$$UCL_{mr-\bar{X}}^{\alpha} = CL_{mr-\bar{X}}^{\alpha} + A_3\left(\frac{\bar{S}_a^{\alpha} + \bar{S}_d^{\alpha}}{2}\right) \quad (20)$$

$$CL_{mr-\bar{X}}^{\alpha} = f_{mr-\bar{X}}^{\alpha}(CL) = \frac{\bar{X}_a^{\alpha} + \bar{X}_d^{\alpha}}{2} \quad (21)$$

$$LCL_{mr-\bar{X}}^{\alpha} = CL_{mr-\bar{X}}^{\alpha} - A_3\left(\frac{\bar{S}_a^{\alpha} + \bar{S}_d^{\alpha}}{2}\right) \quad (22)$$

که میانه فازی نمونه  $\bar{X}$  برای نمودارهای  $\bar{X}$  در سطح  $\alpha$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_{mr-\bar{X},j}^{\alpha} = \frac{(\bar{X}_{a_j} + \bar{X}_{d_j}) + \alpha[(\bar{X}_{b_j} - \bar{X}_{a_j}) - (\bar{X}_{d_j} - \bar{X}_{c_j})]}{2} \quad (23)$$

در نهایت وضعیت فرآیند برای هر نمونه به صورت زیر تعیین می‌شود [۸]:

$$\text{Process control} = \begin{cases} \text{in-control} & LCL_{mr-\bar{X}}^{\alpha} \leq S_{mr-\bar{X},j}^{\alpha} \leq UCL_{mr-\bar{X}}^{\alpha} \\ \text{out-of control} & \text{for otherwise} \end{cases} \quad (24)$$

$$\tilde{C}_{pu} = \frac{USL - \bar{\mu}}{3\sigma} \quad (33)$$

شاخص (قابلیت بالفعل فرآیند) راهحلی برای برطرف کردن این مشکل خواهد بود. این شاخص بر مبنای ایده مربع خطا می‌باشد و بر اندازه‌گیری توانایی فرآیند به منظور تجمع بر روی هدف تمرکز دارد که مقدار روی هدف را نشان می‌دهد. همچنین این شاخص اطلاعات بیشتری در مورد مکان میانگین فرآیند و حساسیت بیشتری نسبت به انحراف معیار نشان می‌دهد (شکل ۴). در ادامه تحقیق شاخص به فازی تبدیل خواهد شد.

برای ارزیابی درستی و دقت یک محصول، محدوده‌ای را تعیین می‌کنند که این محدوده دارای بالاترین حد تغییرات (USL) و پایین‌ترین حد تغییرات (LSL) می‌باشد. این حدود ویژگی محصولات مورد نظر بوده و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$USL = (u_a, u_b, u_c, u_d) \quad (34)$$

$$LSL = (l_a, l_b, l_c, l_d) \quad (35)$$

حال با استفاده از حدود مشخصات فوق می‌توان شاخص  $C_{pm}$  در حالت فازی را به صورت زیر تعریف کرد:

$$C_{pm} = \left( \frac{USL - LSL}{6\tau} \right) = \left( \frac{u_a - l_d}{6\tau}, \frac{u_b - l_c}{6\tau}, \frac{u_c - l_b}{6\tau}, \frac{u_d - l_a}{6\tau} \right) \quad (36)$$

در رابطه فوق  $\tau$  جذر امید ریاضی مربع انحراف از مقدار هدف  $T$  تعریف می‌شود. بنابراین داریم:

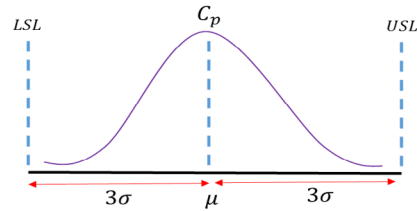
$$\begin{aligned} \tau^2 &= E[(X - T)^2] \\ &= E[(X - \mu)^2] + (\mu - T)^2 \\ &= \sigma^2 + (\mu - T)^2 \end{aligned} \quad (37)$$

در نتیجه:

$$\tau = \sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2} \quad (38)$$

که در آن  $\sigma^2$  مربع انحراف معیار است و در حالت فازی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{C}_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} \quad (30)$$



شکل ۳. شاخص قابلیت فرآیند ( $C_p$ )

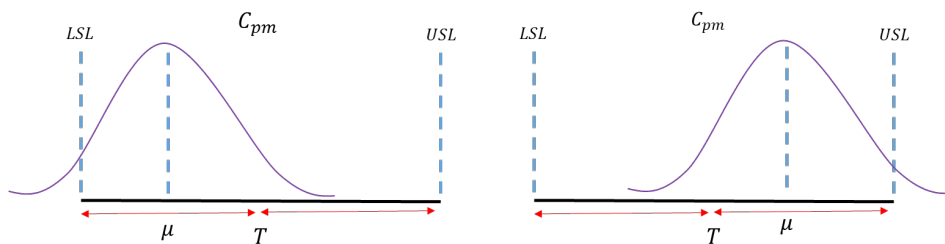
Fig. 3. Process capability index ( $C_p$ )

شاخص کارایی فرآیند به عنوان یک معیار عملکرد فرآیند در ارزیابی کارایی فرآیند ساخت در عمل بسیار موثر است. به طور کلی این شاخص با مقایسه پهنای پراکندگی فرآیند با پهنای حدود مشخصات قابل قبول فرآیند به دست می‌آید. در اکثر موارد نمی‌توان تنها با استناد به شاخص  $C_p$  (قابلیت بالقوه فرآیند) به تعیین وضعیت فرآیند پرداخت. شاخص  $C_p$  مکان واقع شدن میانگین فرآیند را نسبت به حدود مشخصات فنی در نظر نگرفته و فقط فاصله بین مشخصات فنی را نسبت به فاصله  $6\sigma$  می‌سنجد. بنابراین این شاخص دلالتی بر عملکرد واقعی فرآیند نداشته و تأثیری از جابه‌جایی میانگین فرآیند بر روی توانایی فرآیند برای تولید در محدوده مشخصات قابل قبول ارائه نمی‌کند. بنابراین شاخص کارایی فرآیند ( $C_{pk}$ ) توسعه داده شد، اما این شاخص نیز اثربخش نبوده و تأثیر مرکز فرآیند در کارایی فرآیند را در نظر نمی‌گیرد [۲، ۱۶].

$$\tilde{C}_{pk} = \min\{\tilde{C}_{pl}, \tilde{C}_{pu}\} \quad (31)$$

که در آن  $C_{pu}$  و  $C_{pl}$  معیارهای یک طرفه می‌باشند زیرا تنها یک حد مشخصات فنی را در بر می‌گیرند و به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$\tilde{C}_{pl} = \frac{\bar{\mu} - LSL}{3\sigma} \quad (32)$$



شکل ۴. شاخص قابلیت فرآیند ( $C_{pm}$ )

Fig. 4. Process capability index ( $C_{pm}$ )

فازی مورد بررسی قرار گرفته‌اند. سپس مقایسه‌ای بین حالت فازی و غیرفازی داده‌ها نیز انجام شده است. اطلاعات در آزمایشگاه کنتور با رقم اولیه و رقم ثانویه (در حالت‌های دبی نرمال، انتقال و حداقل) ثبت می‌شوند. سپس کارکرد کنتور برحسب لیتر در دبی‌های نرمال، انتقال و حداقل مورد محاسبه قرار می‌گیرد که نحوه‌ی کارکرد کنتورها و محاسبه درصد خطای آن در جدول ۱ نشان داده شده است.

سپس درصد خطای متوسط هر کدام از کنتورهای آب در سه زیرگروه (دبی‌های نرمال، انتقال و حداقل) به اعداد فازی دوزنقه‌ای تبدیل شده‌اند (جدول ۲) [۱۷]. اعداد فازی دوزنقه‌ای قادر خواهند بود که سطوح تصمیم‌گیری بیشتری مانند تحت کنترل، نسبتاً تحت کنترل، خارج از کنترل و نسبتاً خارج از کنترل در اختیار تصمیم‌گیرندگان قرار دهند.

همچنین جهت تعیین حدود کنترل، میانگین نمونه‌ها با استفاده از رابطه (۱) و (۲)، انحراف معیار با استفاده از رابطه (۳) و (۴) و دامنه تغییرات با استفاده از رابطه (۴۰) و (۴۱) برای هر نمونه و هر زیرگروه به صورت جدول ۳ محاسبه شده‌اند.

حال می‌توان محدوده‌های کران بالا و کران پایین را در حالت میانگین از روابط (۵)، (۶) و (۷) به دست آورد:

$$U\tilde{C}L_{\bar{x}} = (۱/۷۲, ۱/۶۹, ۱/۶۵, ۱/۶۲)$$

$$\tilde{C}L_{\bar{x}} = (۰/۵۲, ۰/۵۳, ۰/۵۴, ۰/۵۵)$$

$$L\tilde{C}L_{\bar{x}} = (۰, ۰, ۰, ۰)$$

و در حالت انحراف معیار با استفاده از روابط (۸)، (۹) و (۱۰) داریم:

$$U\tilde{C}L_S = (۱/۴۴, ۱/۴۷, ۱/۵۰, ۱/۵۳)$$

$$\tilde{C}L_S = (۰/۵۶, ۰/۵۷, ۰/۵۸, ۰/۵۹)$$

$$L\tilde{C}L_S = (۰, ۰, ۰, ۰)$$

با استفاده از مقادیر محاسبه شده، وضعیت تحت کنترل یا خارج از کنترل بودن کنتورهای آب با قوانین فازی مورد ارزیابی قرار گرفته، سپس با غیرفازی‌سازی به روش میانگین (بر اساس رابطه (۲۳)) و به روش انحراف معیار (بر اساس رابطه (۲۸))، مقایسه‌های با حالت فازی انجام شده است که نتایج آن در جدول ۴ ارائه شده است.

با توجه به جدول ۴ مشاهده می‌شود که تمامی نمونه‌ها تحت کنترل نمی‌باشند. همچنین در نتایج به دست آمده در سه حالت استفاده از قوانین فازی، غیرفازی‌سازی با روش میانگین و انحراف معیار نیز تفاوت‌هایی در وضعیت کنتورها وجود دارد.

$$\sigma^2 = \frac{R}{d_2} = (S_a, S_b, S_c, S_d) \quad (۳۹)$$

در این رابطه  $d_2$  مقدار ثابت بوده و با توجه به حجم نمونه تعیین می‌شود. R نیز دامنه تغییرات است که از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\tilde{R} = (\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c, \bar{R}_d) = \left( \frac{\sum R_{a_j}}{m}, \frac{\sum R_{b_j}}{m}, \frac{\sum R_{c_j}}{m}, \frac{\sum R_{d_j}}{m} \right) \quad (۴۰)$$

$$R_{a_j} = X_{\max, a_j} - X_{\min, d_j}, R_{b_j} = X_{\max, b_j} - X_{\min, c_j} \quad (۴۱)$$

$$R_{c_j} = X_{\max, c_j} - X_{\min, b_j}, R_{d_j} = X_{\max, d_j} - X_{\min, a_j}$$

مقدار هدف T نیز با استفاده از حدود مشخصه فنی بالا و پایین محاسبه می‌شود. لذا داریم:

$$T = \frac{U\tilde{S}L + L\tilde{S}L}{2} = \left( \frac{u_a + l_d}{2}, \frac{u_b + l_c}{2}, \frac{u_c + l_b}{2}, \frac{u_d + l_a}{2} \right) \quad (۴۲)$$

شاخص  $\tilde{C}_{pmk}$  به صورت زیر تعریف می‌شود که این شاخص حساسیت بیشتری نسبت به دور شدن میانگین فرآیند از مقدار هدف دارد.

$$\tilde{C}_{pmk} = \min\{\tilde{C}_{pml}, \tilde{C}_{pmu}\} \quad (۴۳)$$

که در آن  $\tilde{C}_{pml}$  و  $\tilde{C}_{pmu}$  معیارهای یک طرفه فرآیند بوده و به صورت زیر تعیین می‌شوند.

$$\tilde{C}_{pmu} = \frac{U\tilde{S}L - \tilde{\mu}}{3\tau} = \left( \frac{u_a - \mu_d}{3\tau}, \frac{u_b - \mu_c}{3\tau}, \frac{u_c - \mu_b}{3\tau}, \frac{u_d - \mu_a}{3\tau} \right) \quad (۴۴)$$

$$\tilde{C}_{pml} = \frac{\tilde{\mu} - L\tilde{S}L}{3\tau} = \left( \frac{\mu_a - l_d}{3\tau}, \frac{\mu_b - l_c}{3\tau}, \frac{\mu_c - l_b}{3\tau}, \frac{\mu_d - l_a}{3\tau} \right) \quad (۴۵)$$

شاخص  $C_{pm}$  تمرکز بر اندازه‌گیری توانایی فرآیند به منظور جمع شدن اطراف هدف دارد و میزان روی هدف بودن فرآیند را منعکس می‌کند. کاربرد بسیار زیاد این شاخص در عمل نشان می‌دهد که این شاخص به طور واضح بهترین شاخص قابلیت فرآیند می‌باشد.

### ۳- مطالعه موردی

شرکت آب و فاضلاب شهری استان آذربایجان غربی به عنوان مطالعه موردی در این تحقیق در نظر گرفته شده است. این شرکت دارای یک آزمایشگاه مجهز تست کنتور می‌باشد که به منظور ارزیابی دقت اندازه‌گیری کنتورهای مشترکین آب و تشخیص کنتورهای خراب مورد بهره‌برداری قرار می‌گیرد. در مطالعه حاضر از اطلاعات ثبت‌شده در آزمایشگاه مذکور استفاده شده است.

### ۴- نتایج و بحث

اطلاعات اخذ شده از آزمایشگاه کنتور، فازی شده و با استفاده از قوانین

جدول ۱. خطای اندازه‌گیری کنتورهای آب در دبی‌های مختلف  
Table 1. Error of water flow meters for different discharge values

نمونه‌ها	ثابت اطلاعات در آزمایشگاه کنتور			کارکرد کنتور به لیتر در دبی			درصد خطای کارکرد در دبی			خطای متوسط کنتور در دبی			
	رقم ثانویه			حداقل	انتقال	نرمال	حداقل	انتقال	نرمال	حداقل	انتقال	نرمال	
	شروع	حداقل	انتقال	نرمال	۱۰۰	۵۰	۵	۱۰۰	۵۰	۵	۱۰۰	۵۰	
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$Y1=X2-X1$	$Y2=X3-X2$	$Y3=X4-X3$	$E3=Y1-100$	$E2=((50-Y2)/50) \times 100$	$E1=((5-Y3)/5) \times 100$	$AE1=E1 \times 0.05$	$AE2=E2 \times 0.15$	$AE3=E3 \times 0.8$
۱	۳۹۹	۵۳۹/۴	۵۹۰/۴۲	۵۹۵/۶۲	۱۰۰/۴	۵۱/۰۲	۵/۲۰	۰/۴	۲/۰۴	۳/۹۵	۰/۰۲	۰/۳۰۶	۳/۱۶
۲	۱۷۳/۵	۲۷۳/۵	۳۲۶/۲۱	۳۳۱/۲۵	۱۰۰	۵۲/۷۱	۵/۰۴	۰	۵/۴۲	۰/۷۸	۰	۰/۸۱۳	۰/۶۲۴
۳	۱۷۷/۴	۲۷۷/۴	۳۳۰/۰۶	۳۳۵/۱۴	۱۰۰	۵۲/۶۶	۵/۰۸	۰	۵/۳۲	۱/۶	۰	۰/۷۹۸	۱/۲۸
۶۰	۱۵۷/۹	۲۵۸/۱	۳۱۰/۰۵	۳۱۵/۰۷	۱۰۰/۲	۵۱/۹۵	۵/۰۲	۰/۲	۳/۹	۰/۴۵	۰/۰۱	۰/۵۸۵	۰/۳۶
۶۱	۳۱۳	۴۱۴	۴۶۶/۷	۴۷۱/۷۹	۱۰۱	۵۲/۷	۵/۰۹	۱	۵/۴	۱/۸	۰/۰۵	۰/۸۱	۱/۴۴

جدول ۲. فازی‌سازی درصد خطای کارکرد کنتورها با توابع عضویت دوزنقه‌ای

Table 2. Fuzzification of the percentage error of flow meters with trapezoidal membership functions

نمونه	نرمال				انتقال				حداقل				
	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	
۱	۳/۲۲۳	۳/۱۶	۳/۰۹۷	۳/۰۳۴	۰/۳۱۲	۰/۳۱۲	۰/۳۱۲	۰/۳۰۶	۰/۳۰	۰/۰۲۰۴	۰/۰۲۰۴	۰/۰۲	۰/۰۲
۲	۰/۶۳۶	۰/۶۲۴	۰/۶۱۲	۰/۵۹۹	۰/۸۲۹	۰/۸۲۹	۰/۸۲۹	۰/۸۱۳	۰/۷۹۷	۰	۰	۰	۰
۳	۱/۳۰۶	۱/۲۸	۱/۲۵۴	۰/۲۲۹	۰/۸۱۴	۰/۸۱۴	۰/۸۱۴	۰/۷۹۸	۰/۷۸۲	۰	۰	۰	۰
۶۰	۰/۳۶۷	۰/۳۶۰	۰/۳۵۲	۰/۳۴۵	۰/۵۹۶	۰/۵۹۶	۰/۵۹۶	۰/۵۸۵	۰/۵۷۳	۰/۰۱۰۲	۰/۰۱۰	۰/۰۰۹	۰/۰۱۰۲
۶۱	۱/۴۶۸	۱/۴۴۰	۱/۴۱۱	۰/۳۸۲	۰/۸۶۳	۰/۸۶۳	۰/۸۶۳	۰/۸۱۰	۰/۷۹۳	۰/۰۵۱	۰/۰۵۱	۰/۰۵	۰/۰۴۹



جدول ۳. دامنه تغییرات، میانگین و انحراف معیار نمونه‌ها

Table 3. The range, mean and standard deviation of samples

دامنه تغییرات				میانگین				انحراف معیار				نمونه
R <sub>aj</sub>	R <sub>bj</sub>	R <sub>cj</sub>	R <sub>dj</sub>	$\bar{X}_{aj}$	$\bar{X}_{bj}$	$\bar{X}_{cj}$	$\bar{X}_{dj}$	S <sub>aj</sub>	S <sub>bj</sub>	S <sub>cj</sub>	S <sub>dj</sub>	
۳/۰۱	۳/۰۸	۳/۱۴	۳/۲	۱/۱۱	۱/۴۱	۱/۱۶۴	۱/۱۸۵	۱/۶۶۵	۱/۶۷	۱/۷۳۴	۱/۷۷۰	۱
۰/۸۰	۰/۸۱	۰/۸۳	۰/۸۳	۰/۴۶۵	۰/۴۷۴	۰/۴۸۴	۰/۴۹۸	۰/۴۱۴	۰/۴۲۳	۰/۴۳۱	۰/۴۳۴	۲
۱/۲۳	۱/۲۵	۱/۲۸	۱/۳۱	۰/۶۷	۰/۶۸۴	۰/۶۹۸	۰/۷۰۶	۰/۶۲۲	۰/۶۳۴	۰/۶۴۷	۰/۶۶	۳
۰/۵۶	۰/۵۷	۰/۵۹	۰/۵۹	۰/۳۰۹	۰/۳۱۵	۰/۳۲۲	۰/۳۲۴	۰/۲۸۳	۰/۲۸۹	۰/۲۹۵	۰/۲۹۵	۶۰
۱/۳۳	۱/۳۶	۱/۳۹	۱/۴۲	۰/۷۴۱	۰/۷۵۷	۰/۷۷۲	۰/۷۸۲	۰/۶۶۸	۰/۶۸۲	۰/۶۹۶	۰/۷۱	۶۱
$\bar{R}_a$	$\bar{R}_b$	$\bar{R}_c$	$\bar{R}_d$	$\bar{\bar{X}}_a$	$\bar{\bar{X}}_b$	$\bar{\bar{X}}_c$	$\bar{\bar{X}}_d$	$\bar{S}_a$	$\bar{S}_b$	$\bar{S}_c$	$\bar{S}_d$	Mean
۱/۰۶۰	۱/۰۸۴	۱/۱۰۹	۱/۱۳۱	۰/۵۶	۰/۵۷	۰/۵۸۲	۰/۵۸۹	۰/۵۵۷	۰/۵۶۹	۰/۵۸	۰/۵۹۱	

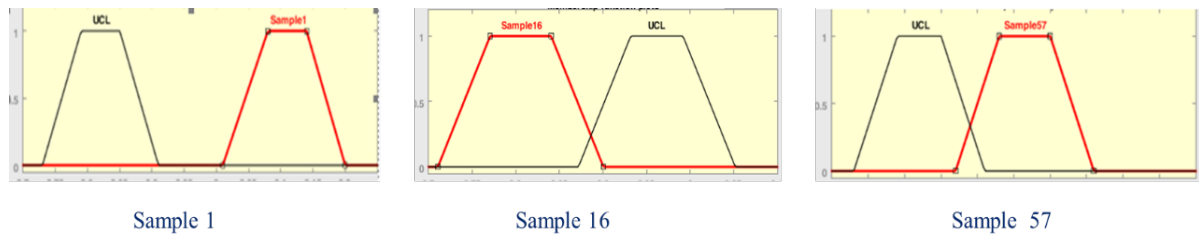
ادامه جدول ۴. تصمیم‌گیری در مورد وضعیت نمونه‌ها

Table 4. Decision on status of samples

با استفاده از قوانین فازی		در حالت غیرفازی سازی و استفاده از میانگین		در حالت غیرفازی سازی و استفاده از انحراف معیار		نمونه
وضعیت	قانون	$S_{mr-\bar{X}.j}^{0.65}$	$0 \leq S_{mr-\bar{X}.j}^{0.65} \leq 1/409$	$S_{mr-S.j}^{0.65}$	$0 \leq S_{mr-S.j}^{0.65} \leq 1/476$	
out of control	۲	۰/۹۳۳	In control	۱/۹۰۶	out of control	۱
In control	۱	۰/۴۷۹	In control	۰/۴۲۷	In control	۲
In control	۱	۰/۶۹۰	In control	۰/۶۴۱	In control	۳
In control	۱	۰/۴۵۸	In control	۰/۳۴۶	In control	۴
out of control	۲	۰/۴۳۵	out of control	۱/۸۴۳	out of control	۵
In control	۱	۰/۳۲۷	In control	۰/۴۰۳	In control	۶
In control	۱	۰/۲۲۰	In control	۰/۰۹۵	In control	۷
In control	۱	۰/۹۷۵	In control	۱/۱۴۶	In control	۸
In control	۱	۰/۷۱۲	In control	۰/۶۴۵	In control	۹
In control	۱	۰/۸۴۱	In control	۰/۹۷۷	In control	۱۰
In control	۱	۱/۲۶۴	In control	۰/۹۴۹	In control	۱۱
In control	۱	۰/۴۸۳	In control	۰/۳۸۸	In control	۱۲
In control	۱	۰/۴۷۸	In control	۰/۳۳۴	In control	۱۳
In control	۱	۰/۶۴۶	In control	۰/۶۳۷	In control	۱۴
out of control	۲	۱/۶۸۴	out of control	۲/۴۰۶	out of control	۱۵
Rather In control	۳	۱/۲۳۲	In control	۱/۶۲۷	out of control	۱۶

In control	۱	۰/۶۸۹	In control	۰/۳۲۹	In control	۱۷
In control	۱	۰/۸۳۲	In control	۰/۷۰۶	In control	۱۸
In control	۱	۰/۳۶۵	In control	۰/۴۷۴	In control	۱۹
In control	۱	۰/۳۴۴	In control	۰/۲۸۵	In control	۲۰
In control	۱	۰/۲۰۲	In control	۰/۰۹۷	In control	۲۱
In control	۱	۰/۴۲۸	In control	۰/۲۹۰	In control	۲۲
In control	۱	۰/۵۳۶	In control	۰/۷۱۵	In control	۲۳
In control	۱	۰/۲۲۳	In control	۰/۲۱۲	In control	۲۴
In control	۱	۰/۵۰۱	In control	۰/۴۵۴	In control	۲۵
In control	۱	۰/۷۱۸	In control	۰/۵۴۰	In control	۲۶
In control	۱	۰/۲۲۱	In control	۰/۰۶۱	In control	۲۷
In control	۱	۰/۵۰۸	In control	۰/۴۹۹	In control	۲۸
In control	۱	۰/۴۸۷	In control	۰/۳۸۹	In control	۲۹
In control	۱	۰/۶۷۹	In control	۰/۶۲۳	In control	۳۰
In control	۱	۰/۲۰۹	In control	۰/۱۲۳	In control	۳۱
In control	۱	۰/۳۹۱	In control	۰/۳۹۲	In control	۳۲
In control	۱	۰/۳۵۳	In control	۰/۳۴۸	In control	۳۳
In control	۱	۰/۸۱۵	In control	۰/۹۶۰	In control	۳۴
In control	۱	۰/۱۰۸۷	In control	۱/۰۸۷	In control	۳۵
In control	۱	۰/۲۳۶	In control	۰/۱۸۷	In control	۳۶
In control	۱	۰/۴۱۳	In control	۰/۳۰۵	In control	۳۷
In control	۱	۰/۲۵۶	In control	۰/۲۳۸	In control	۳۸
In control	۱	۰/۷۷۵	In control	۱/۰۳۳	In control	۳۹
In control	۱	۰/۳۴۵	In control	۰/۲۱۲	In control	۴۰
In control	۱	۰/۲۵۵	In control	۰/۱۰۹	In control	۴۱
In control	۱	۰/۴۶۵	in control	۰/۳۳۲	In control	۴۲
In control	۱	۰/۶۳۲	In control	۰/۷۱۲	In control	۴۳
In control	۱	۰/۲۵۷	In control	۰/۱۲۱	In control	۴۴
in control	۱	۰/۳۹۷	in control	۰/۲۵۰	In control	۴۵
In control	۱	۰/۲۴۶	In control	۰/۲۹۷	In control	۴۶
In control	۱	۰/۱۳۷	In control	۰/۱۸۷	In control	۴۷
In control	۱	۰/۶۸۸	In control	۰/۵۳۳	In control	۴۸
In control	۱	۰/۱۹۶	In control	۰/۲۷۵	In control	۴۹
In control	۱	۰/۴۵۶	In control	۰/۴۴۶	In control	۵۰
In control	۱	۰/۵۳۸	In control	۰/۴۳۰	In control	۵۱
In control	۱	۰/۶۹۷	In control	۰/۶۷۱	In control	۵۲

In control	۱	۰/۴۸۰	In control	۰/۴۶۱	In control	۵۳
In control	۱	۰/۸۳۰	In control	۰/۹۱۸	In control	۵۴
In control	۱	۰/۶۳۳	In control	۰/۵۵۶	In control	۵۵
In control	۱	۰/۴۳۰	In control	۰/۳۱۲	In control	۵۶
Rather out of control	۶	۱/۲۲۱	In control	۱/۶۳۲	out of control	۵۷
In control	۱	۰/۴۴۸	In control	۰/۴۵۳	In control	۵۸
In control	۱	۰/۳۴۱	In control	۰/۲۳۷	In control	۵۹
In control	۱	۰/۳۱۸	In control	۰/۲۹۱	In control	۶۰
In control	۱	۰/۷۶۴	In control	۰/۶۸۹	In control	۶۱



شکل ۵. وضعیت کیفیت فرآیند نمونه‌های ۱، ۱۶ و ۵۷

Fig. 5. The status of the process quality for samples 1, 16 and 57

$$\tilde{C}_{pm} = (0/972, 0/973, 0/994, 0/996)$$

$$\tilde{C}_{pmi} = (1/128, 1/13, 1/18, 1/181)$$

$$\tilde{C}_{pmu} = (0/797, 0/797, 0/838, 0/839)$$

$$\tilde{C}_{pmk} = (0/797, 0/797, 0/838, 0/839)$$

با توجه به مقادیر  $\tilde{C}_{pm}$  و  $\tilde{C}_{pmk}$  ( $1 > \tilde{C}_{pm}$  و  $\tilde{C}_{pmk}$ ) شرایط فرآیند نامساعد می‌باشد؛ لذا این فرآیند به بهبود نیاز دارد تا میزان تغییرات و انحرافات فرآیند کاهش یافته و کارایی فرآیند افزایش یابد. بهبود عملکرد مشخصه‌ها و شناخت عوامل بحرانی فرآیند، باعث بهبود میانگین فرآیند شده و همچنین تغییرپذیری را حداقل می‌کند که یک پایداری در فرآیند ایجاد می‌کند. این بهبود عملکرد منجر به کاهش ضایعات و دوباره کاری می‌گردد، که به مقدار زیادی هزینه‌ها را کاهش می‌دهد. لذا برای کم کردن زیان ناشی از انحراف از مقدار هدف، تغییرپذیری محصولات در اطراف مقادیر هدف باید کاهش پیدا کند.

#### ۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، قوانین فازی برای بررسی دقیق‌تر کیفیت تجهیزات توسعه داده شد. در استفاده از قوانین فازی بر اساس درصدی از ناحیه نمونه‌ها

همان طوری که در جدول ۴ ملاحظه می‌شود، نمونه ۱ با توجه به نمودار آن در شکل ۲، طبق قانون ۲ کاملاً خارج از کنترل می‌باشد. نمونه ۱۵ نیز مانند نمونه ۱ طبق قانون ۲ خارج از محدوده‌ی کنترل قرار دارد. نمونه ۱۶ با توجه به نمودار کنترل و قانون ۳ نسبتاً تحت کنترل می‌باشد که مقدار PC آن بیشتر از ۰/۷۰ می‌باشد. نمونه ۵۷ با توجه به نمودار کنترل طبق قانون ۶ نسبتاً خارج از کنترل می‌باشد و مقدار PC آن کمتر از ۰/۷۰ می‌باشد. سایر نمونه‌ها طبق قانون ۱ همگی تحت کنترل هستند.

در بیشتر نمونه‌ها نتایج یکسان در همه حالت‌ها به دست آمده است، اما در تعدادی از نمونه‌ها در هر سه حالت نتایج متفاوتی حاصل شده است. به طور کلی در حالت استفاده از قوانین فازی حساسیت بیشتری نسبت به تغییرات فرآیند حاصل شده و تصمیم‌گیری در مورد وضعیت فرآیند با احتیاط بیشتری صورت می‌گیرد.

برای به دست آوردن کارایی فرآیند باید نمونه‌هایی که تحت کنترل نیستند از فرآیند حذف شوند. با حذف نمونه‌های خارج از کنترل، تحت کنترل بودن فرآیند تضمین شده، سپس شاخص واقعی فرآیند با استفاده از روابط (۳۶)، (۴۳)، (۴۴) و (۴۵) به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$\sigma$  انحراف معیار

$\alpha$  مقدار برش اعداد فازی

### مراجع

- [1] Rodriguez, M., Montgomery, D. C., & Borrór, C. M. (2009). Generating experimental designs involving control and noise variables using genetic algorithms. *Quality and Reliability Engineering International*, 25(8), 1045-1065.
- [2] Kaya, İ., & Kahraman, C. (2011). Process capability analyses based on fuzzy measurements and fuzzy control charts. *Expert Systems with Applications*, 38(4), 3172-3184.
- [3] Lundkvist, P. (2015). Application of Statistical Methods: Challenges Related to Continuous Industrial Processes. Luleå tekniska universitet.
- [4] Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and control*, 8(3), 338-353.
- [5] Bradshaw Jr, C. W. (1983). A fuzzy set theoretic interpretation of economic control limits. *European Journal of Operational Research*, 13(4), 403-408.
- [6] Raz, T., & Wang, J.-H. (1990). Probabilistic and membership approaches in the construction of control charts for linguistic data. *Production Planning & Control*, 1(3), 147-157.
- [7] Gülbay, M., & Kahraman, C. (2007). An alternative approach to fuzzy control charts: Direct fuzzy approach. *Information Sciences*, 177(6), 1463-1480.
- [8] Senturk, S., & Erginel, N. (2009). Development of fuzzy  $\bar{x}$ - $\bar{r}$  and  $\bar{x}$ - $\bar{s}$  control charts using  $\alpha$ -cuts. *Information Sciences*, 179(10), 1542-1551.
- [9] Carot Sánchez, M. T., Sagbas, A., Juan, S., & María, J. (2013). A new approach for measurement of the efficiency of Cpm and Cpmk control charts. *International journal for quality research*, 7(4), 605-622.
- [10] Wooluru, Y., Swamy, D., & Nagesh, P. (2014). The Process Capability Analysis-A Tool For Process Performance Measures and Metrics-A Case Study. *International journal for quality research*, 8(3).
- [11] Dabbagh, R., & Ahmadi, S. (2019). Evaluation of Water and Wastewater Company Performance by Using Balanced Scorecard Model. *Journal of Water and Wastewater*, 30(1).
- [12] S. nazif, M., Gholami Mayani, B. Roghani, . (2017). Development of performance indicators for evaluation of wastewater treatment plant's units. *Amirkabir Journal of Civil Engineering*, Available Online from (in persian)

که درون حدود کنترل یا خارج از این محدوده قرار می‌گیرند، قضاوت انجام می‌شود. قوانین فازی در مقایسه با روش غیرفازی به جای دو حالت تحت کنترل یا خارج از کنترل، دسته‌بندی‌های دیگری را برای تصمیم‌گیری مناسب‌تر در اختیار تصمیم‌گیرندگان و تولیدکنندگان قرار داده و تقسیم‌بندی مطمئن‌تری (از جمله نسبتاً تحت کنترل یا نسبتاً خارج کنترل) برای کیفیت محصولات ارائه می‌کنند. اگر فرآیندی در حالت فازی بین دو حالت نسبتاً تحت کنترل یا نسبتاً خارج از کنترل واقع شود، می‌توان با دقت بیشتری محصول را تولید نمود. در نهایت نیز برای ارزیابی دقت و صحت عملکرد فرآیند تولید با هدف اندازه‌گیری کارایی فرآیندها بر طبق مشخصه‌های استاندارد، شاخص کارایی واقعی فرآیند ( $C_{pm}$ ) در حالت فازی توسعه داده شد. این شاخص اطلاعات بیشتری در مورد مکان میانگین هر فرآیند فراهم نموده و همچنین حساسیت بیشتری نسبت به انحراف معیار آن‌ها نشان می‌دهد. به طور کلی این شاخص عددی است که توان فرآیند را در تولید محصولات قابل قبول نشان می‌دهد و رفتار فرآیند را نسبت به حدود مشخصه فنی ارزیابی و اندازه‌گیری می‌کند.

نتایج حاصله نشان داد که استفاده از حالت فازی در مقایسه با حالت غیرفازی نمونه‌ها، منجر به تصمیم‌گیری دقیق‌تر در مورد وضعیت فرآیند می‌شود. براساس شاخص کارایی واقعی فرآیند فازی، میزان شاخص‌های  $C_{pm}$  و  $C_{pmk}$  کم‌تر از یک به دست آمده که وضعیت فرآیند را نامناسب نشان می‌دهد. می‌توان نتیجه گرفت که شاخص  $C_{pm}$  برای تعیین وضعیت کلی فرآیند بهترین شاخص می‌باشد، زیرا طبق رابطه به دست آمده، اگر واریانس فرآیند کاهش یابد مخرج شاخص  $C_{pm}$  کاهش یافته، در نتیجه کل شاخص افزایش می‌یابد. همچنین اگر اختلاف بین میانگین فرآیند و مقدار هدف کم شود (در بهترین حالت میانگین فرآیند با مقدار هدف برابر می‌باشد) مخرج این شاخص کاهش و در نتیجه کل شاخص افزایش پیدا می‌کند. به طور کلی این شاخص با در نظر گرفتن میانگین، مقدار هدف و واریانس هر فرآیند به طور همزمان، وضعیت کلی فرآیند را گزارش می‌کند. در مطالعات آتی، توسعه نمودارهای فازی برای میانگین موزون نمایی و توسعه شاخص کارایی در حالت فازی می‌تواند مد نظر قرار گیرد.

### فهرست اعلام:

#### علائم انگلیسی

$\bar{R}$  دامنه تغییرات فازی

$\bar{\bar{X}}$  میانگین فازی

T مقدار هدف

$\bar{\bar{S}}$  انحراف معیار فازی

#### علائم یونانی

$\tau$  جذر امید ریاضی مربع انحراف معیار

$\beta$  درصد تحت پوشش

- [15] Kane, V. E. (1986). Process capability indices. *Journal of quality technology*, 18(1), 41-52.
- [16] Boyles, R. A. (1991). The Taguchi capability index. *Journal of quality technology*, 23(1), 17-26.
- [17] N. A. Z. Ahmad Basri, M. S. R., R. Roslan, M. Mohamad, K. Khalid. (2016). Application of Fuzzy Charts for Solder Paste Thickness, *Global Journal of Pure and Applied Mathematics*. *Global Journal of Pure and Applied Mathematics*, 12(5), 4299-4315.
- [13] Shah, S., Shridhar, P., & Gohil, D. (2014). Control chart: A statistical process control tool in pharmacy. *Asian Journal of Pharmaceutics (AJP): Free full text articles from Asian J Pharm*, 4(3).
- [14] A.Pandurajan, R. V. (2011). Construction of  $\alpha$  - cut fuzzy and Xbar-R and Xbar-S Control Charts Using Fuzzy Trapezoidal Number. *International Journal of Research and Reviews in Applied Sciences*, 9(1), 100-111.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Please cite this article using:

Kh. Alinejad, R. Dabbagh, A. Shirzad, Statistical Quality Control Based on the Process Capability Index and Control Charts with Fuzzy Approach (Case Study: Water and Wastewater Company of West Azerbaijan Province), *Amirkabir J. Civil Eng.*, 51(4) (2019) 699-712.

DOI: 10.22060/ceej.2018.13897.5504



