تأثیر نوع خاک بر امپدانس دینامیکی شالوده نواری سطحی صلب دوگانه واقع بر لایه متخلخل اشباع در برابر حرکت همزمان

فرشید یاسمی[1]، عباس اسلامی‌حقیقت[2]، مهدی پنجی[3*]، محسن کمالیان[4]

۱- دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه ارومیه، ارومیه، ایران

۲- دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه ارومیه، ارومیه، ایران

۳- گروه مهندسی عمران، واحد زنجان، دانشگاه آزاد اسلامی، زنجان، ایران، m.panji@iau.ac.ir

۴- پژوهشکده مهندسی ژئوتکنیک، پژوهشگاه بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله، تهران، ایران

چکیده

در این مقاله امپدانس دینامیکی شالوده نواری سطحی صلب دوگانه واقع بر لایه متخلخل اشباع مشتمل بر خاک‌های مختلف در برابر سه حرکت همزمان هارمونیک قائم، افقی و گهواره‌ای تعیین شده است. برای مدلسازی مسأله از روش اجزای مرزی مستقیم محیط کامل در حوزه‌ی فرکانس با تمرکز مش‌بندی بر روی سطح صاف زمین و وجه‌میانی لایه با سنگ بستر صلب استفاده شده است. ابتدا به اختصار تئوری بایوت و معادلات انتگرال مرزی حاکم ارایه شده و سپس به عددی‌سازی فرمولبندی مزبور در قالب یک کد رایانه‌ای گام‌به‌گام اجزای مرزی پرداخته شده است. در ادامه ضمن صحت‌سنجی نتایج حاصل در قیاس با ادبیات فنی برای یک شالوده منفرد، با ثابت نگه داشتن مشخصات هندسی مدل از قبیل عمق لایه و فاصله‌ی دو شالوده، ضرایب حقیقی و موهومی امپدانس دینامیکی شالوده‌ها با فرض چهار نوع مصالح خاکی از قبیل رس قرمز، ماسه‌ی درشت دانه، ماسه‌سنگ و رسوبات نرم، بر حسب فرکانس بی‌بعد تعیین شده است. در این راستا نتایج حاصل برای دو سطح تماس شالوده با لایه به صورت اتصال صاف و جوش‌شده (کامل) بررسی شده است. در نهایت نیز فشار آب حفره‌ای نرمال در مرکز شالوده در اتصال کامل بر حسب فرکانس ارایه شده است. دست‌آوردهای حاصل نشان داد نه تنها ضرایب امپدانس دینامیکی بلکه فشار آب حفره‌ای زیر شالوده بسیار متأثر از نوع مصالح خاکی است که بر روی آن واقع شده است. نوع خاک، فشار منفذی و سختی را تغییر می‌دهد؛ خاک‌های ریزدانه فشار آب‌منفذی و قله‌های تشدیدی بالاتری دارند و بیشینه فشار رسوبات نرم در فرکانس ۲ تا ۳ رخ می‌دهد. در اتصال صاف، رس قرمز بیشینه سختی (حدود ۲۳) را در فرکانس ۲٫۱ دارد و در اتصال کامل، سختی رسوبات نرم در فرکانس ۲٫۲ حدود ۵۰۰٪ بیشتر از ماسه‌سنگ است. بنابراین، تدقیق در شناخت کامل نوع خاک ساختگاه پیرامون شناسایی‌های تحت الارضی برای تحلیل اندرکنش دینامیکی خاک و سازه اکیداً توصیه می‌شود.

کلمات کلیدی

امپدانس دینامیکی، نوع خاک، لایه متخلخل اشباع، روش اجزای مرزی در حوزه فرکانس، فشار آب منفذی.

ACCEPTED MANUSCRIPT

۱-مقدمه

مسائل ارتعاش در مهندسی ژئوتکنیک مدرن نیازمند تحلیل و طراحی دقیق به دلیل پیچیدگی بارگذاری حاصل از اندرکنش آن با محیط اطراف هستند. محیط یا سازه‌ای که در مجاورت بارهای دینامیکی مانند قطارهای متحرک یا ماشین‌آلات قرار دارد، دچار ارتعاش می‌شود که ممکن است برای ساکنان ناراحت‌کننده یا بعضاً برای خود سازه مضر باشد. از آنجا که امروزه ساخت و ساز در مناطق پرتراکم بسیار رایج است، ضروری است که تأثیر ضربه دینامیکی مخرب ناشی از سازه‌ها بر محیط اطراف و بالعکس مورد ارزیابی قرار بگیرد. تحلیل رابطه نیروی دینامیکی-تغییرمکان(توابع امپدانس دینامیکی) برای یک پی صلب بدون جرم که روی یک نیم‌فضای یکنواخت یا یک لایه خاک قرار دارد، در چند دهه اخیر مورد توجه زیادی قرار گرفته است. این رابطه نقش مهمی در تحلیل پاسخ دینامیکی سازه‌ها و مطالعه ارتعاش ماشین‌آلات دارد. در اغلب موارد، خاک به عنوان یک محیط جامد الاستیک یا ویسکوالاستیک فرض شده است، اما توجه اندک به تحلیل پی‌ها بر روی خاک‌های متخلخل اشباع شده است. در ادبیات فنی روش‌های مختلف تحلیلی، نیمه‌تحلیلی و عددی برای مدلسازی ارتعاش شالوده واقع بر یک محیط نیم‌فضا و یا لایه‌ای اشباع پیشنهاد شده است. لکن استفاده از یک روش مناسب و کارا که بتواند به تحلیل مسأله مزبور بپردازد، لازم و ضروری به نظر می‌رسد.

بدواً با توجه به عدم توسعه دانش نرم‌افزاری و کامپیوتری، شرایطی مهیا شد که تحقیقات مبتنی بر رویکردهای تحلیلی و نیمه‌تحلیلی رشد نمایند. نظریه‌ی انتشار امواج الاستیک در محیط‌های متخلخل اشباع نخستین‌بار توسط بایوت[۱, ۲] ارائه شد. این نظریه، دامنه‌ی گسترده‌ای از فرکانس‌های پایین تا بالا را پوشش داده و ضمن در نظر گرفتن هر دو فاز جامد و سیال، اتلاف انرژی ناشی از ویسکوزیته‌ی سیال و اندرکنش میان آنها را درنظر گرفت. در ادامه، لوکو و وستمن[۳] با تبدیل معادلات حاکم به فرم انتگرال فردهلم نوع دوم و استفاده از تابع گرین نیم‌فضا، امکان مدل‌سازی دقیق‌تر پاسخ دینامیکی پی و خاک در شرایط مرزی واقع‌گرایانه را فراهم ساخت. بر پایه‌ی نظریه‌ی بایوت، هلپرن[۴] با بهره‌گیری از راه‌حل‌های کلاسیک محیط الاستیک، به بررسی تفاوت عملکرد توابع امپدانس و توزیع تنش در شرایط زهکشی‌شده و زهکشی‌نشده پرداخت. در مطالعه‌ی آپسل و لوکو[۵] رویکرد نوینی معرفی شد که به کمک معادلات انتگرال غیرتکین با هسته متقارن، پاسخ دینامیکی پی‌های مدفون در نیم‌فضای لایه‌ای ویسکوالاستیک به‌صورت تحلیلی مدل‌سازی شد. در مطالعه‌ای دیگر، کسیر و ژو[۶] توانستند یک روش تحلیلی جامع برای محاسبه‌ی اندرکنش میان یک بار نواری صلب نفوذپذیر واقع بر نیم‌فضای الاستیک متخلخل اشباع ارائه دهند. اندرسن و کلاوسن[۷] یک مدل نیمه‌تحلیلی مبتنی بر تابع گرین برای تحلیل محیط لایه‌ای ارائه کردند که امکان محاسبه‌ی امپدانس شالوده با هندسه‌ی دلخواه را تحت بارگذاری متقارن فراهم می‌سازد. دینگ و همکاران[۸] با بهره‌گیری از روش تجزیه‌ی موج، پاسخ تحلیلی محیط پروالاستودینامیک در حوزه‌ی فرکانس را برای بارهای نقطه‌ای و مؤثر در دو فاز استخراج کردند. سان و همکاران[۹] روش مرزی تکین را برای تحلیل دوبعدی دینامیکی محیط‌های پروالاستیک اشباع معرفی کردند. در همین راستا، وانگ و ژو[۱۰] یک روش ساده و کارآمد نیمه‌تحلیلی برای تحلیل اندرکنش عمودی دینامیکی بین مجموعه‌ای از پی‌های نواری با نیم‌فضای الاستیک همگن پیشنهاد دادند. کیاواسواسون و سنجونتیچای[۱۱] اندرکنش دینامیکی چند شالوده نواری صلب واقع بر لایه پروالاستیک اشباع دارای ناهمسانی عرضی را با استفاده از انتگرال‌گیری فوریه و توابع تأثیر به‌صورت نیمه‌تحلیلی مدل‌سازی کردند. در ادامه، ژنگ و همکاران[۱۲] یک روش تحلیلی مبتنی بر چندجمله‌ای‌های ژاکوبی و تبدیل فوریه ارائه دادند که بدون نیاز به حل کلاسیک معادلات انتگرال، ضرایب انطباق دینامیکی و توزیع تنش را با دقت بالا محاسبه می‌کند. اسکندری و همکاران[۱۳] با بهره‌گیری از فرمول‌بندی مرزی در حوزه‌ی فرکانس، یک روش نیمه‌تحلیلی برای تعیین پاسخ دینامیکی خاک با ناهمسانی جانبی توسعه دادند. در مطالعه‌ی زو و همکاران[۱۴] با استفاده از

ACCEPTED MANUSCRIPT

تئوری بایوت و تبدیل فوریه، یک مدل تحلیلی برای محاسبه‌ی ضریب انطباق شالوده نواری صلب واقع بر خاک متخلخل غیراشباع تحت ارتعاش عمودی توسعه داده شد. اخیراً، آی و همکاران[۱۵] با بهره‌گیری از مدل سه‌فازی بایوت و روش انتگرال‌گیری صریح توسعه‌یافته، پاسخ دینامیکی قائم پی نواری صلب در محیط‌های لایه‌ای غیراشباع را ارایه دادند.

روش‌های تحلیلی، با تکیه بر فرضیات ساده‌ساز و شرایط مرزی مشخص، امکان استخراج روابط صریح برای توصیف رفتار خاک‌های اشباع را فراهم می‌سازند؛ اما معمولاً به هندسه‌ها و شرایط بارگذاری ساده محدود می‌شوند. در مقابل، روش‌های عددی به‌عنوان ابزارهایی توانمند، قابلیت مدل‌سازی رفتارهای لرزه‌ای و پیچیده خاک از جمله ناهمگنی مصالح، تغییرات زمانی و شرایط مرزی مختلف را دارا هستند؛ موضوعی که در پژوهش‌های پنجی و همکاران[۱۶, ۱۷] به‌خوبی مشهود است. در این راستا، لیسمر و کوهلمایر[۱۸] نخستین بار با استفاده روش عددی اجزای محدود، مدل سیستم‌های دینامیکی در محیط‌های نیمه‌بی‌نهایت را توسعه دادند. وانگ و لوکو[۱۹] با استفاده از یک رویکرد تقریبی عددی، ضرایب انطباق یک پی مستطیلی واقع بر نیم‌فضای الاستیک همگن را در سه حالت مختلف ارتعاش بدست آوردند. آنتس و فون‌استورف[۲۰] با استفاده از روش المان مرزی تأثیر پارامترهایی چون عمق دفن و سختی نسبی خاک–سازه را بر پاسخ دینامیکی پی‌ها در دو حوزه زمان و فرکانس مورد تحلیل قرار دادند. همچنین، دارگوش و بانرجی[۲۱] مبتنی بر روش اجزای مرزی در حوزه زمان به تحلیل مسائل پروالاستیسیته شبه‌استاتیکی پرداختند. دومینگز و آباسکال[۲۲] با استفاده از روش اجزای مرزی دوبعدی در حوزه فرکانس، پاسخ لرزه‌ای شالوده‌های نواری واقع بر محیط‌های لایه‌ای را تعیین و تأثیر ویژگی‌های زیرسطحی را بر پدیده‌ی تقویت ساختگاه بررسی کردند. زینکویچ و همکاران[۲۳] با استفاده از روش اجزای محدود و مبتنی بر نظریه‌ی بایوت، یک چارچوب عددی برای تحلیل رفتار استاتیکی و دینامیکی خاک‌های اشباع ارائه دادند. چنگ و همکاران[۲۴] به کمک روش اجزای مرزی در حوزه فرکانس، تنش کل و فشار آب منفذی را برای یک لایه خاک اشباع تعیین نمودند. در ادامه، دمینگز[۲۵] از تشابه پروالاستیسیته و ترموالاستیسیته در فضای فرکانس برای تعیین حل‌های اساسی محیط کامل روش اجزای مرزی استفاده نمود. بوگاچا و همکاران[۲۶] با ترکیب مدل دوفازی بایوت و روش اجزای محدود، پاسخ دینامیکی پی‌های صلب واقع بر خاک اشباع را بدست آوردند. در مطالعه‌ی دومینگز[۲۷] فرآیند تحلیل دینامیکی محیط‌های پروالاستیک در حوزه‌ی فرکانس با استفاده روش اجزای مرزی ارایه شده است. خویی و کی‌نیا[۲۸] با استفاده از روش اجزای مرزی سه‌بعدی و به کمک معادلات بایوت، تأثیر نفوذپذیری خاک را بر امپدانس دینامیکی پی‌های صلب مربعی بررسی کردند. راجاپاکسه و سنجونتیچای[۲۹] با استفاده از معادلات انتگرال مرزی غیرمستقیم، پاسخ دینامیکی یک نیم‌فضای پروالاستیک را تعیین نمودند. درتحقیق سنجونتیچای و راجاپاکسه[۳۰] پاسخ دینامیکی پی نواری صلب مستقر بر محیط‌های اشباع چندلایه به کمک تحلیل در فضای فوریه ارزیابی شد. ساماراجیوا[۳۱] توانست با استفاده از روش اجزای مرزی مسایل اندرکنش خاک و سازه واقع بر محیط پروالاستیک را تحلیل نماید. جی‌پون و همکاران[۳۲] با استفاده از روش اجزای مرزی مبتنی بر تئوری بایوت، ضرایب سختی دینامیکی شالوده نواری واقع بر خاک اشباع را به‌دست آوردند. شانز و همکاران[۳۳] برای حل انتگرال‌های روش اجزای مرزی یک روش انتگرال‌گیری پیچشی پیشنهاد نمود و آن را به‌عنوان یک راهکار پایدار و ساده برای تحلیل مسائل شبه‌استاتیک پروالاستیک معرفی نمودند. سلبی و همکاران[۳۴] و فرو و منصور[۳۵] نیز پاسخ دینامیکی پی‌های مدفون و سطحی را با استفاده از روش اجزای مرزی در حوزه‌ی فرکانس تحلیل کرده و توابع امپدانس را در فرکانس‌های مختلف ارایه دادند.

علاوه بر روش اجزای مرزی که غالب مطالعات عددی پیرامون تعیین توابع امپدانس را شامل می‌شود، از دیگر رویکردهای عددی نیز در این راستا استفاده شده است. کای و همکاران[۳۶] یک روش عددی برای تحلیل ارتعاش عمودی پی نواری الاستیک بر روی خاک

ACCEPTED MANUSCRIPT

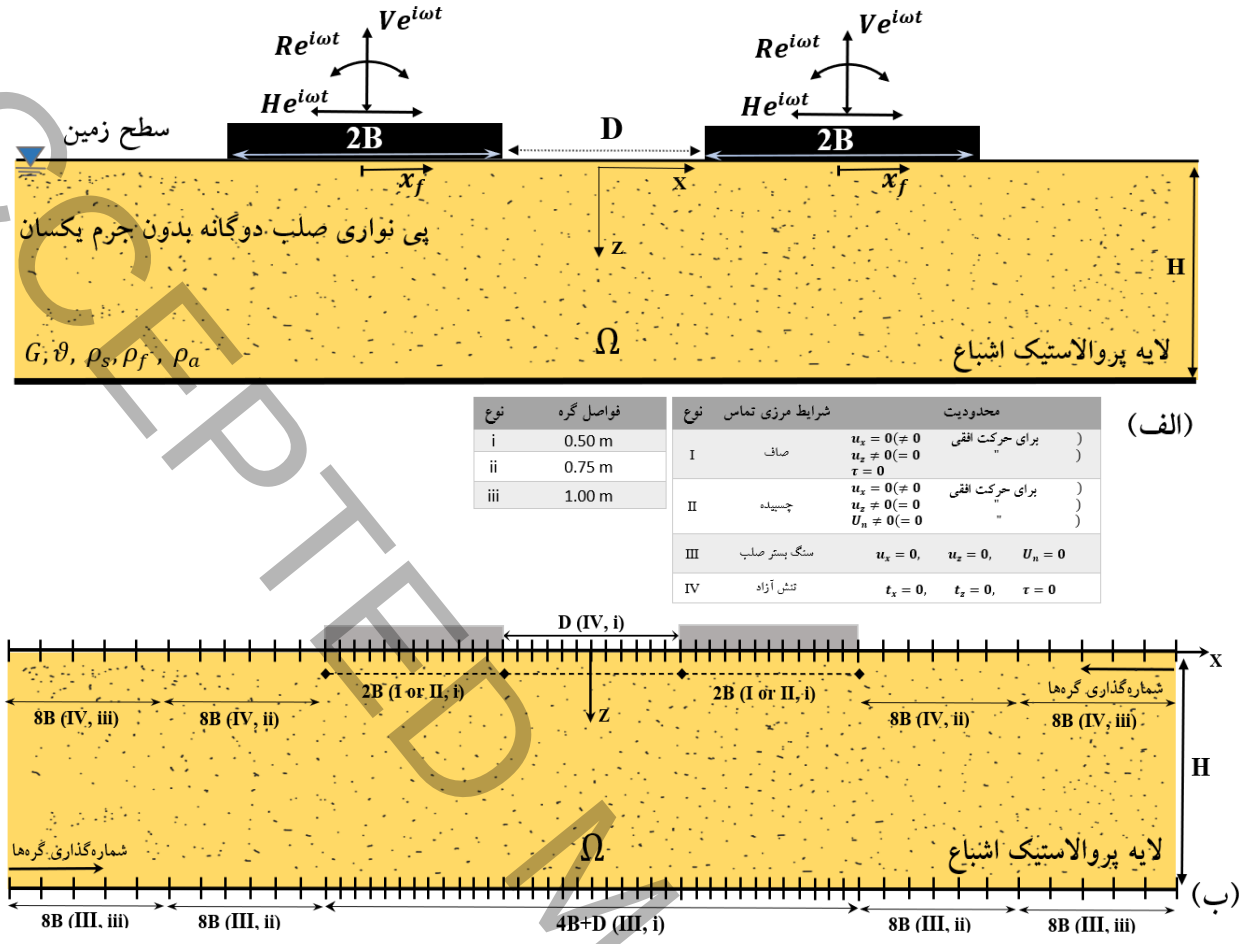
اشباع براساس معادلات بایوت و تبدیل فوریه ارایه دادند. ما و همکاران[۳۷] توانستند با تکیه بر نظریه‌ی بایوت در زمینه‌ی تراوایی خاک‌ها، پاسخ دینامیکی یک پی نواری صلب واقع بر خاک اشباع را تحت حرکت گهواره‌ای بررسی کنند. هان و همکاران[۳۸] یک رویکرد عددی–تحلیلی برای محاسبه‌ی امپدانس دینامیکی پی صلب مدفون به شکل دلخواه در خاک چندلایه ناهمسان الاستیک ارائه دادند. با و همکاران[۳۹] با استفاده از روش اجزای مرزی غیرمستقیم، امپدانس دینامیکی یک پی نواری صلب را واقع بر نیم‌فضای لایه‌ای اشباع با ایزوتروپی جانبی تحلیل کردند. ترزی[۴۰] با به‌کارگیری روش اجزای محدود دوبعدی، اندرکنش دینامیکی بین دو پی صلب با عمق دفن متفاوت را بررسی کرد. بن‌شریف و همکاران[۴۱] با ارایه یک روش ترکیبی شامل روش مرزی، روش لایه نازک و تکنیک لایه منطبق، به تحلیل امپدانس دینامیکی پی نواری صلب واقع بر خاک پروالاستیک لایه‌ای پرداختند. سنجونتیچای و همکاران[۴۲] پاسخ ارتعاش قائم پی‌های نواری چندگانه انعطاف‌پذیر را بر خاک‌های اشباع چندلایه با ناهمسانی جانبی، با استفاده از حساب تغییرات عددی و تابع تأثیر فوریه بررسی کردند. نگوین و همکاران[۴۳] مدل واکنش ماکروسکوپی خاک نسبت به تغییرمکان نسبی خاک و سازه را از طریق توابع امپدانس خاک و مدل معادل فنر–دمپر بیان کردند. اخیراً اجی و همکاران[۴۴] یک رویکرد ترکیبی اجزای مرزی–اجزای محدود را برای مدل‌سازی رفتار دینامیکی سیستم خاک–سازه توسعه دادند. در آخرین مطالعات ژنگ و همکاران[۴۵] پاسخ دینامیکی قائم پی نواری صلب تحت بارگذاری هارمونیک، با در نظر گرفتن تأثیر سطح ایستابی به کمک تبدیل معادلات انتگرال مورد توجه قرار گرفته است.

چنانچه در مرور ادبیات فنی بیان شد در مطالعات متعددی توابع امپدانس شالوده‌های نواری واقع بر لایه‌ی اشباع مد نظر قرار گرفته بود؛ ولیکن اکثرآن‌ها با تکیه بر شالوده منفرد و بعضاً در اندک مدل‌های شالوده‌های دوگانه/چندگانه، فرضیات ساده‌کننده و برخی محدودیت‌های بارگذاری در مدلسازی تحمیل شده بود. بنابراین در پژوهش حاضر مؤلفان برآن شدند با توسعه‌ی پژوهش‌های اخیر[۴۶, ۴۷] تأثیر نوع خاک لایه اشباع بر تغییر رفتار توابع امپدانس دینامیکی شالوده نواری دوگانه صلب تحت سه حرکت همزمان هارمونیک قائم، افقی و گهواره‌ای در شرایط هندسی ثابت مورد بررسی قرار بگیرد. از یک ابزار عددی تهیه شده تحت عنوان داس‌بم مبتنی بر روش اجزای مرزی مستقیم محیط کامل در حوزه‌ی فرکانس برای مدلسازی مسأله استفاده شده است. این روش قادر است مش‌بندی را تنها بر روی سطح صاف زمین زیر شالوده‌ها، پیرامون آن‌ها و وجه‌میانی لایه با سنگ بستر صلب زیرین متمرکز نماید. در این میان با در نظر گرفتن چهار نوع مصالح خاکی با مشخصات دینامیکی مفروض از قبیل رس قرمز، ماسه درشت دانه، ماسه سنگ و رسوبات نرم، ضرایب حقیقی و موهومی امپدانس شالوده‌ها با فرض دو سطح اتصال صاف (بدون اصطکاک) و جوش‌شده (کامل) بر حسب فرکانس بی‌بعد حساسیت‌سنجی شده است. همچنین فشار آب حفره‌ای در مرکز شالوده‌ی صلب با اتصال جوش شده نیز نمایش داده شده است. قابلیت کاربرد و سهولت استفاده از روش اجزای مرزی در حوزه فرکانس برای مدلسازی شالوده نواری دوگانه صلب مرتعش واقع یک لایه اشباع و ارایه برخی نتایج جدید و کاربردی پیرامون تأثیر نوع خاک در اندرکنش دینامیکی خاک و سازه بر نقاط قوت و سهم دانش تحقیق حاضر صحه می‌گذارد.

۲- بیان مسأله

مطابق شکل۱ یک لایه اشباع واقع بر یک نیم‌فضای صلب (سنگ بستر) تحت تأثیر دو شالوده نواری بدون جرم صلب تحت ارتعاش و همزمان در نظرگرفته می‌شود. از بسط معادلات تعادل بایوت در فضای تبدیل‌یافته فرکانس برای یک محیط پروالاستیک برحسب مؤلفه‌های تغییرمکان خواهیم داشت (دمینگز[۲۷]):

ACCEPTED MANUSCRIPT



شکل۱: الف- مدل هندسی پی نواری دوگانه صلب بدون جرم واقع بر یک لایه پروالاستیک اشباع به همراه شرایط مرزی و الگوی مش‌بندی مختلف ب- گسسته سازی اجزاء مرزی برای مدل لایه اشباع واقع بر نیم‌فضای صلب (اعداد داخل پرانتز به ترتیب آرگومان اول مبین شرایط مرزی و آرگومان دوم الگوی مش‌بندی را نشان می‌دهد. همچنین اعداد کنار پرانتز حد فاصل مش‌بندی را مشخص می‌کند)

Fig 1. (a) Geometric model of two rigid, massless strip foundations resting on a saturated poroelastic layer, including the boundary conditions and different mesh configurations. (b) Boundary element discretization of the saturated layer overlying a rigid half-space. The first and second values within the parentheses represent the boundary conditions and mesh configurations, respectively, while the numbers outside the parentheses indicate the mesh spacing

$$\mu\Delta u_i + \left(\lambda + \mu + \frac{Q^2}{R}\right) e_{,i} + Q\varepsilon_{,i} + X_i = -\omega^2\left(\rho_{11}u_i + \rho_{12}U_i\right) + i\omega b\left(u_i - U_i\right) \qquad (۱)$$

$$\left(Qe + R\varepsilon\right)_{,i} + X_i^{'} = -\omega^2\left(\rho_{12}u_i + \rho_{22}U_i\right) - i\omega b\left(u_i - U_i\right) \qquad (۲)$$

که در آن μ ،λ، R و Q ثوابت الاستیک بایوت برای محیط متخلخل، ρ_{11}، ρ_{22} و ρ_{12} به ترتیب مبین دانسیته فاز جامد، فاز سیال و دانسیته میانی، e کرنش حجمی فاز جامد، ε کرنش حجمی فاز سیال، Δ عملگر لاپلاس و b ثابت فشار آب حفره‌ای(ثابت استهلاک یا نیروی تراوش) در نظریه بایوت است. همچنین در این معادلات X_i و $X_i^{'}$ مبین نیروی حجمی در واحد حجم به ترتیب برای فاز

ACCEPTED MANUSCRIPT

جامد و سیال می‌باشند. به کمک مجموعه معادلات (۱) و (۲) می‌توان سه مؤلفه تغییرمکان فاز جامد به شکل $\{u_1,u_2,u_3\}$ و سه مؤلفه تغییرمکان فاز سیال به شکل $\{U_1,U_2,U_3\}$ را در فضای فرکانس برای جسم سه‌بعدی تعیین نمود. با این وجود شش مؤلفه مزبور مستقل نیستند و می‌توان آنها را در حالت دوبعدی بر اساس تنها سه متغیر معرفی نمود. این سه متغیر شامل دو مؤلفه تغییرمکان فاز جامد و تک مؤلفه شار حفره‌ای سیال، τ هستند. تغییرمکان‌های فاز سیال به کمک رابطه (۲) برحسب تغییرمکان فاز جامد و شار حفره‌ای سیال به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$U_i = \frac{\tau_{,i} + X_i^{'} + \left(i\omega b + \omega^2 \rho_{12}\right) u_i}{i\omega b - \omega^2 \rho_{22}} \qquad (۳)$$

که در آن τ شار یا تنش حفره‌ای سیال و ω سرعت زاویه‌ای موج ورودی ارتعاش می‌باشد که از فرض یک تحریک هارمونیک وابسته به زمان به صورت $e^{i\omega t}$ در روابط حاصل می‌شود. از جایگذاری معادله (۳) در روابط (۱) و (۲) در نهایت دو دسته معادلات مستقل برای تعیین پاسخ دینامیکی بصورت زیر حاصل می‌شوند:

$$\mu \Delta u_i + \left(\lambda + \mu\right) e_{,i} + \tau_{,i} \left(\frac{Q}{R} + \frac{i\omega b + \rho_{12}\omega^2}{i\omega b - \omega^2 \rho_{22}} \right) + u_i \omega^2 \left(\frac{\omega^2 \left(-\rho_{11}\rho_{22} + \rho_{12}^2\right) + i\omega b \left(\rho_{11} + \rho_{22} + 2\rho_{12}\right)}{i\omega b - \omega^2 \rho_{22}} \right) + \qquad (۴)$$

$$X_i + \frac{i\omega b + \rho_{12}\omega^2}{i\omega b - \omega^2 \rho_{22}} X_i^{'} = 0$$

$$\Delta \tau + \frac{\tau}{R}\left(-i\omega b + \omega^2 \rho_{22}\right) + e\left[i\omega b \left(1 + \frac{Q}{R}\right) + \omega^2 \left(\rho_{12} - \rho_{22} \frac{Q}{R} \right) \right] + X_{i,i}^{'} = 0 \qquad (۵)$$

معادله (۴) شامل سه معادله تغییرمکان فاز جامد و معادله (۵) شامل یک معادله شار حفره‌ای سیال است. از حل همزمان معادلات فوق کلیه مجهولات مسأله تعیین می‌شوند. لازم بذکر است معادلات (۴) و (۵) در مراجع مختلف به اشکال مختلف و برحسب دیگر ضرایب بایوت قابل ارایه هستند(چنگ و همکاران[۲۴]، دینگ و همکاران[۸]).

۳- روش اجزای مرزی در حوزه فرکانس

برای حل مسئله مرزی معادلات تعادل (۴) و (۵)، ارائه حل‌های بنیادی و روابط انتگرال مرزی متناظر ضروری است. بدین منظور، معادله انتگرال مرزی با استفاده از روش باقیمانده وزن‌دار و قضیه تقابل بتی استخراج می‌شود(چنگ و همکاران [۲۴]، دمینگز[۲۷]، بربیا و دمینگز[۴۸]):

$$\int_\Gamma \left(t_i u_i^* + \tau U_n^* \right) d\Gamma + \int_\Omega \left(X_i u_i^* + X_i^{'} U_i^* \right) d\Omega = \int_\Gamma \left(t_i^* u_i + \tau^* U_n \right) d\Gamma + \int_\Omega \left(X_i^* u_i + X_i^{'*} U_i \right) d\Omega \qquad (۶)$$

که در آن Γ مرز جسم، Ω دامنه جسم، $t_i = \tau_{ij} n_j$ ، $U_n = U_i n_i$ و n بردار نرمال عمود بر مرز هستند. متغیر با بالانویس * نشان دهنده میدان‌های وزنی هستند که همان حل‌های اساسی معادلات حاکم (۴) و (۵) محسوب می‌شوند. به کمک فرآیند حل سینگولار و از تساوی نیروهای حجمی با تابع دلتای دیراک برای تعیین حل اساسی فاز جامد داریم:

$$X_i^* = \delta\left(x - \xi\right) \delta_{ij} \qquad (۷)$$

ACCEPTED MANUSCRIPT

$$X_i^{*} = 0 \qquad (۸)$$

در روابط فوق، $\delta(x-\xi)$ تابع دلتای دیراک، ξ مبین نقطه اثر تابع دلتای دیراک و δ_{ij} دلتای کرونیکر است. در نهایت با جایگذاری معادلات فوق در معادله (۶) و مرتب‌سازی نتایج، فرم ساده شده زیر برای معادله انتگرال مرزی فاز جامد قابل استخراج است:

$$c_{ij}u_i + \int_\Gamma t_{ij}^* u_i \, d\Gamma + \int_\Gamma \tau_j^* U_n \, d\Gamma = \int_\Gamma u_{ij}^* t_i \, d\Gamma + \int_\Gamma \tau U_{nj}^* \, d\Gamma + \int_\Omega \left(X_i u_{ij}^* + X_i' U_{ij}^* \right) d\Omega \qquad (۹)$$

که در آن u_{ij}^* ، t_{ij}^* ، U_{nj}^* و τ_j^* به ترتیب مبین حل‌های اساسی تغییرمکان و ترکشن فاز جامد، تغییرمکان نرمال سیال و گرادیان آن بوده و u_i ، t_i ، U_i و τ به ترتیب مقادیر مرزی تغییرمکان، ترکشن، تغییرمکان نرمال سیال و گرادیان آن در فضای مسأله هستند. همچنین c_{ij} ضریب ثابتی است که بر اساس زاویه المان‌های مرزی مجاور تعیین می‌شوند (بربیا و دمینگز[۴۸]). با فرض صفر بودن نیروهای حجمی برای فاز جامد و سیال، در نهایت فرم مرزی معادله انتگرال فاز جامد به شکل زیر قابل بازنویسی است:

$$c_{ij}u_i + \int_\Gamma t_{ij}^* u_i \, d\Gamma + \int_\Gamma \tau_j^* U_n \, d\Gamma = \int_\Gamma u_{ij}^* t_i \, d\Gamma + \int_\Gamma \tau U_{nj}^* \, d\Gamma \qquad (۱۰)$$

رابطه‌ی فوق شامل دو دسته معادله انتگرال مرزی برای مسأله دوبعدی است که با قرار دادن j=1,2 هر یک از معادلات قابل حصول است. به‌طور مشابه می‌توان معادلات انتگرال مرزی فاز سیال را تعیین و در نهایت در یک سیستم کوپل به تحلیل همزمان این معادلات پس از گسسته‌سازی مکانی محیط مورد بررسی پرداخت. لازم به ذکر است در فوق فرمولبندی روش اجزای مرزی و معالات انتگرال آن به اختصار بیان شد. جزئیات بیشتر روش به همراه نحوه‌ی حصول حل‌های اساسی در مرجع یاسمی و همکاران [۴۶, ۴۷] یافت می‌شود.

۳-۱- عددی‌سازی:

با داشتن حل‌های اساسی و مشتقات آن می‌توان به راحتی معادله انتگرال مرزی کوپل u-p را برای محیط پروالاستیک مطابق زیر بازنویسی نمود:

$$c^i u^i + \int_\Gamma \boldsymbol{p}^* \boldsymbol{u} \, d\Gamma = \int_\Gamma \boldsymbol{u}^* \boldsymbol{p} \, d\Gamma \qquad (۱۱)$$

که در آن u و p بردار تغییرمکان و نیروهای سطحی هستند که بصورت زیر برای محیط پروالاستیک بدست می‌آیند:

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \tau \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{p} = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ U_n \end{bmatrix} \qquad (۱۲)$$

همچنین تنسور حل‌های اساسی به شکل زیر حاصل می‌شود:

ACCEPTED MANUSCRIPT

$$\boldsymbol{p}^* = \begin{bmatrix} t_{11}^* & t_{21}^* & -U_{n1}^* \\ t_{12}^* & t_{22}^* & -U_{n2}^* \\ t_{13}^* & t_{23}^* & -U_{n3}^* \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{u}^* = \begin{bmatrix} u_{11}^* & u_{21}^* & -\tau_1^* \\ u_{12}^* & u_{22}^* & -\tau_2^* \\ u_{13}^* & u_{23}^* & -\tau_3^* \end{bmatrix} \tag{۱۳}$$

ماتریس زاویه شکست مرزی نیز یک ماتریس قطری مطابق زیر قابل تعریف است:

$$c^i = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -J \end{bmatrix} \tag{۱۴}$$

با گسسته‌سازی مرزهای هندسی جسم به تعداد N المان ثابت، شکل گسسته شده انتگرال مرزی بصورت زیر حاصل می‌شود:

$$c^i u^i + \sum_{j=1}^{N}\left(\int_{\Gamma_j} p^* \, d\Gamma\right) u^j = \sum_{j=1}^{N}\left(\int_{\Gamma_j} u^* \, d\Gamma\right) p^j \tag{۱۵}$$

که پس از انتگرال‌گیری مکانی بر روی Γ_j خواهیم داشت:

$$c^i u^i + \sum_{j=1}^{N} H^{ij} u^j = \sum_{j=1}^{N} G^{ij} p^j \tag{۱۶}$$

که در رابطه (۱۶) ماتریس‌های H^{ij} و G^{ij} به ترتیب از انتگرال‌گیری مکانی حل‌های اساسی p^* و u^* مطابق رابطه (۱۳) بدست می‌آیند. برای معادله (۱۶) در حالت فشرده داریم:

$$Hu = GP \tag{۱۷}$$

در رابطه فوق H و G ماتریس‌های 3N در 3N هستند. بدین ترتیب می‌توان با در دسترس بودن شرایط مرزی و مشخصات مصالح محیط پروالاستیک، پاسخ تغییرمکان و بردار نیروهای مرزی را در فرکانس ω تعیین نمود. پس از حل معادله (۱۷) و تعیین کلیه مجهولات مرزی اعم از تغییرمکان و تنش سطحی فاز جامد، شار و تغییرمکان نرمال فاز سیال، می‌توان از برابر واحد قرار دادن ضریب شکست مرزی c^i، تغییرمکان و شار مجهول را در نقاط درونی نیز بدست آورد. در ادامه نیز برای تعیین فشار آب حفره‌ای سیال (p) بر روی گره‌های مرز جسم و همچنین در هر نقطه‌ی درونی مفروض می‌توان از رابطه زیر استفاده نمود:

$$\tau = -\phi \, . \, p \tag{۱۸}$$

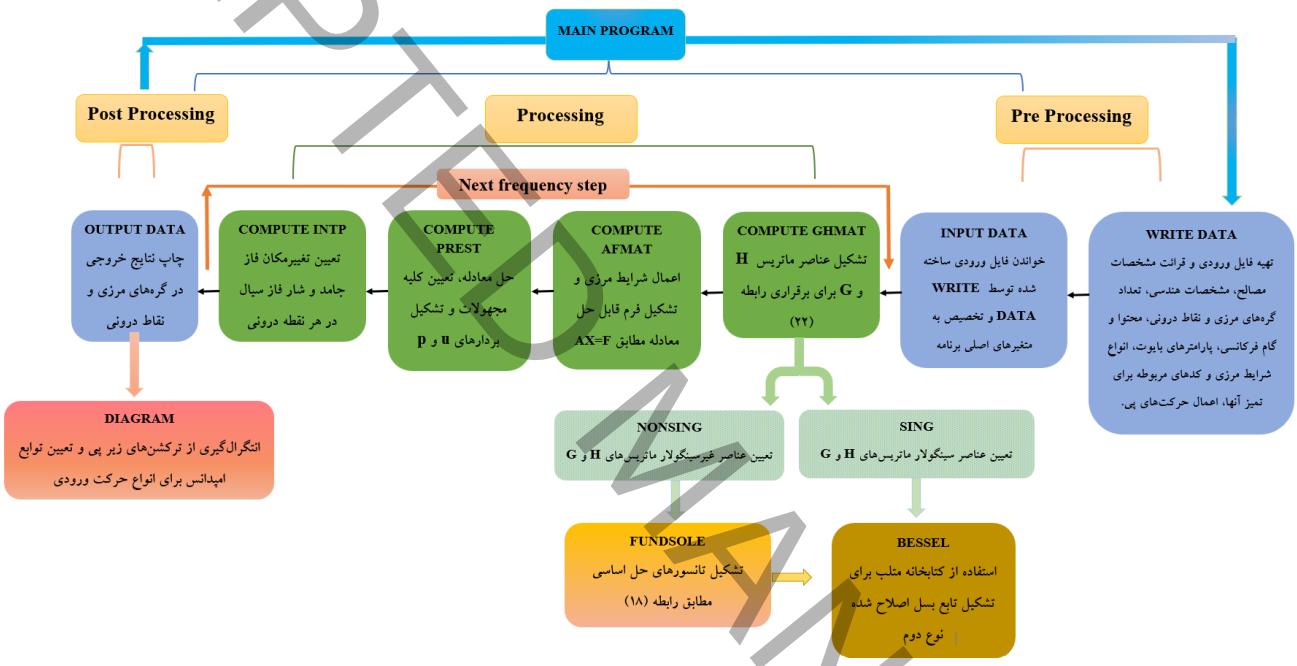
که در رابطه فوق τ شار یا تنش سیال حاصل شده از تحلیل اجزای مرزی مسأله موردنظر و ϕ نسبت تخلخل محیط پروالاستیک می‌باشد.

۴- نرم‌افزار توسعه‌یافته بر پایه الگوریتم:

فرمول‌بندی ارائه‌شده در بخش (۳) در چارچوب الگوریتم اجزای مرزی DASBEM در محیط MATLAB برای محاسبه توابع امپدانس شالوده‌های دوگانه صلب پیاده‌سازی شد(شکل۲). این الگوریتم توسط پنجی و همکاران[۱۶] معرفی شده است و نسخه‌ای

ACCEPTED MANUSCRIPT

دیگر از آن برای تحلیل لرزه‌ای عوارض توپوگرافی زیرسطحی در حوزه زمان ارائه شده است (پنجی و همکاران[۱۷]). فرآیند محاسباتی شامل پیش‌پردازش، پردازش و پس‌پردازش بود. در پیش‌پردازش، هندسه و مشخصات مصالح، مختصات گره‌های مرزی و نقاط درونی، پارامترهای بایوت، شرایط مرزی، حرکات هارمونیک شالوده و بازه و تعداد گام‌های فرکانسی تعریف شدند. در مرحله پردازش، ماتریس‌های H و G مطابق رابطه (۲۱)، با انتگرال‌گیری گوس ده نقطه‌ای از حل‌های اساسی تشکیل شدند. پس از اعمال شرایط مرزی، دستگاه AX=F در هر گام فرکانسی حل شد و مقادیر حاصل برای تکمیل بردارهای مرزی u و p مطابق رابطه (۱۷) به کار رفتند. سپس تغییرمکان فاز جامد و شار فاز سیال در نقاط درونی محاسبه شدند. در پس‌پردازش، توابع امپدانس و ضرایب انطباق دینامیکی برای حالت‌های مختلف بارگذاری و ارتعاش شالوده، با استفاده از انتگرال‌گیری عددی ترکشن‌های سطح تماس شالوده و محیط تعیین شدند.



شکل۲: فلوچارت گام به گام DASBEM برای تحلیل امپدانس شالوده نواری دوگانه صلب واقع بر لایه اشباع با استفاده از روش اجزای مرزی مستقیم در حوزه فرکانس

Fig 2. Step-by-step flowchart of DASBEM for the impedance analysis of dual rigid strip foundations resting on a saturated layer using the direct boundary element method in the frequency domain

۵- متدولوژی تحقیق

مطابق شکل ۱ یک شالوده نواری صلب دوگانه بدون جرم، واقع بر یک لایه خاک متخلخل اشباع همگن با سنگ بستر صلب مدل شده‌اند. بار دینامیکی به‌صورت تحریک هارمونیک واحد و همزمان در مودهای قائم، افقی و گهواره‌ای به دو شالوده اعمال شد و از پاسخ نیرو–تغییرمکان حاصل، ضرایب امپدانس دینامیکی استخراج گردید. خصوصیات مصالح مدل لایه اشباع ارائه شده، شامل چند نمونه خاک براساس دست‌آوردهای آزمایشگاهی چنگ[۴۹] مطابق جدول ۱ فرض شده است. برای تحلیل مدل، پارامترهای عمق لایه(H)، فاصله دو پی(D)، نفوذپذیری(k)، تخلخل(φ) و ضریب پواسون(ϑ) به شرح جدول(۱) مدنظر قرار گرفته است. به منظور دستیابی به دقت کافی در گسسته‌سازی مدل تهیه شده، معیار پیشنهادی کوهرامایر و لیسمر[۵۰] برای انتشار موج مورد استفاده

ACCEPTED MANUSCRIPT

قرار گرفته است. بر این اساس طول موج $\lambda < \Delta L/10$ و فرکانس بیشینه برابر $f_{max} = C_s/10\Delta L$ فرض شده است که در آن ΔL فاصله دو گره متوالی و C_s سرعت موج برشی محیط می‌باشد. بنابراین مطابق شکل (۱) فواصل گره‌های متوالی در اطراف شالوده به دو مقدار ۰,۷۵ و ۱ متر محدود شده است. همچنین برای افزایش دقت در نقاط زیر پی، فاصله گره‌ها در این نواحی برابر ۰,۵ متر در نظر گرفته شده است. الگوی مش‌بندی برای حالت لایه با توجه به شرایط مرزی در شکل۱ نشان داده شده است.

جدول(۱): مشخصات مصالح خاک مفروض در لایه اشباع برای حساسیت‌سنجی امپدانس دینامیکی شالوده نواری صلب دوگانه بر اساس یافته‌های چنگ [۴۹]

Table 1. Material properties of the soil in the assumed saturated layer for the sensitivity analysis of the dynamic impedance of dual rigid strip foundations, based on the findings of Cheng [۴۹]

نوع خاک	$G(Pa)$	$Q(Pa)$	$R(Pa)$	υ	ϕ	μ_f $(N.s/m^2)$	ρ_a (kg/m^3)	ρ_s (kg/m^3)	k (m^2)	b $(N.s/\boldsymbol{m^4})$
رس قرمز	7.2×10^4	5.700×10^8	1.39×10^9	*0.498*	*0.71*	1.50×10^{-3}	*468*	*2620*	3×10^{-16}	$\mathbf{2.5205 \times 10^{12}}$
ماسه دشت‌دانه	9.79×10^7	2.741×10^8	2.74×10^8	*0.227*	*0.48*	8.94×10^{-3}	*317*	*2650*	3.62×10^{-12}	$\mathbf{5.6890 \times 10^8}$
رسوبات نرم	2.21×10^7	5.360×10^8	1.67×10^9	*0.250*	*0.76*	1.00×10^{-3}	*501*	*2600*	10^{-11}	$\mathbf{5.7760 \times 10^7}$
ماسه‌سنگ وبر	1.22×10^{10}	8.980×10^8	8.47×10^7	*0.150*	*0.06*	1.00×10^{-3}	*40*	*2800*	10^{-15}	$\mathbf{3.6000 \times 10^9}$
$b=\mu_f\phi^2/k$	$H=4B$	$D=B$	$\beta=0.05$		$\rho_f=1000(kg/m^3)$					

چگالی جرم ظاهری(ρ_a)، بیانگر سهمی از جرم سیال منفذی است که در اثر حرکت نسبی فاز جامد و سیال، همراه با اسکلت جامد شتاب می‌گیرد و به‌صورت $\rho_a = C\phi\rho_f$ تعریف می‌شود. در این رابطه، C ضریبی وابسته به هندسه منافذ و فرکانس تحریک است. بنابراین، در هنگام تحریک محیط متخلخل، تنها بخشی از سیال منفذی با فاز جامد حرکت می‌کند و سهم آن توسط جرم ظاهری مشخص می‌شود. بونت و اوریالت[۵۱] در فرکانس‌های پایین، مقادیر $C=0.66$ را برای مجموعه‌ای از مهره‌های شیشه‌ای گزارش کردند. در تحریک هارمونیک با فرکانس ω، ماتریس سختی دینامیکی رابطه بین بردار نیروهای اعمالی به شالوده و تغییرمکان‌های متناظر را در حوزه فرکانس برقرار می‌کند. بخش حقیقی این ماتریس بیانگر مؤلفه‌های سختی و اینرسی خاک، و بخش موهومی آن نمایانگر اثرات میرایی سیستم است. بنابراین برای ضرایب سختی دینامیکی به صورت زیر خواهیم داشت(جی‌پون و همکاران[۳۲]):

$$K_{ij} = Re\left[K_{ij}\right] + iIm\left[K_{ij}\right] \qquad (۱۹)$$

و در حالت وجود میرایی مصالح، رابطه (۱۹) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$K_{ij} = K_{0ij}\left(k_{ij} + ia_0c_{ij}\right)\left(1+2i\beta\right) \qquad (۲۰)$$

بطوریکه $a_0 = \omega B/C_s$ فرکانس بی‌بعد، C_s سرعت موج برشی محیط، K_{0ij} سختی استاتیکی و β میرایی مصالح بخش جامد از نوع هیسترزیس است. مدول برشی برای میرایی هیسترزیس غیرصفر برابر $G=(1+2i\beta)G$ است. با فرض میرایی ۵٪، پاسخ دینامیکی دو پی نواری صلب با عرض (2B) در شرایط تماس صاف و چسبیده بررسی شد. برای استخراج امپدانس دینامیکی، تحریک هارمونیک واحد به‌طور همزمان به دو پی اعمال گردید. بنابراین شرایط مرزی تغییرمکان مطابق شکل(۱) برای پی دوگانه نواری قابل تعریف می‌باشد:

ACCEPTED MANUSCRIPT

$$u_x = \Delta_x \qquad at \qquad \frac{D}{2} \le x \le \frac{D}{2} + 2B \quad \& \quad \frac{-D}{2} \ge x \ge \frac{-D}{2} - 2B \quad ; \quad Z = 0 \qquad (۲۱)$$

$$u_z = \Delta_z + \theta . x_f \quad at \qquad \frac{D}{2} \le x \le \frac{D}{2} + 2B \quad \& \quad \frac{-D}{2} \ge x \ge \frac{-D}{2} - 2B \quad ; \quad Z = 0; \left| x_f \right| \le B \qquad (۲۲)$$

که در رابطه فوق Δ_x دامنه تغییرمکان افقی، Δ_z دامنه تغییرمکان قائم و θ دامنه چرخشی پی‌های نواری است. u_x و u_z نیز به ترتیب حرکت‌های مؤثر به پی در امتدادهای افقی و قائم می‌باشند. لازم بذکر است برای امپدانس افقی $\Delta_z = \theta = 0$، امپدانس قائم $\Delta_x = \theta = 0$ و امپدانس چرخشی $\Delta_z = \Delta_x = 0$ در نظر گرفته می‌شود. همچنین مطابق شکل(۱) برای امتداد افقی دو سیستم مختصات کلی و محلی تعریف شده است. سیستم مختصات کلی (x, z) برای تعیین هندسه و مختصات اختصاص یافته به گره‌های مسأله می‌باشد و سیستم مختصات محلی (x_f, z) صرفاً برای منظور داشتن حرکت چرخشی پی در نظر گرفته شده است. پس از تعیین ترکشن‌های مجهول در گره‌های زیر پی‌ها(t_z, t_x)، برای تعیین مؤلفه‌های سختی از انتگرال‌گیری مکانی آنها خواهیم داشت:

$$B\int_{-1}^{+1} t_x \left(B\xi\right) d\xi = H$$

$$B\int_{-1}^{+1} t_z \left(B\xi\right) d\xi = V \qquad (۲۳)$$

$$B^2\int_{-1}^{+1} \xi t_z \left(B\xi\right) d\xi = R$$

به‌طوریکه در رابطه فوق H، V و R به ترتیب دامنه در واحد طول نیروی افقی، عمودی و گشتاور مؤثر بر پی‌های نواری هستند. همچنین پارامتر $\xi = x_f/B$ مبین مختصات بی‌بعد محلی در زیر پی‌ها می‌باشد که برای انتگرال‌گیری تعریف شده است. در این تحقیق برای انتگرال‌گیری از مقادیر ترکشن از روش انتگرال‌گیری عددی مستطیلی استفاده شده است. با علم بر اینکه تغییرمکان مؤثر بر پی واحد می‌باشد لذا نیروهای حاصل در روابط (۲۳) مبین ضرایب سختی یا امپدانس پی دوگانه تحت ارتعاش همزمان می‌باشند، یعنی:

$$K_x = H \ , C_x = 1/K_x$$

$$K_z = V \ , C_z = 1/K_z \qquad (۲۴)$$

$$K_y = R \ , C_y = 1/K_y$$

به‌طوریکه K_x، K_z و K_y به ترتیب ضرایب سختی مؤلفه‌های افقی، قائم و چرخشی است. متناظراً از عکس مقادیر سختی ضرایب انطباق بدست می‌آید که به ترتیب با مؤلفه‌های C_x، C_z و C_y نشان داده شده است.

ACCEPTED MANUSCRIPT

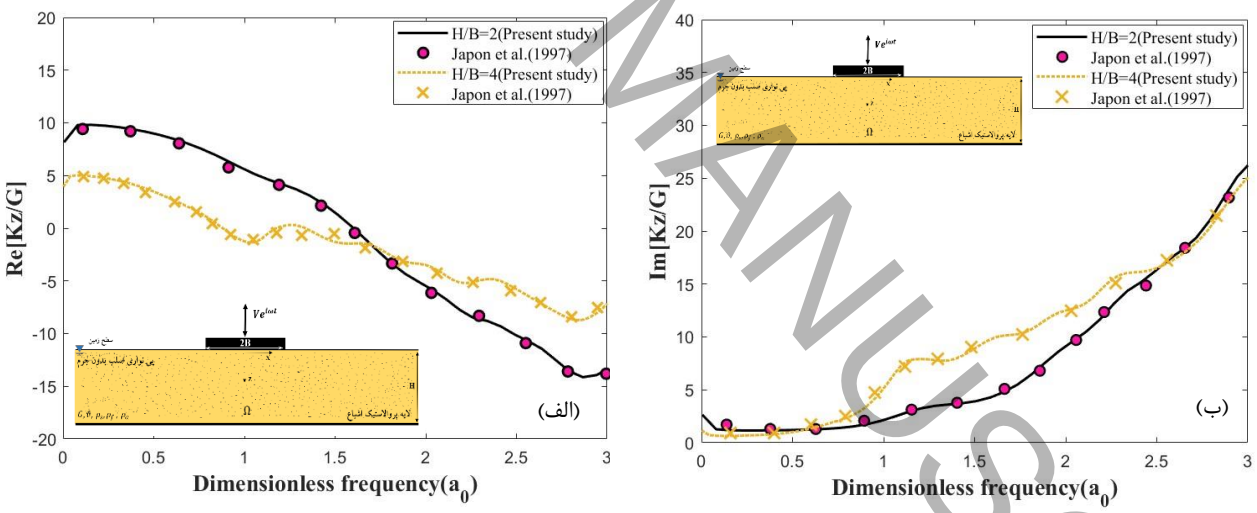
۵-۱- صحت سنجی

برای مشاهده درستی و اعتبار فرمول‌بندی ارایه شده در بخش (۳) و الگوریتم تهیه شده (بخش۴)، در این بخش به ارایه یک مثال صحت سنجی در قیاس با پاسخ‌های موجود در ادبیات فنی پرداخته می‌شود. در این راستا، خصوصیات مصالح یک نمونه خاک از نوع ماسه متراکم براساس مشخصات ارایه شده در مطالعه‌ی جی‌پون و همکاران [۳۲] استفاده شده است(جدول۲). برای ارزیابی دقت روش پیشنهادی، نتایج تحلیل اجزای مرزی جی‌پون و همکاران [۳۲] برای شالوده منفرد صلب روی لایه اشباع، در دو نسبت عمق، به‌عنوان مرجع در نظر گرفته شد. با استفاده از مشخصات هندسی و مصالح مطابق شکل (۱)، سختی دینامیکی قائم شالوده محاسبه و نتایج در شکل‌های ۳(الف و ب) ارائه شد. مقایسه نتایج، تطابق مناسبی با داده‌های مرجع و دقت روش پیشنهادی را نشان می‌دهد.

جدول۲ :کلیه مقادیر مفروض برای صحت‌سنجی نتایج حاصل با مراجع جی‌پون و همکاران[۳۲]

Table 2. Assumed parameter values used to validate the present results against those reported by Japon et al[۳۲]

نوع خاک	$G(Pa)$	$Q(Pa)$	$R(Pa)$	υ	ϕ	$B(m)$	ρ_a (kg/m^3)	ρ_s (kg/m^3)	k (m/s)	b $(N.s/m^4)$
ماسه متراکم	3.21×10^7	4.61×10^8	2.4823×10^8	0.25	0.35	8	0	1425	3×10^{-3}	$\mathbf{1.1986\times10^6}$
$b=\mu_f\phi^2/k$	$\beta=0.05$	$\rho_f=1000(kg/m^3)$								



شکل۳: تحلیل دینامیکی شالوده منفرد صلب با اتصال کامل واقع بر لایه اشباع در برابر حرکت هارمونیک قائم در مقایسه با نتایج تحلیلی جی‌پون و همکاران ۱۹۹۷، الف. بخش حقیقی سختی دینامیکی بر حسب فرکانس بی‌بعد، ب. بخش موهومی سختی دینامیکی بر حسب فرکانس بی‌بعد.

Fig 3. Dynamic analysis of a single rigid strip foundation perfectly bonded to a saturated poroelastic layer under vertical harmonic excitation, compared with the analytical results of Japon et al.* [۳۲]*: (a) Real part of the dynamic stiffness versus dimensionless frequency; (b) Imaginary part of the dynamic stiffness versus dimensionless frequency.

ACCEPTED MANUSCRIPT

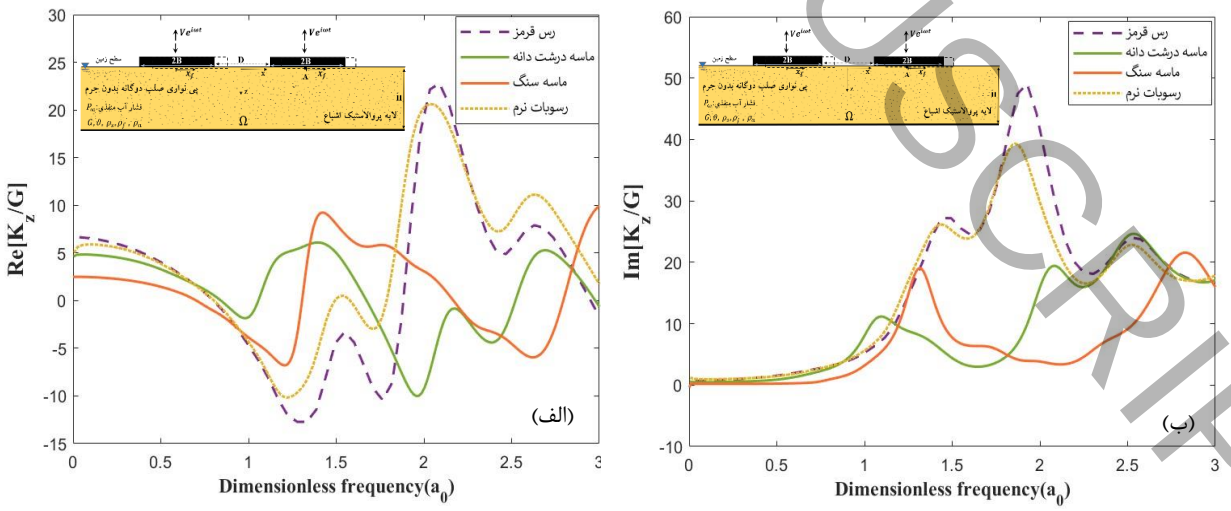
۵-۲- مطالعه‌ی عددی

در این بخش مطابق جدول ۱ و با در نظر گرفتن مشخصات چهار نوع مصالح خاکی(رس قرمز، ماسه درشت دانه، رسوبات نرم، ماسه سنگ وبر)، به تحلیل حساسیت ضرایب امپدانس دینامیکی شالوده نواری دوگانه صلب واقع بر یک لایه پروالاستیک اشباع در برابر حالات مختلف بارگذاری دینامیکی هارمونیک پرداخته می‌شود. در ادامه نتایج حاصل برای دو سطح تماس بین شالوده و لایه طبقه‌بندی شده و در نهایت فشار آب حفره‌ای نرمال مرکز شالوده ارایه خواهد شد.

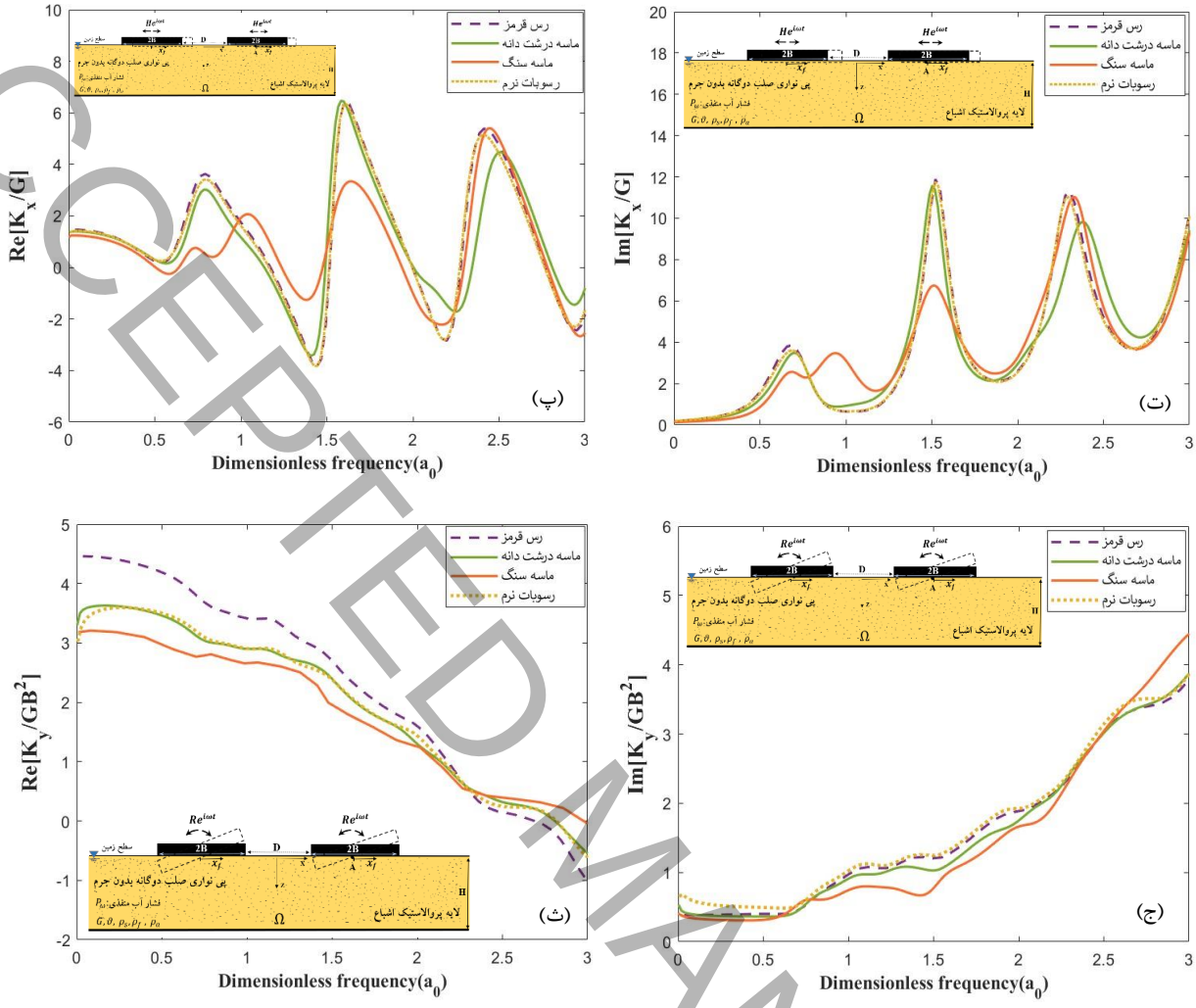
۵-۲-۱- سطح اتصال صاف

یکی از مهمترین فاکتورهای مؤثر بر ضرایب سختی دینامیکی پارامترهای بایوت است. این پارامترها به عنوان ضرایب اصلی کوپلینگ مکانیکی-هیدرولیکی در تئوری مزبور نقش تعیین کننده‌ای در رفتار انتشار موج و امپدانس دینامیکی محیط‌های پروالاستیک دارند. مطالعات آزمایشگاهی نشان داده است (چنگ [۴۹]) که نوع خاک مورد بررسی نه تنها بر روی مشخصات دینامیکی ذاتی خاک بلکه متعاقباً بر روی پارامترهای وابسته بایوت نیز مؤثر می‌باشد.

شکل ۴ تغییرات سختی دینامیکی شالوده‌های نواری دوگانه را برای چهار نوع خاک اشباع تحت تحریک همزمان افقی، قائم و چرخشی نشان می‌دهد. نتایج بیانگر وابستگی محسوس پاسخ دینامیکی به نوع خاک است(شکل ۴ الف و ب)؛ به‌گونه‌ای که رس قرمز بیشترین حساسیت فرکانسی و میرایی، و ماسه‌سنگ پایدارترین و کم‌اتلاف‌ترین رفتار را در پاسخ قائم نشان می‌دهد. مطابق شکل ۴ الف و ب، رفتار دینامیکی ماسه درشت‌دانه و رسوبات نرم در محدوده‌ای میان پاسخ رس قرمز و ماسه‌سنگ قرار می‌گیرد و تغییرات سختی و میرایی آن‌ها در گستره وسیع‌تری از فرکانس توزیع می‌شود. در این میان، رسوبات نرم در برخی فرکانس‌ها با افزایش مؤلفه موهومی امپدانس، قابلیت بیشتری در مستهلک‌کردن ارتعاشات قائم از خود نشان می‌دهند (شکل ۴-ب). در پاسخ افقی، سه فرکانس شاخص در حدود ۰,۸، ۱,۶ و ۲,۵ مشاهده می‌شود. در قله پیک، امپدانس حقیقی ماسه‌سنگ حدود ۵۰٪ و مؤلفه موهومی آن حدود ۴۰٪ کمتر از سایر خاک‌هاست، بنابراین پاسخ افقی ماسه‌سنگ نرم‌تر و کم‌میراتر است(شکل ۴ پ و ت). در پاسخ گهواره‌ای شکل ۴ ث و ج ، اختلاف نوع خاک در فرکانس‌های پایین محسوس‌تر است؛ به‌طوری‌که رس قرمز بیشترین و ماسه‌سنگ کمترین سختی چرخشی را نشان می‌دهند. با افزایش فرکانس، تفاوت سختی بین خاک‌ها کاهش می‌یابد، در حالی‌که میرایی چرخشی افزایش یافته و در رس قرمز کمترین و در ماسه‌سنگ بیشترین مقدار را دارد.



ACCEPTED MANUSCRIPT



شکل۴: تأثیر نوع خاک لایه اشباع واقع بر نیم‌فضای صلب بر مؤلفه‌های سختی دینامیکی دو شالوده نواری صلب در حالت اتصال صاف تحت سه حرکت همزمان هارمونیک. الف. بخش حقیقی سختی دینامیکی قائم، ب. بخش موهومی سختی دینامیکی قائم، پ. بخش حقیقی سختی دینامیکی چرخشی، ج. بخش حقیقی سختی دینامیکی افقی، ت. بخش موهومی سختی دینامیکی افقی، ث. بخش موهومی سختی دینامیکی چرخشی.

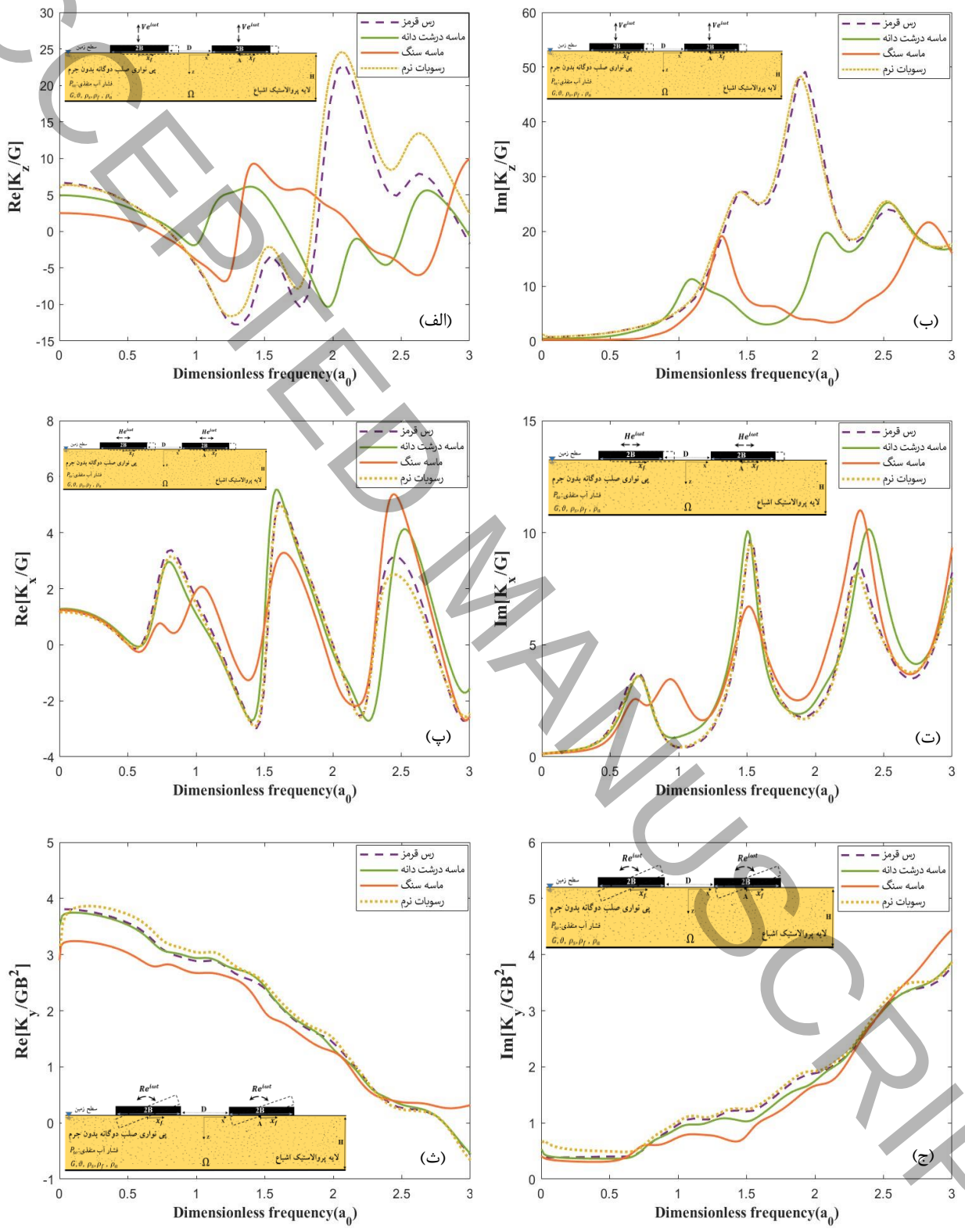
Fig 4. Effect of soil type in a saturated poroelastic layer overlying a rigid half-space on the dynamic stiffness components of two rigid strip foundations under smooth contact conditions subjected to simultaneous vertical, horizontal, and rocking harmonic excitations: (a) Real part of vertical dynamic stiffness; (b) Imaginary part of vertical dynamic stiffness; (c) Real part of horizontal dynamic stiffness; (d) Imaginary part of horizontal dynamic stiffness; (e) Real part of rocking dynamic stiffness; and (f) Imaginary part of rocking dynamic stiffness.

۵-۲-۲- سطح اتصال کامل

در حالت اتصال کامل شالوده به لایه اشباع، دامنه پاسخ و شدت قله‌های تشدید، به‌ویژه در فرکانس‌های بی‌بعد بزرگ‌تر از ۱,۵، افزایش می‌یابد(شکل۵). چنانچه در شکل‌های (۵ ب، ت و ج) ملاحظه می‌شود بیشترین میرایی متعلق به حالت قائم و کمترین آن در ارتعاش چرخشی حاصل می‌شود. برای طراحی دینامیکی شالوده‌های دوگانه با اتصال کامل، اثر نوع خاک باید عمدتاً در پاسخ قائم لحاظ شود، زیرا رس قرمز و رسوبات نرم میرایی بیشتری نشان می‌دهند (شکل ۵ ب). در پاسخ افقی، به‌دلیل انتقال کامل تنش برشی، حساسیت

ACCEPTED MANUSCRIPT

امپدانس به نوع خاک کاهش می‌یابد (شکل‌های ۵ پ و ت). همچنین در مود گهواره‌ای، برای فرکانس‌های بزرگتر از ۲، تفاوت سختی خاک‌ها ناچیز شده و لحاظ‌کردن میرایی وابسته به فرکانس اهمیت بیشتری پیدا می‌کند (شکل‌های ۵ ث و ج).



ACCEPTED MANUSCRIPT

شکل۵: تأثیر نوع خاک لایه اشباع واقع بر نیم‌فضای صلب بر مؤلفه‌های سختی دینامیکی دو شالوده نواری صلب در حالت اتصال کامل (جوش‌شده) تحت سه حرکت همزمان هارمونیک. الف. بخش حقیقی سختی دینامیکی قائم، ب. بخش موهومی سختی دینامیکی قائم، حقیقی سختی دینامیکی چرخشی، ج. پ. بخش حقیقی سختی دینامیکی افقی، ت. بخش موهومی سختی دینامیکی افقی، ث. بخش بخش موهومی سختی دینامیکی چرخشی.

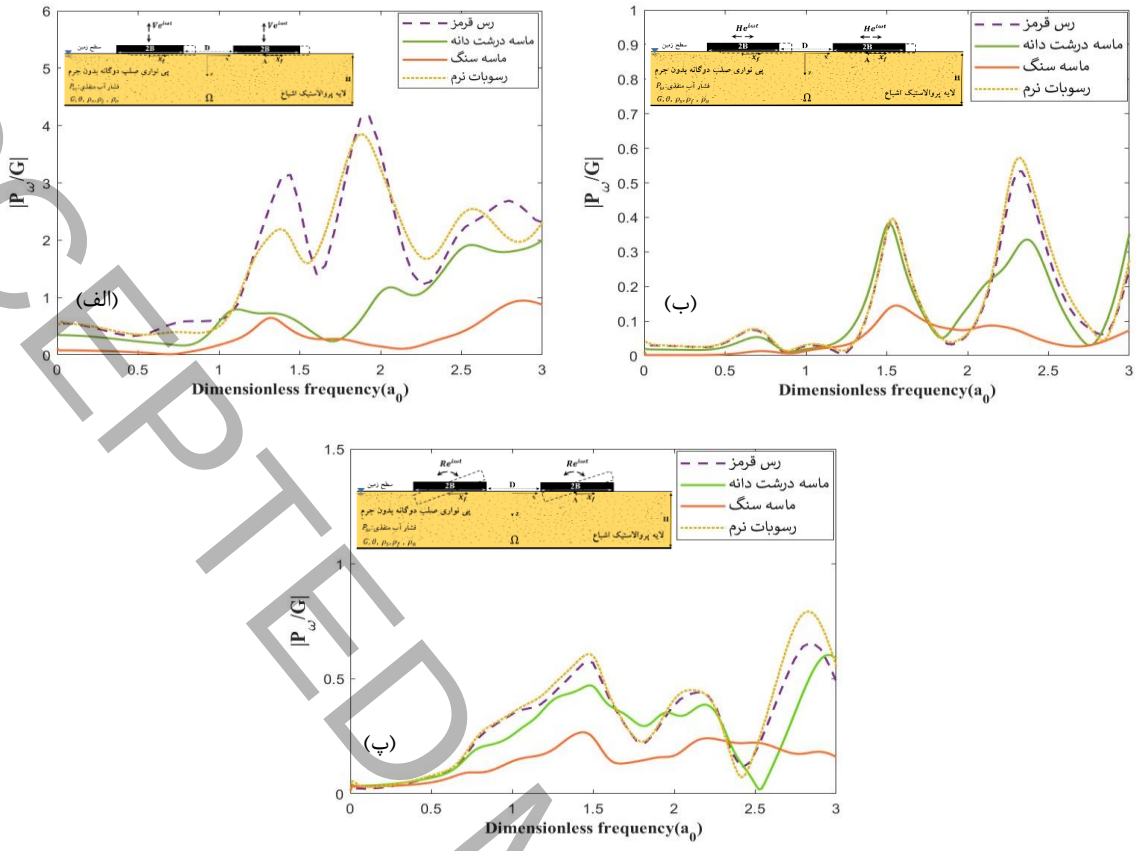
Fig 5. Effect of soil type in a saturated poroelastic layer overlying a rigid half-space on the dynamic stiffness components of two rigid strip foundations under perfectly bonded (welded) contact conditions subjected to simultaneous vertical, horizontal, and rocking harmonic excitations: (a) Real part of vertical dynamic stiffness; (b) Imaginary part of vertical dynamic stiffness; (c) Real part of horizontal dynamic stiffness; (d) Imaginary part of horizontal dynamic stiffness; (e) Real part of rocking dynamic stiffness; and (f) Imaginary part of rocking dynamic stiffness.

۵-۲-۳- فشار آب منفذی

یکی از پارامترهای کلیدی که می‌توان از تحلیل یک محیط متخلخل اشباع‌شده استخراج کرد، فشار آب منفذی زیر شالوده است (معادله ۲۳). بر این اساس، در شکل۶ توزیع فشار منفذی مطلق نرمال‌شده (P_ω/G) در زیر نقطه‌ی مرکزی پی با اتصال کامل بر حسب فرکانس بدون‌بعد، تحت سه سناریوی بارگذاری برای خاک‌های مختلف مطابق جدول۱ در شرایط هندسی ثابت رسم شده است. با توجه به اینکه فشار منفذی صفر به عنوان شرط ورودی مرزی در سطح تماس در برهم‌کنش پی-لایه صاف تعریف می‌شود، لذا نتایج نشان داده شده در این بخش برای شرایط مرزی جوش داده شده (اتصال کامل) مطابقت دارد. برای اطمینان از مقادیر فیزیکی معنادار و مقیاس‌پذیر، فشار منفذی نسبت به مدول برشی همگن محیط نرمال‌سازی می‌شود.

همانطور که در شکل ۶ ملاحظه می‌شود، با ثابت نگه داشتن فاصله بین پی‌ها و نسبت عمق، تأثیر خاک‌های مختلف بر فشار منفذی نرمال‌شده در تمام شرایط بارگذاری متفاوت می‌باشد. تحت تحریک قائم (شکل ۶ الف)، وجود شالوده دوم، تعاملات موجی را ایجاد می‌کند که نوسانات فشار منفذی را تقویت می‌کند. اگرچه فشار در فرکانس‌های کمتر از ۱,۰ اندک است، اما با افزایش فرکانس به سرعت افزایش می‌یابد و قله‌های مشخصی را تشکیل می‌دهد. این امر به ویژه در نقطه میانی(نقطه A) برای خاک رس قرمز و رسوبات نرم مشهود است، که به دلیل نفوذپذیری پایین خاک های ریزدانه زهکشی فشار آب منفذی کند صورت می‌گیرد. در نتیجه فشار منفذی نرمالایز شده مقادیر بیشتری دارد و پیک های رزونانسی شدیدتری در بازه‌های فرکانسی مختلف ظاهر می‌شود. در حالت افقی و چرخشی (شکل۶ ب و پ) بالاترین فشار منفذی مربوط به رسوبات نرم می‌باشد که در محدوده فرکانسی ۲ تا ۳ است. لازم بذکر است در ماسه درشت‌دانه با وجود زهکشی بهتر، در فرکانس‌های بالاتر مقادیر نسبتاً قابل توجهی دارد که نشان می‌دهد ماسه‌ها می‌تواند در فرکانس‌های رزونانس فشار منفذی نسبی بیشتری تولید کنند.

ACCEPTED MANUSCRIPT



شکل ۶: فشار مطلق آب منفذی نرمال‌شده در مقابل فرکانس بدون بعد برای پی‌های دوگانه واقع بر یک لایه اشباع تحت شرایط بارگذاری و خاک‌های مختلف: (الف) تحریک قائم، (ب) تحریک افقی، (پ) تحریک چرخشی(H/B = 4 و D=B).

Fig 6. Normalized absolute pore water pressure versus dimensionless frequency for two rigid strip foundations resting on a saturated poroelastic layer under different loading conditions and soil types: (a) Vertical excitation; (b) Horizontal excitation; and (c) Rocking excitation (H/B = 4 and D = B).

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک روش اجزای مرزی مستقیم در حوزه فرکانس برای مدلسازی و تحلیل شالوده دوگانه نواری صلب واقع بر یک لایه پروالاستیک اشباع مورد استفاده قرار گرفت. نتایج حاصل با محوریت توسعه توابع امپدانس دینامیکی تحت سه حرکت هارمونیک قائم، افقی و چرخشی شالوده‌ها برای حالات مختلف خاک‌های رس قرمز، ماسه درشت دانه، ماسه‌سنگ، رسوبات نرم ارایه شد. پس از ارایه فرمول‌بندی روش مزبور، الگوریتم تهیه شده و فلوچارت گام به گام آن تبیین شد. با تحلیل مثال‌های متنوع، صحت و سقم الگوریتم حاصل برای استخراج توابع امپدانس یک پی نواری صلب منفرد واقع بر لایه اشباع با نتایج در دسترس اعتبارسنجی شد. دست‌آوردهای حاصل از صحت‌سنجی، از دقت بسیار مناسب روش و الگوریتم تهیه شده حکایت داشت. در نهایت با تکیه بر برخی فاکتورهای مهم هندسه و مصالح از قبیل شرایط مرزی اتصال شالوده‌ها و خصوصیات فیزیکی شامل جنس خاک، بخش حقیقی و موهومی ضرایب سختی دینامیکی تعیین و برحسب فرکانس بی‌بعد حساسیت سنجی شد. نتایج حاصل از مطالعه پارامتریک به صورت زیر قابل جمع‌بندی است:

ACCEPTED MANUSCRIPT

۱- ویژگی‌های ژئوتکنیکی خاک با کنترل مؤلفه‌های سختی و میرایی دینامیکی، موقعیت و دامنه قله‌های پاسخ فرکانسی شالوده را تغییر می‌دهند، ازاین‌رو در تحلیل و طراحی دینامیکی، تعیین ضرایب امپدانس باید بر مبنای مشخصات واقعی خاک و نوع مود ارتعاش انجام شود.

۲- بیشترین حساسیت پاسخ دینامیکی در مؤلفه قائم مشاهده شد؛ به‌طوری‌که در فرکانس بی‌بعد ۲، رس قرمز و رسوبات نرم اتلاف انرژی بیشتری نشان دادند، در حالی‌که ماسه‌سنگ با نوسان کمتر و میرایی پایین‌تر، پاسخ پایدارتری داشت. این تفاوت، ضرورت لحاظ نوع خاک در برآورد سختی و میرایی قائم شالوده را در طراحی دینامیکی نشان می‌دهد.

۳- در مود ارتعاش افقی، اگرچه دامنه قله‌های پاسخ بین انواع خاک متفاوت بود، لیکن الگوی کلی تغییرات مشابه باقی ماند؛ بنابراین اثر نوع خاک بر ضرایب سختی دینامیکی افقی نسبت به مودهای قائم و چرخشی محدودتر ارزیابی می‌شود. از دید طراحی، می‌توان انتظار داشت حساسیت پاسخ افقی شالوده به تغییر نوع خاک کمتر از سایر مودهای ارتعاشی باشد.

۴- در مود چرخشی، اثر نوع خاک عمدتاً در فرکانس‌های پایین نمایان بود و با افزایش فرکانس کاهش یافت. به‌طور کلی، تغییر جنس خاک تأثیر محدودی بر سختی دینامیکی در حرکات افقی و چرخشی داشت، در حالی‌که اثر آن در پاسخ قائم، به‌ویژه در فرکانس‌های بالاتر، محسوس‌تر بود.

۵- چنانچه مشاهده شد اتصال چسبیده نسبت به اتصال صاف، سختی و میرایی بیشتری ایجاد کرد و در پی آن اثر تشدید تقویت شد.

۶- توزیع فشار آب منفذی در خاک‌های ریزدانه، به‌ویژه رس قرمز و رسوبات نرم، حساسیت بیشتری به تغییرات فرکانس نشان داد؛ در مقابل، پاسخ ماسه درشت‌دانه و به‌خصوص ماسه‌سنگ محدودتر و پایدارتر بود. از این‌رو، در ارزیابی دینامیکی لایه‌های اشباع ریزدانه، لحاظ تغییرات فرکانسی فشار آب منفذی اهمیت بیشتری دارد.

۷- پیشنهاد می‌شود در طراحی‌های لرزه‌ای و دینامیکی، بار قائم و چرخشی به ترتیب به عنوان بحرانی‌ترین مؤلفه‌ها مدنظر قرار گیرد، در حالیکه بار افقی نقش کمتری در افزایش فشار منفذی دارد.

۸- در مطالعات آتی، بررسی رفتار غیرخطی و نیمه‌اشباع خاک، هندسه و فاصله پی‌ها، بارگذاری‌های واقعی و اعتبارسنجی آزمایشگاهی پیشنهاد می‌شود تا روابط و نمودارهای کاربردی برای طراحی مهندسی توسعه یابد.

ACCEPTED MANUSCRIPT

مراجع:

[1] M.A. Biot, Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Solid. I. Low-Frequency Range, The Journal of the Acoustical Society of America, 28(2) (1956) 168-178.
[2] M.A. Biot, Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher frequency range, The Journal of the acoustical Society of america, 28(2) (1956) 179-191.
[3] J. Luco, R.A. Westmann, Dynamic response of a rigid footing bonded to an elastic half space.(۱۹۷۲) ,
[4] M.R. Halpern, DYNAMIC RESPONSE OF A SATURATED POROELASTIC HALFSPACE TO IMPOSED SURFACE LOADINGS.(۱۹۸۳) ,
[5] R. Apsel, J. Luco, Impedance functions for foundations embedded in a layered medium: an integral equation approach, Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 15(2) (19.۲۳۱-۲۱۳ (۸۷
[6] M.K. Kassir, X. Jimin, Interaction functions of a rigid strip bonded to saturated elastic half-space, International Journal of Solids and Structures, 24(9) (1988) 915-936.
[7] L. Andersen, J. Clausen, Impedance of surface footings on layered ground, Computers & structures, 86(1-2) (2008) 72-87.
[8] B. Ding, A.H.-D. Cheng, Z. Chen, Fundamental solutions of poroelastodynamics in frequency domain based on wave decomposition, Journal of Applied Mechanics, 80(6) (2013) 061021.
[9] L. Sun, W. Chen, A.H.-D. Cheng, Singular boundary method for 2D dynamic poroelastic problems, Wave Motion, 61 (2016) 40-62.
[10] J. Wang, D. Zhou, A Simple Model for Vertical Dynamic Interactions among a Group of Strip Footings Rested on Homogeneous Half-Space, Shock and Vibration, 2018(1) (2018) 7382392.
[11] S. Keawsawasvong, T. Senjuntichai, Dynamic interaction between multiple rigid strips and transversely isotropic poroelastic layer, Computers and Geotechnics, 114 (2019) 103144.
[12] C. Zheng, Y. Cai, L. Luan, G .Kouretzis, X. Ding, Horizontal vibration of a rigid strip footing on viscoelastic half-space, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 45(3) (2021) 325-335.
[13] M. Eskandari-Ghadi, M. Shokrollahi, N. Khaji, Impedance functions of rigid rectangular foundations bonded on layered transversely isotropic elastic/poroelastic half-space, Engineering Analysis with Boundary Elements, 138 (2022) 423-438.
[14] H. Zou, F. Xiong, Y. Lu, Q. Ge, Vertical vibration of a rigid strip footing on a half-space of unsaturated porous soil, Computers and Geotechnics, 148 (2022) 104840.
[15] Z.Y. Ai, L.W. Shi, L. Sheng, Vertical dynamic analysis of rigid strip foundation on layered unsaturated media, Journal of Elasticity, 157(1) (2025) 6.
[16] M. Panji, M. Kamalian, J.A. Marnani, M. Jafari, Transient analysis of wave propagation problems by half-plane BEM, Geophysical Journal International, 194(3) (2013) 1849-1865.
[17] M. Panji, S. Mojtabazadeh-Hasanlouei, F. Yasemi, A half-plane time-domain BEM for SH-wave scattering by a subsurface inclusion, Computers & Geosciences, 134 (2020) 104342.
[18] J. Lysmer, R.L. Kuhlemeyer, Finite dynamic model for infinite media, Journal of the engineering mechanics division, 95(4) (1969) 859-877.
[19] H. Wong ,J. Luco, Dynamic response of rigid foundations of arbitrary shape, Earthquake engineering & structural dynamics, 4(6) (1976) 579-587.
[20] H. Antes, O. Von Estorff, Dynamic response analysis of rigid foundations and of elastic structures by boundary element procedures, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 8(2) (1989) 68-74.
[21] G. Dargush, P. Banerjee, A time domain boundary element method for poroelasticity, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 28(10) (1989) 2423-2449.
[22] J. Dominguez, R. Abascal, Seismic response of strip footings on zoned viscoelastic soils, Journal of engineering mechanics, 115(5) (1989) 913-934.
[23] O. Zienkiewicz, A. Chan, M. Pastor, D. Paul, T. Shiomi, Static and dynamic behaviour of soils : a rational approach to quantitative solutions. I. Fully saturated problems, Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences, 429 (1990) 285-309.

ACCEPTED MANUSCRIPT

[24] H.D. Cheng Alexander, T. Badmus, E. Beskos Dimitri, Integral Equation for Dynamic Poroelasticity in Frequency Domain with BEM Solution, Journal of Engineering Mechanics, 117(5) (1991) 1136-1157.
[25] J. Dominguez, Boundary element approach for dynamic poroelastic problems, International Journal for Numerical Methods in Engineering.٣٢٤-٣٠٧ (١٩٩٢) (٢)٣٥ ,
[26] S. Bougacha, J.M. Roësset, J.L. Tassoulas, Dynamic Stiffness of Foundations on Fluid-Filled Poroelastic Stratum, Journal of Engineering Mechanics, 119(8) (1993) 1649-1662.
[27] J. Dominguez, Boundary Elements in Dynamics, Computational Mechanics Publications, 1993.
[28] A. Khoee, A. Kaynia, Dynamics of Rigid Foundations on Fluid-Saturated Soil.(١٩٩٥) ,
[29] R. Rajapakse, T. Senjuntichai, An indirect boundary integral equation method for poroelasticity, International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, 19(9) (1995) 587-614.
[30] T. Senjuntichai, R. Rajapakse, Dynamics of a rigid strip bonded to a multilayered poroelastic medium, in: Mechanics of poroelastic media, Springer, 1996, pp. 353-369.
[31] P.M. Samarajiva, Boundary element analysis of poroelastic soil-structure interaction.(١٩٩٧) ,
[32] B.R. Japón, R. Gallego, J. Domínguez, Dynamic stiffness of foundations on saturated poroelastic soils, Journal of engineering mechanics, 123(11) (1997) 1121.١١٢٩-
[33] M. Schanz, T. Rüberg, V. Struckmeier, Quasi-static poroelastic boundary element formulation based on the convolution quadrature method, Computational Mechanics, 37(1) (2005) 70-77.
[34] E. Çelebi, S. Fırat, İ. Çankaya, The evaluation of impedance functions in the analysis of foundations vibrations using boundary element method, Applied Mathematics and Computation, 173(1) (2006) 636-667.
[35] M. Ferro, W. Mansur, Wave propagation in elastic and poroelastic media in the frequency domain by the boundary element method, in: 28th World conference on boundary elements and other mesh reduction methods. WIT transactions on modelling and simulation, 2006, pp. 285-293.
[36] Y. Cai, Y.M. Cheng, S. Alfred Au, C. Xu, X. Ma, Vertical vibration of an elastic strip footing on saturated soil, International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, 32(5) (2008) 493-508.
[37] X. Ma, Y.M. Cheng, S. Au, Y. Cai, C. Xu, Rocking vibration of a rigid strip footing on saturated soil, Computers and Geotechnics, 36(6) (2009) 928-933.
[38] Z. Han, G. Lin, J. Li, Dynamic impedance functions for arbitrary-shaped rigid foundation embedded in anisotropic multilayered soil, Journal of Engineering Mechanics, 141(11) (2015) 04015045.
[39] Z. Ba, J. Liang, V.W .Lee, Z. Kang, Dynamic impedance functions for a rigid strip footing resting on a multi-layered transversely isotropic saturated half-space, Engineering Analysis with Boundary Elements, 86 (2018) 31-44.
[40] V.G. Terzi, Impedance functions of adjacent strip foundations with different depths of embedment, in: Proceedings of the 7th ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, 2019, pp. 24-26.
[41] R. Bencharif, M. Hadid, N. Mezouar, Hybrid BEM-TLM-PML method for the dynamic impedance functions calculation of a rigid strip-footing on a nearly saturated poroelastic soil profile, Engineering Analysis with Boundary Elements, 116 (2020) 31-47.
[42] T. Senjuntichai, S. Keawsawasvong, R. Rajapakse, Vertical vibration of multiple flexible strip foundations on multilayered transversely isotropic poroelastic soils, International Journal of Geomechanics, 21(11) (2021) 04021221.
[43] K.T. Nguyen, D.S. Kusanovic, D. Asimaki, Dynamic soil impedance functions for cylindrical structures buried in elastic half-space, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 162 (2022) 107431.
[44] H.D. Aji, T. Heiland, F. Wuttke, A. Stark, P. Dineva, Dynamic impedance and compliance surfaces of twin adjacent surface foundations under synchronous and asynchronous loads, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 182 (2024) 108740.
[45] C. Zheng, Y. He, L. Qu, Vertical vibration of rigid strip footings on saturated soil layer with single-phase superstratum, Computers and Geotechnics, 170 (2024) 106297.

ACCEPTED MANUSCRIPT

[46] F. Yasemi, A.E. Haghighat, M. Panji, M. Kamalian, Strip foundation dynamic stiffness on saturated layer above inclined bedrock via frequency-domain BEM, Engineering Analysis with Boundary Elements, 191 (2026) 106959.
[47] F. Yasemi, A.E. Haghighat, M. Panji, M. Kamalian, Dynamic impedance functions of identical dual rigid surface strip footing on saturated poroelastic stratum, Computers and Geotechnics, 190 (2026) 107679.
[48] C.A. Brebbia, J. Dominguez, Boundary Elements: An Introductory Course, WIT Press (UK), 1994.
[49] A.H.-D. Cheng, Poroelasticity, Springer, 2016.
[50] R.L. Kuhlemeyer, J. Lysmer, Finite element method accuracy for wave propagation problems, Journal of the soil mechanics and foundations division, 99(5) (1973.٤٢٧-٤٢١ (
[51] G. Bonnet, J.-L. Auriault, Dynamics of saturated and deformable porous media: Homogenization theory and determination of the solid-liquid coupling coefficients, in: Physics of Finely Divided Matter: Proceedings of the Winter School, Les Houches, France, March 25–April 5, 1985, Springer, 1985, pp. 306-316.

ACCEPTED MANUSCRIPT