



## Analysis of Damage Parameters of Marble under Uniaxial Compressive Loading Using Grain-Based Finite Element Simulation and a Damage Constitutive Model

Sasan Ghorbani\* 

Department of Mining Engineering, Hamedan University of Technology, Hamedan, Iran.

**ABSTRACT:** In this study, the damage of a type of marble under uniaxial compressive loading was investigated using grain-based finite element simulations and a damage constitutive model. Accordingly, 40 Voronoi networks with different structural configurations with low and high joint densities were generated using the Phase2 software. Then, based on the calibrated parameters, uniaxial compression tests were numerically simulated on the generated networks. Finally, by utilizing the stress-strain curves derived from the numerical simulations and extracting the initial and damage moduli, the damage variable values were calculated as a function of strain. The results indicated that with an increase in the Voronoi joint density of the networks, the average values of both the initial and damage moduli decreased. Next, it was observed that with increasing strain up to a certain threshold, the damage variable increased gradually with a gentle slope. However, after reaching a critical strain value, the damage variable increased sharply with a very steep slope. This point, at which the damage begins to increase suddenly and rapidly, represents the onset of significant damage experienced by the rock specimen under uniaxial compressive conditions. Moreover, analysis of the failure patterns showed that tensile failures in networks with high Voronoi density occurred more frequently than in those with low density. Therefore, it can be concluded that the internal grain-based structure of rocks plays a crucial role in determining the extent of internal damage, failure patterns, and the dominant failure modes of rocks under uniaxial compressive loading conditions.

### Review History:

Received: Nov. 12, 2025

Revised: Jan. 20, 2026

Accepted: Mar. 08, 2026

Available Online: Apr. 06, 2026

### Keywords:

Grain-Based Finite Element Simulation, Damage

Uniaxial Compression

Tensile Failure

Voronoi Structure

### 1- Introduction

The study of damage in rocks under various loading conditions is mainly conducted through laboratory methods and numerical simulations utilizing statistical techniques. Accordingly, several investigations have been carried out to examine the damage parameters of rocks with different geological origins under various loading conditions. For example, Wang et al. [1], in an experimental study, proposed a structural damage model for salt rock under uniaxial compressive loading based on the continuum damage mechanics theory. Their results showed that the proposed model can accurately describe and predict the stress-strain behavior during the failure process of rock salt at different loading rates. Du et al. [2] developed new damage models to identify the stress threshold of rocks under uniaxial compressive loading. Their findings revealed that the theoretical stress-strain curves obtained from the two structural damage models were in good agreement with the experimental data, and the differences between the two models mainly arose from the distinct evolutionary characteristics of damage variables. Meng et al. [3], by employing acoustic

emission tests, proposed a primary damage model for sandstone. They demonstrated that the presented damage model performed better than the Weibull statistical strength damage model in reflecting the post-peak stress-strain curve.

Given the significant importance of studying damage in rock materials, this research focuses on investigating the damage characteristics of marble under uniaxial compression using a grain-based finite element method and a damage model. Accordingly, networks with different Voronoi joint networks were first generated in the Phase2 software. Then, uniaxial compression tests were simulated on these networks, and the stress-strain curves as well as the parameters of the initial modulus and damage modulus were extracted from the curves. Finally, using the damage model proposed by Jinhao et al. [4], the damage values at different strain levels were calculated and analyzed.

### 2- Grain-Based Model

Grain-based models constructed on Voronoi structures are among the most widely used approaches for simulating the behavior of brittle rocks. The formation of Voronoi structures

\*Corresponding author's email: s.ghorbani@hut.ac.ir



begins with the distribution of points referred to as “grains”. Each Voronoi block is associated with a specific grain, and a Voronoi cell is defined as the region that is closer to its own grain than to any other grains [5].

With recent advances in numerical simulations and specialized software tools, modeling and analyzing the heterogeneity of rock materials at the microscale-such as the constituent grains and their inter-grain boundaries-has become feasible. These models are known as “Grain-Based Models (GBM)” [6].

### 3- Damage Model

In the utilized model, it is demonstrated that the stress-strain relationship exhibits linear behavior only at the initial stages of loading for brittle materials such as rock and concrete. However, in the region approaching the peak strain ( $\epsilon_\mu$ ), the curve becomes nonlinear. In this area, damage occurs within the material, expressed as follows [4]:

$$\sigma = \begin{cases} E_0(1-\omega)\epsilon & (0 \leq \epsilon < \epsilon_\mu) \\ E_0(1-\omega)\epsilon_\mu & (\epsilon > \epsilon_\mu) \end{cases} \quad (1)$$

where ( $E_0$ ) denotes the initial elastic modulus, and ( $\epsilon_\mu$ ) corresponds to the strain at peak stress.

The damage evolution equation can be expressed as follows [4]:

$$\omega = \begin{cases} \omega_0 + A\left(\frac{\epsilon}{\epsilon_\mu}\right)^B & (0 \leq \epsilon < \epsilon_\mu) \\ 1 - \frac{C}{D\left(\frac{\epsilon}{\epsilon_\mu} - 1\right)^\lambda + \frac{\epsilon}{\epsilon_\mu}} & (\epsilon > \epsilon_\mu) \end{cases} \quad (2)$$

where  $\omega_0$  is the initial damage amount, A, B, C are material constants; and  $\lambda$  and D represents curve parameters. Generally, D is considered to be 1.7, and the values of A, B, and C can be determined using the following Equations:

$$\begin{cases} A = 1 - \frac{E_\mu}{E_0} \\ B = \frac{E_\mu}{E_0 - E_\mu} \\ C = \frac{E_\mu}{E_0} \end{cases} \quad (3)$$

### 4- Results and Discussions

After creating randomized Voronoi networks with both low and high density, and applying boundary conditions and displacement rates at each stage of the simulations, the models were solved. Stress-strain curves were then extracted

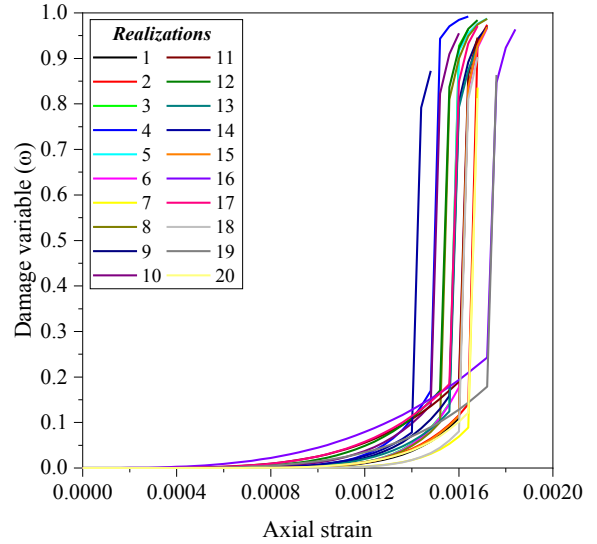


Fig. 1. Damage-strain curves for different realizations of low-density networks.

from the central points of the models, resulting in 20 stress-strain curves for each density of the network.

Subsequent to calculating the initial elastic modulus and damage values for each realization of the generated Voronoi networks, the damage values resulting from uniaxial compressive loading were determined using the used damage model. The damage-strain curves for each realization in the networks with low and high density are illustrated in Figures 1 and 2.

As observed in these figures, as the strain increases up to a certain threshold, the values of the damage variable increase gradually. However, after reaching a specific strain level, the damage values increase significantly and steeply. This point, where the damage suddenly begins to increase sharply, marks the onset of severe damage experienced by the rock sample under the applied uniaxial compressive loads.

### 5- Conclusions

This study investigated the damage that occurs in the internal structure of a type of marble under uniaxial compression conditions by simulating a uniaxial compression test using grain-based finite element methods. The most significant findings of this study are as follows:

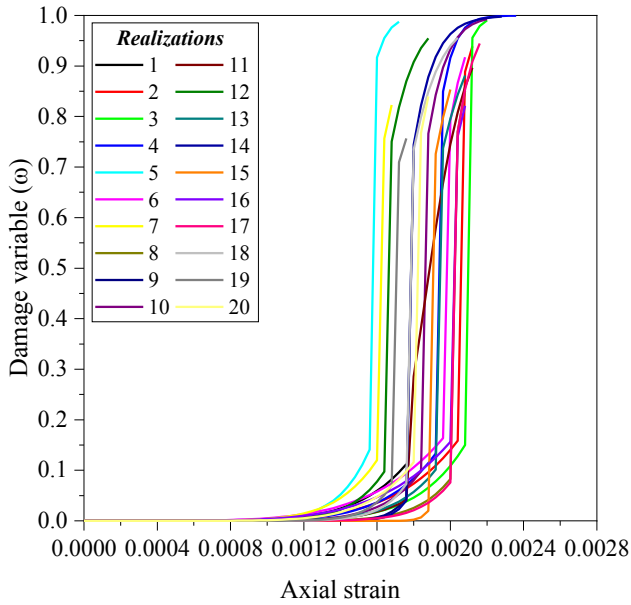
With the increase in network density, the average initial elastic modulus and damage modulus have decreased.

Based on the damage-strain curves, the damage variable values initially increase gradually and then very steeply.

In different realizations within low-density networks, all three types of failure including shear, tensile, and shear-tensile are observed.

### References

- [1] J. Wang, Q. Zhang, Z. Song, Y. Zhang, X. Liu, Mechanical properties and damage constitutive model for uniaxial compression of salt rock at different loading rates.



**Fig. 2. Damage-strain curves for different realizations of high-density networks.**

International Journal of Damage Mechanics, 30(2021) 739-763.

[2] K. Du, Y. Yi, X.Y. Luo, K. Liu, P. Li, S.F. Wang, Novel damage constitutive models and new quantitative identification method for stress thresholds of rocks under uniaxial compression, *Journal of Central South University*, 31(2024) 2658-2675.

[3] G. Meng, Z. Liu, P. Cao, Z. Zhang, Z. Fan, H. Lin, H. Deng, An initial damage model of rock materials under uniaxial compression considering loading rates, *Materials*, 15(2022) 5589.

[4] Z. Jinhao, C. Hongkai, W. He, Z. Zheng, Experimental study on damage evolution characteristics of rock-like material, *Arabian Journal for Science and Engineering*, 44(2019) 8503-8513.

[5] E. Ghazvinian, M.S. Diederichs, R. Quey, 3D random Voronoi grain-based models for simulation of brittle rock damage and fabric-guided micro-fracturing, *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 6(2014) 506-521.

[6] Y. Li, N. Bahrani, A continuum grain-based model for intact and granulated Wombeyan marble, *Computers and Geotechnics*, 129(2021) 103872.



## تحلیل پارامترهای آسیب سنگ مرمریت تحت بارگذاری فشاری تک‌محوری با استفاده از شبیه‌سازی المان محدود دانه‌مبنا و مدل ساختاری آسیب

ساسان قربانی<sup>id</sup>

گروه مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی همدان، همدان، ایران.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۴/۰۸/۲۱  
بازنگری: ۱۴۰۴/۱۰/۳۰  
پذیرش: ۱۴۰۴/۱۲/۱۷  
ارائه آنلاین: ۱۴۰۵/۰۱/۱۷

### کلمات کلیدی:

روش المان محدود دانه‌مبنا  
آسیب  
فشار تک‌محوری  
شکست کششی  
ساختار ورونوبی

**خلاصه:** در پژوهش حاضر، به بررسی آسیب در یک نوع سنگ مرمریت تحت بارگذاری فشاری تک‌محوری با استفاده از شبیه‌سازی‌های المان محدود دانه‌مبنا و یک مدل سازنده آسیب پرداخته شده است. بر این اساس، ابتدا ۴۰ شبکه با ساختارهای متفاوت ورونوبی با تراکم‌های کم و زیاد با استفاده از نرم‌افزار Phase2 ایجاد شدند. سپس، بر اساس پارامترهای کالیبره شده از نتایج آزمون‌های آزمایشگاهی، آزمون فشاری تک‌محوری بر روی شبکه‌های ایجاد شده شبیه‌سازی شدند. در نهایت، با استفاده از منحنی‌های تنش- کرنش بدست آمده از شبیه‌سازی‌های عددی و استخراج مدول‌های الاستیک اولیه و آسیب، مقادیر متغیر آسیب بر مبنای کرنش‌ها محاسبه شدند. نتایج نشان داد که اولاً با افزایش تراکم درزه ورونوبی‌های شبکه‌ها، میانگین مدول‌های الاستیک اولیه و آسیب کاهش یافته‌اند. ثانیاً، مشخص شد که با افزایش مقدار کرنش تا یک حد معین، مقادیر متغیر آسیب با روند آرامی افزایش می‌یابد. اما؛ در ادامه پس از رسیدن به یک مقدار مشخصی از کرنش، مقادیر آسیب با یک شیب بسیار تندی افزایش می‌یابند. این نقطه که در آن میزان آسیب به یکباره با شیب بسیار تندی شروع به روند افزایشی می‌کند، نقطه شروع آسیب جدی متحمل شده توسط نمونه‌سنگ تحت شرایط فشار تک‌محوری است. همچنین، بررسی الگوهای شکست شبکه‌ها نشان داد که شکست‌های کششی در شبکه‌های با تراکم ورونوبی زیاد، درصد بیشتری نسبت به شبکه‌های با تراکم کم دارد. لذا، می‌توان گفت که ساختار داخلی شبکه دانه‌بندی سنگ‌ها نقش بسزایی در تعیین آسیب وارده بر ساختار داخلی، الگوهای شکست و نوع شکست‌ها سنگ‌ها تحت شرایط فشاری تک‌محوری ایفا می‌کنند.

بارگذاری‌های خارجی از چالش‌برانگیزترین مسائل در حوزه مکانیک سنگ محسوب می‌شود.

یکی از مهم‌ترین عوامل در میزان آسیب رخ داده در سنگ تحت بارگذاری‌های خارجی مربوط به بافت و ساختار داخلی سنگ‌ها می‌باشد. واضح است هر چقدر ساختار داخلی سنگ‌ها استحکام بیشتری داشته باشند، آسیب ایجاد شده در آن‌ها کمتر از سنگ‌هایی با ساختار ضعیف خواهد بود. بنابراین، مطالعه آسیب سنگ‌های با ساختارهای داخلی متفاوت تحت بارگذاری‌های فشاری بسیار حائز اهمیت می‌باشد.

مطالعه آسیب در سنگ‌ها تحت بارگذاری‌های مختلف عمده‌تاً توسط روش‌های آزمایشگاهی و شبیه‌سازی‌های عددی با بهره‌گیری از تکنیک‌های آماری انجام می‌گیرد. بر این اساس، تاکنون مطالعاتی در رابطه با بررسی پارامترهای آسیب در سنگ‌های با منشأ زمین‌شناسی گوناگون تحت بارگذاری‌های مختلف انجام شده است. وانگ و همکاران [۶] در مطالعه‌ای

### ۱- مقدمه

با توجه به اهمیت روزافزون ایمنی و پایداری در مهندسی سنگ، مطالعه شکست و آسیب سنگ تحت فشار برای پیش‌بینی ناپایداری سازه‌های سطحی و زیرزمینی بسیار مهم است. از طرفی دیگر، مواد سنگی ذاتاً ناهمگن بوده و شامل نواقص طبیعی از جمله مرز دانه‌ها، ریزترک‌ها و تخلخل‌ها می‌باشند [۱]. این نواقص طبیعی تحت بارهای خارجی به تدریج گسترش یافته و به هم متصل می‌شوند که در نتیجه باعث آسیب به ساختار سنگ و کاهش خواص مکانیکی سنگ می‌گردند [۲]. در نهایت، تجمع آسیب‌های وارده منجر به تخریب ماکروسکوپی سنگ می‌شود [۳ و ۴]. بنابراین، می‌توان گفت که تحت تأثیر بارگذاری‌های خارجی، سنگ تغییرشکل‌های غیرخطی بسیار پیچیده‌ای از خود نشان داده که می‌تواند باعث ایجاد پیچیدگی و عدم قطعیت در اهداف مهندسی سنگ شوند [۵]. از این رو، مطالعه آسیب در سنگ تحت

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: s.ghorbani@hut.ac.ir



تک‌محوری روی چندین نوع سنگ حرارت‌دیده را با نتایج مدل پیشنهادی مقایسه نمودند که نشان‌دهنده تطابق قابل توجه میان داده‌های نظری و تجربی بود. نتایج مقایسه بیانگر آن است که مدل پیشنهادی به خوبی غیرخطی بودن منحنی تنش- کرنش را در مراحل مختلف شامل تراکم اولیه، الاستیک خطی، سخت‌شوندگی کرنشی تا رسیدن به تنش اوج و همچنین در مراحل بعدی نرم‌شوندگی کرنشی و مقاومت باقیمانده را نشان می‌دهد. چنگ و همکاران [۱۱] ارتباط بین ناهمگنی میدان کرنش و تکامل آسیب در سه نوع ماسه‌سنگ را تحت بارگذاری فشاری تک‌محوری به صورت آماری تحلیل کردند. آن‌ها نشان دادند که ناهمگنی میدان کرنش ارتباط نزدیکی با آسیب سنگ دارد و با افزایش تنش اعمالی، تشدید می‌شود. علاوه بر این، آن‌ها استفاده از شاخص‌های کمی ناهمگنی و پارامترهای انتشار آوایی را از نظر حساسیت به گسترش ریزترک‌ها به عنوان هشداردهنده آسیب در سطوح مختلف بارگذاری خارجی پیشنهاد دادند. لیو و همکاران [۱۲] با استفاده از آزمایش‌های فشار تک‌محوری، انتشار آوایی، میکروسکوپ الکترونی روبشی- طیف‌سنجی پراکندگی انرژی<sup>۴</sup> و XRD بر روی ماسه‌سنگ‌های آبدار، به بررسی مکانیسم‌های تکامل ریزآسیب تحت فشار تک‌محوری پرداخته‌اند. آن‌ها تکامل آسیب را در سه مرحله شامل مرحله آسیب اولیه، مرحله توسعه پایدار آسیب و مرحله افزایش سریع آسیب تقسیم‌بندی نمودند. جینه‌او و همکاران [۱۳] به ارزیابی آزمایشگاهی خصوصیات آسیب مواد شبه‌سنگی با استفاده از یک مدل آسیب توسعه داده شده پرداخته‌اند. لیو و همکاران [۱۴] بر اساس روش مدول الاستیسیته و با استفاده از داده‌های منحنی‌های کامل تنش-کرنش برای سنگ مرمریت، گرانیت و ماسه‌سنگ تحت فشار تک‌محوره، یک مدل آسیب به صورت معادله لوجستیک<sup>۵</sup> ارائه نمودند تا رابطه تنش-کرنش سنگ‌ها را شبیه‌سازی کند. این مدل قادر است که فرآیند کامل تغییرشکل سنگ‌ها را تحت فشار تک‌محوری به خوبی توصیف کند. اعتبار مدل با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی مورد تأیید قرار گرفته است. با توجه به اهمیت بسزای مطالعه آسیب مواد سنگی، در این پژوهش به بررسی خصوصیات آسیب وارد شده بر سنگ مرمریت تحت شرایط فشار تک‌محوری با استفاده از روش‌های المان محدود دانه‌مبنا و یک مدل آسیب پرداخته شده است. بر این اساس، ابتدا شبکه‌های تصادفی متفاوتی با استفاده از ساختارهای ورونویی در نرم‌افزار Phase2 ایجاد شدند. سپس آزمون فشاری تک‌محوری بر روی این شبکه‌ها شبیه‌سازی شده و منحنی‌های

تجربی یک مدل ساختاری آسیب در سنگ نمک تحت بارگذاری فشاری تک‌محوری بر اساس تئوری مکانیک آسیب پیوسته ارائه دادند. نتایج آن‌ها نشان داد که مدل ارائه شده می‌تواند به طور دقیق رفتار تنش-کرنش را در فرآیند شکست سنگ نمک در نرخ‌های بارگذاری مختلف توصیف و پیش‌بینی نماید. دو و همکاران [۷] مدل‌های آسیب جدیدی برای شناسایی آستانه تنش سنگ‌ها تحت بارگذاری فشار تک‌محوری ارائه داده‌اند. نتایج آن‌ها نشان داد که منحنی‌های تنش-کرنش نظری به‌دست‌آمده از دو مدل ساختاری آسیب، تطابق خوبی با داده‌های آزمایشگاهی داشته و تفاوت‌های بین دو مدل ساختاری آسیب عمدتاً از تفاوت‌های تکاملی متغیرهای آسیب ناشی می‌شود. منگ و همکاران [۸] با استفاده از آزمون انتشار آوایی<sup>۱</sup> تحت فشار تک‌محوری یک مدل اولیه آسیمی در ماسه‌سنگ پیشنهاد داده‌اند. آن‌ها نشان دادند که مدل آسیب انتشار آوایی ارائه شده هنگام انعکاس منحنی تنش-کرنش پس از اوج، بهتر از مدل آسیب آماری مقاومت وایبل<sup>۲</sup> است. یوان و همکاران [۴] در مطالعه‌ای با استفاده از فراکتال‌ها و تقسیم سری‌های واحد، یک مدل جدید رسانای سری-موازی واحد برای ارزیابی سنگ‌های آسیب‌دیده تحت شرایط فشار تک‌محوری پیشنهاد داده‌اند. نتایج گویای این است که روند رشد بدست آمده از مدل پیشنهادی با مدل آسیب آماری کلاسیک مطابقت دارد. دای و همکاران [۹] با استفاده از نرم‌افزار PFC2D به بررسی آسیب در سنگ‌های ناهمگن پرداخته و نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی صورت گرفته با نتایج حاصل از آزمون AE و میکروسکوپ الکترونی روبشی<sup>۳</sup> تأیید شدند. بر اساس نتایج حاصله، سه مرحله برای تکامل آسیب وجود دارد: آغاز ریزترک‌ها، گسترش تدریجی و گسترش سریع. در مرحله نخست، تکامل خطی آسیب و پراکندگی ریزترک‌ها مشاهده می‌شود. در مرحله گسترش تدریجی، آسیب به آهستگی و بر اساس منحنی غیرخطی پیشرفت می‌کند. در مرحله‌ی نهایی، تمرکز (موضعی شدن) ریزترک‌ها شاخص‌ترین ویژگی است و در سایر نواحی، آغاز یا گسترش ریزترک‌ها به ندرت مشاهده می‌شود. هو و همکاران [۱۰] یک مدل ساختاری آسیب بهبودیافته برای سنگ‌های حرارت‌دیده تحت شرایط فشاری تک‌محوری پیشنهاد دادند. با ترکیب مدل ساختاری ارائه شده با مدل آماری آسیب که مقاومت باقیمانده را بر اساس توزیع وایبل در نظر می‌گیرد، یک مدل سازنده آسیب چندبخشی جامع مختص سنگ‌های حرارت‌دیده استخراج شد. آن‌ها برای اعتبارسنجی مدل پیشنهادی، داده‌های آزمایش‌های فشاری

4. Scanning Electron Microscopy-Energy Dispersive Spectroscopy (SEM-EDS)  
5. Logistic

1. Acoustic Emission (AE)  
2. Weibull  
3. Scanning Electron Microscopy (SEM)

می‌شوند. این فرآیند از یک توزیع یکنواخت در راستای محورهای مختصات پیروی می‌کند، اما موقعیت هر دانه به صورت مستقل از سایر دانه‌ها تعیین می‌شود. اندازه چندضلعی‌های ورونویی توسط میانگین طول درزه‌ها<sup>۴</sup> یا تراکم دانه‌ها<sup>۵</sup> مشخص می‌شود. همچنین، نظم هندسی آن‌ها نیز قابل کنترل است و می‌تواند از چندضلعی‌های نامنظم تا شش‌ضلعی‌های منظم تغییر کند. از آن‌جا که درون بلوک‌های ورونویی با شبکه المان محدود گسسته‌سازی می‌شود، امکان ایجاد مدل‌هایی با بلوک‌های الاستیک یا غیرالاستیک بسته به نوع مدل سازنده که برای تحلیل انتخاب شده است، وجود دارد [۱۹ و ۲۰].

### ۳- مدل‌های تحلیلی پارامترهای آسیب مواد سنگی

زمانی که آسیب در سنگ به صورت همسانگرد در نظر گرفته شود، متغیر آسیب به یک کمیت نرده‌ای (اسکالر) تبدیل می‌شود. بنابراین، تکامل آسیب در مواد سنگی را می‌توان با استفاده از مدل آسیب الاستیک همسانگرد مورد تحلیل قرار داد. در مطالعات مربوط به این مدل، مدل‌های مازارس (Ma-zars)، لولاند (Loland) و بنونیک (Benouniche) به‌عنوان مدل‌های شاخص شناخته می‌شوند [۱۳].

در میان این سه مدل، مدل مازارس و مدل لولاند برای کشش تک‌محوره مناسب هستند، در حالی که مدل بنونیک برای فشار تک‌محوره کاربرد دارد. در این پژوهش، با ارجاع به مدل ارائه شده توسط جینه‌او و همکاران [۱۳]، به بررسی مقدار آسیب بر اساس نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های عددی دانه‌مبنا پرداخته شده است.

در مدل استفاده شده نشان داده شده است که رابطه‌ی تنش-کرنش تنها در ابتدای بارگذاری برای مواد تردی مانند سنگ و بتن رفتار خطی دارد، در حالی که در ناحیه نزدیک به مقدار اوج کرنش ( $\epsilon_{\mu}$ )، منحنی به صورت غیرخطی در می‌آید. در این ناحیه، آسیبی در ماده ایجاد می‌شود که به صورت زیر بیان می‌گردد [۱۳]:

$$\sigma = \begin{cases} E_0(1-\omega)\epsilon & (0 \leq \epsilon < \epsilon_{\mu}) \\ E_0(1-\omega)\epsilon_{\mu} & (\epsilon > \epsilon_{\mu}) \end{cases} \quad (1)$$

در این رابطه،  $E_0$  مدول الاستیک اولیه و  $\epsilon_{\mu}$  کرنش اوج متناظر با تنش اوج هستند.

معادله تکامل آسیب را می‌توان به‌صورت زیر بیان نمود [۱۳]:

تنش-کرنش، مدول اولیه و مدول آسیب از روی منحنی‌ها استخراج شدند. در نهایت با استفاده از مدل آسیب ارائه شده توسط جینه‌او و همکاران [۱۳]، مقادیر آسیب در کرنش‌های مختلف محاسبه و تحلیل شدند. به عبارتی دیگر، با توجه به اهمیت ساختار داخلی و بافت سنگ‌ها در میزان آسیب و شکست سنگ‌ها خصوصاً در پیرامون سازه‌های سنگی و نیز دشواری‌های مطالعات آزمایشگاهی برای این اهداف، اهمیت استفاده از روش‌های ارزان‌تر و در دسترس‌تر بیش از پیش احساس می‌شود. بنابراین، با استفاده از روش‌های شبیه‌سازی عددی و مدل‌های آسیب توسعه داده شده برای مواد سنگی می‌توان به تحلیل آسیب در مواد سنگی بصورت دقیق‌تر و سریع‌تر پرداخت.

### ۲- تئوری مدل دانه‌مبنا

به دلیل ساختار پیچیده سنگ‌ها، یکی از چالش‌های اساسی در مکانیک سنگ، توسعه مدل‌های عددی هستند که بتوانند رفتار سنگ‌های ترد را به طور دقیق نمایش دهند. بر این اساس، برخی از پژوهشگران از مدل‌های پیوسته<sup>۱</sup> مبتنی بر فرمول‌بندی‌های ضمنی مانند روش المان محدود (FEM) استفاده می‌کنند [۱۵].

مدل‌های دانه‌مبنای بر پایه ساختارهای ورونویی یکی از پرکاربردترین مدل‌ها در شبیه‌سازی رفتار سنگ‌های ترد می‌باشند. ایجاد ساختارهای ورونویی از توزیع نقاطی آغاز می‌شود که به آن‌ها دانه<sup>۲</sup> گفته می‌شود. هر بلوک ورونویی به یک دانه مرتبط است و سلول ورونویی به عنوان ناحیه‌ای تعریف می‌شود که به دانه خود نزدیک‌تر از سایر دانه‌ها است [۱۶]. با پیشرفت‌های اخیر در زمینه شبیه‌سازی‌های عددی و نرم‌افزارهای کاربردی، مدلسازی و بررسی ناهمگنی مواد سنگی در مقیاس میکرو (از جمله دانه‌های تشکیل‌دهنده سنگ‌ها و مرز بین آن‌ها) امکان‌پذیر شده است. این مدل‌ها، به مدل‌های دانه‌مبنا (GBM: Grain Based Model) معروف هستند. مدل‌های دانه‌مبنا، محیط سنگی را به بلوک‌های مثلثی یا شش‌وجهی تقسیم می‌کنند که این بلوک‌های ایجاد شده نشان‌دهنده کانی‌های سنگ‌ها می‌باشند. همچنین اتصال بین دانه‌ها، در شبیه‌سازی‌های عددی توسط المان درزه (Joint Element) انجام می‌گیرد که شبیه‌سازی فرآیند شکست سنگ‌های کریستاله را تسهیل می‌نماید [۱۷ و ۱۸].

نرم‌افزار Phase2 (RS2) در ورژن جدیدتر دارای یک تولیدکننده ورونویی است که در آن دانه‌ها بر اساس یک فرآیند پواسون<sup>۳</sup> در فضا توزیع

1. Continuum models
2. Seed
3. Poisson Process

4. Average Joint Length
5. Density (Number of Voronoi cells/area)

معادل (۵۰ mm) در نظر گرفته شده‌اند. لازم به ذکر است با هدف بررسی تأثیر تراکم شبکه بر میزان آسیب وارد شده به هر نمونه، دو سری شبکه‌های ورونویی با چگالی‌های کم و زیاد ایجاد شدند. مش‌بندی درون بلوک‌ها با استفاده از المان‌های مثلثی شش‌گه‌ای انجام شد. در تنظیمات مربوط به نظم هندسی بلوک‌ها، گزینه حالت نامنظم با هدف ایجاد ناهمگنی هندسی بالا در مدل‌ها انتخاب شد.

در مدل‌های Phase2-GBM، میکروپارامترها به هر دو بلوک‌های المان‌های مش و المان‌های درزه اختصاص داده می‌شود و فرآیند کالیبراسیون مدل تا زمانی که ویژگی‌های ماکروپارامترها (خصوصیات مقاومتی و تغییرشکل‌پذیری) و رفتار ماکرو (الگوهای شکست و واکنش پس از شکست) سنگ مشابه نتایج آزمون‌های آزمایشگاهی باشد، ادامه می‌یابد. در شکل ۱، ابعاد نمونه و شرایط مرزی اعمالی به تمام مدل‌های آزمون مقاومت فشاری تک‌محوری نشان داده شده است. لازم به ذکر است که در شبیه‌سازی‌های آزمون فشار تک‌محوری، جابجایی ( $\Delta\delta$ ) معادل ۰/۰۲ mm/stage به بالای مدل در هر مرحله تا زمانی که نمونه دچار شکست شود، اعمال گردید. همچنین، با دلیل کاهش عدم قطعیت ناشی از تصادفی بودن تولید شبکه‌ها، در هر چگالی ۲۰ شبکه تصادفی تولید شد. در جدول ۲، ۴۰ شبکه تولید شده از سنگ مرمریت نشان داده شده است.

بطور کلی در مدل‌های دانه‌بنای ورونویی، ویژگی‌های تغییرشکل‌پذیری (مدول یانگ، ضریب پواسون، سختی نرمال و سختی برشی) و ویژگی‌های مقاومتی مربوط به بلوک‌ها و مرزهای بلوک‌ها (چسبندگی اوج و باقیمانده، زاویه اصطکاک اوج و باقیمانده، مقاومت کششی اوج و باقیمانده) به بلوک‌های ورونویی اختصاص داده می‌شوند. بر این اساس، در این مطالعه، از خصوصیات کالیبره شده سنگ مرمریت ارائه شده توسط آقای لی و بحرانی [۱۷] استفاده شده است. خصوصیات کالیبره شده دانه‌ها و مرز دانه‌های سنگ مرمریت در جدول ۱ نشان داده شده‌اند.

#### ۴-۲- تعیین مدول الاستیک اولیه و مدول آسیب شبکه‌های مختلف سنگ بر اساس مدل‌های دانه‌بنا

پس از ایجاد شبکه‌های ورونویی تصادفی با تراکم کم و زیاد و اعمال شرایط مرزی و نرخ جابجایی در هر مرحله از شبیه‌سازی‌ها، مدل‌ها حل شدند. سپس منحنی‌های تنش-کرنش در نقاط مرکزی مدل‌ها استخراج و برای هر تراکم شبکه، ۲۰ منحنی تنش-کرنش استخراج و ترسیم شدند. منحنی‌های تنش-کرنش برای شبکه‌های با تراکم کم و زیاد به ترتیب در شکل‌های ۲ و ۳ نشان داده شده‌اند.

$$\omega = \begin{cases} \omega_0 + A\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_\mu}\right)^B & (0 \leq \varepsilon < \varepsilon_\mu) \\ 1 - \frac{C}{D\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_\mu} - 1\right)^\lambda + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_\mu}} & (\varepsilon > \varepsilon_\mu) \end{cases} \quad (2)$$

در روابط بالا،  $\omega_0$  مقدار آسیب اولیه؛  $A$ ،  $B$ ،  $C$  ثابت‌های مواد؛  $D$  و  $\lambda$  نیز پارامترهای منحنی هستند که با برازش بر روی داده‌های آزمایشگاهی تعیین می‌شوند. در حالت کلی، مقدار  $D=1.7$  و  $\lambda = 0.003\sigma_u^2$  در نظر گرفته و محاسبه می‌شوند. در نهایت، بر اساس اعمال شرایط مرزی در معادلات ارائه شده، ثابت‌های  $A$ ،  $B$ ،  $C$  از طریق روابط زیر تعیین می‌شوند [۱۳].

$$\begin{cases} A = 1 - \frac{E_\mu}{E_0} \\ B = \frac{E_\mu}{E_0 - E_\mu} \\ C = \frac{E_\mu}{E_0} \end{cases} \quad (3)$$

در روابط بالا،  $E_\mu$  مدول آسیب زمانی که ماده تحت تنش اوج قرار گرفته، می‌باشد.

بر مبنای مدل ارائه شده در بالا، پس از شبیه‌سازی‌های عددی با استفاده از مدل دانه‌بنا در شبکه‌های با ساختار ورونویی مختلف، منحنی‌های تنش-کرنش ترسیم شده و دو مقدار  $E_0$  و  $E_\mu$  از آن‌ها استخراج می‌شوند. در مرحله بعد، با جایگذاری مقادیر  $E_0$  و  $E_\mu$  بدست آمده، ثابت‌های  $A$ ،  $B$ ،  $C$  از طریق رابطه (۳) محاسبه می‌شوند. در نهایت، برای کرنش‌های مابین صفر و کرنش بیشینه ( $0 \leq \varepsilon < \varepsilon_\mu$ ) و کرنش‌های بزرگتر از کرنش بیشینه ( $\varepsilon > \varepsilon_\mu$ )، میزان آسیب در مواد سنگی تحت بارگذاری تک‌محوری مطابق با رابطه (۲) محاسبه می‌شوند.

#### ۴- نتایج و بحث

##### ۴-۱- ایجاد شبکه‌های ورونویی سنگ مرمریت

در این مطالعه، شبیه‌سازی‌های عددی آزمون مقاومت فشاری تک‌محوری بر روی نمونه‌سنگ مرمریت انجام شده‌اند. شبیه‌سازی‌های انجام شده با نسبت طول به قطر ۲/۵ (قطری برابر با ۲۰ mm و طولی

جدول ۱. ویژگی‌های کالیبره شده مرمیت [۱۷].

Table 1. Calibrated properties of marble [17].

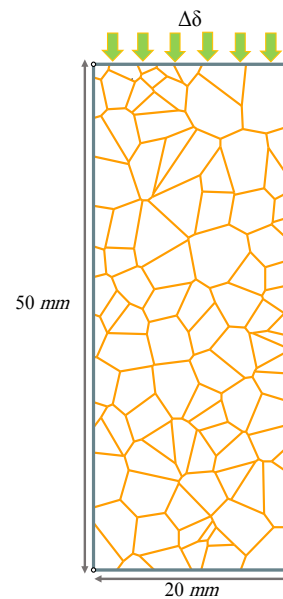
$E_g$ (GPa)	$K_s$ (GPa/m)	$K_n$ (GPa/m)	$\sigma_{tgp} / \sigma_{tgr}$ (MPa)	$\phi_{gp} / \phi_{gr}$ (°)	$c_{gp} / c_{gr}$ (MPa)	ویژگی‌ها
۸۰	-	-	۱۴ / ۰/۱	۳۷/۳۷	۴۵/۱۵	دانه‌ها
-	۲۴۰۰۰	۲۴۰۰۰۰	۳ / ۰/۱	۵۰	۴۰ / ۰/۱	مرز دانه‌ها

شبکه‌های با تراکم درزه کم و زیاد به ترتیب برابر  $10.5/3$  MPa و  $10.5/3$  MPa بدست آمده‌اند. این نتایج نشان می‌دهد که با افزایش تراکم درزه‌ها، میزان مقاومت فشاری تک‌محوری نمونه‌سنگ کاهش پیدا می‌کند.

پس از رسم منحنی‌های تنش-کرنش، پارامترهای موردنیاز مدل آسیب شامل مدول الاستیک اولیه و مدول الاستیک آسیب برای آنالیز آسیب در سنگ مرمیت تحت بارگذاری‌های فشاری تک‌محوری تعیین شدند. لازم به ذکر است که در محاسبات مربوطه، مدول الاستیک اولیه در نقطه  $50\%$  تنش اوج و مدول الاستیک آسیب در نقطه اوج تنش محاسبه شده است. مقادیر محاسبه شده مدول الاستیک اولیه و مدول الاستیک آسیب به ترتیب در شکل‌های ۴ و ۵ نشان داده شده‌اند. همانطور که مشاهده می‌شود، با افزایش تراکم شبکه‌ها، میانگین مدول‌های الاستیک اولیه و آسیب کاهش یافته‌اند.

۳-۴- بررسی پارامترهای آسیب سنگ مرمیت تحت بارگذاری فشاری  
پس از محاسبه مقادیر مربوط به مدول‌های الاستیک اولیه و آسیب در هر تحقیق از شبکه‌های ورنوویی تولید شده، مقادیر آسیب ناشی از بارگذاری‌های فشاری تک‌محوری با استفاده از مدل آسیب ارائه شده توسط جینه‌او و همکاران [۱۳] تعیین شدند. در جدول ۳، مقادیر مدول الاستیک اولیه، مدول الاستیک آسیب، ثابت‌های A، B، C، D و  $\lambda$  برای هر تحقیق ارائه شده‌اند. بر اساس نتایج بدست آمده از شبیه‌سازی‌های عددی و محاسبه ثابت‌های مدل آسیب استفاده شده، مقادیر متغیر آسیب در شبکه‌های با تراکم کم و زیاد با استفاده از رابطه ۲ نیز تعیین شدند.

منحنی‌های آسیب-کرنش برای هر تحقیق در شبکه‌های با تراکم کم و زیاد در شکل‌های ۶ و ۷ نشان داده شده‌اند. همانطور که در این شکل‌ها مشاهده می‌شود، با افزایش مقدار کرنش تا یک حدی، مقادیر متغیر آسیب



شکل ۱. شبیه‌سازی آزمون فشاری تک‌محوری با استفاده از رویکرد Phase2-GBM.

Fig. 1. Simulation of the uniaxial compression test using the Phase2-GBM approach.

همانطور که در شکل‌های ۲ و ۳ مشخص است، در هر دو نوع شبکه‌های با تراکم درزه کم و زیاد، رفتار شکست سنگ مرمیت، ترد یا شکننده می‌باشد. به عبارتی دیگر، می‌توان گفت که میزان انرژی ذخیره شده در سنگ مرمیت بطور محسوسی زیاد است. بر اساس شکل ۲، میزان تنش‌های اوج در  $20\%$  شبکه شبیه‌سازی شده متفاوت می‌باشند. برای مثال در تحقیق شماره ۱۹ از شبکه‌های با تراکم کم، بیشترین تنش اوج معادل  $124/9$  MPa بدست آمده؛ در حالیکه در تحقیق شماره ۳ از شبکه‌های با تراکم درزه زیاد، ماکزیمم تنش اوج برابر  $117/8$  MPa تعیین شده است. همچنین، میانگین تنش اوج در

جدول ۲. ویژگی‌های کالیبره شده مرمریت [۱۷].

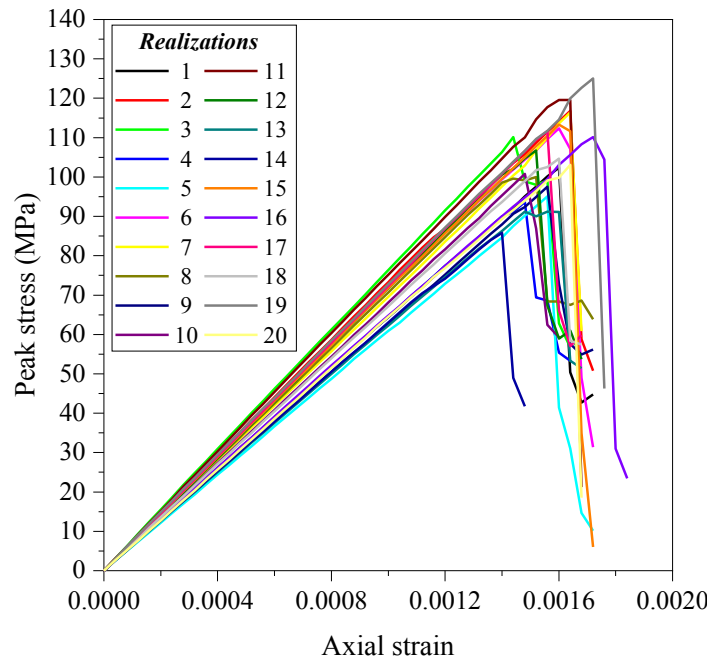
Table 2. Calibrated properties of marble [17].

تحقق <sup>۱</sup>										چگالی شبکه دانه	
										چگالی شبکه دانه	
(۱۰)	(۹)	(۸)	(۷)	(۶)	(۵)	(۴)	(۳)	(۲)	(۱)		
											
(۲۰)	(۱۹)	(۱۸)	(۱۷)	(۱۶)	(۱۵)	(۱۴)	(۱۳)	(۱۲)	(۱۱)		
تحقق											چگالی شبکه دانه
											زیاد
(۱۰)	(۹)	(۸)	(۷)	(۶)	(۵)	(۴)	(۳)	(۲)	(۱)		
											
(۲۰)	(۱۹)	(۱۸)	(۱۷)	(۱۶)	(۱۵)	(۱۴)	(۱۳)	(۱۲)	(۱۱)		

<sup>۱</sup> Realization

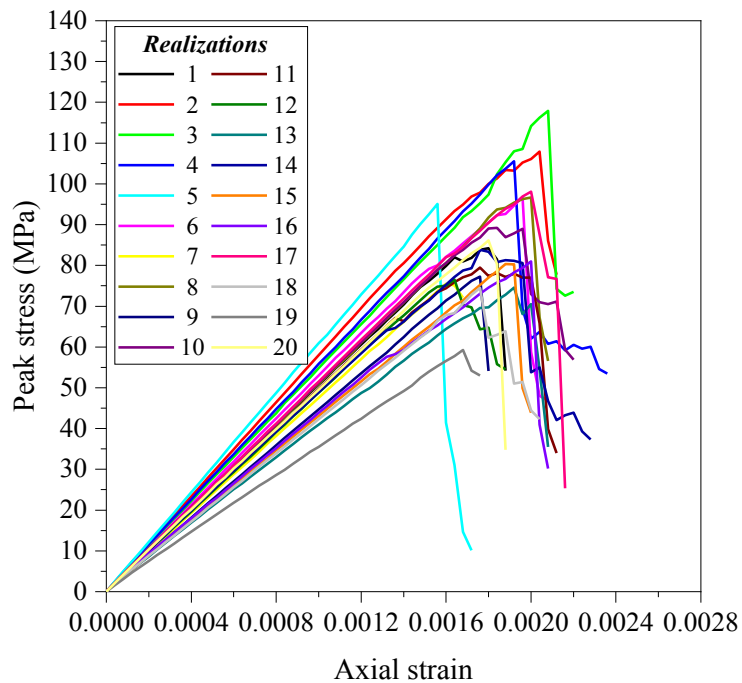
از شبکه‌های داخلی)، مقادیر متفاوتی برای آسیب و کرنش بیشینه بدست آمده‌اند. برای مثال، در تحقق شماره ۱ شبکه با تراکم و رزونوی کمی، مقادیر کرنش بیشینه و نقطه شروع آسیب جدی به ترتیب برابر با ۰/۰۰۱۶ و ۰/۱۱۰ می‌باشند. در حالیکه؛ در تحقق شماره ۴ شبکه با تراکم و رزونوی زیاد، مقادیر کرنش بیشینه و نقطه شروع آسیب جدی به ترتیب برابر با ۰/۰۰۱۹ و ۰/۱۳۳ بدست آمده‌اند. به عبارتی دیگر، نقطه شروع آسیب جدی به نمونه‌سنگ در این مطالعه، به عنوان مرحله پس از شکست نمونه‌سنگ معرفی می‌شود. لازم به ذکر است که رویکرد مورد استفاده در مطالعه حاضر برای

با روند آرامی افزایش می‌یابد. اما؛ در ادامه پس از رسیدن به یک مقداری از کرنش، مقادیر آسیب با یک شیب بسیار تندی افزایش می‌یابند. این نقطه که در آن میزان آسیب به یکباره با شیب بسیار تندی شروع به روند افزایشی می‌کند، نقطه شروع آسیب جدی متحمل شده توسط نمونه‌سنگ تحت بارهای فشاری تک‌محوری اعمال شده خواهد بود. ذکر این نکته ضروری است که تعیین نقطه‌ای که در آن بیشترین آسیب و کرنش رخ می‌دهد، بستگی به ساختار داخلی سنگ‌ها دارد. همانطور که در شکل‌های ۶ و ۷ نشان داده شده است، در تحقق‌های مختلف (یعنی در ساختارهای تصادفی



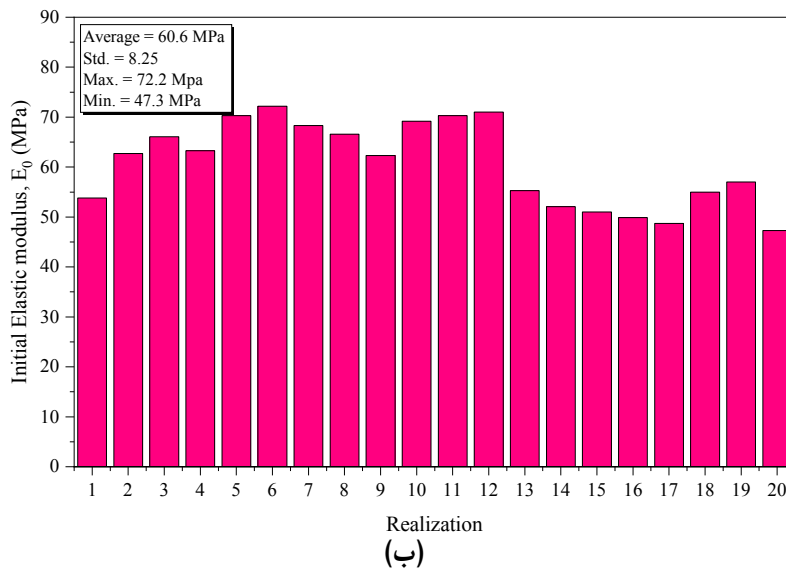
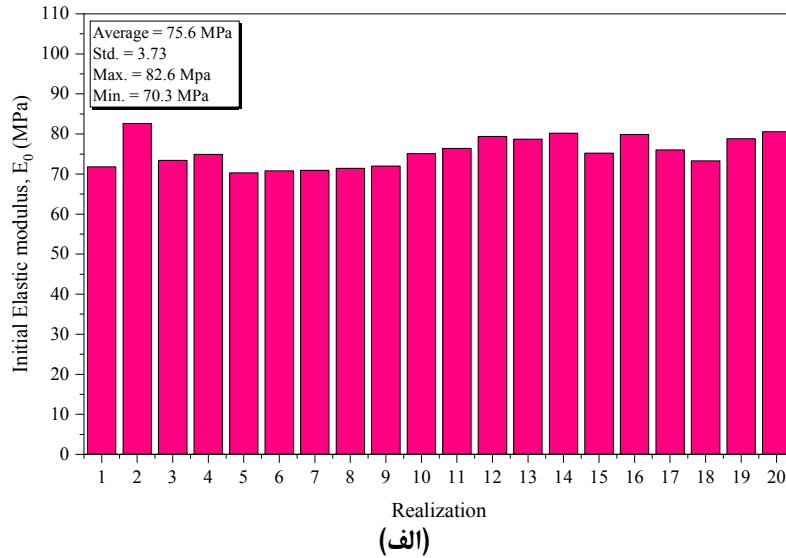
شکل ۲. منحنی‌های تنش-کرنش برای تحقق‌های مختلف شبکه‌های با چگالی کم.

Fig. 2. Stress-strain curves for different realizations of low-density networks.



شکل ۳. منحنی‌های تنش-کرنش برای تحقق‌های مختلف شبکه‌های با چگالی زیاد.

Fig. 3. Stress-strain curves for different realizations of high-density networks.



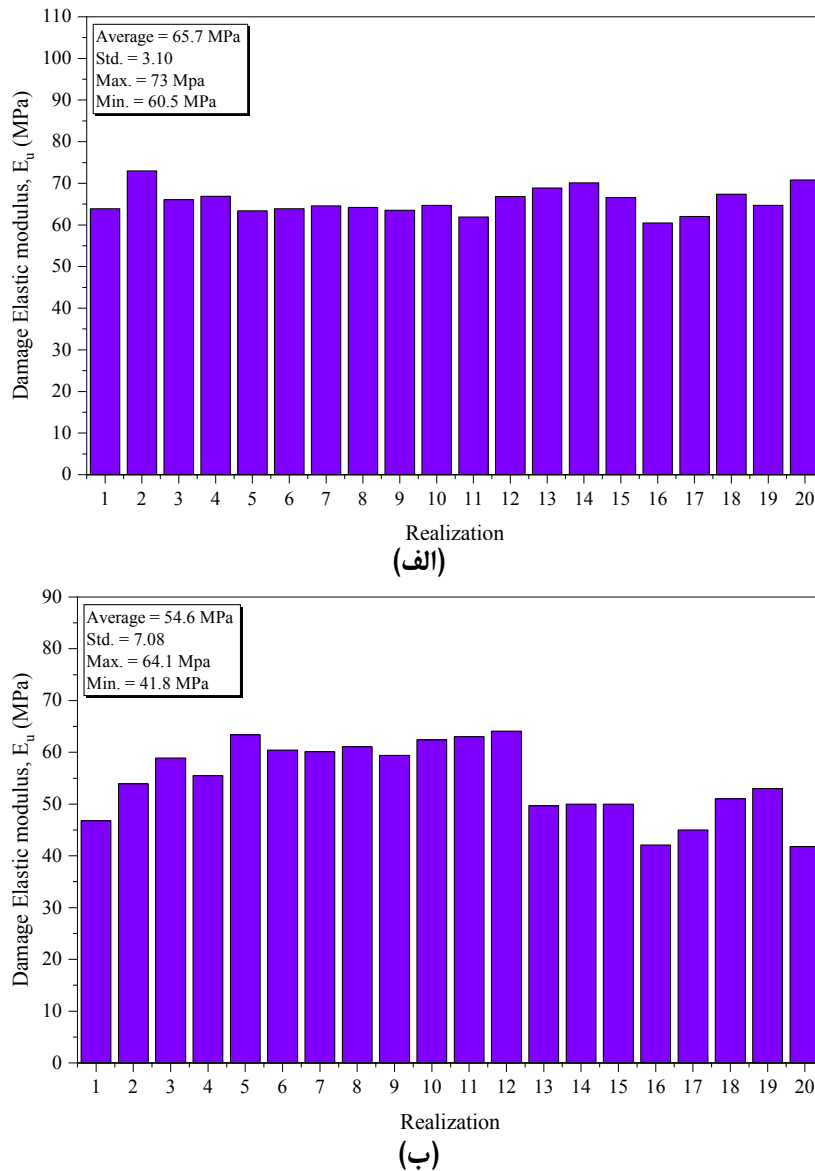
شکل ۴. مقادیر مدول الاستیک اولیه برای تحقق‌های مختلف شبکه‌های ورونویی با (الف) تراکم کم و (ب) تراکم زیاد.

**Fig. 4. Initial elastic modulus values for different realizations of Voronoi networks with (a) low density and (b) high density.**

عملکرد لرزه‌ای دو سازه مجاور بتن‌آرمه بر اثر برهم‌کنش سه‌بعدی خاک-سازه و برخورد بین ساختمان‌ها پرداخته شده است. لذا، همانطور که مشاهده می‌شود، بررسی آسیب مواد سنگی در حوزه‌های گوناگونی از جمله مهندسی معدن، عمران و بطور کلی پروژه‌های ژئوتکنیکی حائز اهمیت می‌باشند. بررسی آسیب سنگ مرمیت از دیدگاه مود شکست‌ها بر اساس درصد المان‌های آسیب‌دیده<sup>۱</sup> نیز توسط روش Phase2-GBM قابل بررسی

بررسی آسیب در مواد سنگی می‌تواند از دیدگاه دینامیکی و با استفاده از آزمون‌های دینامیکی نظیر بارگذاری‌های نرخ کرنشی زیاد و آسیب ناشی از امواج آکوستیک نیز مورد بررسی قرار گیرد. در این صورت، میزان آسیب در مواد سنگی از دیدگاه دینامیکی و برای کاربردهای مهندسی زلزله نیز مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرند [۲۱]. به عنوان مثالی از بررسی آسیب در حوزه مهندسی عمران، مطالعه باقری و همکاران [۲۲] می‌باشد که در آن به بررسی

#### 1. Yielded Elements



شکل ۵. مقادیر مدول الاستیک آسیب برای تحقق‌های مختلف شبکه‌های ورونویی با (الف) تراکم کم و (ب) تراکم زیاد.

Fig. 5. Damage elastic modulus values for different realizations of Voronoi networks with (a) low density and (b) high density.

در قسمت‌های پایین شبکه، شکست برشی-کششی بیشتری در مقایسه با سایر قسمت‌های نمونه مشاهده می‌شود. در حالیکه؛ در قسمت‌های میانی شبکه، به نسبت شکست کششی غالب‌تر است. در مقابل، در شبکه شماره ۲ در شکل ۸، در قسمت‌های پایینی شبکه هیچگونه شکستی در دانه‌ها رخ نداده اما در قسمت‌های بالایی شبکه شکست‌های کششی و برشی-کششی غالب‌تر هستند.

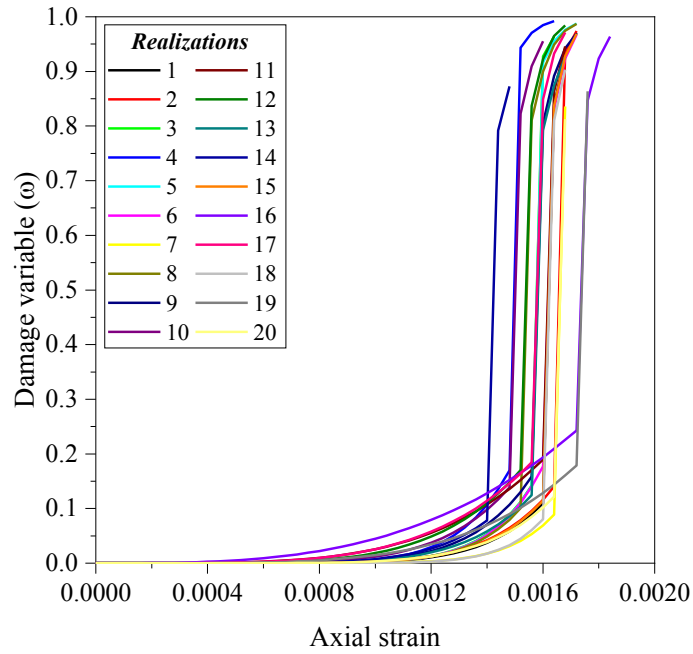
در شبکه‌های با تراکم ورونویی زیاد، مسیر شکست از بین دانه‌های

می‌باشد. الگوی شکست‌های رخ داده در ساختار داخلی سنگ مرمیت در شبکه‌های با تراکم کم و زیاد در شکل‌های ۸ تا ۱۱ نشان داده شده‌اند. همانطور که در شکل ۸ نشان داده شده است، در تحقق‌های مختلف در شبکه‌های با تراکم کم، هر سه نوع شکست برشی، کششی و برشی-کششی مشاهده می‌شود. این شکست‌ها بر اساس ساختار داخلی سنگ (دانه‌ها) می‌توانند زوایای شکست مختلفی داشته باشند. برای مثال، همانطور که در شکل ۹ نشان داده شده است، در تحقق شماره ۵ با تراکم کم ورونویی،

جدول ۳. پارامترهای مدل ارزیابی آسیب بر اساس نتایج شبیه‌سازی‌های عددی.

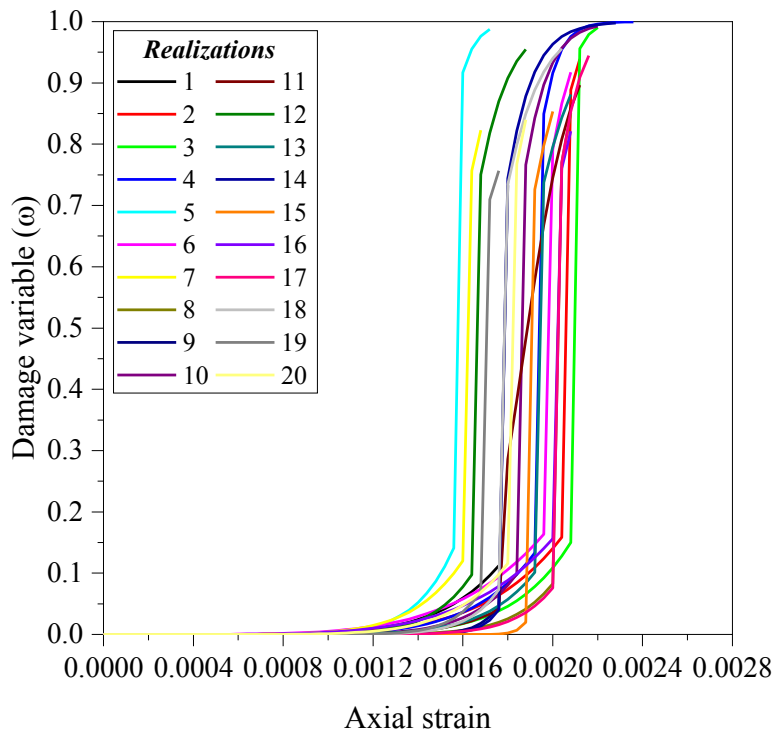
Table 3. Damage assessment model parameters based on numerical simulation results.

چگالی شبکه															
زیاد							تحقق	کم							تحقق
$\lambda$	D	C	B	A	$E_u$ (GPa)	$E_0$ (GPa)		$\lambda$	D	C	B	A	$E_u$ (GPa)	$E_0$ (GPa)	
۲۱/۲۷	۱/۷	۰/۸۷	۶/۶۸	۰/۱۳	۴۶/۸	۵۳/۸	۱	۳۱/۳۹	۱/۷	۰/۸۹	۸/۰۹	۰/۱۱	۶۳/۹	۷۱/۸	۱
۳۴/۹۳	۱/۷	۰/۸۶	۶/۱۲	۰/۱۴	۵۳/۹	۶۲/۷	۲	۴۰/۹۳	۱/۷	۰/۸۸	۷/۶۰	۰/۱۲	۷۳	۸۲/۶	۲
۴۱/۶۳	۱/۷	۰/۸۹	۸/۱۸	۰/۱۱	۵۸/۹	۶۶/۱	۳	۲۹/۵۰	۱/۷	۰/۹۰	۹/۰۵	۰/۰۹	۶۶/۱	۷۳/۴	۳
۳۳/۴۰	۱/۷	۰/۸۸	۷/۱۱	۰/۱۲	۵۵/۵	۶۳/۳	۴	۲۶/۲۸	۱/۷	۰/۸۹	۸/۳۶	۰/۱۰	۶۶/۹	۷۴/۹	۴
۲۷/۱۳	۱/۷	۰/۹۰	۹/۱۹	۰/۰۹	۶۳/۴	۷۰/۳	۵	۲۷/۱۳	۱/۷	۰/۹۰	۹/۲۰	۰/۰۹	۶۳/۴	۷۰/۳	۵
۲۸/۱۱	۱/۷	۰/۸۴	۵/۱۲	۰/۱۶	۶۰/۴	۷۲/۲	۶	۳۷/۹۰	۱/۷	۰/۹۰	۹/۲۶	۰/۱۰	۶۳/۹	۷۰/۸	۶
۱۷/۱۰	۱/۷	۰/۸۸	۷/۳۳	۰/۱۲	۶۰/۱	۶۸/۳	۷	۴۰/۶۵	۱/۷	۰/۹۱	۱۰/۲۵	۰/۰۹	۶۴/۶	۷۰/۹	۷
۲۷/۹۹	۱/۷	۰/۹۲	۱۱/۱۰	۰/۰۸	۶۶/۱	۶۶/۶	۸	۳۰	۱/۷	۰/۹۰	۸/۹۲	۰/۱۰	۶۴/۲	۷۱/۴	۸
۱۷/۹۲	۱/۷	۰/۹۵	۲۰/۴۸	۰/۰۵	۵۹/۴	۶۲/۳	۹	۲۸/۵۸	۱/۷	۰/۸۸	۷/۴۷	۰/۱۲	۶۳/۵	۷۲	۹
۲۳/۸۷	۱/۷	۰/۹۰	۹/۱۸	۰/۰۹	۶۲/۴	۶۹/۲	۱۰	۳۰/۴۸	۱/۷	۰/۸۶	۶/۲۲	۰/۱۴	۶۴/۷	۷۵/۱	۱۰
۱۹/۰۰	۱/۷	۰/۸۹	۸/۶۳	۰/۱۰	۶۳	۷۰/۳	۱۱	۴۲/۹۱	۱/۷	۰/۸۱	۴/۲۷	۰/۱۹	۶۱/۹	۷۶/۴	۱۱
۱۷/۵۶	۱/۷	۰/۰۹	۹/۲۹	۰/۰۹	۶۴/۱	۷۱	۱۲	۳۴/۱۵	۱/۷	۰/۸۴	۵/۳۰	۰/۱۶	۶۶/۸	۷۹/۴	۱۲
۱۶/۶۹	۱/۷	۰/۸۹	۸/۸۷	۰/۱۰	۴۹/۷	۵۵/۳	۱۳	۲۴/۹۵	۱/۷	۰/۸۷	۷/۰۳	۰/۱۲	۶۸/۹	۷۸/۷	۱۳
۲۱/۰۷	۱/۷	۰/۹۶	۲۳/۸	۰/۰۴	۵۰	۵۲/۱	۱۴	۲۲/۱۰	۱/۷	۰/۸۷	۶/۹۴	۰/۱۳	۷۰/۱	۸۰/۲	۱۴
۱۹/۳۴	۱/۷	۰/۹۸	۵۰	۰/۰۲	۵۰	۵۱	۱۵	۳۸/۵۱	۱/۷	۰/۸۸	۷/۷۴	۰/۱۱	۶۶/۶	۷۵/۲	۱۵
۱۹/۶۳	۱/۷	۰/۸۴	۵/۴۰	۰/۱۶	۴۲/۱	۴۹/۹	۱۶	۳۶/۳۷	۱/۷	۰/۷۶	۳/۱۲	۰/۲۴	۶۰/۵	۷۹/۹	۱۶
۲۸/۸۱	۱/۷	۰/۹۲	۱۲/۱۶	۰/۰۷	۴۵	۴۸/۷	۱۷	۳۷/۳۶	۱/۷	۰/۸۱	۴/۴۳	۰/۱۸	۶۲	۷۶	۱۷
۱۶/۶۵	۱/۷	۰/۹۳	۱۲/۷۵	۰/۰۷	۵۱	۵۵	۱۸	۳۲/۸۹	۱/۷	۰/۹۲	۱۱/۴۲	۰/۰۸	۶۷/۴	۷۳/۳	۱۸
۱۰/۵۵	۱/۷	۰/۹۳	۱۳/۲۵	۰/۰۷	۵۳	۵۷	۱۹	۴۶/۸۸	۱/۷	۰/۸۲	۴/۵۹	۰/۱۸	۶۴/۷	۷۸/۸	۱۹
۲۲/۲۹	۱/۷	۰/۸۸	۷/۶۰	۰/۱۲	۴۱/۸	۴۷/۳	۲۰	۳۱/۸۹	۱/۷	۰/۸۸	۷/۲۲	۰/۱۲	۷۰/۸	۸۰/۶	۲۰



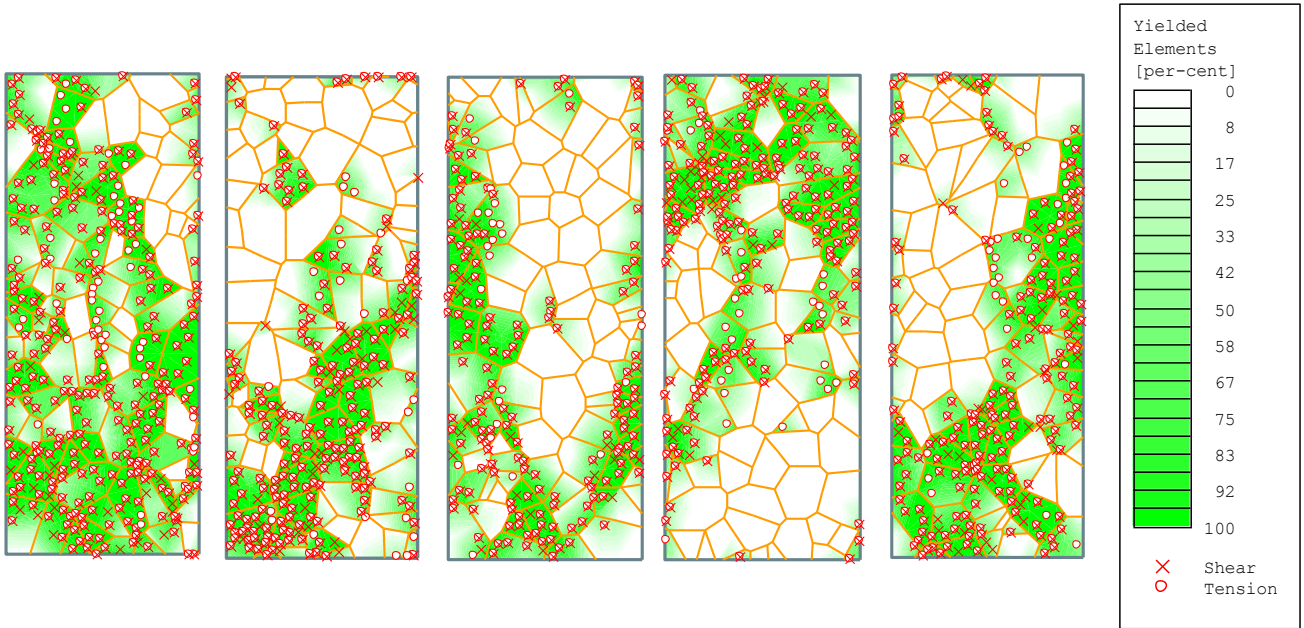
شکل ۶. منحنی‌های آسیب-کرنش برای تحقیق‌های مختلف شبکه‌های با چگالی کم.

Fig. 6. Damage-strain curves for different realizations of low-density networks.



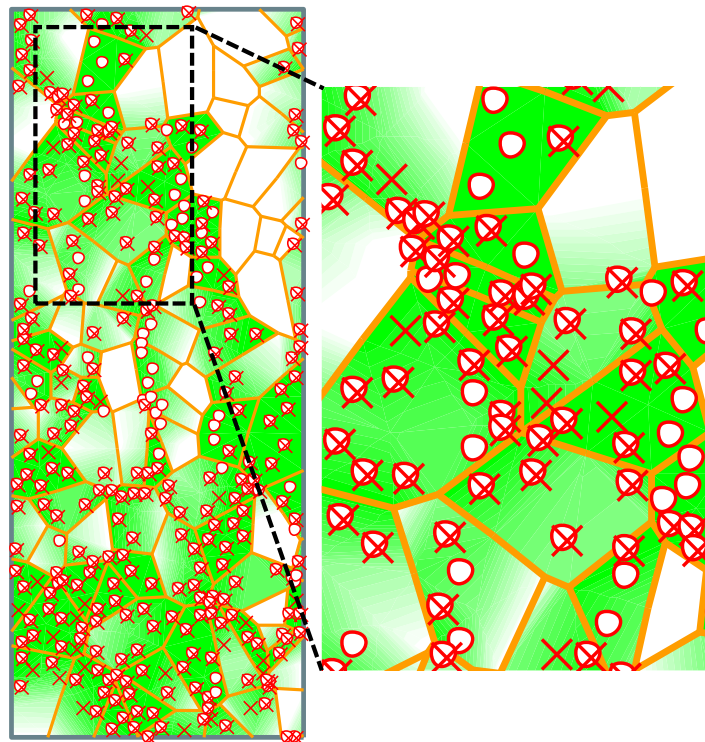
شکل ۷. منحنی‌های آسیب-کرنش برای تحقیق‌های مختلف شبکه‌های با چگالی زیاد.

Fig. 7. Damage-strain curves for different realizations of high-density networks.



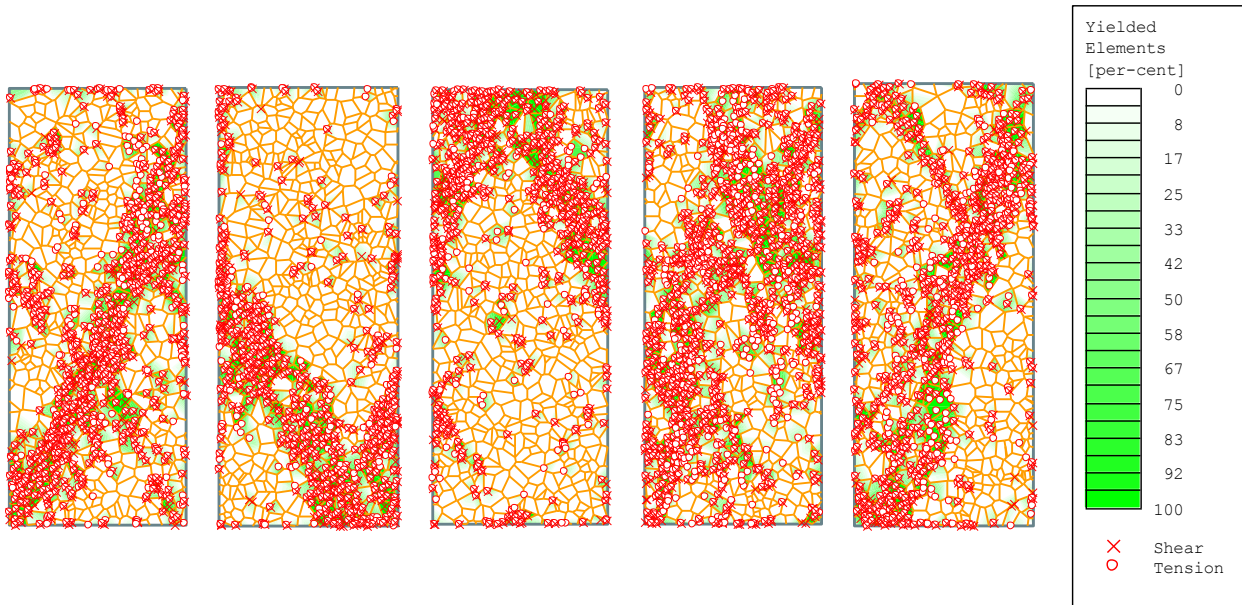
شکل ۸. درصد و نوع المان‌های تسلیم شده در شبکه‌های شبیه‌سازی شده با چگالی کم.

Fig. 8. Percentage and type of yielded elements in simulated low-density networks.



شکل ۹. نوع المان‌های تسلیم شده در مقطعی از تحقق شماره ۵ با چگالی کم.

Fig. 9. Type of yielded elements in a cross-section of realization number 5 with low-density.



شکل ۱۰. درصد و نوع المان‌های تسلیم شده در شبکه‌های شبیه‌سازی شده با چگالی زیاد.

Fig. 10. Percentage and type of yielded elements in simulated high-density networks.

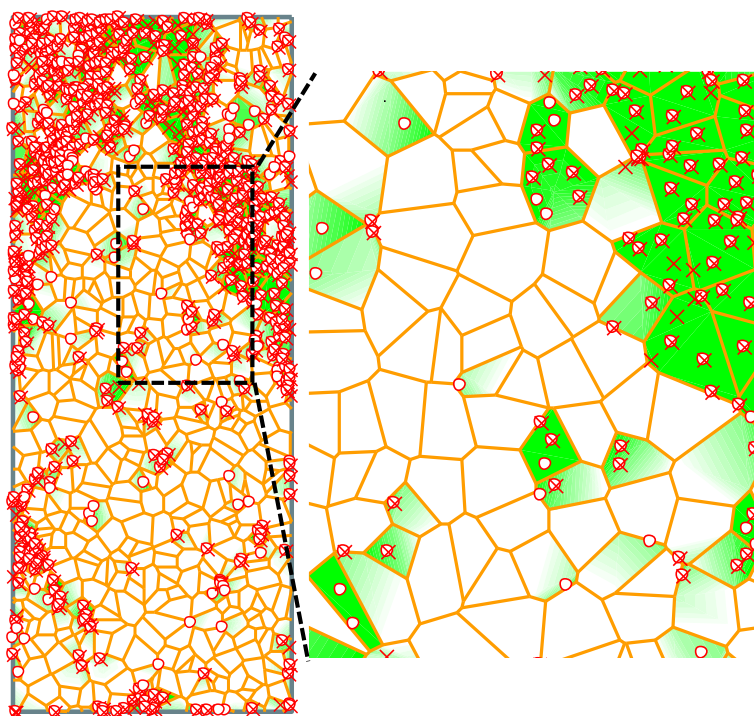
ایجاد و آزمون فشاری تک‌محوری بر روی آن‌ها شبیه‌سازی شدند. سپس، با استفاده از مدل آسیب ارائه شده توسط جینه‌او و همکاران، مقادیر متغیر آسیب در مرمیت بر مبنای کرنش‌های مختلف محاسبه شدند. مهم‌ترین نتایج این مطالعه به شرح زیر می‌باشند:

- بر اساس منحنی‌های تنش-کرنش در شبکه‌های با تراکم درزه کم و زیاد، رفتار شکست سنگ مرمیت، ترد محسوب می‌شود. به عبارتی دیگر، میزان تنش‌های اوج در شبکه‌های شبیه‌سازی شده مختلف، متفاوت می‌باشند. بر اساس نتایج بدست آمده، میانگین تنش اوج در شبکه‌های با تراکم درزه کم و زیاد به ترتیب برابر  $105/3 \text{ MPa}$  و  $86/9 \text{ MPa}$  است. این نتایج بیانگر کاهش مقاومت فشاری تک‌محوری سنگ مرمیت با افزایش تراکم درزه‌های ورونوبی را نشان می‌دهند.
- با افزایش تراکم شبکه‌ها، میانگین مدول‌های الاستیک اولیه و آسیب کاهش یافته‌اند.
- بر اساس منحنی‌های آسیب-کرنش، مقادیر متغیر آسیب ابتدا با روند آرام سپس با شیب بسیار تندی افزایش می‌یابند. نقطه‌ای که در آن میزان آسیب به یکباره با شیب بسیار تندی شروع به روند افزایشی می‌کند، نقطه شروع آسیب جدی متحمل شده توسط نمونه‌سنگ تحت بارهای

نمونه‌سنگ واضح‌تر از شبکه‌های با تراکم کمتر می‌باشد. همانطور که در شکل ۱۰ ملاحظه می‌شود، شکست‌های کششی در شبکه‌های با تراکم ورونوبی بیشتر، درصد بالاتری نسبت به شبکه‌های با تراکم پایین‌تر دارد. برای مثال، در تحقق شماره ۵ در شکل ۱۰، زاویه شکست حدود  $40^\circ$  در شبکه قابل مشاهده است. در حالیکه؛ برای مثال در شبکه شماره ۳ (شکل ۱۱)، در قسمت مرکزی شبکه هیچگونه شکستی قابل رؤیت نیست. بنابراین، مطابق تحلیل‌های صورت گرفته در شبکه‌های ورونوبی ایجاد شده می‌توان گفت که ساختار داخلی شبکه دانه‌بندی سنگ‌ها نقش بسیار مهمی در تعیین الگوهای شکست و نوع شکست‌ها در سنگ‌ها ایفا می‌کنند. لذا، در مطالعات مربوط به مکانیک شکست بایستی نقش ساختار داخلی سنگ‌ها با دقت بیشتری تجزیه و تحلیل شوند.

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مطالعه با شبیه‌سازی آزمون فشاری تک‌محوری با استفاده از روش‌های المان محدود دانه‌مبنا، آسیب رخ داده در ساختار درونی یک نوعی از سنگ مرمیت تحت شرایط فشاری تک‌محوری مورد بررسی قرار گرفته است. بر این اساس، شبکه‌های ورونوبی با ساختارها و تراکم‌های مختلف



شکل ۱۱. نوع المان‌های تسلیم شده در مقطعی از تحقق شماره ۳ با چگالی زیاد.

Fig. 11. Type of yielded elements in a cross-section of realization number 3 with high-density.

### منابع

- [1] Y. Jiang, B. Li, C. Wang, Z. Song, B. Yan, Advances in development of shear-flow testing apparatuses and methods for rock fractures: A review, *Rock Mechanics Bulletin*, 1(2022) 100005.
- [2] R. Geranmayeh Vaneghi, K. Thoeni, A.V. Dyskin, M. Sharifzadeh, M. Sarmadivaleh, Strength and damage response of sandstone and granodiorite under different loading conditions of multistage uniaxial cyclic compression, *International Journal of Geomechanics*, 20(2020) 04020159.
- [3] S.J. Chen, F. Feng, Y.J. Wang, D.Y. Li, W. P. Huang, X. D. Zhao, N. Jiang, Tunnel failure in hard rock with multiple weak planes due to excavation unloading of in-situ stress, *Journal of Central South University*, 27(2020) 2864-2882.
- [4] G. Yuan, A. Che, Y. Shi, Evaluation method of rock damage under uniaxial compression based on unit series-parallel electrical conductive model, *Rock Mechanics*

فشاری تک‌محوری اعمال شده خواهد بود.

- در تحقق‌های مختلف در شبکه‌های با تراکم کم، هر سه نوع شکست برشی، کششی و برشی-کششی مشاهده می‌شود. این شکست‌ها بر اساس ساختار داخلی سنگ (دانه‌ها) می‌توانند زوایای شکست مختلفی داشته باشند. در مقابل، شکست‌های کششی در شبکه‌های با تراکم و رزونوی زیاد، درصد بیشتری نسبت به شبکه‌های با تراکم کم دارند.
  - بر اساس نتایج این مطالعه مشخص می‌شود که ساختار داخلی شبکه دانه‌بندی سنگ نقش مهمی در تحلیل آسیب سنگ‌ها ایفا می‌کنند. بنابراین، سنگ‌های با منشأ زمین‌شناسی متفاوت رفتار مختلفی از دیدگاه آسیب خواهند داشت. پس نیاز است تا نقش ساختار درونی سنگ‌ها در تحلیل آسیب با استفاده از روش‌های پیشرفته عددی مورد بررسی قرار گیرد.
- در ادامه پژوهش حاضر، فرآیند بررسی آسیب در مواد سنگی را می‌توان از دیدگاه دینامیکی و با استفاده از آزمون‌های دینامیکی نظیر بارگذاری‌های نرخ کرنشی زیاد و انتشار امواج آکوستیک نیز مورد بررسی قرار داد.

- 44(2019) 8503-8513.
- [14] D. Liu, M. He, M. Cai, A damage model for modeling the complete stress–strain relations of brittle rocks under uniaxial compression, *International Journal of Damage Mechanics*, 27(2018) 1000-1019.
- [15] E. Rógenes, M.M. de Farias, L.L. Rasmussen, The Continuum Voronoi Block Model for simulation of fracture process in hard rocks, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 46(2022) 89-112.
- [16] E. Ghazvinian, M.S. Diederichs, R. Quey, 3D random Voronoi grain-based models for simulation of brittle rock damage and fabric-guided micro-fracturing, *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 6(2014) 506-521.
- [17] Y. Li, N. Bahrani, A continuum grain-based model for intact and granulated Wombeyan marble, *Computers and Geotechnics*, 129(2021) 103872.
- [18] Y. Zhang, L.N.Y. Wong, A review of numerical techniques approaching microstructures of crystalline rocks, *Computers and Geosciences*, (2018) 1-53.
- [19] Rocscience. RS2 Version 11.012 2D Geotechnical Finite Element Analysis Rocscience, (2021).
- [20] S. Ghorbani, Effect of grain network structure on macroproperties and strain energy of marble under unconfined compression using 2D continuum-based voronoi models, *Scientific Reports*, (2025).
- [21] A. Asgari, M.A. Arjomand, M. Bagheri, M. Ebadi-Jamkhaneh, Y. Mostafaei, Assessment of experimental data and analytical method of helical pile capacity under tension and compressive loading in dense sand, *Buildings*, 15(2025) 2683.
- [22] M. Bagheri, N. Ranjbar Malidarreh, V. Ghaseminejad, A. Asgari, Seismic resilience assessment of RC superstructures on long–short combined piled raft foundations: 3D SSI modeling with pounding effects, *Structures*, 81(2025) 110176.
- Bulletin, 2(2023) 100066.
- [5] M. Ji, K. Chen, H.J. Guo, Constitutive model of rock uniaxial damage based on rock strength statistics, *Advances in Civil Engineering*, 2018(2018) 5047834.
- [6] J. Wang, Q. Zhang, Z. Song, Y. Zhang, X. Liu, Mechanical properties and damage constitutive model for uniaxial compression of salt rock at different loading rates. *International Journal of Damage Mechanics*, 30(2021) 739-763.
- [7] K. Du, Y. Yi, X.Y. Luo, K. Liu, P. Li, S.F. Wang, Novel damage constitutive models and new quantitative identification method for stress thresholds of rocks under uniaxial compression, *Journal of Central South University*, 31(2024) 2658-2675.
- [8] G. Meng, Z. Liu, P. Cao, Z. Zhang, Z. Fan, H. Lin, H. Deng, An initial damage model of rock materials under uniaxial compression considering loading rates, *Materials*, 15(2022) 5589.
- [9] S. Dai, W. Gao, C. Wang, T. Xiao, Damage evolution of heterogeneous rocks under uniaxial compression based on distinct element method, *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 52(2019) 2631-2647.
- [10] X. Hu, D. Ma, N. Xie, Q. Zhu, H. Hu, X. Gong, An improved damage constitutive model for pre-heated rocks under uniaxial compression considering the initial compaction effect and residual strength, *International Journal of Damage Mechanics*, 34(2025) 52-80.
- [11] H. Cheng, X. Yang, Z. Zhang, W. Li, Z. Ning, Damage evaluation and precursor of sandstone under the uniaxial compression: Insights from the strain-field heterogeneity, *PLOS One*, 16(2021) e0262054.
- [12] K. Liu, S. Zhao, L. Diao, W. Yue, C. Sun, Y. Xia, Research on the mechanical properties and micro damage mechanism of water bearing sandstone under uniaxial compression, *Scientific Reports*, 15(2025) 7320.
- [13] Z. Jinhao, C. Hongkai, W. He, Z. Zheng, Experimental study on damage evolution characteristics of rock-like material, *Arabian Journal for Science and Engineering*,

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

*S. Ghorbani, Analysis of Damage Parameters of Marble under Uniaxial Compressive Loading Using Grain-Based Finite Element Simulation and a Damage Constitutive Model, Amirkabir J. Civil Eng., 57(12) (2026) 2151-2170.*

DOI: [10.22060/ceej.2026.25091.8383](https://doi.org/10.22060/ceej.2026.25091.8383)



