

## بررسی مؤلفه‌های نفوذپذیری و دبی جریان ورودی بر روی شکاف هیدرولیکی در محیط متخلخل اشباع

امید رضا بارانی<sup>\*</sup>، فاطمه دستجردی، فرزین کلانتری

دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۶ دی ۱۳۹۲

بازنگری: ۲ اردیبهشت ۱۳۹۴

پذیرش: ۲۳ اردیبهشت ۱۳۹۴

ارائه آنلاین: ۱۳ دی ۱۳۹۴

### کلمات کلیدی:

شکاف هیدرولیکی

محیط متخلخل اشباع

ارزیابی همبسته

مدل رفتاری ترک چسبنده

روش اجزای محدود

**چکیده:** در این مقاله، یک مدل هیدرومکانیکی برای بررسی محیط متخلخل اشباع دارای ناپیوستگی ارائه شده است. برای مدلسازی ناپیوستگی از مدل رفتاری ترک چسبنده استفاده شده و جریان در داخل ناپیوستگی لایه‌ای در نظر گرفته شده است. معادله مومنتوم کل و معادله بقای جرم در ترکیب با فرم کلی قانون داریسی برای فاز سیال نوشته شده است. برای حل معادلات به روش عددی، از روش استاندارد اجزای محدود برای پاره‌سازی معادلات در حوزه زمان استفاده شده است. در نهایت، اثر نفوذپذیری محیط و نرخ تزریق بر روی گسترش شکاف هیدرولیکی بررسی و مشاهده شده است که با افزایش نفوذپذیری، رشد ترک آرام‌تر و با افزایش نرخ تزریق، رشد ترک سریع‌تر خواهد شد. با  $3/3$  برابر شدن نفوذپذیری، بازشدگی دهانه ترک  $43/8$  درصد پس از یک ثانیه و  $29/4$  درصد پس از ۶ ثانیه کاهش پیدا کرده و طول ترک نیز ۲۰ درصد پس از یک ثانیه و  $15/9$  درصد پس از ۶ ثانیه کاهش می‌یابد. با ۲، ۳ و ۴ برابر شدن نرخ تزریق، طول ترک پس از ۶ ثانیه به ترتیب  $30/5$ ،  $55/9$  و  $76/3$  درصد افزایش می‌یابد.

### ۱- مقدمه

ایجاد شکاف هیدرولیکی، فرآیندی است که در آن یک ترک بر اثر فشار سیال داخل آن گسترش می‌یابد. این عمل می‌تواند به منظور افزایش برداشت از چاه‌های نفت، افزایش ظرفیت دفع مواد خطرناک در داخل زمین، اندازه‌گیری تنش‌های برجای<sup>۱</sup> زمین و ایجاد ارتباط بین لایه‌های آبدار آن بکار گرفته شود [۱].

شکاف هیدرولیکی، فرآیندی پیچیده بوده که در آن تغییر شکل مکانیکی سنگ در اثر فشار سیال درون ترک با جریان سیال درون ترک و رشد ترک درگیر است. یکی از مهم‌ترین مسائل در مدلسازی شکاف هیدرولیکی، مدلسازی جریان سیال در داخل شکاف و در نظر گرفتن اثر فشار آن بر دیواره‌های شکاف و همچنین لحاظ کردن نفوذ سیال به داخل محیط است. برای این کار، باید بتوان رفتار هیدرودینامیکی ناپیوستگی را به صورت مطلوبی بیان نمود. در رفتار هیدرودینامیکی ناپیوستگی، تغییر شکل ناپیوستگی سبب ایجاد تغییرها در نفوذپذیری و حجم ذخیره سیال آن و تأثیر در جریان سیال در آن خواهد شد. از طرفی دیگر، تغییر فشار سیال سبب تغییر توزیع تنش مؤثر، باز یا بسته شدن ترک و حتی رشد ترک می‌شود. در این حالت، معادلات

<sup>1</sup> in situ stresses

<sup>\*</sup> نویسنده عهده‌دار مکاتبات: barani@kntu.ac.ir

به صورت دیگری بوده و باید تمام عوامل دیگر به صورت همزمان مورد توجه قرار گیرند. مدل‌های مختلفی برای مطالعه رفتار هیدرودینامیکی ناپیوستگی در محیط‌های متخلخل وجود دارد و این مدل‌ها به طور عمده به سه دسته تقسیم می‌شوند. ساده‌ترین مدل‌ها، جایگزینی محیط ترک خورده با یک محیط پیوسته معادل بوده که خصوصیات آن میانگین خصوصیات محیط متخلخل و ترک‌ها است. مدل تخلخل دوگانه (که مدل پیشرفته‌تری است)، بین جریان در محیط متخلخل پیوسته و جریان در شبکه ناپیوستگی‌ها تفاوت قائل شده و هر یک از محیط‌های فوق توسط یک محیط پیوسته با هدایت هیدرولیکی و ضریب ذخیره خود شناخته می‌شود. این دو محیط توسط معادلات پیوستگی جریان و فشار سیال به یکدیگر مرتبط می‌شوند. با وجود آن که مدل تخلخل دوگانه بسیار کارا است، اما محدودیت‌های مهمی را نیز دارد. یکی از این محدودیت‌ها عدم توانایی مدل کردن ترک‌های ناپیوسته است. همچنین این مدل برای شبیه‌سازی تعداد اندکی از ترک‌های بزرگ که مسیر اصلی جریان را تشکیل می‌دهند، نامناسب خواهد بود. مدل سوم که مدل ترک مجزا نامیده می‌شود، ترک‌ها را به طور صریح در نظر گرفته و تبادل سیال بین ناپیوستگی و محیط متخلخل اطراف ناپیوستگی را می‌تواند نشان دهد. در این مدل، می‌توان از المان‌هایی با ضخامت صفر برای مدلسازی ترک‌ها استفاده نمود. فرمولاسیون هیدرومکانیکی درگیر ناپیوستگی‌ها در

## ۲- مدل فیزیکی

محیط متخلخل به صورت ترکیبی از اسکلت جامد و سیال منفذی که فضای خالی آن را پر کرده است، در نظر گرفته می‌شود. در این محیط، تنش مؤثر  $\sigma'$  به صورت رابطه ۱ تعریف می‌شود تا تراکم‌پذیری اسکلت جامد بدست آید [۱۳]:

$$\sigma' = \sigma + \alpha mp \quad (۱)$$

که در آن،  $\sigma$  تنش کل،  $m$  بردار تعریف شده به صورت  $[1 \ 1 \ 0]^T$  برای حالت دوبعدی،  $p$  فشار منفذی متوسط اعمال شده بر روی دانه‌های جامد توسط سیالات منفذی و  $\alpha$  ثابت بیو است که به صورت،  $\alpha = 1 - (K_i/K_s) \leq 1$  تعریف می‌شود و در آن،  $K_i$  ضریب تغییر حجم محیط متخلخل و  $K_s$  ضریب تغییر حجم دانه‌های جامد است. در این تحقیق، تنش در حالت کششی مثبت و فشار سیال منفذی به صورت فشاری مثبت لحاظ می‌شود.

بر طبق مشاهدات تجربی، تنش مؤثر تغییر شکل اصلی اسکلت جامد را کنترل می‌کند. بنابراین، رفتار مکانیکی محیط متخلخل بر اساس تنش مؤثر بیان می‌شود. رابطه نمودی زیر تنش مؤثر را به کرنش کل  $\varepsilon$  مربوط می‌کند:

$$d\sigma' = D d\varepsilon \quad (۲)$$

که در آن،  $D$  ماتریس مماسی است.

## ۳- معادلات حاکم بر محیط متخلخل

معادلات حاکم بر محیط‌های متخلخل اشباع به دو دسته معادله بقای اندازه حرکت و معادله بقای جرم سیال تقسیم‌بندی می‌شوند. معادله بقای اندازه حرکت با چشم‌پوشی از شتاب بخش جامد و سیال و با فرض حرکت سیال همراه فاز جامد، به صورت ساده شده زیر در می‌آید:

$$\sigma_{ij,j} + \rho b_i = 0 \quad (۳)$$

که در آن،  $b_i$  نشان‌دهنده بردار نیروهای حجمی در واحد جرم (معمولاً وزن) بوده و  $\rho$  نیز چگالی کل مصالح است که از رابطه ۴ بدست می‌آید:

$$\rho = n \rho_w + (1-n) \rho_s \quad (۴)$$

در این رابطه،  $\rho_w$  چگالی آب،  $\rho_s$  چگالی ذرات جامد و  $n$  تخلخل بوده که برابر با نسبت حجم حفرات به حجم کل است. قابل ذکر است که در بدست آوردن معادله بقای اندازه حرکت، حجم کنترلی با ابعاد  $dx$  و  $dy$  مورد استفاده قرار گرفته است.

با فرض برقراری قانون داریسی<sup>۱۰</sup> و صرف‌نظر از تغییرهای چگالی، معادله بقای جرم سیال به صورت رابطه ۵ قابل بیان است:

$$\left( -k_{ij} (p_{,j} + \rho_w \ddot{u}_j - \rho_w b_j) \right)_{,i} + \alpha \dot{\varepsilon}_{ii} + \frac{\dot{p}}{Q^*} = 0 \quad (۵)$$

که در این معادله،  $\varepsilon_{ii}$  کرنش حجمی کل و  $k_{ij}$  تانسور نفوذپذیری<sup>۱۱</sup> بوده و  $Q^*$  نیز به صورت رابطه ۶ تعریف می‌شود:

حالت ترک مجزا موضوعی جدید به شمار می‌رود. نوری شاد و همکاران<sup>۱</sup> [۲] و ان‌جی و اسمال<sup>۲</sup> [۳] مدلی را برای المان‌های تماس با ضخامت صفر برای حل معادلات درگیر هیدرودینامیکی ناپیوستگی‌ها ارائه دادند. با وجود آن‌که المان‌های ناپیوستگی بکار رفته در آن‌ها از المان‌های تماس با دو گره در عرض ناپیوستگی بود، اما هیچ‌یک از مدل‌ها قادر به در نظر گرفتن افت پتانسیل هیدرولیکی بین دو دیواره ناپیوستگی نبوده و فشار در دو دیواره ناپیوستگی برابر فرض شده بود. پاپاناستیسا<sup>۳</sup> از روش اجزای محدود برای مدل‌سازی رفتار مکانیکی و از روش تفاضل محدود برای مدل‌سازی رفتار هیدرولیکی در شبیه‌سازی شکاف هیدرولیکی بدون هدر رفتن استفاده نمود [۴]. بون و اینگرافی<sup>۴</sup> تبادل هیدرولیکی بین ترک و محیط متخلخل اطراف را لحاظ کردند [۵]. آن‌ها نیز از روش اجزای محدود برای حل معادلات محیط متخلخل و از روش تفاضل محدود برای حل معادلات حرکت سیال درون ترک استفاده نمودند. با وجود آن‌که این کار، پژوهشی نوین در آن زمان بود. اما نرخ همگرایی بسیار کمی داشت و حل عددی پس از سعی و خطاهای بسیار زیاد به جواب نهایی می‌رسید. سیمونی و سکی<sup>۵</sup> [۶]، شرفلر و همکاران<sup>۶</sup> [۷] و سکی و همکاران [۸] از روش اجزای محدود برای حل معادلات هیدرودینامیکی در حالت شبه‌استاتیکی استفاده نمودند. در پژوهش آن‌ها، یک برنامه ایجاد شبکه برای در نظر گرفتن تغییرهای مرزهای مسئله ضمن رشد ترک در محیط متخلخل استفاده شد. سیگورا و کرول<sup>۷</sup> [۹] افت پتانسیل عرضی را برای المان‌های چهار گرهی با دو گره در تماس معرفی نمودند. همچنین این محققان این المان‌ها را برای حل هیدرودینامیکی ناپیوستگی‌ها توسعه دادند [۹]. المان ترک چسبنده در محیط متخلخل نیمه‌اشباع برای اولین بار توسط بارانی و همکاران<sup>۸</sup> در سال ۲۰۱۱ میلادی برای بررسی شکست نمونه‌های بتنی نیمه‌اشباع بکار گرفته شد [۱۰]. رشد ترک چسبنده در محیط متخلخل اشباع در همان سال برای بررسی شکاف هیدرولیکی توسط خویی و همکاران<sup>۹</sup> مورد بررسی قرار گرفت [۱۱]. المان ترک چسبنده سه‌بعدی در محیط متخلخل نیمه‌اشباع برای اولین بار توسط بارانی و خویی در سال ۲۰۱۴ میلادی به وجود آمد [۱۲].

در این مقاله، در ابتدا معادلات حاکم بر محیط متخلخل ارائه می‌شوند. پس از آن، مدل‌سازی ترک چسبنده در روش اجزای محدود مورد مطالعه قرار می‌گیرد. سپس مدل‌سازی هیدرومکانیکی ترک در محیط متخلخل اشباع بررسی شده و در نهایت نیز تأثیر نفوذپذیری و دبی جریان سیال ورودی در رشد شکاف هیدرولیکی مورد بررسی قرار می‌گیرند.

<sup>1</sup> Noorishad et al.

<sup>2</sup> Ng & Small

<sup>3</sup> Papanastasiou

<sup>4</sup> Boone & Ingrassia

<sup>5</sup> Simoni & Secchi

<sup>6</sup> Schrefler et al.

<sup>7</sup> Segura & Carol

<sup>8</sup> O. R. Barani et al.

<sup>9</sup> A.R. Khoei et al.

<sup>10</sup> Darcy law

<sup>11</sup> Permeability

$$Q = \int_{\Omega} B^T \alpha m N^p d\Omega \quad (12)$$

با ضرب رابطه ۵ در  $(N^p)^T$  و سپس انتگرال گیری و استفاده از رابطه‌های ۹ و ۱۰، رابطه ۱۳ بدست می‌آید:

$$Q^T \dot{u} + H \bar{p}_w + S \dot{\bar{p}}_w - f^{(2)} = 0 \quad (13)$$

در این رابطه:

$$H = \int_{\Omega} (\nabla N^p)^T k \nabla N^p d\Omega \quad (14)$$

$$S = \int_{\Omega} N^p \frac{1}{Q^*} N^p d\Omega \quad (15)$$

$$f^{(2)} = - \int_{\Omega} (N^p)^T \nabla^T (k \rho_w \mathbf{b}) d\Omega + \int_{\Gamma_q} (N^p)^T \bar{q} d\Gamma \quad (16)$$

و  $\mathbf{k}$  در رابطه ۱۶ ماتریس نفوذپذیری محیط است:

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_x & k_{xy} \\ k_{yx} & k_y \end{bmatrix} \quad (17)$$

که در آن،  $k_x$  و  $k_y$  ضرایب نفوذپذیری در جهت‌های  $x$  و  $y$  بوده و  $k_{xy}$  و  $k_{yx}$  در صورتی که جهت‌های  $x$  و  $y$  جهت‌های اصلی باشند، برابر با صفر فرض می‌شوند.

پس از پاره‌سازی معادلات در مکان با استفاده از توابع شکل و مقادیر مجهول در گره‌های المان، لازم است تا آن‌ها در زمان نیز پاره‌سازی شوند.

معادلات حاکم بر محیط در زمان به روش نیومارک<sup>۴</sup> اصلاح شده حل و معادلات در هر زمان با روش نیوتون-رافسون<sup>۵</sup> حل شده است.

با روش نیومارک تعمیم‌یافته، مشتقات مرتبه اول و دوم متغیرها به صورت تابعی از مقادیر آن در زمان قبل و نمو آن به صورت روابط زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{u}^{n+1} = a_0 (u^{n+1} - u^n) - a_2 \dot{u}^n - a_3 \ddot{u}^n$$

$$\dot{u}^{n+1} = a_1 (u^{n+1} - u^n) - a_4 \dot{u}^n - a_5 \ddot{u}^n$$

$$\ddot{p}_\pi^{n+1} = a_0 (p_\pi^{n+1} - p_\pi^n) - a_2 \dot{p}_\pi^n - a_3 \ddot{p}_\pi^n$$

$$\dot{p}_\pi^{n+1} = a_1 (p_\pi^{n+1} - p_\pi^n) - a_4 \dot{p}_\pi^n - a_5 \ddot{p}_\pi^n$$

که در روابط بالا:

$$\frac{1}{Q^*} \equiv \frac{n}{K_f} + \frac{(\alpha - n)}{K_s} \quad (6)$$

که در آن،  $K_s$  ضریب تغییر حجم اسکلت جامد و  $K_f$  ضریب تغییر حجم سیال است. مجهولات این سامانه عبارتند از فشار سیال  $p$  و تغییر شکل شبکه جامد  $u$  که با اعمال شرایط مرزی، می‌توان حل مسئله را کامل کرد. این شرایط مرزی عبارتند از:

- در مرز  $\Gamma_t$  بردار تنش<sup>۱</sup> خارجی با تنش‌های داخلی در این مرز در تعادل باشند و در مرز  $\Gamma_u$  تغییر مکان با تغییر مکان داده‌شده در مرز برابر باشد ( $u = \bar{u}$ ).

- برای فاز سیال، مرز دوباره به دو بخش  $\Gamma_p$  (که در آن، مقدار  $p$  معین بوده  $(p = \bar{p})$ ) و  $\Gamma_q$  (که در آن، جریان نرمال خروجی داده شده است  $(q = \bar{q})$ )، تقسیم می‌شود.

برای تعیین فرم ضعیف اولین معادله، رابطه ۳ در  $(N^u)^T$  ضرب شده و سپس از آن انتگرال گیری می‌شود. بنابراین:

$$\int_{\Omega} B^T \sigma d\Omega = f^{(1)} \quad (7)$$

که در آن،  $\mathbf{B} = \mathbf{S} \mathbf{N}^u$  و بردار بار  $f^{(1)}$  که شامل نیروهای حجمی<sup>۲</sup> و نیروهای خارجی در مرزها<sup>۳</sup> است، به صورت رابطه ۸ بیان می‌شود:

$$f^{(1)} = \int_{\Omega} (N^u)^T \rho b d\Omega + \int_{\Gamma_t} (N^u)^T \bar{t} d\Gamma \quad (8)$$

با استفاده از توابع شکل و مقادیر مجهول در گره‌های المان، مجهول‌های مسئله مطابق با رابطه ۹ تقریب زده می‌شوند:

$$\mathbf{u} = \sum_{k=1}^n N_k^u \bar{\mathbf{u}}_k = \mathbf{N}^u \bar{\mathbf{u}} \quad (9)$$

$$p = \sum_{k=1}^m N_k^p \bar{p}_k = \mathbf{N}^p \bar{\mathbf{p}} \quad (10)$$

که در آن، روابط  $N^u$  تابع شکل جابجایی، تابع شکل فشار و  $\bar{p}_k$  و  $\bar{\mathbf{u}}_k$  مقادیر مجهول جابه‌جایی و فشار در گره‌ها هستند. با در نظر گرفتن رابطه تنش مؤثر (رابطه ۱) و پاره‌سازی در حوزه مکان، می‌توان رابطه ۷ را به صورت رابطه ۱۱ بازنویسی نمود:

$$\int_{\Omega} B^T \sigma' d\Omega - Q \bar{p}_w - f^{(1)} = 0 \quad (11)$$

که در آن،  $Q$  ماتریسی است که برقرارکننده ارتباط رابطه ۱۱ با فشار سیال است:

<sup>4</sup> Newmark method

<sup>5</sup> Newton-Raphson method

<sup>1</sup> Traction

<sup>2</sup> Body Force

<sup>3</sup> Boundary Traction

بردار تنش مؤثر و جابجایی مؤثر بین دو وجه المان ترک به دو جزء عمودی و مماسی تجزیه می‌شود:

$$t_e = \sqrt{t_n^2 + t_s^2} \quad (18)$$

$$\delta_e = \sqrt{\delta_n^2 + \delta_s^2}$$

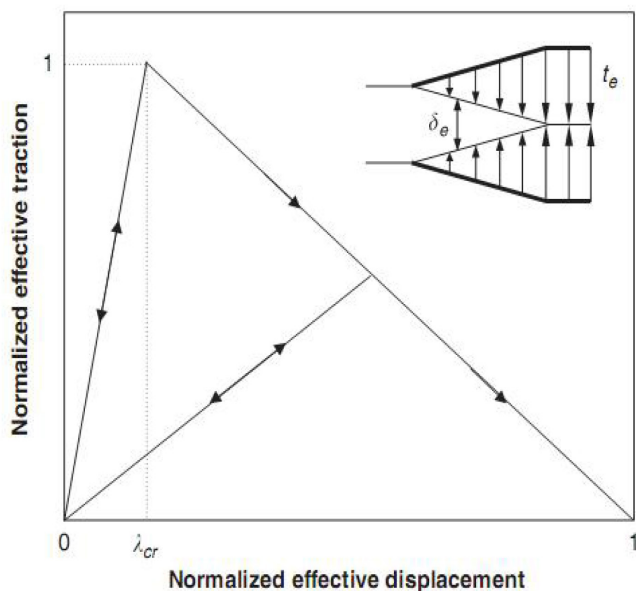
که در آن،  $t_e$  بردار تنش مؤثر،  $t_n$  بردار تنش عمودی،  $t_s$  بردار تنش برشی،  $\delta_e$  جابجایی مؤثر،  $\delta_n$  بازشدگی عمودی و  $\delta_s$  جابجایی برشی را نشان می‌دهند. جابجایی مؤثر بدون بعد به صورت زیر تعریف می‌شود که در آن، مقدار جابجایی بحرانی متناظر با بازشدگی کامل و صفرشدن نیروهای چسبندگی است:

$$\lambda_e = \sqrt{\left(\frac{\delta_n}{\delta_c}\right)^2 + \left(\frac{\delta_s}{\delta_c}\right)^2} \quad (19)$$

هنگامی که بردار تنش عمودی کششی باشد، بردار تنش عمودی و برشی ناشی از نیروهای چسبندگی بین دو سطح از روابط زیر بدست می‌آیند (شکل ۱):

$$t_n = \frac{\sigma_c}{\lambda_{cr}} \left( \frac{\delta_n}{\delta_c} \right) \quad \text{if } \lambda_e < \lambda_{cr}$$

$$t_n = \frac{\sigma_c}{\lambda_e} \frac{1 - \lambda_e}{1 - \lambda_{cr}} \left( \frac{\delta_n}{\delta_c} \right) \quad \text{if } \lambda_e > \lambda_{cr} \quad (\text{loading}) \quad (20)$$



شکل ۱: نمودار دو خطی نیروهای چسبندگی بر حسب جابجایی مؤثر بدون بعد

Fig. 1. A bilinear cohesive law in terms of normalized effective displacement and normalized effective traction

$$a_0 = \frac{1}{\alpha \cdot \Delta t^2}$$

$$a_1 = \frac{\delta}{\alpha \cdot \Delta t}$$

$$a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1$$

$$a_4 = \frac{\delta}{\alpha} - 1$$

$$a_5 = \Delta t \left( \frac{\delta}{2\alpha} - 1 \right)$$

در این روابط، زیرنویس  $n$  بیان‌کننده مقدار مؤلفه در زمان  $t_n$  بوده و زیرنویس  $n+1$  نیز بیانگر مقدار مؤلفه در زمان  $t_{n+1} = t_n + \Delta t$  است. فرض می‌شود که مقدار این مؤلفه در زمان  $n$  معلوم باشد و باید از روی آن، مقدار مؤلفه در زمان  $n+1$  تعیین شود.

$\alpha$  و  $\delta$  مؤلفه‌های نیومارک هستند که برای اطمینان از پایداری روش، به ازای گام‌های زمانی دلخواه باید در شرایط زیر صدق کند:

$$\delta \geq 0.5$$

$$\alpha \geq 0.25(0.5 + \delta)^2$$

#### ۴- فرمول‌بندی المان ترک چسبنده

ایده اصلی در مدل ترک چسبنده مبتنی بر این واقعیت است که در ناحیه چسبنده (که به آن منطقه ترک فرضی نیز گفته می‌شود)، تنش می‌واند بین لبه‌های ترک فرضی منتقل شود. از دیدگاه میکرومکانیکی، منطقه ترک فرضی یک منطقه موضعی در لبه ترک است که در آن، حفره‌ها و میکروتُرک‌های ایجاد شده رشد کرده و به ترک اصلی می‌پیوندند. در این مدل رفتاری، ناحیه ترک فرضی یک ناحیه به ضخامت صفر است که شامل دو سطح چسبنده بر روی هم است. برای وارد کردن مدل ترک چسبنده در چارچوب المان محدود، یک ترک چسبنده به وسیله یک‌سری المان‌های اصلی مدلسازی می‌شوند که تعداد درجات آزادی کمی را نسبت به کل مدل شامل می‌شوند. در این مدل، هنگامی که تنش لبه ترک به مقدار مقاومت کششی ماده می‌رسد، ترک فرضی شروع به رشد می‌کند. با باز شدن ترک، سطوح عاری از تنش نخواهند شد؛ بلکه تنش آن‌ها با افزایش عرض ترک مطابق با یک قانون چسبندگی شروع به کاهش می‌کند.

سونگ و همکاران<sup>۱</sup> [۱۴] با استفاده از معادله جداولگی-نیروی چسبندگی خطی (که برای اولین بار توسط اسپینوزا و زاواتیری<sup>۲</sup> [۱۵] بیان شد و با در نظر گرفتن حالت ترکیبی با فرمول‌بندی مؤثر که برای اولین بار توسط چامچو و اورتیز<sup>۳</sup> [۱۶] ارائه شده است)، ناحیه چسبنده را مدلسازی کردند. در این روش،

<sup>1</sup> Song et al.

<sup>2</sup> Espinosa & Zavattieri

<sup>3</sup> Chamacho & Ortiz

و  $\mathbf{N}_f$  توابع شکل المان ترک و  $\mathbf{R}$  ماتریس دوران محورهای مختصات از مختصات عمومی  $x$  و  $y$  به مختصات محلی است. با تعیین ماتریس  $\mathbf{B}_f$  می‌توان ماتریس سختی مربوط به هر المان ترک چسبنده را با انتگرال‌گیری در دامنه آن المان تعیین نمود. برای آن که انتگرال‌گیری در کل المان‌ها در یک حوزه ثابت انجام گیرد، از سامانه مختصات  $\xi$  و  $\eta$  بین مقادیر  $[-1, 1]$  استفاده می‌شود. به این ترتیب، ماتریس سختی یک المان چسبنده دلخواه در حالت کلی به صورت زیر بدست خواهد آمد:

$$\mathbf{K}_f = \int_{-1}^{+1} \mathbf{B}_f^T \mathbf{D}_f \mathbf{B}_f \left[ \left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2 \right]^{1/2} w d\xi \quad (24)$$

که در آن،  $\mathbf{D}_f = \mathbf{w} \mathbf{C}_f$  بوده و  $\mathbf{C}_f$  نیز از رابطه ۲۲ تعیین می‌شود.

### ۵- مدل‌سازی رفتار هیدرولیکی ناپیوستگی

جریان سیال در یک ناپیوستگی می‌تواند در جهت طول المان‌های تماس و یا در جهت عمود بر آن‌ها باشد که در این قسمت، معادلات توصیف‌کننده آن‌ها تشریح خواهد شد. به منظور بدست‌آوردن روابط اجزای محدود المان ترک دوفازی، یک المان چهار گره‌ای با ضخامت اولیه صفر مشابه با آن چه که در قسمت‌های قبل آورده شد، در نظر گرفته می‌شود. فشار آب حفره‌ای سطوح بالا و پایین المان با استفاده از توابع شکل المان ترک به صورت  $p_{bot} = (\mathbf{N}_f)_{bot} \bar{p}_{bot}$  و  $p_{top} = (\mathbf{N}_f)_{top} \bar{p}_{top}$  برآورد می‌شود که در آن،  $\bar{p}_{bot} = \langle \bar{p}_{f1}, \bar{p}_{f2} \rangle^T$  و  $\bar{p}_{top} = \langle \bar{p}_{f3}, \bar{p}_{f4} \rangle^T$  هستند. فشار آب حفره‌ای در هر نقطه در میان صفحه ترک نیز به صورت میانگین فشار در سطوح بالا و پایین المان فرض می‌شود. بنابراین،  $p_m = (p_{bot} + p_{top})/2$  و یا  $p_m = \mathbf{N}_{fp} \bar{\mathbf{p}}_w$  است که در آن،  $\mathbf{N}_{fp} = [(\mathbf{N}_f)_{bot}, (\mathbf{N}_f)_{top}]$  و  $\bar{\mathbf{p}}_w = \langle \bar{\mathbf{p}}_{bot}, \bar{\mathbf{p}}_{top} \rangle^T$  است. همچنین جابجایی در هر نقطه در میان صفحه ترک نیز به صورت میانگین جابجایی در سطوح بالا و پایین المان فرض می‌شود و یا  $\mathbf{u} = \mathbf{N}_{fp} \bar{\mathbf{u}}$  است. با استفاده از قانون کار مجازی، می‌توان نوشت:

$$\int_{\Omega} (\delta \bar{\mathbf{a}}^T \bar{\mathbf{o}}_m) d\Omega = \int_{\Omega} \delta \mathbf{u}^T \rho_w \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma_i} \delta \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{t}} d\Gamma \quad (25)$$

تنش مؤثر در میان صفحه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{\mathbf{o}}'_m = \bar{\mathbf{o}}_m + \alpha_f \mathbf{m}_f p_m \quad (26)$$

که در آن،  $\bar{\boldsymbol{\sigma}}'_m = [\tau \sigma']^T$  و  $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_m = [\tau \sigma]^T$  به ترتیب بردارهای تنش مؤثر و تنش کل در میان صفحه،  $\mathbf{m}_f = [0, 1]^T$  برداری که معرفی‌کننده اثر فشار سیال در جهت عمود بر سطوح ناپیوستگی،  $p_m$  فشار سیال در میان صفحه ناپیوستگی و  $\alpha_f$  ضریب بیو ناپیوستگی است [۹].

با جایگذاری از رابطه ۲۶ و  $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{B}_f \bar{\mathbf{u}}$  در رابطه فوق، خواهیم داشت:

$$t_n = \frac{\sigma_c}{\lambda_{e1}} \frac{1 - \lambda_{e1}}{1 - \lambda_{cr}} \left( \frac{\delta_n}{\delta_c} \right) \text{ if } \lambda_e > \lambda_{cr} \text{ (unloading)}$$

$$t_s = \frac{\sigma_c}{\lambda_{cr}} \left( \frac{\delta_s}{\delta_c} \right) \text{ if } \lambda_e < \lambda_{cr}$$

$$t_s = \frac{\sigma_c}{\lambda_e} \frac{1 - \lambda_e}{1 - \lambda_{cr}} \left( \frac{\delta_s}{\delta_c} \right) \text{ if } \lambda_e > \lambda_{cr} \text{ (loading)} \quad (21)$$

$$t_s = \frac{\sigma_c}{\lambda_{e1}} \frac{1 - \lambda_{e1}}{1 - \lambda_{cr}} \left( \frac{\delta_s}{\delta_c} \right) \text{ if } \lambda_e > \lambda_{cr} \text{ (unloading)}$$

که در آن،  $\sigma_c$  یک مشخصه ماده در ناحیه چسبنده بوده و مقاومت چسبندگی را نشان می‌دهد و معمولاً برابر مقاومت کششی ماده در نظر گرفته می‌شود و  $\lambda_{e1}$  نیز بیشترین جابجایی مؤثر بدون بعد قبل از باربرداری است.

ماتریس مدول مماسی با مشتق‌گرفتن از بردار تنش عمودی و برشی نسبت به جابجایی عمودی و برشی بدست می‌آید:

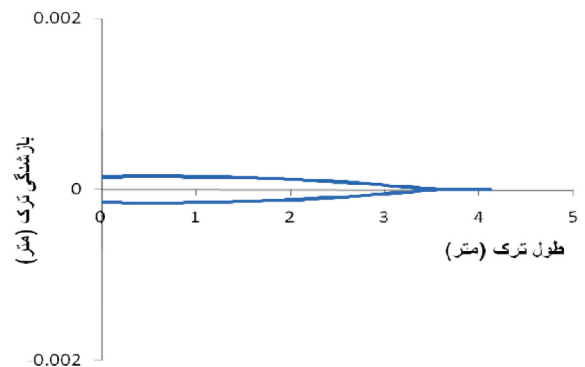
$$\mathbf{C}_f = \begin{bmatrix} C_{ss} & C_{sn} \\ C_{ns} & C_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial t_s}{\partial \delta_s} & \frac{\partial t_s}{\partial \delta_n} \\ \frac{\partial t_n}{\partial \delta_s} & \frac{\partial t_n}{\partial \delta_n} \end{bmatrix} \quad (22)$$

با در نظر گرفتن یک المان چهار گره‌ای با ضخامت صفر مطابق با شکل ۲، ماتریس سختی برای المان و بردار کرنش‌های عمودی و برشی متناسب با جابجایی‌های نسبی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\gamma = \frac{1}{w} \delta_s$$

$$\varepsilon_n = \frac{1}{w} \delta_n \quad (23)$$

که در آن،  $w$  عرض المان ترک چسبنده است. بنابراین، بردار کرنش را می‌توان از رابطه  $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}_f \bar{\mathbf{u}}$  بدست آورد که در آن،  $\mathbf{B}_f$  برابر است با  $\mathbf{w}^{-1} \mathbf{N}_f \mathbf{R}$



شکل ۲: یک المان ترک چسبنده قبل و بعد از تغییر شکل

Fig. 2. Schematic drawing of zero-thickness interface element: Initial configuration and the deformed configuration

جدول ۱: خصوصیات مصالح  
Table 1. Material properties

مقدار	نشانه	ویژگی‌ها
۱۵۹۶۰	$E$	مدول الاستیسیته (مگا پاسکال)
۰/۷۹	$\alpha$	ثابت بیو
۰/۲	$\nu$	نسبت پواسون
۰/۱۹	$n$	نسبت تخلخل
۱۰۰۰	$\rho_w$	چگالی آب (کیلوگرم بر متر مکعب)
۳۶	$k_s$	ضریب تغییر حجم فاز جامد (گیگا پاسکال)
۳	$k_w$	ضریب تغییر حجم آب (گیگا پاسکال)
$10^{-9}$	$\mu$	لزجت دینامیکی آب (مگا پاسکال ثانیه)
$6 \times 10^{-12}$	$k$	نفوذپذیری محیط (متر مربع بر پاسکال بر ثانیه)

مسئله را به همراه شرایط مرزی نشان می‌دهد. همان‌گونه که در شکل نیز مشخص است، یک بریدگی با طول ۰/۵ متر و عرض ۰/۰۵ متر در هندسه مدل وجود دارد که در قسمت بالا سمت چپ المان‌های ترک چیده شده‌اند و دبی ثابت به آن اعمال می‌شود. با گذشت زمان در هر گرهی که تنش به مقاومت کششی ماده برسد، در آن نقطه گره‌ها از هم فاصله گرفته و ترک به پیش می‌رود. در مرز دایره‌ای مسئله جابجایی در جهت هر دو محور  $x$  و  $y$  و همچنین فشار سیال صفر است. در مرز افقی پایین تنها جابجایی در راستای  $x$  صفر خواهد بود. مشخصات ماده در جدول ۱ آورده شده است و فرض می‌شود که رفتار الاستیک خطی برقرار باشد. دبی ورودی ثابت به مقدار  $0.001$  متر مکعب بر ثانیه در دهانه ترک اعمال شده که سبب رشد ترک اولیه که در دهانه ترک تعبیه شده می‌شود. مقاومت کششی ماده برابر با  $0.5$  مگا پاسکال فرض می‌شود.

در مرجع [۱۱] هنگامی که بیشینه تنش مؤثر اصلی کششی در نوک ترک به مقاومت کششی ماده می‌رسید، ترک در جهت عمود بر جهت بیشینه تنش اصلی کششی گسترش می‌یافت. این کار نیاز به باز تولید شبکه اجزای محدود در هر رشد ترک دارد. در این تحقیق، المان‌های ترک در مسیر مستقیم تعبیه شده‌اند و طول ترک در هر گام زمانی (از نوک ترک تا اولین المانی که تنش در آن به تنش کششی ماده رسیده)، در نظر گرفته شده است. نتایج این تحلیل با حل تحلیلی که توسط اسپنس و شارپ<sup>۱</sup> [۱۸] انجام شده، مقایسه شده است. شکل ۴ و جدول ۲ تغییرهای طول ترک و بازشدگی دهانه ترک را برحسب زمان به همراه مقایسه آن‌ها با نتایج حل تحلیلی و شکل ۳ شکل ترک را نشان می‌دهد.

نتایج حل عددی (به خصوص در مورد طول ترک) به حل تحلیلی بسیار نزدیک می‌شود. حل تحلیلی با فرضیات ساده‌کننده‌ای مانند نفوذناپذیری

$$\int_{\Omega} \mathbf{B}_f^T \boldsymbol{\sigma}'_m d\Omega - \mathbf{Q}_f \bar{\mathbf{p}}_w = \mathbf{f}_f^{(1)} \quad (27)$$

$$\mathbf{Q}_f = \int_{\Omega} \mathbf{B}_f^T \mathbf{m}_f \mathbf{N}_{fp} d\Omega \quad (28)$$

$$\mathbf{f}_f^{(1)} = \int_{\Omega} \mathbf{N}_{fp}^T \rho_w \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma_i} \mathbf{N}_{fp}^T \bar{\mathbf{t}} d\Gamma \quad (29)$$

برای مدلسازی رفتار هیدرولیکی ترک، مشابه با رابطه ۱۳، رابطه ۳۰ نوشته می‌شود:

$$\mathbf{Q}_f^T \dot{\bar{\mathbf{u}}} + \mathbf{H}_f \bar{\mathbf{p}} + \mathbf{S}_f \dot{\bar{\mathbf{p}}} - \mathbf{f}_f^{(2)} = 0 \quad (30)$$

که در آن:

$$\mathbf{H}_f = \int_{\Omega} \nabla \mathbf{N}_f^T \mathbf{k}_f \nabla \mathbf{N}_f d\Omega \quad (31)$$

$$\mathbf{S}_f = \int_{\Omega} \mathbf{N}_{fp}^T \frac{1}{Q_f^*} \mathbf{N}_{fp} d\Omega \quad (32)$$

$$\mathbf{f}_f^{(2)} = - \int_{\Omega} \mathbf{N}_{fp}^T \nabla^T (\mathbf{k}_f \rho_w \mathbf{b}) d\Omega \quad (33)$$

و  $\nabla \mathbf{N}_f$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\nabla \mathbf{N}_f = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \frac{\partial N_{f1}}{\partial l} & \frac{1}{2} \frac{\partial N_{f2}}{\partial l} & \frac{1}{2} \frac{\partial N_{f3}}{\partial l} & \frac{1}{2} \frac{\partial N_{f4}}{\partial l} \\ -\frac{N_{f1}}{w} & -\frac{N_{f2}}{w} & \frac{N_{f3}}{w} & \frac{N_{f4}}{w} \end{bmatrix} \quad (34)$$

$\mathbf{k}_f$  که ماتریس نفوذپذیری ترک نام دارد، از رابطه ۳۵ بدست می‌آید:

$$\mathbf{k}_f = \begin{bmatrix} k_l & 0 \\ 0 & k_n \end{bmatrix} \quad (35)$$

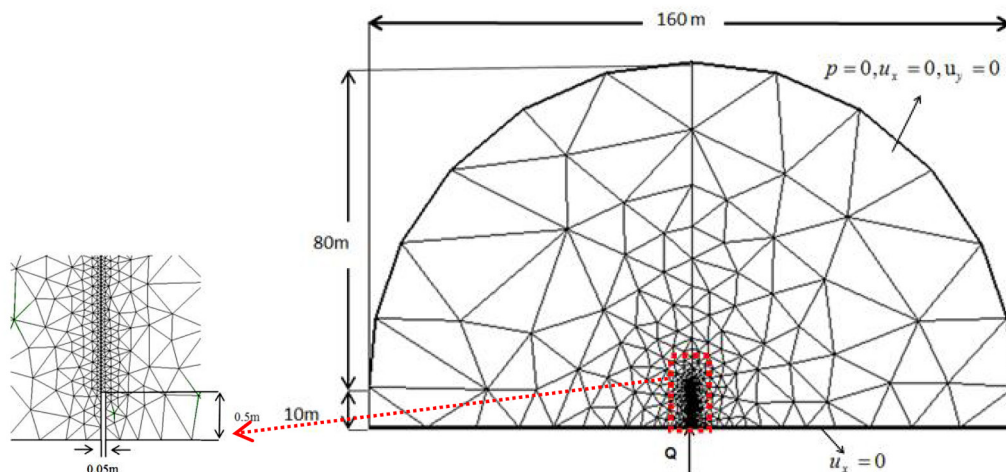
که در آن،  $k_l$  ضریب نفوذپذیری ترک در جهت طولی و  $k_n$  ضریب نفوذپذیری ترک در جهت عرضی است. ساده‌ترین رابطه برای ضریب نفوذپذیری ترک در جهت طولی، با فرض جریان از بین دو صفحه صاف موازی بدست می‌آید. این مدل، تنها مدلی است که محاسبه دقیق هدایت هیدرولیکی برای آن ممکن بوده و منجر به رابطه توان سوم دهانه می‌شود. این رابطه، توسط آزمایش برای ترک‌های با دیواره صاف مورد تأیید قرار گرفته است [۱۷]. بر طبق این رابطه،  $k_l$  برابر با  $w^2/12\mu$  قرار داده می‌شود که در آن،  $\mu$  لزجت دینامیکی سیال است.

## ۶- بررسی شکست هیدرولیکی در شرایط اشباع

برای بررسی درستی عملکرد مدل ارائه شده، مسئله شکاف هیدرولیکی حل شده و نتایج آن با حل تحلیلی مقایسه شده است. سپس اثر مؤلفه‌های نفوذپذیری محیط و نرخ تزریق بر روی گسترش شکاف هیدرولیکی بررسی شده است.

برای بررسی درستی حل اجزای محدود، مسئله رشد ترک در محیط اشباع یک مدل مقطع افقی کرنش مسطح در نظر گرفته می‌شود. هندسه مدل مطابق با مرجع [۵] لحاظ شده است. شکل ۳ هندسه مدل و المان‌بندی اولیه

<sup>1</sup> D. A. Spence & P. Sharp



شکل ۳: هندسه و شبکه بندی مسئله شکاف هیدرولیکی

Fig. 3. The geometry and finite element mesh for hydraulic fracture problem

محیط‌های نفوذناپذیر هستند. اما در هنگامی که محیط نفوذپذیر باشد، حل تحلیلی مناسبی وجود ندارد. از این رو، این مسئله با استفاده از روش عددی موجود برای یک محیط با نفوذپذیری بیشتر نیز حل شده است. در شکل ۵ نمودار بازشدگی و طول ترک نسبت به زمان برای دو نفوذپذیری  $k=2 \times 10^{-11}$  متر مربع بر پاسکال بر ثانیه و  $k=6 \times 10^{-12}$  متر مربع بر پاسکال بر ثانیه مقایسه شده است. شکست هیدرولیکی در محیط با نفوذپذیری زیاد به آرامی گسترش می‌یابد و بازشدگی دهانه ترک بدست آمده کوچک تر خواهد بود. در نتیجه، شکاف‌های هیدرولیکی کوچک تر و کوتاه تر در حالی که نفوذپذیری محیط زیاد است، به وجود خواهد آمد. لازم به ذکر است که در صورتی که نفوذپذیری بسیار زیاد شود، ممکن است تا فشار منفذی در محیط اطراف ترک بالا رفته و تنش در جهت بسته شدن ترک ایجاد شود و نوع رژیم

محیط و صرف نظر از ناحیه نرم شونده نوک ترک بدست آمده است. همان طور که از جدول ۲ نیز برمی آید و از آن جایی که حل عددی به اندازه کافی به حل تحلیلی نزدیک است، بنابراین با گذشت زمان حل عددی که قابلیت مدلسازی محیط به طور واقعی را داشته باشد، ارجح بوده و در ادامه مقاله نیز از آن به عنوان مبنا برای بررسی مؤلفه‌های نفوذپذیری و دبی جریان ورودی بر روی شکاف هیدرولیکی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

#### ۶-۱- بررسی اثر نفوذپذیری بر روی شکست هیدرولیکی

حل‌های تحلیلی معمولاً قادر به حل مسئله شکست هیدرولیکی در

#### جدول ۲: میزان اختلاف نسبی حل عددی و تحلیلی

Table 2. The relative difference between numerical and analytical solutions

زمان	درصد اختلاف بازشدگی دهانه ترک	درصد اختلاف طول ترک
۱/۰۰	۲۹/۳۲	۱/۸۶
۲/۰۰	۱۵/۴۲	۵/۳۴
۳/۰۰	۱۳/۸۶	۷/۸۴
۴/۰۰	۱۰/۷۵	۵/۵۰
۵/۰۰	۸/۵۱	۴/۵۱
۶/۰۰	۷/۵۲	۳/۵۷
۷/۰۰	۶/۷۰	۲/۳۵
۸/۰۰	۶/۱۲	۱/۹۵
۹/۰۰	۵/۶۶	۰/۹۵
۱۰/۰۰	۵/۲۶	۰/۴۳

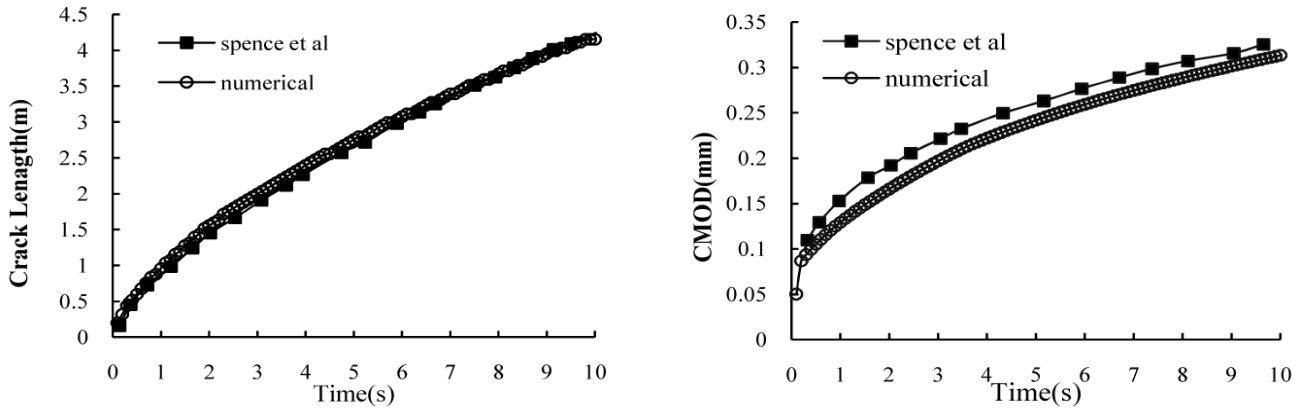
#### جدول ۳: نسبت تغییرهای بازشدگی دهانه و طول ترک در

نفوذپذیری  $k=6 \times 10^{-12}$  متر مربع بر پاسکال بر ثانیه نسبت به مدل

مبنا بر حسب درصد

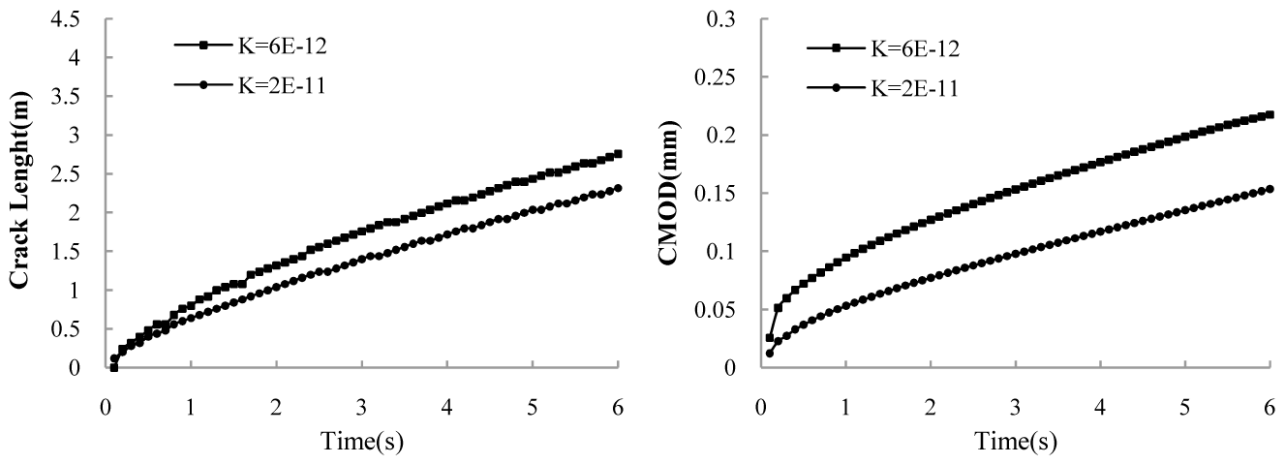
Table 3. The relative deviation of the crack length and crack mouth opening (CMOD) for  $k=6 \times 10^{-6} \text{ m}^2/(\text{MPa}\cdot\text{s})$  from benchmark model expressed as a percentage

زمان	نسبت تغییرات بازشدگی دهانه ترک	نسبت تغییرات طول ترک
۱/۰۰	۴۳/۸۴	۲۰/۰۰
۲/۰۰	۳۹/۱۷	۲۱/۲۱
۳/۰۰	۳۶/۲۰	۲۰/۴۵
۴/۰۰	۳۳/۷۹	۱۸/۸۷
۵/۰۰	۳۱/۸۱	۱۶/۳۹
۶/۰۰	۲۹/۴۱	۱۵/۹۴



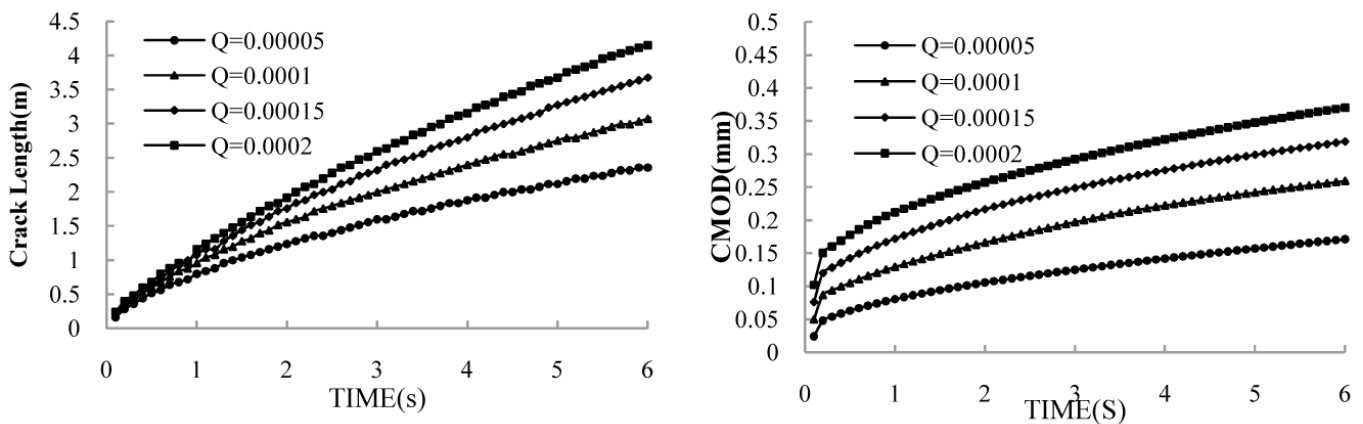
شکل ۴: بازشدگی دهانه ترک و طول ترک نسبت به زمان و مقایسه با حل تحلیلی

Fig. 4. The variations with time of the crack length and crack mouth opening (CMOD) at various time steps compared to the analytical solution



شکل ۵: مقایسه بازشدگی و طول ترک برای نفوذپذیری های مختلف

Fig. 5. The variations of the crack length and crack mouth opening (CMOD) with time for different permeability coefficients



شکل ۶: مقایسه بازشدگی و طول ترک برای نرخ تزریق های مختلف

Fig. 6. The variations of the crack length and crack mouth opening (CMOD) with time for different inflow rates



## ۷- نتیجه گیری

جریان در محیط را تغییر دهد.

در این مقاله، یک مدل عددی برای تحلیل محیط متخلخل اشباع دارای ناپیوستگی ارائه شده است. در ابتدا به بیان معادلات حاکم بر محیط متخلخل در حالت اشباع پرداخته شده و جابجایی فاز جامد و فشار آب به عنوان متغیرهای مستقل برای حل دستگاه معادلات حاکم بر محیط در نظر گرفته شده است. برای حل معادلات به صورت عددی، از روش اجزای محدود برای پاره‌سازی معادلات در حوزه مکان و از روش نیومارک اصلاح شده برای پاره‌سازی معادلات در حوزه زمان استفاده شده است.

پس از آن، مدل رفتاری ترک چسبیده دو خطی برای بررسی مسائل شکست به عنوان یک مدل مناسب برای بیان رفتار ترک در مواد شبه ترد مورد استفاده قرار گرفته و برای پیاده‌سازی آن از المانی با ضخامت صفر استفاده شده است.

این المان، قابلیت مدل‌سازی رفتار نرم‌شوندگی در مواد شبه ترد را دارا است. برای بررسی رشد ترک، از معیار بیشینه تنش کششی استفاده شده است. المان‌های ترک تنها در مسیر ترک قرار گرفته و مسیر ترک از قبل به صورت مستقیم در نظر گرفته شده است.

برای بررسی گسترش ترک در محیط‌های متخلخل، رفتار ناپیوستگی در محیط اشباع بررسی شده و رفتار هیدرومکانیکی ترک چسبیده به روش اجزای محدود مدل‌سازی شده است. با استفاده از این المان، مدل‌سازی محیط متخلخل اشباع دارای ناپیوستگی انجام پذیرفته است.

برای بررسی درستی مدل ارائه شده، مثالی از شکاف هیدرولیکی در شرایط اشباع حل شده و نتایج با حل تحلیلی مقایسه شده است. در ادامه، مؤلفه‌های مؤثر بر گسترش شکاف هیدرولیکی شامل نفوذپذیری محیط و نرخ تزریق بررسی شده و مشاهده شده است که رشد ترک با افزایش نفوذپذیری، آرام‌تر و با افزایش نرخ تزریق، سریع‌تر می‌شود. بازشدگی دهانه ترک با  $3/3$  برابر شدن نفوذپذیری،  $43/8$  درصد پس از یک ثانیه و  $29/4$  درصد پس از  $6$  ثانیه کاهش می‌یابد. طول ترک نیز  $20$  درصد پس از یک ثانیه و  $15/9$  درصد پس از  $6$  ثانیه کاهش خواهد یافت. طول ترک با  $2$ ،  $3$  و  $4$  برابر شدن نرخ تزریق پس از  $6$  ثانیه به ترتیب  $30/5$ ،  $55/9$  و  $76/3$  درصد افزایش می‌یابد.

## مراجع

- [1] A. M., Raaen; E., Skomedal; H., Kjørholt; P., Markestad; D., Okland; Stress Determination from Hydraulic Fracturing Tests: The System Stiffness Approach, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 38, pp. 529-541, 2006.
- [2] J., Noorishad; M. S., Ayatollahi; P. A., Witherspoon; A Finite-element Method for Coupled Stress and Fluid Flow Analysis in Fractured Rock Masses, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, Vol. 19, pp. 185-193, 1982.
- [3] N., KLA; J. C., Small; Behavior of Joints and Interfaces Subjected to Water Pressure, *Computers and Geotechnics*,

در جدول ۳ درصد کاهش بازشدگی دهانه ترک و طول ترک در طول زمان نسبت به مدل مینا (با نفوذپذیری کمتر) ارائه شده است. همان‌طور که از نتایج نیز مشخص است، میزان اختلاف در بازشدگی دهانه ترک و طول ترک در نفوذپذیری‌های بررسی شده با افزایش زمان کاهش می‌یابد. همچنین با  $3/3$  برابر شدن نفوذپذیری، بازشدگی دهانه ترک  $43/8$  درصد پس از یک ثانیه و  $29/4$  درصد پس از  $6$  ثانیه کاهش می‌یابد. طول ترک نیز  $20$  درصد پس از یک ثانیه و  $15/9$  درصد پس از  $6$  ثانیه کاهش می‌یابد.

## ۶-۲- بررسی اثر نرخ تزریق بر روی شکست هیدرولیکی

تأثیر نرخ تزریق نیز بر روی رفتار شکست هیدرولیکی بررسی شده و نمودارهای بازشدگی دهانه ترک و طول نسبت به زمان برای نرخ تزریق مختلف در شکل ۵ نشان داده شده است. نرخ تزریق بیشتر منجر به رشد ترک سریع‌تر می‌شود. این موضوع بیان می‌کند که سرعت گسترش شکست هیدرولیکی به نرخ تزریق وابسته است. همچنین بازشدگی بیشتر دهانه ترک در حالت نرخ تزریق بیشتر است.

در جدول ۴ درصد افزایش بازشدگی دهانه ترک و طول ترک در نرخ تزریق‌های مختلف نسبت به مدل مینا (نرخ تزریق  $0/0005$ ) در طول زمان ارائه شده است. همان‌طور که از نتایج نیز مشخص است، میزان اختلاف در بازشدگی دهانه ترک و طول ترک با افزایش زمان کاهش یافته و با افزایش نرخ تزریق افزایش می‌یابد.

همچنین با  $2$ ،  $3$  و  $4$  برابر شدن نرخ تزریق، طول ترک پس از  $6$  ثانیه به ترتیب  $30/5$ ،  $55/9$  و  $76/3$  درصد افزایش می‌یابد.

## جدول ۴: نسبت تغییرهای بازشدگی دهانه و طول ترک در نرخ تزریق‌های مختلف بر حسب درصد

Table 4. The relative deviation the crack length and crack mouth opening (CMOD) for different inflow rates expressed as a percentage

نسبت تغییرات طول ترک	نسبت تغییرات بازشدگی دهانه ترک					زمان
	$q=4q$	$q=3q$	$q=2q$	$q=q$	$q=0.5q$	
$45/00$	$35/00$	$20/00$	$163/40$	$113/80$	$60/68$	$1/00$
$54/84$	$41/93$	$25/81$	$143/57$	$105/24$	$57/17$	$2/00$
$62/50$	$45/00$	$25/00$	$133/60$	$99/00$	$57/41$	$3/00$
$68/08$	$48/94$	$27/66$	$126/90$	$94/25$	$56/43$	$4/00$
$73/58$	$54/72$	$30/19$	$121/21$	$90/24$	$53/87$	$5/00$
$76/27$	$55/93$	$30/51$	$116/25$	$86/33$	$51/36$	$6/00$

- Dynamic Cohesive Fracture Propagation in Porous Saturated Media, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 35, pp. 1160-1184, 2011.
- [12] O. R., Barani; A. R., Khoei; 3D Modeling of Cohesive Fracture Crack Growth in Partially Saturated Porous Media: A Parametric Study, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 124-125, pp. 272-286, 2014.
- [13] R. W., Lewis; B. A., Schrefler; The Finite Element Method in the Static and Dynamic Deformation and Consolidation of Porous Media, New York, NY, *John Wiley*, 1998.
- [14] S. H., Song; G. H., Paulino; W. G., Buttlar; A Bilinear Cohesive Zone Model Tailored for Fracture of Asphalt Concrete Considering Viscoelastic Bulk Material, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 173, pp. 2829-2848, 2006.
- [15] H. D., Zavattieri Espinosa; A Grain Level Model for the Study of Failure Initiation and Evolution in Polycrystalline Brittle Materials-Part I: Theory and Numerical Implementation, *Mechanics of Materials*, pp. 333-364, 2003.
- [16] O., Ortiz; G. T., Camacho; Computational Modeling of Impact Damage in Brittle Materials, *International Journal of Solids and Structures*, pp. 2899-938, 1996.
- [17] P. A., Witherspoon; J. S. Y., Wang; K., Iwai; J. E., Gale; Validity of Cubic Law for Fluid Flow in a Deformable Rock Fracture, *Water Resources Research*, Vol. 16, pp. 1016-1024, 1980
- [18] D. A., Spence; P., Sharp; Self-similar Solutions for Elasto-hydrodynamic Cavity Flow, *Proceeding of the Royal Society of London*, Vol. A 400, pp. 289-313, 1985.
- Vol. 20, pp. 71-93, 1997.
- [4] P., Papanastasiou; The Influence of Plasticity in Hydraulic Fracturing, *International Journal of Fracture*, Vol. 84, pp. 61-79, 1997.
- [5] T. J., Boone; A. R., Ingraffea; A numerical Procedure for Simulation of Hydraulically-driven Fracture Propagation in Poroelastic Media, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 14, pp. 27-47, 1990.
- [6] L., Simoni; S., Secchi; Cohesive Fracture Mechanics for a Multi-phase Porous Medium, *Engineering Computations*, Vol. 20, pp. 675-698, 2003.
- [7] B. A., Schrefler; S., Secchi; L., Simoni; On Adaptive Refinement Techniques in Multi-field Problems Including Cohesive Fracture, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 195, pp. 444-461, 2006.
- [8] S., Secchi; L., Simoni; B. A., Schrefler; Mesh Adaptation and Transfer Schemes for Discrete Fracture Propagation in Porous Materials, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 31, pp. 331-345, 2007.
- [9] J. M., Segura; I., Carol; Coupled HM Analysis Using Zero-thickness Interface Elements with Double Nodes-Part I: Theoretical Model, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 32, pp. 2083-2101, 2008.
- [10] O. R., Barani; A. R., Khoei; M., Mofid; Modeling of Cohesive Crack Growth in Partially Saturated Porous Media: A Study on the Permeability of Cohesive Fracture, *International Journal of Fracture*, Vol. 167, pp. 15-31, 2011.
- [11] A. R., Khoei; O. R., Barani; M., Mofid; Modeling of

Please cite this article using:

O. R., Barani, F., Dastjerdy, F., Kalantary, "Multi Degree of Freedom Effects on Ductility Reduction Factor for Near Fault Ground Motions". *Amirkabir J. Civil Eng.*, 49(1) (2017) 57-66.

DOI: 10.22060/ceej.2016.572

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

