



# Experimental study of the effect of jump on the Downstream Scouring of type-C trapezoidal piano key weir

Kadhim Challoob Mshali<sup>1</sup>, Ali Khoshfetrat<sup>1\*</sup>, Amirhossein Fathi<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Department of Civil Engineering, Isfahan (Khorasgan) Branch, Islamic Azad University, Isfahan, Iran.

<sup>2</sup> Faculty of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

**ABSTRACT:** Piano key weirs (PKWs) represent an evolved and novel type of labyrinth weirs, offering a higher discharge coefficient when compared to linear weirs. Recent attention has focused on investigating energy loss and downstream scouring associated with piano key weirs, given their high efficiency and potential for reducing financial and life risks. In this research, a type-C trapezoidal piano key weir with a height of 0.2 m was utilized, incorporating two jumps with radii of 0.15 and 0.21 m at the weir outlet keys. After setting the flow rate and the tailwater, scouring was started, and then after the equilibration time, the pump was turned off after complete drainage, and the bed profile was taken by a laser meter. The findings indicated that the presence of a jump contributes to an increase in maximum scour depth. Furthermore, the presence of a jump causes the maximum scouring depth to occur further away from the weir toe. Increasing the radius of the jumps also results in an augmented maximum scour depth. The length of the maximum scour depth, compared to the weir toe, is approximately 12% greater in weirs with a bigger jump radius than those with a smaller radius. On average, the maximum length of the scour depth about the weir toe is 29.4% and 19.5% longer in weirs with jump radii of 0.21 and 0.15 m, respectively, compared to weirs without jumps. Additionally, the presence of a jump diminishes scouring at the weir toe, with toe scour being approximately 42% less pronounced in weirs with a bigger jump height compared to weirs without jumps. The average scour index in weirs with jump radii of 0.21 and 0.15 m is approximately 2.77% and 0.52% lower, respectively, compared to weirs without jumps. Moreover, an increase in jump radius correlates with a decrease in the discharge coefficient.

## Review History:

Received: Jul. 19, 2023

Revised: Feb. 07, 2024

Accepted: Sep. 16, 2024

Available Online: Oct. 03, 2024

## Keywords:

Piano key Weir (PKW)

Local Scour

Jump Effect

Experimental Investigation

Discharge Coefficient

## 1- Introduction

Due to the light foundation and high discharge coefficient in piano key weirs, it is very important to investigate the local scour downstream of these hydraulic structures and find a solution to reduce it. Piano key weirs have triangular, rectangular, and trapezoidal shapes in plan and have four types A, B, C, and D. Type A has overhangs upstream and downstream of the weir, and types B and C have overhangs upstream and downstream of the weir, and type D has no overhangs. Many studies have been done on the influence of geometric and hydraulic parameters on the discharge coefficient of these weirs, but fewer study have investigated their scouring. In recent years, Fathi et al. (2024) reduced scour downstream of the weir by creating steps in the outlet keys of the A-type trapezoidal PKW [1]. Also, Abdi et al. (2024) reduced the scour downstream of the weir by creating a baffle in the weir outlet keys of the type A trapezoidal PKW [2]. Due to the high efficiency of piano key weirs compared to linear weirs, it is very important to study scouring in their case. Also, according to the above information and

the research conducted on the scouring of piano key weirs, no study has been done on the presence of a jump and its function in reducing or increasing scouring. Moving away the maximum scour depth from the weir toe and reducing scour in the weir toe are also of great importance; Because they reduce the risk of overturning the weir. In this study, it was tried a trapezoidal piano key weir with a height of 0.2 m and two jumps with heights and radii of 0.14, 0.075, 0.21, and 0.15 m to reduce the amount of scour in their toe and, the distance of the maximum scour depth to the lower toe should be specified. Also, three tailwater depths, three flow rate depths, and gravel materials were used in the downstream bed of the weir.

## 2- Dimensional analysis

By using Buckingham's theory and considering the three repeated variables of discharge per unit width ( $q$ ), water density, and flow depth plus the equivalent height of kinetic energy upstream of the weir ( $H_u$ ), the following dimensionless relations are obtained. In this relation,  $h$  is the height of the

\*Corresponding author's email: khoshfetrat@khusf.ac.ir



Copyrights for this article are retained by the author(s) with publishing rights granted to Amirkabir University Press. The content of this article is subject to the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY-NC 4.0) License. For more information, please visit <https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>.

jumps,  $R$  is the radius of the jumps,  $Fr_d$  is the landing number of particles,  $Z_s$  is the maximum scour depth ( $Z_s$ ), its distance from the weir toe ( $X_s$ ), and the scour of the weir toe ( $Z_t$ ).

$$\frac{\phi}{H_u} = f(Fr_d, \frac{R}{h}) \quad (1)$$

### 3- Materials and methods

The experiments were carried out in a laboratory flume with a length of 10 m, a width of 0.6 m, and a height of 0.8 m. The flow enters the tank with flow stabilizers through two surface tanks and then enters the laboratory flume and reaches the weir after 5.5 m. The weir has a width of  $W=0.6$  m, height of  $P=0.2$  m, width of inlet keys  $W_i=0.215$  m, width of outlet keys  $W_o=0.075$  m, length of overhang downstream of weir  $B_o=13$  m, The length of the side walls is  $B=0.5$  m, the crest lengths is  $L=6.2$  m, and the thickness of the crest is  $T_3=0.01$  m. Three flow rates of 0.03, 0.035, and 0.04  $m^3/s$  were used. The flow rate was adjusted by a valve and a monitor (to show its value) with an error of  $\pm 0.01\%$ . Also, by the valve at the end of the laboratory channel, the three tailwater depths were set equal to 0.05, 0.1, and 0.15 m. Before turning on the pump, a galvanized sheet was used on the bed, and after adjusting the flow rate and tailwater depth, this metal bed was slowly removed from the bed to prevent initial scouring. The used gravel material has uniform granulation, the average diameter of particles is equal to 0.0075 m and the specific density is equal to 2650 kg/m<sup>3</sup>. The jumps used at the end of the outlet keys weir have a radius of 0.21, 0.15 m, and a height of 0.14 and 0.075 m, respectively. After 150 (minutes), the pump was turned off and after drainage, the bed was removed by a laser meter. The scouring changes in 150 (minutes) for gravel is less than 1 mm and this time was considered as the equilibrium time. Also, the depth upstream of the weir was measured by a point gauge with an error of  $\pm 1$  mm.

### 4- Results and discussion

The flow passing over the C-type trapezoidal piano key weir flows as an inclined jet from the outlet keys and as a free-falling jet from the input keys to the downstream. In the type C piano key weir, due to the absence of an overhang upstream of the weir, the slope of the outlet keys is higher and the length of the submerged area or the local protrusion of the current in the outlet keys is very small. The lack of overhangs upstream of the weir has caused the indentation of the flow at the entrance of the outlet keys. Also, due to the greater slope in the outlet keys, scouring has been created near the weir toe, and due to the overhang downstream of the weir, the flow falls into the bed in the form of a jet and causes flow disturbance in this place. This disturbance of the flow causes the material to return to the side of the weir and the slope of the scour downstream of the weir becomes more inclined and at the place of the flow falling from the overhang of the inlet key to the bed, the gravel materials are slightly raised. The existence of the jump and its height increases the depth of the flow in the outlet keys, water backs up to the upstream

side of the weir and finally reduces the discharge coefficient. However, the presence of the jump causes the flow to be thrown downstream. After the flow hits the materials, it causes local scour at a distance away from the weir toe. Also, a weak hydraulic jump was observed downstream of the weir without a jump. In weirs with jumps and especially in weirs with larger radii, the hydraulic jump becomes stronger and creates eddies downstream and at the place where it meets the depth of the abutment. The existence of these eddies causes the materials to be washed and their rotation. After rotating the materials and separating them from the surface of the bed, they are transported downstream along with the flow. This collision and disturbance of the flow causes the scour to rise more. Also, by increasing the radius of the jumps, hydraulic jumps are formed at a further distance from the weir toe. The impact of the current in the jumps becomes more inclined to the bed and acts like an inclined jet. After the flow hits the material, it creates a pit and returns the material to the weir toe. The flow rate and the tailwater depth have an effect on the amount of erosion. As the flow rate increases, the flow velocity increases, and the scour increases. Increasing the speed causes stronger eddies and more disturbance of the flow. Increasing the flow rate also increases the volume and length of the scour hole. As the tailwater depth decreases, the maximum scour depth also increases. The presence of a greater tailwater depth reduces the velocity of the flow downstream and prevents further scouring. As the flow rate increases, the flow depth upstream of the weir increases and the discharge coefficient decreases. Also, with the increase in flow rate in the jump weirs, the depth of flow upstream of the weir increases and the discharge coefficient of the weir decreases. On average, the value of the discharge coefficient in the weir without a jump, the weir with A smaller jump, and the weir has a bigger jump to 2.76, 2.65, and 2.46, respectively. Equations 2, 3, and 4 are provided to calculate the maximum scour depth, its distance from the weir toe, and the scour depth in the weir toe, respectively, and  $K$  coefficients 1 to 4 can be seen in Table 1.

$$\frac{Z_s}{H_u} = K_1 (Fr_d)^2 + K_2 Fr_d \quad (2)$$

$$\frac{X_s}{H_u} = 1.5719 \frac{Z_s}{H_u} \quad (3)$$

$$\frac{Z_t}{H_u} = K_3 \left(\frac{Z_s}{H_u}\right)^2 + K_4 \frac{Z_s}{H_u} \quad (4)$$

### 5- Conclusion

The presence of jumps in the weir outlet keys of the C-type trapezoidal piano key weirs has increased the maximum amount of scouring depth, but it causes the maximum scouring depth to move away from the weir toe and reduces

**Table 1. Calculation of K values to calculate the maximum scour depth and scour depth in the weir toe**

Row	R/h	K <sub>1</sub>	K <sub>2</sub>	K <sub>3</sub>	K <sub>4</sub>
1	0	-16.616	27.290	0.0964	0.1514
2	1.5	-52.473	38.565	0.1484	-0.396
3	2	-50.644	36.632	0.1594	-0.325

the scouring of the weir toe. In the jump weir with a larger jump radius, the distance of the maximum scour depth is far away from the weir toe and the amount of weir scour is less. The average value of the maximum scour depth in weirs with a jump radius of 0.21 and 0.15 m is 27 and 19% higher than the weir without a jump. Also, the average value of the maximum scour depth compared to the weir toe in weirs with

jumps with a jump radius of 0.21 and 0.15 m compared to the weir without a jump is 29.4 and 19.5% less, respectively, and the average amount of scour to the weir in them, respectively, it is about 42 and 25.6% less. Jump increases scouring index. Also, the presence of a jump with a higher edge height and radius reduces the discharge coefficient.

### References

- [1] Fathi, A., Abdi Chooplou, Ch. and Ghodsian, M. 2024. Local scour downstream of type-A trapezoidal stepped PKW in sand and gravel sediments. ISH Journal of Hydraulic Engineering, pp. 1–13. DOI: 10.1080/09715010.2024.2353612
- [2] Abdi Chooplou, C., Kahrizi, E., Fathi, A., Ghodsian, M. and Latifi, M., 2024. Baffle-Enhanced Scour Mitigation in Rectangular and Trapezoidal Piano Key Weirs: An Experimental and Machine Learning Investigation. Water, 16(15), p.2133. DOI: 10.3390/w16152133



## بررسی آزمایشگاهی تأثیر جامپ بر آبستنگی پایین دست سرریز کلیدپیانویی ذوزنقه‌ای نوع C

کاظم جلوب مشالی<sup>۱</sup>، علی خوش‌فطرت<sup>۲\*</sup>، امیرحسین فتحی<sup>۲</sup>

۱. گروه مهندسی عمران، واحد اصفهان (خواراسگان)، دانشگاه آزاد اسلامی، اصفهان، ایران.  
۲. گروه مهندسی عمران، دانشکده عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۲/۰۴/۲۸

بازنگری: ۱۴۰۲/۱۱/۱۸

پذیرش: ۱۴۰۳/۰۶/۲۶

ارائه آنلاین: ۱۴۰۳/۰۷/۱۲

### کلمات کلیدی:

سرریز کلیدپیانویی

آبستنگی موضعی

تأثیر جامپ

بررسی آزمایشگاهی

ضریب آبگذری

**خلاصه:** سرریزهای کلیدپیانویی شکل جدید و تکامل یافته سرریزهای کنگره‌ای هستند. بررسی اتلاف انرژی و آبستنگی پایین دست سرریزهای کلیدپیانویی، به دلیل راندمان بالای این سازه‌ها و کاهش خطرات مالی و جانی، اهمیت بیشتری دارد. در این تحقیق از یک سرریز کلیدپیانویی ذوزنقه‌ای نوع C با ارتفاع ۰/۰۰ متر نسبت به سطح زمین از سرریز شد. همچنین با شعاع ۰/۱۵ و ۰/۲۱ متر در انتهای کلیدهای خروجی سرریز نیز استفاده شد. پس از تنظیم دبی جریان و عمق پایاب، آبستنگی آغاز می‌شد و سپس با گذشت زمان تعادل، پمپ خاموش شده و بعد از زهکشی کامل، پروفیل بستر توسط متر لیزری برداشت شد. نتایج چنین بود که وجود جامپ باعث افزایش بیشینه عمق آبستنگی می‌شود؛ همچنین باعث دورشدن فاصله‌ی بیشینه عمق آبستنگی از پنجه سرریز می‌شود. با افزایش شعاع جامپ‌ها، بیشینه عمق آبستنگی نیز افزایش می‌یابد. طول بیشینه عمق آبستنگی نسبت به پنجه سرریز با شعاع بیشتر حدود ۱۲ درصد بیشتر از طول بیشینه عمق آبستنگی نسبت به پنجه سرریز با شعاع کمتر است. میانگین طول بیشینه عمق آبستنگی نسبت به پنجه در سرریزهای با شعاع جامپ ۰/۲۱ و ۰/۱۵ متر نسبت به سرریز بدون جامپ، حدود ۰/۴ و ۰/۵ متر درصد بیشتر و از پنجه سرریز دورتر است. همچنانی وجود جامپ باعث کاهش آبستنگی در پنجه سرریز شد. آبستنگی پنجه سرریز، در سرریز با ارتفاع جامپ بزرگتر نسبت به سرریز بدون جامپ، حدود ۰/۴۲ درصد کمتر است. میانگین شاخص آبستنگی در سرریزهای با شعاع جامپ ۰/۰ و ۰/۱۵ متر نسبت به سرریز بدون جامپ، حدود ۰/۷۷ و ۰/۵۲ درصد کمتر است. همچنانی با افزایش شعاع جامپ، ضریب آبگذری کاهش می‌یابد.

### ۱- مقدمه

به دلیل فونداسیون سبک و ضریب آبگذری بالا در سرریزهای کلیدپیانویی؛ لذا بررسی آبستنگی موضعی پایین دست این سازه‌های هیدرولیکی و راهکار برای کاهش آن، دارای اهمیت بالایی است. سرریزهای کلیدپیانویی دارای شکل‌های مثلثی، مستطیلی و ذوزنقه‌ای در پلان و دارای چهار تیپ A، B، C و D هستند. نوع A دارای لبه آویزان در بالادست و پایین دست سرریز، نوع B به ترتیب دارای لبه آویزان در بالادست و پایین دست سرریز و نوع C قادر به آویزان است. مطالعات زیادی در مورد تأثیر پارامترهای هندسی و هیدرولیکی بر ضریب آبگذری این سرریزها انجام شده است؛ اما افراد کمتری به بررسی آبستنگی آن‌ها پرداخته‌اند. جاستریچ و همکاران (۲۰۱۶)، به بررسی آزمایشگاهی سرریز کلیدپیانویی مستطیلی نوع A پرداختند و دریافتند که عمق پایاب، دبی، قطر مصالح و ارتفاع ریزش جریان بر آبستنگی تأثیر

\* نویسنده عهددار مکاتبات: khoshfetrat@khuisf.ac.ir



در رابطه بالا  $Z_t$  آبستتگی پنجه سرریز،  $X_s$  فاصله بیشینه عمق آبستتگی از پنجه سرریز و  $Z_u$  ارتفاع بیشینه عمق آبستتگی هستند که در روابط آنها بصورت  $\emptyset$  نشان داده شده اند. همچنین  $q$  دبی در واحد عرض،  $H_u$  عمق جریان به علاوه ارتفاع معادل انرژی جنبشی در بالادست سرریز،  $H_d$  عمق جریان به علاوه ارتفاع معادل انرژی جنبشی در پایاب،  $g$  شتاب گرانش،  $\mu$  لزجت دینامیکی،  $\sigma$  ضریب کشش سطحی،  $\rho_s$  چگالی آب،  $\rho_w$  چگالی مصالح بستر،  $d_{50}$  قطر متوسط ذرات،  $R$  شعاع جامپ و  $h$  ارتفاع جامپ هستند. با استفاده از تئوری پی باکینگهام و در نظر گرفتن سه متغیر تکراری دبی در واحد عرض، چگالی آب و عمق جریان به علاوه ارتفاع معادل انرژی جنبشی در بالادست سرریز، روابط بدون بعد زیر حاصل می‌شوند.

$$\begin{aligned} \frac{\phi}{H_u} &= f\left(\frac{H_d}{H_u}, Fr = \frac{q}{H_u(gH_u)^{0.5}}, \right. \\ Re &= \frac{q}{v}, We = \frac{\rho_w q^2}{H_u \sigma}, \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_w} = \\ S - 1, &\frac{d_{50}}{H_u}, \frac{R}{H_u}, \frac{h}{H_u} \end{aligned} \quad (2)$$

به دلیل آشفتگی زیاد جریان از عدد رینولدز صرف نظر می‌شود (سامر و فردوسو، ۱۹۹۱) و همچنین به دلیل عمق بیشتر از  $0/0$  متر روی تاج سرریز، از عدد و بر صرف نظر خواهد شد (نواك و همکاران، ۱۹۹۸) [۱۲, ۱۳]. با ترکیب عدد فرود، پارامتر  $S-1$   $\frac{d_{50}}{H_u}$ ، پارامتر  $Fr_d = \frac{q}{H_d \sqrt{gd_{50}(s-1)}}$  حاصل می‌شود. همچنین با ترکیب دو پارامتر  $\frac{R}{h}$  و  $\frac{h}{H_u}$  حاصل می‌شود.

$$\frac{\phi}{H_u} = f(Fr_d, \frac{R}{h}) \quad (3)$$

### ۳- مواد و روش‌ها

آزمایش‌ها در یک فلوم آزمایشگاهی به طول  $10$  متر، عرض  $0/6$  متر و ارتفاع  $0/8$  متر انجام شد. مطابق شکل ۱، جریان توسط دو مخزن سطحی وارد مخزن دارای آرام‌کننده‌های جریان شده و سپس وارد فلوم آزمایشگاهی

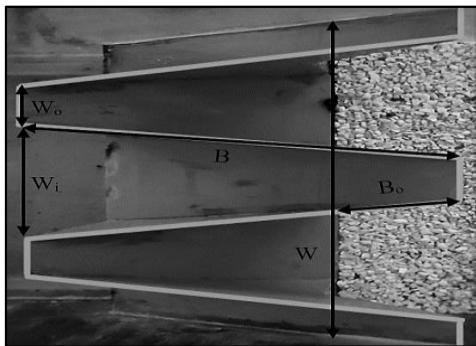
آبستتگی در سرریز ذوزنقه‌ای به مراتب کمتر از سرریز مثلثی شکل است [۶]. جمال و همکاران (۲۰۲۱)، با بررسی آزمایشگاهی روی سرریز کلیدپیانویی ذوزنقه‌ای نوع C دریافتند که با کاهش ارتفاع سرریز و کاهش نسبت عرض کلیدهای ورودی به عرض کلیدهای خروجی، میزان آبستتگی و بیشینه عمق آبستتگی کاهش می‌یابند [۷]. لنتز و همکاران (۲۰۲۱)، با ایجاد کفبند، پایین‌دست سرریز کلیدپیانویی مستطیلی نوع A دریافتند که با وجود کفبند، میزان آبستتگی کاهش می‌یابد. ایشان همچنین طول کفبند بهینه را  $1/5$  برابر ارتفاع سرریز در نظر گرفتند [۸]. عبدی چوبلو و همکاران (۲۰۲۲)، با بررسی آزمایشگاهی سرریز کلیدپیانویی ذوزنقه‌ای نوع A دریافتند که با افزایش عدد فرود ذرات، آبستتگی نیز افزایش می‌یابد [۹]. همچنین ایشان در تحقیقی جداگانه و با بررسی آزمایشگاهی روی سرریز کلیدپیانویی ذوزنقه‌ای نوع A دریافتند که با افزایش عمق پایاب، حفره آبستتگی کاهش می‌یابد [۱۰]. عبدی و همکاران (۲۰۲۲)، با بررسی آزمایشگاهی روی سرریز کلیدپیانویی ذوزنقه‌ای نوع A دریافتند که آبستتگی در حالت جریان مستغرق به مراتب کمتر از آبستتگی در حالت جریان آزاد است [۱۱].

با توجه به راندمان بالای سرریزهای کلیدپیانویی نسبت به سرریزهای خطی؛ لذا مطالعه آبستتگی در مورد آنها دارای اهمیت بالایی است. همچنین با توجه به مطالعه بالا و تحقیقات صورت گرفته روی آبستتگی سرریزهای کلیدپیانویی، درمورد وجود جامپ و عملکرد آن بر کاهش یا افزایش آبستتگی، مطالعه‌ای صورت نگرفته است. دورشدن بیشینه عمق آبستتگی از پنجه سرریز و کاهش آبستتگی در پنجه سرریز نیز دارای اهمیت بالایی هستند؛ زیرا باعث کاهش خطر واژگونی سرریز می‌شوند. در این مطالعه سعی شد از سرریز کلیدپیانویی ذوزنقه‌ای با ارتفاع  $0/2$  متر و دو جامپ با ارتفاع و شعاع‌های  $0/14$ ،  $0/075$ ،  $0/21$  و  $0/15$  استفاده شود تا تأثیر آن بر کاهش مقدار آبستتگی در پنجه سرریز و فاصله بیشینه عمق آبستتگی نسبت به پنجه سرریز مشخص گردد. همچنین از سه عمق پایاب، سه دبی و مصالح شن در بستر پایین‌دست سرریز استفاده گردید.

### ۲- آنالیز ابعادی

رابطه (۱)، پارامترهای موثر بر آبستتگی پایین‌دست سرریز کلیدپیانویی ذوزنقه‌ای نوع C را همراه با جامپ نشان می‌دهد.

$$\begin{aligned} Z_t, X_s, Z_u &= \\ f(q, H_u, H_d, g, \mu, \sigma, \rho_s, \rho_w, d_{50}, R, h) \end{aligned} \quad (1)$$



شکل ۲. سرریز کلیدپیانویی ذوزنقه‌ای نوع C

Fig. 2. C-type trapezoidal piano key weir



شکل ۱. مشخصات کanal آزمایشگاهی

Fig. 1. Laboratory channel specifications



شکل ۳. شیر و مانیتور تنظیم‌کننده‌ی دبی جریان

Fig. 3. Flow regulator valve and monitor

اویله جلوگیری شود. مصالح شن مورد استفاده دارای دانه‌بندی یکنواخت، قطر متوسط ذرات برابر  $0.075\text{ m}$  و با چگالی ویژه برابر  $2/65$  است. جامپ‌های مورد استفاده در انتهای کلیدهای خروجی سرریز دارای شاعع  $0/21\text{ m}$ ، ارتفاع دارای ارتفاع  $0/14\text{ m}$  و  $0/075\text{ m}$  هستند. پس از گذشت مدت زمان  $150$  دقیقه، پمپ را خاموش کرده و پس از زهکشی، بستر توسط متر لیزری برداشت شد. تغییرات آبستتگی در زمان  $150$  دقیقه برای شن کمتر از یک میلی‌متر است و برابر با معیار چیو (۱۹۹۲)، این زمان به عنوان زمان تعادل در نظر گرفته شد [۱۴]. همچنین عمق بالادست سرریز توسط عمق سنج سورزی با خطای  $\pm 1$  میلی‌متر اندازه‌گیری شد. جدول ۱ مشخصات داده‌های هیدرولیک جریان در آزمایش‌ها را نشان می‌دهد که در آن  $Q$  دبی جریان،  $h_u$  عمق جریان در بالادست سرریز و  $h_d$  عمق جریان در

## جدول ۱. مشخصات هیدرولیکی آزمایش‌ها

Table 1. Hydraulic characteristics of the tests

Row	$Q$ (m <sup>3</sup> /s)	$h_u$ (m)	$h_d$ (m)	$H_u$ (m)	$H_d$ (m)	Fr <sub>d</sub>	$R/h$
1	0.03	0.033	0.05	0.035	0.101	0.111	1.5
2	0.03	0.033	0.1	0.035	0.113	0.108	1.5
3	0.03	0.033	0.15	0.035	0.156	0.099	1.5
4	0.035	0.037	0.05	0.040	0.119	0.124	1.5
5	0.035	0.037	0.1	0.040	0.117	0.125	1.5
6	0.035	0.037	0.15	0.040	0.158	0.115	1.5
7	0.04	0.041	0.05	0.045	0.141	0.136	1.5
8	0.04	0.041	0.1	0.045	0.123	0.142	1.5
9	0.04	0.041	0.15	0.045	0.160	0.131	1.5
10	0.03	0.031	0.05	0.033	0.101	0.111	2
11	0.03	0.031	0.1	0.033	0.113	0.108	2
12	0.03	0.031	0.15	0.033	0.156	0.099	2
13	0.035	0.035	0.05	0.038	0.119	0.124	2
14	0.035	0.035	0.1	0.038	0.117	0.125	2
15	0.035	0.035	0.15	0.038	0.158	0.115	2
16	0.04	0.039	0.05	0.043	0.141	0.136	2
17	0.04	0.039	0.1	0.043	0.123	0.142	2
18	0.04	0.039	0.15	0.043	0.160	0.131	2
19	0.03	0.030	0.05	0.0334	0.101	0.111	0
20	0.03	0.030	0.1	0.0334	0.113	0.108	0
21	0.03	0.030	0.15	0.0334	0.156	0.099	0
22	0.035	0.034	0.05	0.0372	0.119	0.124	0
23	0.035	0.034	0.1	0.0372	0.117	0.125	0
24	0.035	0.034	0.15	0.0372	0.158	0.115	0
25	0.04	0.038	0.05	0.0419	0.141	0.136	0
26	0.04	0.038	0.1	0.0419	0.123	0.142	0
27	0.04	0.038	0.15	0.0419	0.160	0.131	0

نرمال‌سازی انحراف جذر میانگین مربعات (normalized root-

پایین‌دست سرریز است.

نرمال‌سازی (NRMSE) یا خطای (mean-square deviation

برای تعیین خطاهای مدل عددی از ریشه میانگین مربعات خطای

مشاهده شده به شرح زیر است که در آن  $X_{\max}$  بزرگ‌ترین داده و  $X_{\min}$ (RMSE) و با توجه به رابطه زیر (۴) استفاده شد. در رابطه،  $O_i$  و  $P_i$ 

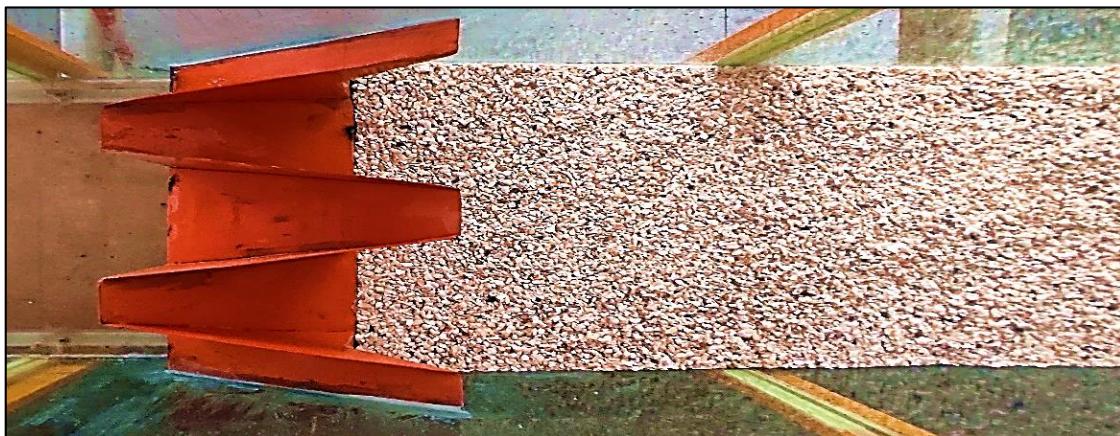
کوچک‌ترین داده آزمایشگاهی مشاهده شده است.

به ترتیب مقادیر مشاهده شده و محاسبه شده را نشان می‌دهند و  $n$  تعداد

داده‌های مشاهده شده است.

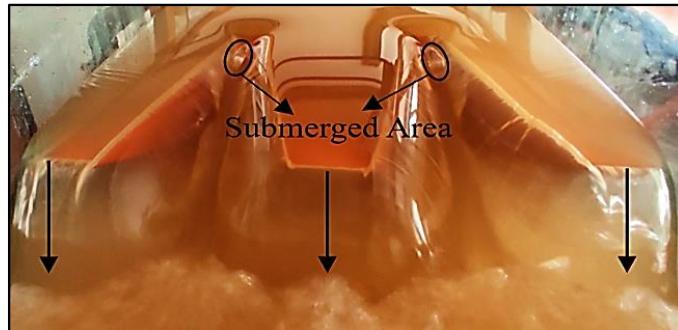
$$NRMSE = \frac{RMSE}{X_{\max} - X_{\min}} \quad (4)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |P_i - O_i|^2} \quad (4)$$



شکل ۴. مصالح بستر در پایین دست سرریز کلیدپیانویی

Fig. 4. Bed materials downstream of the piano key weir



شکل ۵. جریان عبوری از روی سرریز کلیدپیانویی

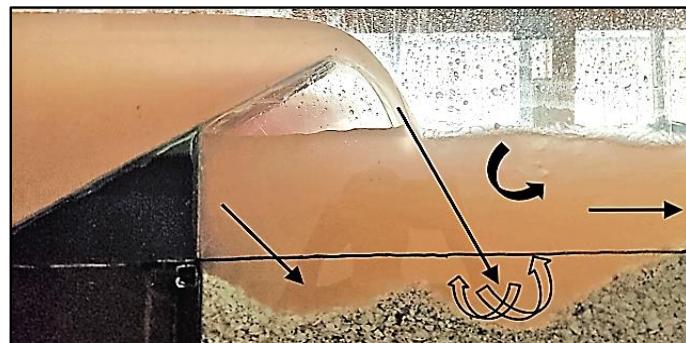
Fig. 5. Current passing through piano key weir

پایین دست می‌ریزد. در سرریز کلیدپیانویی نوع C به دلیل عدم وجود لبه آویزان در بالا دست سرریز، شبکه کلیدهای خروجی بیشتر بوده و طول ناحیه مستغرق و یا برآمدگی موضعی جریان در کلیدهای خروجی بسیار کوچک است. عدم وجود لبه آویزان در بالا دست سرریز باعث به وجود آمدن تورفتگی جریان در ورودی کلیدهای خروجی شده است. همچنین با وجود شبکه بیشتر در کلیدهای خروجی، آبشستگی در نزدیکی پنجه سرریز ایجاد شده و به دلیل لبه آویزان در پایین دست سرریز، جریان به صورت جت مایل به بستر ریخته و باعث ایجاد اغتشاش جریان در این محل می‌شود. این اغتشاش جریان باعث برگشت مصالح به طرف پنجه سرریز شده و شبکه آبشستگی پایین دست سرریز، مایل‌تر می‌گردد و در محل ریزش جریان از لبه آویزان کلید ورودی

شکل ۴ نیز مصالح بستر را نشان می‌دهد. مقادیر  $P/d_{50}$  مورد استفاده در تحقیق (Jüstrich et al. 2016) بین ۰/۰۱ تا ۰/۰۴ است [۱]. در تحقیق حاضر نیز مقدار  $P/d_{50}$  برای مصالح شن برابر ۰/۰۳۷۵ است. همچنین عمق جریان در بالا دست و پایین دست سرریز نیز در فاصله های ۲P و 10P از مرکز سرریز و توسط عمق سنج سوزنی و با خطای ۱ میلی‌متر اندازه گیری شد [۱۵-۱۷].

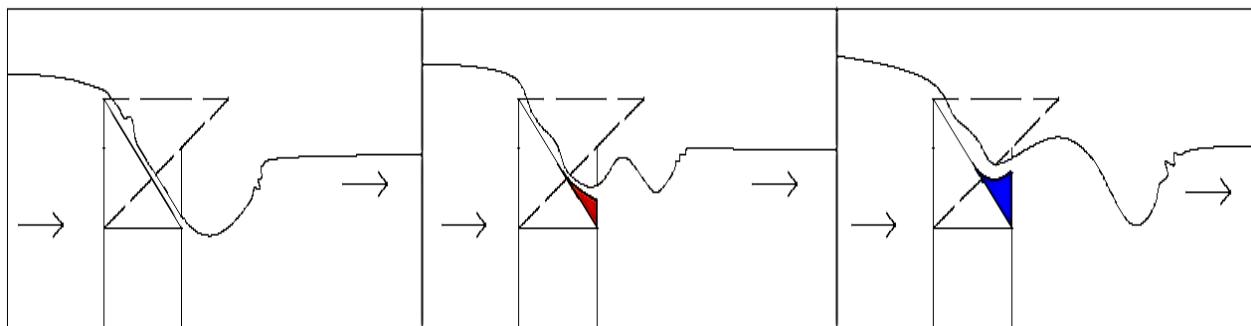
#### ۴- نتایج و بحث

شکل ۵. جریان عبوری از روی سرریز کلیدپیانویی ذوزنقه‌ای نوع C را نشان می‌دهد. همانطور که از شکل پیدا است، جریان به صورت جت مایل از کلیدهای خروجی و به صورت جت ریزشی آزاد از کلیدهای ورودی به



شکل ۶. شیب آبشنستگی مصالح در پایین دست سرریز

Fig. 6. The slope of material scouring downstream of the weir



شکل ۷. جریان عبوری در کلیدهای سرریز جامپ دار و سرریز بدون جامپ

Fig. 7. Flow current in the output key of weir with jump and weir without jump

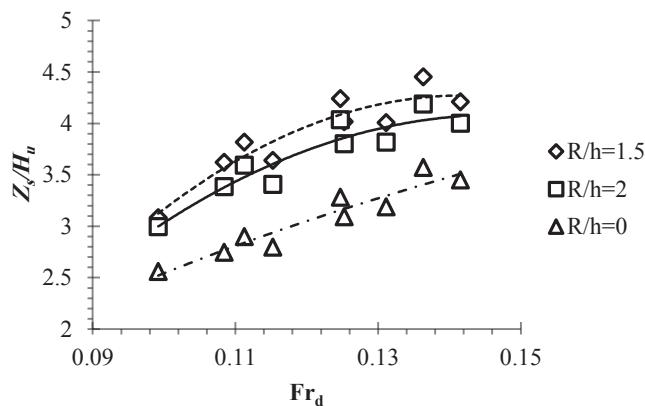
چرخش مصالح و جداسدن آنها از سطح بستر، همراه جریان به پایین دست منتقل می‌شوند. این برخورد و اغتشاش جریان باعث ارتفاع بیشتر آبشنستگی می‌گردد. همچنین پرش هیدرولیکی با افزایش شعاع جامپ‌ها، در فاصله دورتری از پنجه سرریز شکل می‌گیرند. برخورد جریان در جامپ‌ها به بستر مایل‌تر شده و مانند جت‌های مایل عمل می‌کند. پس از برخورد جریان به مصالح، باعث ایجاد گودال و برگشت مصالح به سمت پنجه سرریز می‌شود. دیگر جریان و عمق پایاب بر میزان آبشنستگی تأثیرگذار هستند. با افزایش دیگر جریان، سرعت جریان نیز افزایش یافته و آبشنستگی بیشتر می‌شود. افزایش سرعت باعث قدرت بیشتر گردابه‌ها و اغتشاش بیشتر جریان می‌شود. افزایش دیگر، حجم و طول حفره آبشنستگی را نیز افزایش می‌دهد. با کاهش عمق پایاب، مقدار بیشینه عمق آبشنستگی نیز افزایش می‌یابد. وجود عمق

به بستر، مصالح شن کمی برآمدۀ تر می‌شوند (شکل ۶). وجود جامپ و ارتفاع آن باعث افزایش عمق جریان در کلیدهای خروجی، پس زدن آب به سمت بالادست سرریز و در نهایت باعث کاهش ضربی آبگذری می‌شود. شکل ۷، جریان عبوری در کلیدهای خروجی سرریز با و بدون جامپ را نشان می‌دهد. با این حال، وجود جامپ باعث پرتاب جریان به پایین دست می‌شود. پس از برخورد جریان به مصالح باعث آبشنستگی موضعی در فاصله‌ای دورتر از پنجه سرریز می‌شود. همچنین پرش هیدرولیکی ضعیفی در پایین دست سرریز بدون جامپ مشاهده شد. در سرریزهای همراه با جامپ و بهخصوص در سرریز همراه جامپ با شعاع بیشتر، پرش هیدرولیکی قوی‌تر شده و در پایین دست و در محل برخورد به عمق پایاب، باعث ایجاد گردابه‌هایی می‌شود. وجود این گردابه‌ها باعث شسته شدن مصالح و چرخش آنها می‌شود. پس از

## جدول ۲. محاسبه مقادیر K برای محاسبه بیشینه عمق آبشنستگی در سرریز و ضریب $R^2$

Table 2. Calculation of K values to calculate the maximum scour depth in the weir and  $R^2$  coefficient

Row	$R/h$	$K_1$	$K_2$	$R^2$
1	0	-16.616	27.290	0.91
2	1.5	-52.473	38.565	0.82
3	2	-50.644	36.632	0.84



شکل ۸. تأثیر عدد فرود ذرات و نسبت  $R/h$  بر بیشینه عمق آبشنستگی

Fig. 8. Effect of  $Fr_d$  and  $R/h$  ratio on maximum scour depth

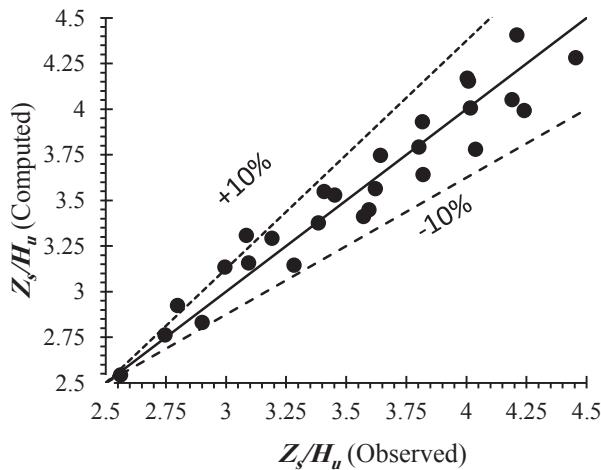
دبي در واحد عرض و يا کاهش عمق پایاب، مقدار عدد فرود ذرات بیشتر شده و بیشینه عمق آبشنستگی نیز افزایش می‌یابد. میانگین بیشینه عمق آبشنستگی در سرریز با شاعع جامپ بزرگتر و در سرریز با شاعع کوچکتر، نسبت به سرریز بدون جامپ به ترتیب ۲۷ و ۱۹ درصد بیشتر است. رابطه (۶)، برای محاسبه بیشینه عمق آبشنستگی ارائه شده است که ضرایب  $K_1$  و  $K_2$  به شاعع و ارتفاع لبه جامپ بستگی دارد که در جدول ۲ به آن‌ها پرداخته شده است.

$$\frac{Z_s}{H_u} = K_1 (Fr_d)^2 + K_2 Fr_d \quad (6)$$

شکل ۹، مقادیر مشاهده شده و محاسبه شده توسط رابطه (۶) را نشان می‌دهد. همانطور که از شکل پیدا است، این مقادیر با خطای قابل قبولی ( $\pm 10\%$ ) مورد پذیرش هستند. با ایجاد یک خط ۴۵ درجه بین داده‌های

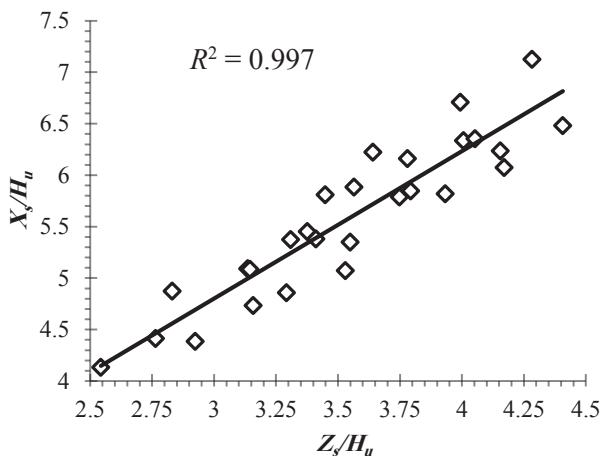
پایاب بیشتر باعث کاهش سرعت جریان در پایین دست شده و از بیشتر شدن آبشنستگی جلوگیری می‌کند. با افزایش دبی، عمق جریان در بالا دست سرریز افزایش یافته و ضریب آبگذری کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش دبی در سرریزهای جامپ‌دار، عمق جریان در بالا دست سرریز افزایش بیشتری یافته و ضریب آبگذری سرریز کاهش می‌یابد. میانگین کاهش ضریب آبگذری در سرریز با شاعع جامپ بزرگتر و در سرریز با شاعع جامپ کوچکتر، به ترتیب برابر  $10/87$  و  $3/86$  درصد نسبت به سرریز بدون جامپ است. به طور میانگین، مقدار ضریب آبگذری در سرریز بدون جامپ، سرریز دارای جامپ کوچکتر و سرریز دارای جامپ بزرگتر به ترتیب برابر  $2/76$ ،  $2/65$  و  $2/46$  است.

شکل ۸، تأثیر پارامتر  $P/h$  را بر حسب عدد فرود ذرات بر بیشینه عمق آبشنستگی نشان می‌دهد. همانطور که از شکل پیدا است، با افزایش عدد فرود ذرات، بیشینه عمق آبشنستگی نیز افزایش می‌یابد. همچنین با بیشتر شدن شاعع جامپ و ارتفاع آن، بیشینه عمق آبشنستگی افزایش یافته و با افزایش



شکل ۹. مقایر محاسبه شده و مشاهده شده بیشینه عمق آبشستگی

Fig. 9. Computed and observed parameters of the maximum scour depth



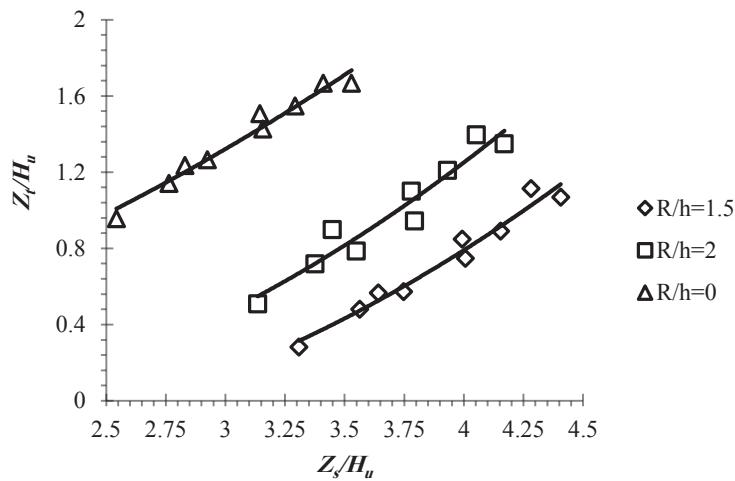
شکل ۱۰. محاسبه مقدار فاصله بیشینه عمق آبشستگی نسبت به پنجه سرریز

Fig. 10. Calculation of the distance of the maximum scouring depth to the weir toe

مشاهده شده و محاسبه شده و با توجه به رابطه (۴) و با استفاده از رابطه (۵) می‌توان باند اطمینان را ترسیم کرد. پس از محاسبه بیشینه عمق آبشستگی توسط رابطه (۶)، می‌توان رابطه‌ای برای پارامترهای دیگر آبشستگی با نسبت متفاوت مقدار  $R/h$  بدست آورد. شکل ۱۰ و رابطه (۷)، فاصله‌ی بیشینه عمق آبشستگی از پنجه سرریز را نسبت به بیشینه عمق آبشستگی نشان می‌دهد. با افزایش شعاع جامپ، مقدار فاصله‌ی بیشینه عمق آبشستگی از پنجه سرریز در فاصله‌ی دورتری شکل می‌گیرد. به طور مثال، در دبی ۰/۰۴ متر مکعب بر ثانیه و عمق پایاب ۰/۰۵ متر، مقدار فاصله‌ی بیشینه عمق آبشستگی نسبت به پنجه سرریز در شعاع جامپ ۰/۱۵ و ۰/۲۱ مترنسبت به سرریز بدون جامپ، حدود ۱۹/۵ و ۲۹/۴ درصد بیشتر است.

$$\frac{X_s}{H_u} = 1.5719 \frac{Z_s}{H_u} \quad (7)$$

مشاهده شده و محاسبه شده و با توجه به رابطه (۴) و با استفاده از رابطه (۵) و بازگشتن داده می‌توان باند اطمینان را ترسیم کرد. پس از محاسبه بیشینه عمق آبشستگی توسط رابطه (۶)، می‌توان رابطه‌ای برای پارامترهای دیگر آبشستگی با نسبت متفاوت مقدار  $R/h$  بدست آورد. شکل ۱۰ و رابطه (۷)، فاصله‌ی بیشینه عمق آبشستگی از پنجه سرریز را نسبت به بیشینه عمق آبشستگی نشان می‌دهد. با افزایش شعاع جامپ، مقدار فاصله‌ی بیشینه عمق آبشستگی از پنجه سرریز در فاصله‌ی دورتری شکل می‌گیرد. به طور مثال، در دبی ۰/۰۴ متر مکعب بر ثانیه و عمق پایاب ۰/۰۵ متر، مقدار فاصله‌ی بیشینه عمق آبشستگی نسبت به پنجه سرریز در شعاع جامپ ۰/۱۵ و ۰/۲۱ مترنسبت به سرریز بدون جامپ، حدود ۱۹/۵ و ۲۹/۴ درصد بیشتر است.



شکل ۱۱. محاسبه آبشنستگی پنجه سرریز نسبت به بیشینه عمق آبشنستگی

Fig. 11. Calculation of scouring of the weir toe in relation to the maximum scouring depth

جدول ۳. محاسبه مقادیر K برای محاسبه عمق آبشنستگی در پنجه سرریز و ضریب  $R^2$

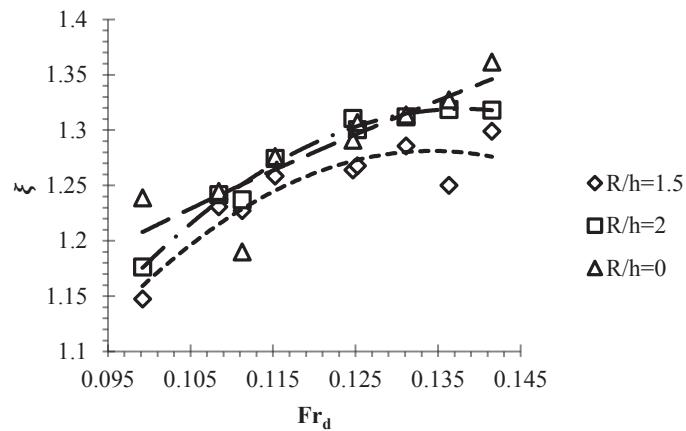
Table 3. Calculation of K values to calculate the scour depth in the weir toe and  $R^2$  coefficient

Row	$R/h$	$K_3$	$K_4$	$R^2$
1	0	0.0964	0.1514	<b>0.968</b>
2	1.5	0.1484	-0.396	<b>0.963</b>
3	2	0.1594	-0.325	<b>0.927</b>

$$\frac{Z_t}{H_u} = K_3 \left( \frac{Z_s}{H_u} \right)^2 + K_4 \frac{Z_s}{H_u} \quad (8)$$

شکل ۱۲، مقدار شاخص آبشنستگی ( $\gamma$ ) را نسبت به عدد فرود ذرات نشان می‌دهد. با افزایش مقدار عدد فرود ذرات، مقدار شاخص آبشنستگی نیز افزایش می‌یابد. شاخص آبشنستگی برابر است با دو برابر بیشینه عمق آبشنستگی به فاصله بیشینه عمق آبشنستگی نسبت به پنجه سرریز که میانگین آن در سرریز با جامپ بزرگتر برابر  $1/25$ ، در سرریز با جامپ کوچکتر

شکل ۱۱ و رابطه‌ی (۸)، مقدار آبشنستگی پنجه را نسبت به بیشینه عمق آبشنستگی را با ریشه میانگین مربعات خطاهای برابر  $91/7$  درصد، نشان می‌دهند. وجود جامپ باعث کاهش مقدار آبشنستگی پنجه می‌شود. همانطور که بیان شد، شاعع و ارتفاع جامپ بیشتر، باعث کاهش آبشنستگی در پنجه سرریز می‌گردد. کاهش آبشنستگی پنجه باعث بیشتر شدن پایداری سرریز می‌شود و خطر واژگونی آن را کاهش می‌دهد. همچنین مقادیر ضریب همبستگی و ضرایب  $K_3$  و  $K_4$  که مرتبط با مقادیر شاعع و ارتفاع لبه جامپ برای آبشنستگی پنجه سرریز هستند؛ در جدول ۳ به آن پرداخته شده است.



شکل ۱۲. مقدار شاخص آبشنستگی نسبت به عدد فرود ذرات

Fig. 12. Scour index value in relation to  $Fr_d$

##### ۵- نتیجه‌گیری

وجود جامپ در کلیدهای خروجی سرریز کلیدپیانویی ذوزنقه‌ای نوع C، مقدار بیشینه عمق آبشنستگی را افزایش داده؛ اما باعث دورشدن مقدار بیشینه عمق آبشنستگی از پنجه سرریز و باعث کاهش آبشنستگی پنجه سرریز می‌شود. در سرریز جامپ‌دار با شاعع جامپ بزرگتر، به مراتب فاصله بیشینه عمق آبشنستگی از پنجه سرریز دورتر و مقدار آبشنستگی پنجه سرریز کمتر است. مقدار میانگین بیشینه عمق آبشنستگی در سرریزهای با شاعع جامپ ۰/۲۱ و ۰/۱۵ متر نسبت به سرریز بدون جامپ، برابر ۲۷ و ۱۹ درصد بیشتر است. همچنین مقدار میانگین فاصله بیشینه عمق آبشنستگی نسبت به پنجه سرریز در سرریزهای دارای جامپ با شاعع جامپ ۰/۲۱ و ۰/۱۵ متر نسبت به سرریز بدون جامپ، به ترتیب برابر ۲۹/۴ و ۱۹/۵ درصد کمتر است و میانگین مقدار آبشنستگی پنجه سرریز در آن‌ها، به ترتیب ذکر شده، حدود ۴۲ و ۲۵/۶ درصد کمتر است. جامپ باعث افزایش شاخص آبشنستگی می‌شود. همچنین وجود جامپ با ارتفاع لبه و شاعع بیشتر، باعث کاهش ضریب آبگذری می‌گردد.

برابر ۱/۲۷ و در سرریز بدون جامپ برابر ۱/۲۸ است. همانطور که پیدا است، مقدار شاخص آبشنستگی در سرریز با شاعع جامپ بیشتر و در سرریز با شاعع جامپ کمتر، حدود ۲/۷۷ و ۰/۵۳ درصد از سرریز بدون جامپ کمتر است. هرچه شاخص آبشنستگی کمتر باشد، خطر واژگونی سرریز نیز کمتر است. همانطور که بیان شد، دورشدن فاصله بیشینه عمق آبشنستگی و کم بودن مقدار آبشنستگی پنجه سرریز بسیار حائز اهمیت است. با وجود جامپ، فاصله بیشینه عمق آبشنستگی افزایش یافته و مقدار آبشنستگی پنجه سرریز کاهش می‌یابد و به همین دلیل سرریزهای جامپ‌دار توصیه می‌گردد. مقدار شاخص آبشنستگی در تحقیق قدسیان و همکاران (۲۰۲۱)، تقریباً برابر ۲ است. ایشان آزمایش‌های خود را روی سرریز کلیدپیانویی ذوزنقه‌ای نوع A و مواد بستر ماسه مورد بررسی قرار دادند. در تحقیق حاضر و در سرریز بدون جامپ مقدار شاخص آبشنستگی حدود ۳۶ درصد کمتر از تحقیق قدسیان و همکاران (۲۰۲۱) است که دلیل آن می‌تواند افزایش قطر مصالح بستر و دورتر شدن مقدار بیشینه عمق آبشنستگی نسبت به پنجه سرریز باشد [۶]. همچنین مقدار شاخص آبشنستگی در تحقیق یزدی و همکاران (۲۰۲۰) برابر ۱/۶۵ است. ایشان نیز آزمایش‌های خود را روی سرریز کلیدپیانویی انجام دادند؛ با این حال مقدار شاخص آبشنستگی در تحقیق حاضر حدود ۲۲/۴ درصد کمتر از تحقیق ایشان است [۵].

## ۶- فهرست علائم

### علائم یونانی

علائم انگلیسی	علائم یونانی	معنی
$B$	$\mu$	لزجت دینامیکی
$B_o$	$\rho_s$	چگالی رسوب
$d_{50}$	$\rho_w$	چگالی آب
$Fr_d$	$\sigma$	ضریب کشش سطحی
$g$		منابع
$h$		[1] Jüstrich, S., Pfister, M. & Schleiss, A.J., 2016. Mobile riverbed scouring downstream of a piano key weir. Journal of Hydraulic Engineering, 142(11), p.04016043. <a href="https://doi.org/10.1061/ASCE HY.1943-7900.0001189">https://doi.org/10.1061/ASCE HY.1943-7900.0001189</a> .
$h_u$		[2]. Gohari, S. & Ahmadi, F., 2019. Experimental study of downstream scour of piano keys weirs. Journal of Water and Soil Conservation, 26(1), pp.91-109. <a href="https://doi.org/10.22069/JWSC.2019.14680.2961">https://doi.org/10.22069/JWSC.2019.14680.2961</a> .
$H_d$		[3]. Ghafouri, A., Ghodsian., M. & Abdi, Ch., 2020. Experimental study on the effect of discharge and tailwater depth on bed topography downstream of a piano key weir. Journal of Hydraulics, 15(3), pp.107-122. <a href="https://doi.org/10.30482/JHYD.2020.236770.1465">https://doi.org/10.30482/JHYD.2020.236770.1465</a> .
$K$		[4]. Kumar, B. & Ahmad, Z., 2022. Scour downstream of a piano key weir with and without a solid apron. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 148(1), p.04021066. <a href="https://doi.org/10.1061/(ASCE)IR.1943-4774.0001647">https://doi.org/10.1061/(ASCE)IR.1943-4774.0001647</a> .
$L$		[5]. Mosalman Yazdi, A., Hosseini, S.A., Nazari, S. & Amanian, N., 2020. Comparison of downstream scour of the rectangular and trapezoidal piano key weirs. Journal of Hydraulics, 15(2), pp.95-112. <a href="https://doi.org/10.30482/JHYD.2020.227522.1453">https://doi.org/10.30482/JHYD.2020.227522.1453</a> .
$P$		[6]. Ghodsian, M., Abdi, Ch. & Ghafouri, A., 2021. Scouring of triangular and trapezoidal piano key weirs. Journal of Hydraulics, 16(2), pp.43-58. <a href="https://doi.org/10.30482/JHYD.2021.261439.1497">https://doi.org/10.30482/JHYD.2021.261439.1497</a> .
$q$		[7]. Jamal, A.A.R., Tahaa, K.Y. & Hayawi, G.A.A.M., 2022. Experimental Study of Scour Downstream
$Q$		
$R$		
$T_s$		
$W$		
$W_i$		
$W_o$		
$X_s$		
$Z_s$		
$Z_t$		

- https://doi.org/10.1115/OMAE2010-20719.
- [13]. Novák, P. & Čabelka, J., 1981. Models in hydraulic engineering: Physical principles and design applications. Monographs & surveys in water resources engineering.
- [14]. Chiew, Y.M., 1992. Scour protection at bridge piers. Journal of Hydraulic Engineering, 118(9), pp.1260-1269. https://doi.org/10.1061/ASCE0733-94291992118:91260.
- [15]. Rdhaiwi, A.Q., Khoshfetrat, A. and Fathi, A., 2023. Experimental Investigation of Scour Downstream of A C-Type Trapezoidal Piano Key Weir with Stilling Basin. Journal of Engineering and Sustainable Development, 27(6), pp.688-697. https://doi.org/10.31272/jeasd.27.6.2.
- [16]. Rdhaiwi, A.Q., Khoshfetrat, A. and Fathi, A., 2024. Experimental comparison of flow energy loss in type-B and-C trapezoidal piano key weirs. Journal of Engineering and Sustainable Development, 28(1), pp.55-64. https://doi.org/10.31272/jeasd.28.1.4
- [17]. Fathi, A., Abdi Chooplou, C. and Ghodsian, M.G., 2023. An Experimental Study of Flow Energy Loss in Trapezoidal Stepped Piano Key Weirs (PKWs). Modares Civil Engineering journal, 23(4), pp.163-174. https://doi.org/10.22034/23.4.163.
- Piano Key Weir Type C with Changing Height of Weir Width of Keys and Apron. https://doi.org/10.33899/rengj.2021.130402.1101.
- [8]. Lantz, W., Crookston, B.M. & Palermo, M., 2021. Apron and cutoff wall scour protection for piano key weirs. Water, 13(17), p.2332. https://doi.org/10.3390/w13172332.
- [9]. Abdi Chooplou, C., Bodaghi, E. Ghodsian, M., & Vaghefi, M. 2022. Temporal evolution of scouring downstream of a trapezoidal PKW. International Journal of River Basin Management, 1-14. https://doi.org/10.1080/15715124.2022.2143513.
- [10]. Abdi Chooplou, C., Kazerooni, S., Ghodsian, M., & Vaghefi, M. 2022. Experimental study of scouring downstream of type-A piano key weirs. Arabian Journal of Geosciences, 15(23), 1702. https://doi.org/10.1007/s12517-022-11001-9.
- [11]. Bodaghi, E., Ghodsian, M. and Abdi, C., 2023. The experimental study of downstream scouring of trapezoidal Piano key weir type A under free and submerged flow. Journal of Hydraulics, 18(1), pp.18-1. https://doi.org/10.30482/JHYD.2022.330389.1590.
- [12]. Sumer, B.M. & Fredsoe, J., 1991, August. Onset of scour below a pipeline exposed to waves. In The First International Offshore and Polar Engineering Conference.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

K. Challoob Mshali, A. Khoshfetrat, A. H. Fathi, Experimental study of the effect of jump on the Downstream Scouring of type-C trapezoidal piano key weir, Amirkabir J. Civil Eng., 56(11) (2025) 1353-1368.

DOI: [10.22060/ceej.2024.22565.7996](https://doi.org/10.22060/ceej.2024.22565.7996)



