

# بررسی اثر فاکتور شکل در مولفه‌های انرژی در محیط دانه‌ای تحت بارگذاری چرخه‌ای به

## روش المان مجزا

هاله مشگین قلم<sup>۱</sup>، مهرداد امامی تبریزی<sup>۲\*</sup>، محمدرضا چناقلو<sup>۲</sup>

۱- دانشجوی دکتری ژئوتکنیک، دانشکده مهندسی عمران و مرکز تحقیقات زلزله دانشگاه صنعتی سهند، تبریز، ایران

۲- عضو هیأت علمی دانشکده مهندسی عمران و مرکز تحقیقات زلزله دانشگاه صنعتی سهند، تبریز، ایران

### چکیده

میراگرهای دانه‌ای به طور گسترده در کاربردهای مختلف از جمله زیر شالوده‌ها برای جلوگیری از انتقال امواج زلزله به طبقات ساختمان استفاده می‌شوند. با توجه به اینکه شکل هندسی دانه‌ها یکی از مهمترین خصوصیات اثرگذار در رفتار استهلاکی مجموعه مصالح دانه‌ای می‌باشد، لذا در این تحقیق به بررسی تاثیر فاکتور شکل در مولفه‌های انرژی پرداخته شده است. بدین منظور، مدل عددی بر اساس روش المان مجزا و با نرم افزار PFC 2D مطابق یک مدل آزمایشگاهی و تحت اثر بارگذاری چرخه‌ای شبیه سازی و اعتبار سنجی گردید. از المان کلامپ برای شبیه سازی دانه‌ها در سه شکل دایره معرف مصالح گرد گوشه و مربع و مثلث معرف مصالح تیز گوشه، استفاده شد. در نهایت مدل‌های ترکیبی متشکل از دانه‌هایی با سه شکل مذکور برای شبیه سازی ایجاد شدند. نتایج حاکی از آنست که در شرایط محصور شده و در اثر تغییر شکل دانه‌ها، بیش از ۸۰٪ انرژی کل به صورت انرژی کرنشی الاستیک ذخیره یا در اثر لغزش بین دانه‌ها تلف می‌شود و سهم انرژیهای جنبشی و میرایی در حدود ۱۰ تا ۱۵ درصد انرژی کل می‌باشد. همچنین اگر نسبت شعاع بزرگترین دایره محاطی به شعاع کوچکترین دایره محیطی در اطراف دانه تیز گوشه به ۱ نزدیکتر شود (دانه مربعی شکل)، میزان انرژی استهلاکی میرایی بیشتر و اگر نسبت مذکور کمتر شود (دانه مثلثی شکل)، انرژی استهلاکی در اثر اصطکاک افزایش می‌یابد. به طور کلی در سیستمهای دانه‌ای، استفاده از ترکیب دانه‌های تیز گوشه و گرد گوشه با نسبت مساوی جهت استهلاک انرژی دارای عملکرد مناسبی می‌باشد.

### کلمات کلیدی

مولفه‌های انرژی، شکل دانه، محیط دانه‌ای، بارگذاری چرخه‌ای، روش المان مجزا.

\* نویسنده مسئول: مهرداد امامی تبریزی، پست الکترونیکی: m.emami@sut.ac.ir

مصالح دانه‌ای زمانیکه تحت بارگذاریهای مختلفی قرار می‌گیرند، از خود رفتار پیچیده‌ای نشان می‌دهند [۱، ۲]. تغییرات انرژی در حجم معینی از خاک در مقیاس میکرومکانیکی، تابع عوامل مختلفی می‌باشد. این عوامل عبارتند از اصطکاک بین دانه‌ها در اثر لغزش که افت انرژی اصطکاک را به دنبال دارد. در اثر برخورد دانه‌ها به یکدیگر نیز مقداری از انرژی به علت میرایی مستهلک می‌گردد. اگر بارگذاری به نحوی انجام گیرد که دانه‌های خاک دچار شکست و تغییر شکل گردند، مقداری از انرژی وارد شده نیز در اثر شکست تلف می‌شود. همچنین زبری سطح دانه‌ها و بارگذاری لرزه‌ای نیز موجب استهلاک انرژی در مصالح دانه‌ای می‌گردند. مولفه انرژی جنبشی ناشی از حرکت و چرخش دانه‌ها در نقاط تماس و نیز انرژی کرنشی ذخیره شده در اثر تغییر شکل الاستیک در نقاط تماس دانه‌ها نیز در تغییرات انرژی در مقیاس میکرومکانیکی موثر می‌باشند. به طور کلی محققین تغییرات انرژی در مصالح دانه‌ای را در قالب روش‌های آزمایشگاهی و عددی مورد مطالعه قرار دادند. روشهای آزمایشگاهی معمولاً استهلاک انرژی را در اثر تغییر پارامترهایی نظیر تراکم، تنش همه‌جانبه، دامنه کرنش و تعداد سیکل‌های بارگذاری مورد بررسی قرار دادند [۳، ۴]. یکی از روش‌های کارآمد برای بررسی تغییرات انرژی در مقیاس میکرومکانیکی، روش المانهای مجزا<sup>۱</sup> می‌باشد. مطالعات آزمایشگاهی قادرند انرژی استهلاکی و ذخیره شده ماکروسکوپی را در مصالح دانه‌ای بر مبنای سطح زیر نمودار تنش - کرنش بررسی نمایند در حالیکه بررسی میکرومکانیکی، میزان انرژی ذخیره شده و اتلافی در اثر نیروهای بین دانه‌ها را با جزئیات بیشتری در اختیار قرار می‌دهد.

تحقیقات متعددی به بررسی میکرومکانیکی تغییرات انرژی در مصالح دانه‌ای به روش المان مجزا، تحت بارگذاریهای چرخه‌ای و شبه استاتیکی در حالت دو بعدی و سه بعدی پرداخته‌اند. در این تحقیقات، مولفه‌های انرژی در مقیاس میکروسکوپی بر اساس مطالعه اسمر<sup>۲</sup> و همکاران، شامل انرژی پتانسیل گرانشی ناشی از وزن دانه‌ها، انرژی کرنشی در دو جهت نرمال و برشی ناشی از فنرهای الاستیک خطی در نقاط اتصال، انرژی جنبشی ناشی از حرکت دانه‌ها، انرژی استهلاکی در اثر اصطکاک بین دانه‌ها مورد بررسی قرار گرفته است [۵]. تحقیقات مذکور تغییرات انرژی را در اثر پدیده‌های مختلفی مانند تغییرات سطح شتاب ارتعاش [۶، ۷]، بررسی ارتباط نرم شدگی<sup>۳</sup> با استهلاک انرژی [۸]، ارتباط استهلاک انرژی و شروع پدیده روانگرایی در خاک [۹، ۱۰]، بررسی فرایند شبه الاستیک در خاکهای دانه‌ای [۱۱]، استهلاک انرژی در بستر بالاست<sup>۴</sup> راه آهن [۱۲]، استهلاک انرژی در خاکهای ماسه‌ای تحت بارگذاری سه محوری [۱۳-۱۵] و میراگرهای دانه‌ای [۱۶-۱۸] مورد مطالعه قرار داده‌اند. برخی از مطالعات مذکور به بررسی مولفه‌های انرژی در مقیاس میکروسکوپی شامل انرژی کرنشی ذخیره شده، انرژی جنبشی، انرژی اتلافی در اثر اصطکاک و انرژی اتلافی در اثر میرایی ناشی از برخورد دانه‌ها پرداخته‌اند [۵، ۶، ۹، ۱۰، ۱۲-۱۵، ۱۹]، برخی دیگر پاسخ فرکانسی مدل را مورد ارزیابی قرار دادند [۷، ۱۷] و تعدادی هم توان میرایی مصالح دانه‌ای و مکانیزم استهلاک انرژی را بررسی کردند [۲، ۱۶، ۱۸، ۲۰].

نوع بارگذاری نیز در پاسخ نهایی مصالح دانه‌ای تاثیر گذار می‌باشد بطوریکه مصالح دانه‌ای وقتی تحت تاثیر بارگذاری چرخه‌ای قرار می‌گیرند رفتار تنش-کرنش غیر خطی و غیر الاستیک نشان می‌دهند، با افزایش تعداد سیکل‌های بارگذاری اثرات غیر خطی و غیر الاستیک افزایش می‌یابد. لذا برآورد صحیح غیرخطی بودن تحت بارگذاری چرخه‌ای حائز اهمیت می‌باشد [۱]. نوع بارگذاری در مطالعات مذکور شامل ضربه‌ای [۶، ۷]، سه محوری چرخه‌ای [۱۰، ۱۱، ۱۳، ۱۴]، برش ساده سیکلیک [۱۵]، استاتیکی دو محوری [۱۵]، استاتیکی [۱۲]، لرزه‌ای [۸، ۹] و هارمونیک [۱۶-۱۸] می‌باشد.

یکی از خصوصیات مهم مصالح دانه‌ای که رفتار استهلاکی مجموعه مصالح دانه‌ای را تحت تاثیر قرار می‌دهد، شکل هندسی دانه‌ها است. لذا مدلسازی دقیق شکل هندسی دانه‌ها از اهمیت بسزایی برخوردار می‌باشد. در روش متداول، معمولاً شکل هندسی دانه‌ها، دایره‌ای یا کروی شکل در نظر گرفته می‌شوند. این فرض باعث سادگی محاسبات می‌گردد. همچنین مقاومت دانه‌های دایره‌ای شکل در برابر دوران خیلی اندک بوده و این دانه‌ها تمایل به غلتش دارند. از طرف دیگر، زاویه اصطکاک داخلی مجموعه دانه‌های دایره‌ای به طور قابل ملاحظه‌ای کوچکتر از مجموعه دانه‌های با شکل هندسی نامنظم می‌باشد [۲۱].

<sup>1</sup> Discrete element method (DEM)

<sup>2</sup> Asmar, B.N

<sup>3</sup> Softening

<sup>4</sup> Ballast

برخی از محققان با توجه به تمایل کمتر دانه‌های بیضی شکل به دوران، نسبت به دانه‌های دایره‌ای شکل و نیز تشابه رفتار مکانیکی مجموعه‌های شبیه سازی شده با دانه‌های بیضی شکل، با رفتار خاک‌های واقعی، شکل بیضی را برای دانه‌ها پیشنهاد دادند [۲۲، ۲۳]. با توجه به اینکه دانه‌های واقعی خاک، غالباً دارای گوشه‌های تیز می‌باشند، مدل‌سازی دانه‌های خاک با اشکال چند ضلعی، مدل واقع بینانه‌تری از رفتار خاک ارائه می‌دهد. ایراد اصلی این نوع مدل‌سازی حجم بالای محاسبات و افزایش زمان اجرای برنامه است [۲۴]. در روش دیگر، شکل نامنظم ذرات توسط ترکیب تعدادی المان دایره‌ای شکل که با هم همپوشانی داشته و با اتصال صلب به یکدیگر متصل شده‌اند، به صورت دانه‌های خوشه‌ای<sup>۱</sup> شکل مدل می‌شوند [۲۵، ۲۶]. در مطالعه آزمایشگاهی انجام گرفته توسط یانگ<sup>۲</sup> و همکاران [۲۷] برای بررسی تاثیر شکل دانه بر شکست مصالح، دانه‌های مصنوعی در سه شکل مکعب، استوانه و منشور ساخته شده‌اند. در تحقیق عددی انجام یافته توسط ژانگ<sup>۳</sup> و همکاران [۲۸] بررسی تاثیر شکل بر شکست مصالح با استفاده از سه شکل کره، چهار وجهی و هشت وجهی صورت گرفته است. قربانپور<sup>۴</sup> و همکاران [۲۹] نیز از دو شکل مکعبی و استوانه‌ای که به ترتیب نماینده دانه‌های تیز گوشه و گرد گوشه می‌باشند، مطالعه عددی مشابهی را انجام دادند. به طور کلی با مرور تاریخچه مطالعات صورت گرفته در زمینه بررسی تغییرات انرژی در محیط‌های دانه‌ای، ملاحظه می‌شود که شکل دانه‌ها غالباً کروی با قطرهای یکسان یا مختلف [۲، ۶، ۷، ۹-۱۱، ۱۳-۱۵، ۲۰]، بیضوی [۱۶]، مثلثی، مربعی و شش ضلعی به صورت دانه‌های هم شکل [۱۷] و خوشه‌ای هم شکل در هر شبیه سازی [۱۲، ۱۹] می‌باشند. همچنین اشکال متشکل از دایره‌های هم اندازه بهم چسبیده و غیر همپوشان و به صورت دانه‌های هم شکل در نظر گرفته شده است [۱۸]. از میان مطالعاتی که به بررسی مولفه‌های انرژی در مقیاس میکروسکوپی در اثر بارگذاری چرخه‌ای پرداخته‌اند، شکل دانه‌ها در شبیه‌سازیها کروی (در حالت دو بعدی دایره‌ای) و یا خوشه‌ای هم شکل می‌باشند. با توجه به وجود دانه‌ها با اشکال و اندازه‌های مختلف در توده‌های خاکی و از طرف دیگر اهمیت انتخاب شکل هندسی مناسب برای دانه‌ها به منظور ایجاد مدل نزدیک به واقعیت، لازم است تا به بررسی تاثیر شکل‌های مختلف دانه‌ها در مقادیر مولفه‌های انرژی در محیط دانه‌ای پرداخته شود.

هدف از این تحقیق، بررسی تاثیر شکل دانه‌ها بر مولفه‌های انرژی می‌باشد. بر این اساس با توجه به مدل‌سازی دو بعدی بر اساس روش المان مجزا و با نرم افزار  $PFC^{2D}$ ، دانه‌ها در سه گروه دایره، مربع و مثلث در نظر گرفته شدند. برای مدل‌سازی شکل‌های مذکور، از دانه‌های خوشه‌ای استفاده گردیده است. در نرم افزار  $PFC^{2D}$  دانه‌های خوشه‌ای با عنوان کلامپ مطرح شده‌اند. لذا در ادامه تحقیق حاضر، از واژه "کلامپ" برای دانه‌های خوشه‌ای استفاده شده است. به این منظور ابتدا مدل عددی بر اساس مدل آزمایشگاهی انتخاب و در حالت دو بعدی و با دانه‌های دایره‌ای شکل تحت بارگذاری چرخه‌ای محوری و در حالت محصور شده، تحلیل گردید. سپس بعد از اعتبارسنجی مدل عددی، برای تعیین تعداد توپه‌های تشکیل دهنده کلامپها، با توجه به مدل آزمایشگاهی، کلامپهای دایره‌ای شکل استفاده شد. این کلامپها در سه نوع مختلف از لحاظ تعداد توپه‌های تشکیل دهنده، در مدل‌سازی استفاده شدند. بر اساس مقایسه نتایج حاصل از مدل‌سازی عددی مطالعه آزمایشگاهی با دانه‌های دایره‌ای شکل، تعداد توپه‌های بهینه برای ایجاد کلامپ مشخص گردید. سپس با توجه به تعداد توپه‌های بهینه، شبیه سازی عددی مدل با سه شکل دایره، مربع و مثلث برای کلامپها، در مدل‌های متشکل از یک شکل کلامپ یا مدل‌های ترکیبی انجام گرفت و در نهایت نتایج مربوط به مولفه‌های انرژی در هر سه مدل با توجه به شکل کلامپها استخراج و با هم مقایسه شدند.

## ۲- مولفه‌های میکروسکوپی انرژی

بررسی انرژی در محیط دانه‌ای فهم بهتری از اندرکنش دانه‌ها در مقیاس میکرو در اختیار قرار می‌دهد، بطوریکه بر این اساس می‌توان پیش‌بینی دقیقتری از پاسخ محیط دانه‌ای در مقیاس ماکرو، در اثر بارهای وارده بدست آورد. همچنین بررسی تک تک مولفه‌های انرژی،

<sup>1</sup> Cluster

<sup>2</sup> Yang

<sup>3</sup> Zhang

<sup>4</sup> Gorbanpoor

سهم هر کدام از این ترمها را در میزان کل انرژی اتلافی مشخص می‌نماید. در این مطالعه، مولفه‌های انرژی شامل انرژی جنبشی، انرژی کرنشی فنرها، انرژی ناشی از نیروهای حجمی، انرژی حاصل از کار نیروهای مرزی، انرژی استهلاکی توسط میراگرها و نیز انرژی استهلاکی ناشی از لغزش اصطکاکی به ترتیب مطابق روابط (۱) الی (۶) مورد ارزیابی قرار گرفته است. محاسبات مربوط به همه مولفه‌های انرژی در کل گامهای بارگذاری انجام می‌شود [۹، ۱۰].

با توجه به اینکه در این مطالعه از حرکت دورانی دانه‌ها صرف‌نظر شده است، لذا انرژی جنبشی فقط ناشی از حرکت انتقالی دانه‌ها مد نظر قرار گرفته است:

$$E_k = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N m_i u_i^2 \quad (1)$$

در رابطه (۱)،  $N$ ، تعداد کل دانه‌ها،  $m_i$ ، جرم دانه  $i$  و  $u_i$  سرعت انتقالی دانه  $i$  هستند.

انرژی کرنشی، شامل کل انرژی کرنشی ذخیره شده در فنرهای نرمال و برشی در مدل تماسی است.

$$E_s = \frac{1}{2} \sum_{c=1}^{N_c} \frac{(F_n^2)_c}{K_n} + \frac{(F_s^2)_c}{K_s} \quad (2)$$

در رابطه (۲)،  $N_c$ ، تعداد نقاط تماس در مدل،  $F_n$ ، نیروی نرمال،  $F_s$  نیروی برشی،  $K_n$  سختی فنر نرمال و  $K_s$  سختی فنر برشی می‌باشند.

کار نیروهای حجمی، کل کار انجام گرفته در مدل در اثر نیروهای حجمی را شامل می‌شود. در این مطالعه نیروهای حجمی شامل نیروی وزن دانه‌ها می‌باشند.

$$E_b = \sum_{i=1}^N m_i g h_i \quad (3)$$

در رابطه (۳)،  $h_i$ ، فاصله قائم مرکز دانه  $i$  از مبنای اولیه است.

کار نیروهای مرزی، کل کار انجام گرفته در مدل در اثر بارگذاری خارجی بر روی دیوارهای مدل را شامل می‌شود.

$$E_w = \sum_{w=1}^{N_w} f_s u_w \quad (4)$$

در رابطه (۴)،  $f_s$ ، برآیند نیروهای سطحی وارد به دیوارها و  $u_w$  جابجایی انتقالی دیوارها هستند.

انرژی میرایی، به کل انرژی استهلاکی توسط میراگرها در دو جهت نرمال و برشی مربوط می‌شود.

$$E_\beta = \sum_{c=1}^{N_c} (F_n^d)_c (u_n)_c + (F_s^d)_c (u_s)_c \quad (5)$$

در رابطه (۵)،  $u_n$  و  $u_s$  جابجایی نسبی نقاط اتصال در دو جهت نرمال و برشی بوده و  $F_n^d$  و  $F_s^d$  مولفه‌های نرمال و برشی نیروی میراگر می‌باشند.

انرژی اصطکاکی به کل انرژی استهلاکی در اثر لغزش اصطکاکی در نقاط اتصال و در کل گامهای بارگذاری اطلاق می‌شود.

$$E_f = \sum_{c=1}^{N_c} (F_s)_c (u_{slip})_c \quad (6)$$

در رابطه (۶)،  $u_{slip}$ ، مقدار جابجایی لغزشی در نقطه اتصال است. در روابط (۲)، (۵) و (۶)  $C$ ، شمارنده مربوط به نقاط تماس می‌باشد.

در طی بارگذاری چرخه‌ای، مولفه‌های انرژی مورد نظر بر اساس روابط (۱) تا (۶) تعیین شده و قانون بقا انرژی مطابق رابطه (۷) ارزیابی می‌گردد [۹، ۱۰، ۳۰].

$$E_w + E_b = E_k + E_s + E_\beta + E_f \quad (7)$$

### ۳- مدلسازی عددی

#### ۳-۱- هندسه مدل عددی

با توجه به اینکه هدف از مطالعه حاضر بررسی مولفه‌های انرژی در محیط دانه‌ای با اشکال کروی شکل، تحت بارگذاری چرخه‌ای می‌باشد، لذا از داده‌های موجود مطالعه آزمایشگاهی انجام گرفته توسط جانگ چان سیتو<sup>۱</sup> و همکاران [۳۱، ۳۲] برای مدلسازی استفاده شده است. با توجه به ابعاد مدل آزمایشگاهی، مدل عددی به صورت دو بعدی، به طول ۱۵۰ میلی‌متر و به ارتفاع ۱۰۵ میلی‌متر با چهار دیوار صلب ایجاد گردید. طول دیوار بالا جهت ایجاد امکان حرکت در هنگام بارگذاری، به اندازه ۲ میلی‌متر از هر طرف، کوچکتر از طول دیوار پایین می‌باشد. دیوارهای طرفین و دیوار پایین مدل ثابت بوده و فقط دیوار بالایی مدل قابلیت حرکت هنگام بارگذاری را دارد. چون در این مرحله، هدف اعتبار سنجی مدل عددی است، لذا آرایش مکانی دانه‌ها با در نظر گرفتن مختصات مراکز آنها، عیناً از مدل آزمایشگاهی اقتباس شد. مشابه مدل آزمایشگاهی از دو نوع مصالح دانه‌ای گرد گوشه با قطرهای ۱۰/۵ میلی‌متر و ۱۲ میلی‌متر مطابق جدول ۱ در ساخت مدل عددی استفاده شده است. «شکل (۱)» مدل عددی ساخته شده در نرم افزار PFC<sup>2D</sup> را نشان می‌دهد.

جدول ۱: مشخصات مصالح دانه‌ای [۳۱]

Table 1: Characteristics of granular materials [31]

نوع مصالح	قطر (mm)	تعداد	دانسیته (kg/m <sup>3</sup> )
دانه (۱)	۱۰/۵	۴۳	۱۴۲۰
دانه (۲)	۱۲	۷۳	۱۰۴۰

شکل ۱: سمت راست مدل آزمایشگاهی، سمت چپ مدل عددی

Figure 1: Right: the laboratory model, Left: the numerical model

#### ۳-۲- مدل تماسی بین دانه‌ها

انتخاب صحیح رفتار تماسی دانه‌ها، جهت بررسی اندرکنش بین دانه‌ای نقش بسزایی دارد. پاسخ مکانیکی مدل‌های تماسی مختلف وابسته به جابجایی نسبی دانه‌های مجاور بوده و سطح واقع‌گرایی مدل تماسی را می‌توان با تعریف روابط غیرخطی نیرو-جابجایی برای فنرهای تماسی و یا ترکیب فنر و میراگر ارتقا داد [۳۳]. در این مطالعه، مدل تماسی بین دانه‌ها مدل تماسی غیر خطی هرگز در نظر گرفته شد. رفتار رئولوژی مدل هرگز مطابق «شکل (۲)» است. قوانین نیرو - جابجایی در این مدل مطابق روابط (۸) تا (۱۱) است [۳۴-۳۶]. ضریب میرایی برشی متناسب با مقدار متناظر خود در جهت نرمال انتخاب می‌شود و معمولاً در محدوده ۰ تا ۱ برابر ضریب میرایی

<sup>1</sup> Jongchansitto

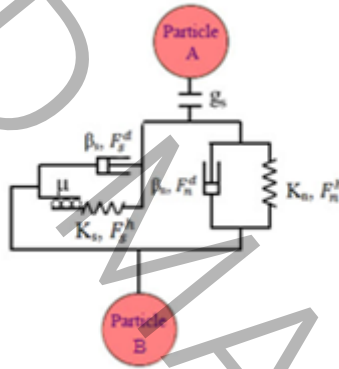
\*Corresponding Author: M. Emami Tabrizi, Email: m.emami@sut.ac.ir

نرمال متغیر است [۳۷, ۳۸]. در این مطالعه از ضریب میرایی برشی، صرف نظر گردید و فقط ضریب میرایی نرمال اعمال شد. مشخصات مربوط به پارامترهای مدل مطابق جدول ۲ می باشند.

جدول ۲: مشخصات پارامترهای مدل تماسی

Table 2: Parameters of contact model

مشخصات پارامترهای مدل رئولوژی	مدول برشی G (N/m <sup>2</sup> )	نسبت پوواسون (ν)	ضریب	
			اصطکاک (μ)	نرمال (β <sub>n</sub> )
دانه (۲)-دانه (۲)	۰/۵۶۳×۱۰ <sup>-۹</sup>	۰/۴۲	۰/۲	۰/۲
دانه (۱)-دانه (۱)	۱/۰۲۱×۱۰ <sup>-۹</sup>	۰/۴۲	۰/۲	۰/۲
مدل غیر خطی	۱/۰۲۱×۱۰ <sup>-۹</sup>	۰/۴۲	۰/۲	۰/۲
ویسکوالاستیک	۱/۰۲۱×۱۰ <sup>-۹</sup>	۰/۴۲	۰/۲	۰/۲
دانه (۱)-دیوار یا دانه (۲)-دیوار	۱/۰۲۱×۱۰ <sup>-۹</sup>	۰/۴۲	۰/۲	۰/۲



شکل ۲: رفتار و مولفه‌های رئولوژی مدل هرتز

Figure 2: Rheological behavior of Hertz model

در نقطه اتصال می توان نوشت:

نیروی هرتز در نقطه اتصال است. هر کدام از نیروهای هرتز و میراگر به دو مولفه نرمال و برشی در نقطه اتصال تجزیه می شوند:

$$F_C = F^h + F^d \quad (8)$$

$$F^h = -F_n^h \vec{n}_c + F_s^h \quad (9a)$$

$$F^d = -F_n^d \vec{n}_c + F_s^d \quad (9b)$$

که در آن  $F_n^h$  و  $F_s^h$  مولفه‌های نرمال و برشی نیروی هرتز و  $F_n^d$  و  $F_s^d$  مولفه‌های نرمال و برشی نیروی میراگر می باشند. همچنین مقادیر نیروی نرمال  $F_n^h$  و نیروی برشی  $F_s^h$  بر اساس سختی نرمال و برشی بر اساس رابطه (۱۰) محاسبه می گردند:

$$F_n^h = \left[ \frac{2G \sqrt{2R_e^h}}{3(1-\nu)} \right] g_s^{\alpha_h} \quad (10a)$$

$$F_s^h = F_s^h_0 + \left[ \frac{2(1-\nu)}{2-\nu} \alpha_h \left[ \frac{2G \sqrt{2R_e^h}}{3(1-\nu)} \right] F_n^{h(\alpha_h - \frac{1}{\alpha_h})} \right] \Delta \delta_s \quad (10b)$$

$$R_e^h = \frac{2R_1R_2}{R_1 + R_2} \quad (10c)$$

در رابطه (۱۰)،  $G$  مدول برشی موثر،  $\alpha_h$  نمای هرتز، که عدد بی بعد بوده و در پیش فرض نرم افزار مقدار آن ۱/۵ می‌باشد. در این مطالعه هم مقدار  $\alpha_h$ ، ۱/۵ در نظر گرفته شده است.  $R_e^h$  شعاع موثر و  $F_s^h_0$  نیروی برشی هرتز اولیه هستند. همچنین مقدار  $g_s$  مطابق با رابطه (۱۱) محاسبه می‌گردد:

$$g_s = \frac{F_n^h}{\alpha_h \sqrt{2G \sqrt{\frac{4R_1R_2}{R_1 + R_2}} / 3(1-\nu)}} \quad (11)$$

### ۳-۳- بارگذاری مدل

بارگذاری مکانیکی، شامل بار فشاری تک محوری سینوسی است که از قسمت دیواره بالایی مدل اعمال می‌شود. بارگذاری در ۷ سیکل با پریود ۲ ثانیه، با سرعت اعمال بار ۰/۰۱ متر بر ثانیه و دامنه نیروی فشاری در محدوده ۰/۱- کیلونیوتن تا ۱۰- کیلونیوتن می‌باشد.

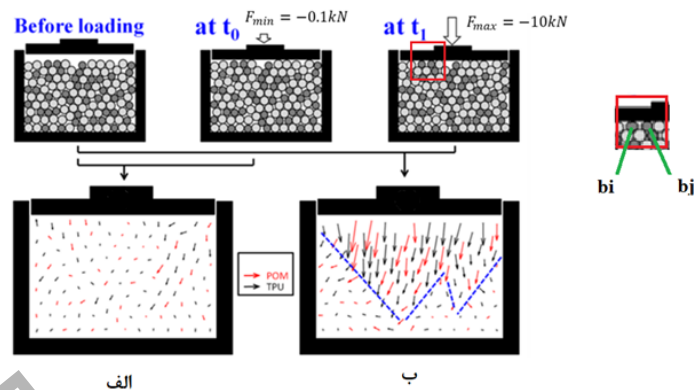
### ۴- اعتبار سنجی مدل

همانگونه که ذکر شد، جهت مدل‌سازی از داده‌های موجود مطالعه آزمایشگاهی انجام گرفته توسط جانگ چان سیتو<sup>۱</sup> و همکاران [۳۱]، [۳۲]، استفاده شده است. در تحقیق آزمایشگاهی انجام گرفته، بردارهای جابجایی مدل با پردازش تصویر توسط نرم افزار Matlab مطابق «شکل (۳)» استخراج شده‌اند. دامنه بردارهای جابجایی محیط تحت اثر بار حداقل (۰/۱- کیلونیوتن) حدود ۱ میلی‌متر و تحت اثر بار حداکثر (۱۰- کیلونیوتن) بیش از ۵ میلی‌متر گزارش شده‌اند [۳۱].

«شکل (۴)»، جابجایی دانه‌ها را در دامنه بار حداقل و حداکثر نشان می‌دهد. مطابق شکل، در دامنه حداقل و حداکثر بار تطابق خوبی بین مسیر و جهت جابجایی دانه‌ها با مدل آزمایشگاهی وجود دارد. همچنین در اثر اعمال بار با دامنه حداکثر، ناحیه مثلثی، «شکل (۳)»، مشاهده می‌شود. این پدیده در محیط‌های دانه‌ای با قطر یکسان یا از یک جنس مشاهده می‌شود [۳۹]. ولی در تحقیق انجام گرفته توسط جانگ چان سیتو و همکاران [۳۱] در محیط‌های دانه‌ای کامپوزیت نیز قابل رویت است [۳۱]. در این مطالعه نیز روند تغییرات جابجایی دانه‌ها در محیط کامپوزیت، نواحی مثلثی را نشان می‌دهد.

<sup>1</sup> Jongchansitto

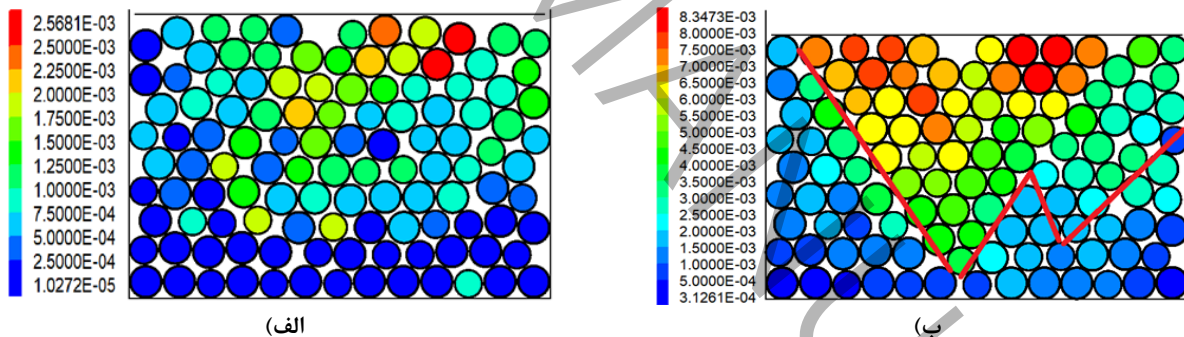
\*Corresponding Author: M. Emami Tabrizi, Email: m.emami@sut.ac.ir



شکل ۳: جابجایی دانه‌ها در مدل آزمایشگاهی، الف. تحت بار حداقل ب. تحت بار حداکثر [۳۱]

Figure 3: Displacement of particles in the laboratory model, a. Under minimum load b. under maximum load [31]

با توجه به «شکل (۳-الف) و (۳-ب)» ملاحظه می‌شود که بیشترین جابجایی در دانه‌های  $b_i$  و  $b_j$  اتفاق می‌افتد. وقتی که مدل تحت اثر دامنه حداقل بار قرار می‌گیرد، جابجایی در دانه  $b_i$  برابر  $1/1$  میلی‌متر و در دانه  $b_j$  برابر با  $1/16$  میلی‌متر می‌باشد. زمانی که مدل تحت اثر دامنه حداکثر بار قرار می‌گیرد، جابجایی دانه  $b_i$  برابر با  $7/73$  میلی‌متر و در دانه  $b_j$  برابر با  $7/75$  میلی‌متر است. با توجه به مطالب ذکر شده، دامنه جابجایی دانه‌ها در اثر اعمال بار حداکثر بیشتر از  $5$  میلی‌متر و در اثر اعمال بار حداقل در حدود  $1$  میلی‌متر بوده و تطابق خوبی با نتایج مدل آزمایشگاهی دارد. ولی در اثر اعمال بار حداقل، در برخی دانه‌ها، مقادیر جابجایی با مقادیر گزارش شده از مدل آزمایشگاهی اندکی متفاوت بوده و کمی بیشتر از آن است (حدود  $2/6$  میلی‌متر). این تفاوت را می‌توان به خطا در چیدمان دانه‌ها بر اساس مختصات مراکز آنها نسبت داد که هنگام اثر بار فشاری اندک، مشاهده می‌شود ولی زمانی که مقدار بار فشاری وارده به مدل و متعاقباً به دانه‌ها، افزایش یافته و تخلخل کم می‌شود، این تفاوت نسبت به مدل آزمایشگاهی بسیار کم است.

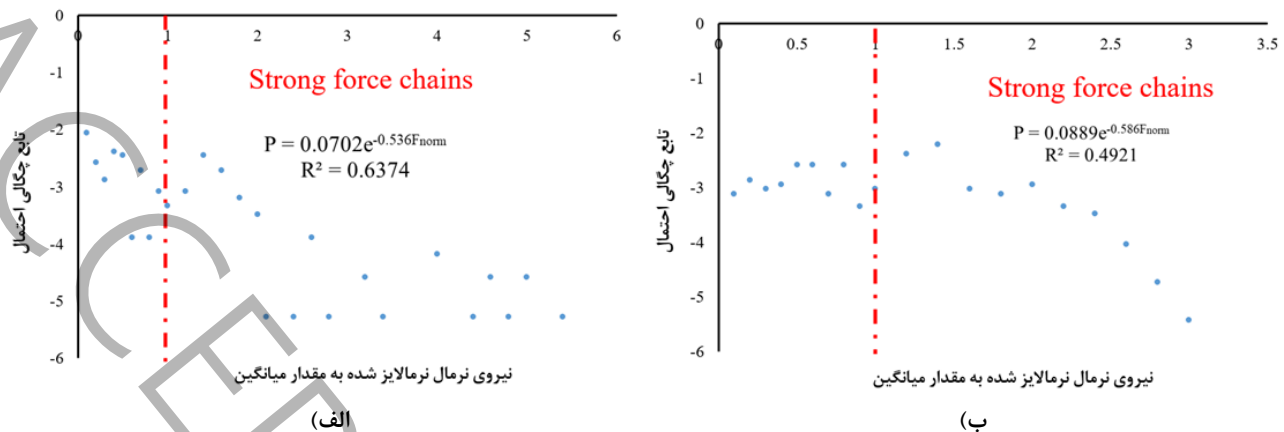


شکل ۴: جابجایی دانه‌ها در مدل آزمایشگاهی، الف. تحت بار حداقل ب. تحت بار حداکثر

Figure 4: Displacement of particles in the numerical model, a. Under minimum load b. under maximum load

در مقیاس میکرومکانیکی، به دلیل تنوع ذاتی پارامترهایی نظیر اندازه قطر، میزان گرد بودن، خواص فیزیکی مواد و نیز مکان دقیق دانه‌ها، نمی‌توان مقادیر یکسانی برای پاسخ‌های سینماتیکی و دینامیکی مجموعه مصالح دانه‌ای بین شبیه‌سازی عددی و نیز آزمایش‌ها مشاهده نمود، به همین دلیل نیاز به تحلیل آماری داده‌ها است [۴۰]. برای این منظور تابع توزیع چگالی احتمال نیروهای نرمال نرمالیزه شده به مقدار میانگین، مطابق «شکل (۵)» استخراج شده است.





شکل ۵: توابع چگالی احتمال: الف. تحت اثر دامنه حداقل بار، ب. تحت اثر دامنه حداکثر بار

Figure 5: Probability density functions: a. Under minimum load, b. Under maximum load

آزمایشها و شبیه سازیهای عددی نشان داده اند که روند کاهش نمایی شبکه توزیع نیرویی قوی، از ویژگیهای بارز محیطهای دانه ای می باشد. این روند نمایی، حضور نیروهای بزرگ را در سیستم منعکس می کند که اغلب به شکل زنجیره های نیرو ظاهر می شوند. در مصالح دانه ای گرد گوشه، تابع چگالی احتمال برای زنجیره های نیرویی قوی، مطابق رابطه (۱۲) است [۴۰].

$$P \propto e^{-\beta F_{nom}} \quad (12)$$

که در آن،  $P$ ، تابع چگالی احتمال نیروهای نرمال و  $F_{nom}$ ، نیروی نرمال نرمالیزه شده در نقاط تماس است بطوریکه  $F_{nom}$  از نسبت نیروی نرمال تماسی به نیروی نرمال متوسط مجموعه مصالح دانه ای حاصل می شود. مطابق «شکل (۵)»، ملاحظه می شود که روند کاهش نمایی تحت اثر دامنه بار حداقل و حداکثر مشاهده می شود. مقادیر ضریب  $\beta$  به ترتیب در دو حالت مذکور برابر با  $0.536$  و  $0.586$  است. همچنین در حالت اعمال دامنه حداقل بار،  $37/24\%$  از نقاط تماس دارای نیروی نرمال بیشتر از میانگین نیروی نرمال کل نقاط تماس در مجموعه دانه ها می باشند. این مقدار در حالت اعمال دامنه حداکثر بار برابر  $44/49\%$  است.

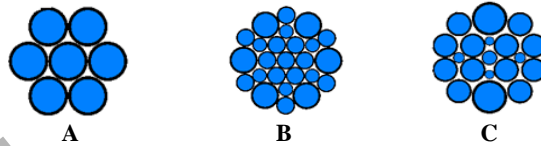
## ۵- نتایج و بحث

### ۵-۱- بررسی تاثیر تعداد توپهای تشکیل دهنده کلامپ بر مولفه های انرژی

برای بررسی تاثیر تعداد توپهای تشکیل دهنده کلامپ بر مولفه های انرژی، مدلسازی دانه ها در نرم افزار با استفاده از کلامپ انجام گرفته است. یکی از پارامترهای موثر در انتخاب شکل کلامپها، تعداد توپهای تشکیل دهنده آنها می باشد. هر چه تعداد توپهای تشکیل دهنده کلامپها بیشتر باشد، شکل دانه به شکل واقعی نزدیکتر می شود ولی در عوض زمان تحلیل افزایش می یابد. در این تحقیق برای تعیین تعداد دقیق توپهای تشکیل دهنده کلامپها، سه نوع کلامپ با نام A، B و C به ترتیب با ۷، ۱۹ و ۲۵ توپ، مطابق «شکل (۶)» برای مدلسازی استفاده شده است. شبیه سازی عددی مطابق با مدل آزمایشگاهی به صورت دو بعدی، به طول ۱۵۰ میلیمتر و به ارتفاع ۱۰۵ میلیمتر با چهار دیوار صلب ایجاد گردید و بارگذاری مشابه حالت قبل و در ۷ سیکل با سرعت  $0.03$  متر بر ثانیه اعمال شد. مشخصات دانه ها مطابق با جدول شماره ۱ در نظر گرفته شده است و فقط چون در مدلسازی دانه ها، تمام حجم دانه در نظر گرفته نمیشود و کمی فضای خالی وجود دارد، لذا برای رعایت اصل پایستگی جرم، دانسیته دانه ها مطابق رابطه (۱۳) اصلاح شده و مطابق جدول ۳ ارائه گردیده است. «شکل (۷)» شبیه سازیهای انجام گرفته بر اساس سه گروه فوق الذکر از کلامپها را نشان می دهد.

$$\rho_{scaled} = \frac{\rho_p V_p}{\sum_{i=1}^{N_b} V_i^b} \quad (13)$$

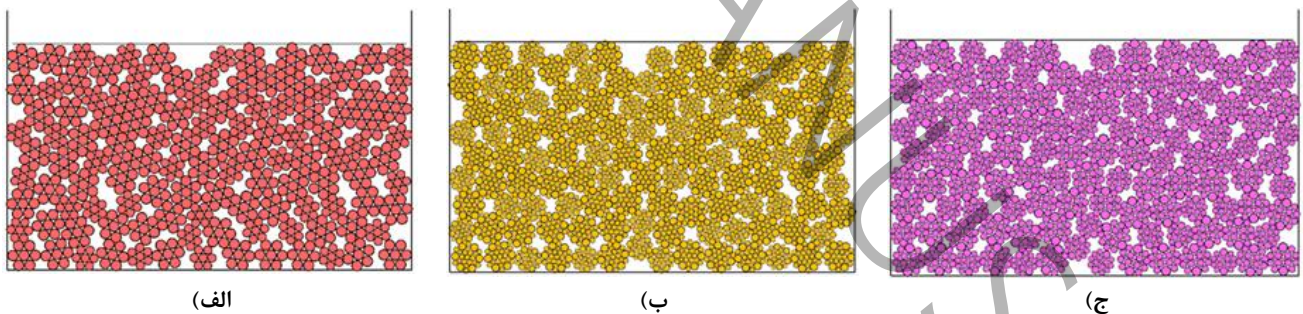
که در آن  $\rho_p$  دانسیته واقعی مصالح دانه‌ای،  $V_p$  حجم واقعی مصالح دانه‌ای،  $V_i^b$  حجم هر یک از توپهای تشکیل دهنده کلامپ،  $N_b$  تعداد توپهای لازم برای تشکیل کلامپ و  $\rho_{scaled}$  دانسیته اصلاح شده در مدلسازی می‌باشند [۴۱].



شکل ۶: شکل کلامپهای مورد استفاده در مدلسازی  
Figure 6: The shape of clumps in numerical modeling

جدول ۳: مقادیر دانسیته اصلاح شده کلامپها  
Table 3: Modified density of clumps

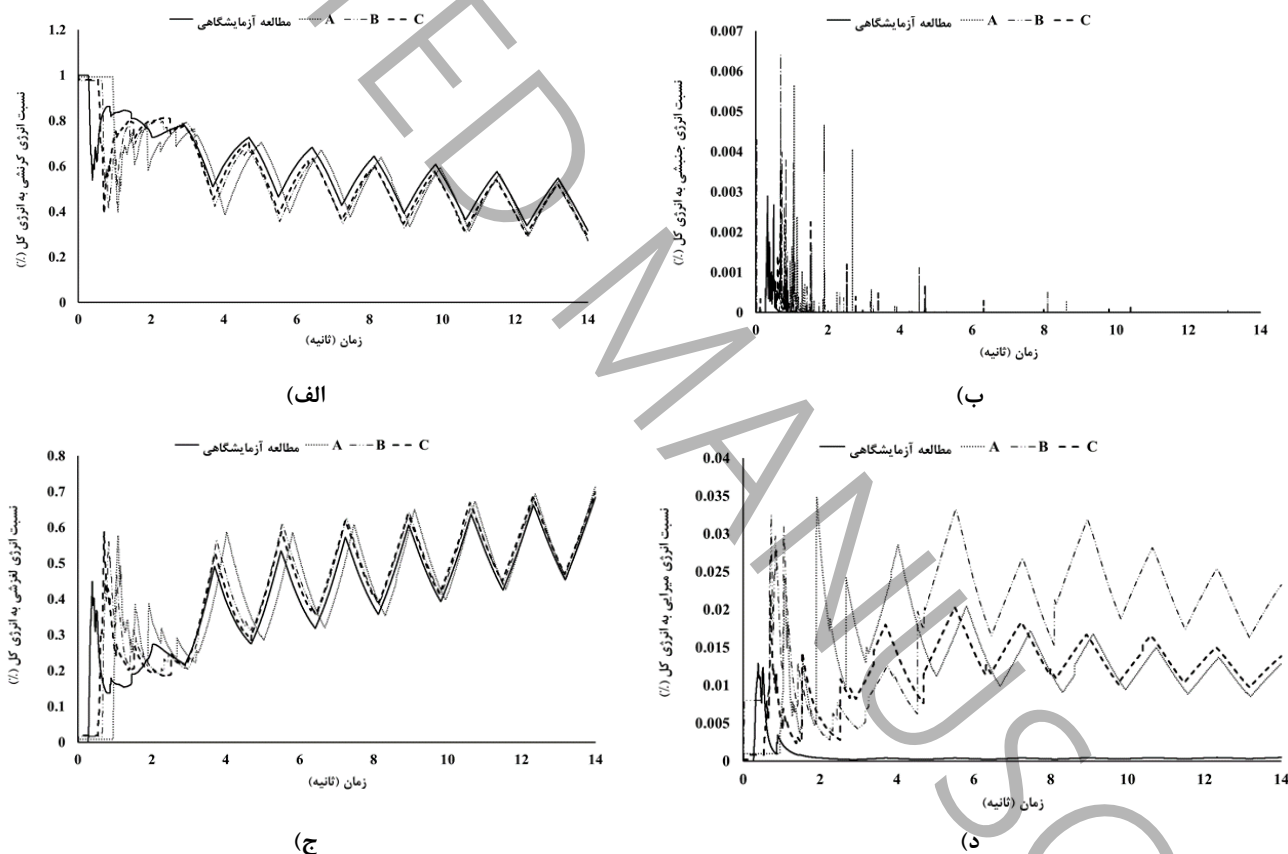
دانه (۲)	دانه (۱)		
۱۲	۱۰/۵	قطر (mm)	مدل A
۱۲۳۷/۷۴	۱۷۴۳/۷	دانسیته (kg/m <sup>3</sup> )	
۱۲	۱۰/۵	قطر (mm)	مدل B
۱۲۳۴/۷۷	۱۷۵۳/۱۳	دانسیته (kg/m <sup>3</sup> )	
۱۲	۱۰/۵	قطر (mm)	مدل C
۱۲۳۷/۴۵	۱۷۵۱/۴۵	دانسیته (kg/m <sup>3</sup> )	



شکل ۷: شبیه سازی عددی با کلامپهای الف. گروه A، ب. گروه B و ج. گروه C  
Figure 7: Numerical simulation a. Clumps group A, b. Clumps group B and c. Clumps group C

«شکل (۸)» نسبت مقادیر انرژی‌های کرنشی، جنبشی، لغزشی ناشی از اصطکاک و میرایی را به انرژی کل نشان می‌دهد. با توجه به «شکل (۸-ب)» ملاحظه می‌شود که انرژی جنبشی در سیکلهای آغازین بارگذاری در حدود ۰/۶ درصد انرژی کل است که با افزایش تعداد سیکلهای بارگذاری، به دلیل شرایط محصور شدگی و عدم امکان جابجایی دانه‌ها، تقریباً به صفر می‌رسد. همچنین مطابق «شکل (۸-د)» نیز انرژی میرایی در سیکلهای آغازین در حدود ۳/۵ درصد انرژی کل می‌باشد که با افزایش تعداد سیکلهای بارگذاری این مقدار در کلامپهای A و C به حدود ۱/۵ درصد، در کلامپ B به حدود ۲/۵ درصد و در نمونه آزمایشگاهی تقریباً به صفر می‌رسد. قسمت اعظم انرژی ورودی، به صورت انرژی کرنشی در فنرها ذخیره شده «شکل (۸-الف)» یا در اثر اصطکاک تلف می‌شود «شکل (۸-ج)». مطابق «شکل (۸-الف)» قبل از شروع بارگذاری، انرژی کرنشی ذخیره شده در فنرها ۱۰۰ درصد انرژی کل است. با افزایش تعداد

سیکل‌های بارگذاری، روند نزولی در نسبت انرژی کرنشی به انرژی کل مشاهده می‌شود بطوریکه در پایان بارگذاری، سطح انرژی کرنشی در هر سه مدل کلامپ و نیز نمونه آزمایشگاهی تقریباً برابر می‌شوند. در سیکل‌های ابتدایی نیز روند تغییرات انرژی کرنشی در مدل با کلامپ C مشابه نمونه آزمایشگاهی است. به عنوان مثال در زمان ۳ ثانیه انرژی کرنشی در هر دو مدل به حدود ۸۰ درصد انرژی کل می‌رسد. بر اساس «شکل (۸-ج)» تغییرات انرژی لغزشی با افزایش سیکلها به صورت صعودی است زیرا انرژی استهلاکی در اثر لغزش دانه‌ها به صورت تجمعی در سیستم مصالح دانه‌ای انباشته می‌شود. در پایان بارگذاری سطح انرژی لغزشی در هر چهار مدل تقریباً با هم برابر بوده و به حدود ۷۰ درصد انرژی کل می‌رسند. با توجه به مطالب مذکور می‌توان نتیجه گرفت میزان انرژی جنبشی و نیز انرژی میرایی در سیستم مصالح دانه‌ای در شرایط محصور شده، درصد کمی از انرژی کل را به خود اختصاص می‌دهند و قسمت اعظم انرژی به صورت انرژی کرنشی و لغزشی مصرف می‌شود. ضرایب همبستگی بین مولفه‌های انرژی در سه مدل و نیز مدل آزمایشگاهی، مطابق جدول ۴ است. بر اساس جدول و نیز شکل، ملاحظه می‌شود از بین سه نوع کلامپ مورد نظر، کلامپ C بیشترین انطباق را با مدل آزمایشگاهی دارد. لذا در ادامه تحقیق، تعداد توپهای تشکیل دهنده کلامپها، ۱۹ عدد در نظر گرفته شده است.



شکل ۸: مقایسه مولفه‌های انرژی در مدل سازیهای انجام گرفته با سه نوع کلامپ A، B و C الف. انرژی کرنشی الاستیک، ب. انرژی جنبشی، ج. انرژی لغزشی و د. انرژی میرایی

Figure 8: Comparison of energy components in the numerical modeling with three types of clumps A, B and C. a. Elastic strain energy, b. Kinetic energy, c. sliding energy and d. damping energy

جدول ۴: مقادیر ضرایب همبستگی بین مولفه‌های انرژی در سه مدل کلامپ و مدل آزمایشگاهی

Table 4: Correlation coefficients between energy components in three models with three clumps and laboratory model

	مدل آزمایشگاهی	کلامپ A	کلامپ B	کلامپ C
انرژی کرنشی	مدل آزمایشگاهی	۱		
	کلامپ A	۰/۵۸۰	۱	
	کلامپ B	۰/۶۱۳	۰/۸۸۱	۱
	کلامپ C	۰/۶۰۲	۰/۹۱۸	۰/۹۶۴
انرژی جنبشی	مدل آزمایشگاهی	۱		
	کلامپ A	۰/۰۰۰۸۵	۱	
	کلامپ B	-۰/۰۰۱۸۱	-۰/۰۰۱۱۱	۱
	کلامپ C	۰/۰۰۶۳۰	-۰/۰۰۱۲۷	-۰/۰۰۱۳۲
انرژی لغزشی	مدل آزمایشگاهی	۱		
	کلامپ A	۰/۹۹۴	۱	
	کلامپ B	۰/۹۹۴	۰/۹۹۹	۱
	کلامپ C	۰/۹۹۵	۰/۹۹۸	۰/۹۹۹
انرژی میرایی	مدل آزمایشگاهی	۱		
	کلامپ A	۰/۸۴۸	۱	
	کلامپ B	۰/۹۵۷	۰/۸۴۸	۱
	کلامپ C	۰/۹۶۲	۰/۹۱۹	۰/۹۷۲

بررسی

۲-۵-

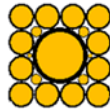
تاثیر شکل بر میزان استهلاک انرژی در محیط دانه‌ای

به منظور بررسی تاثیر شکل هندسی دانه‌ها بر میزان استهلاک انرژی، از سه نوع کلامپ با شکل‌های دایره، مربع و مثلث با ۱۹ عدد توپ که از مرحله قبل به دست آمده است، برای شبیه سازی استفاده شده است. بطوریکه در اطراف کلامپهای دایره‌ای، نسبت شعاع بزرگترین دایره محاطی به شعاع کوچکترین دایره محیطی برابر با ۱ و در کلامپهای مربعی و مثلثی کوچکتر از ۱ می‌باشد. ابعاد مدل عددی و بارگذاری مطابق با مراحل قبل بوده ولی کلامپها از یک نوع و با قطر ۱۲/۵ میلی‌متر در نظر گرفته شده‌اند. تخلخل در هر سه مدل ثابت بوده و برابر ۰/۲۳ است. کلامپهای مربع و مثلثی شکل دارای مساحت معادل با کلامپ دایره‌ای می‌باشند. «شکل (۹)» مدل‌های عددی ایجاد شده با کلامپهای به شکل دایره، مربع و مثلث را نشان می‌دهد. تعداد نقاط تماس در مدل با کلامپهای دایره‌ای، ۲۶۳، در مدل با کلامپهای مربعی، ۴۲۰ و در مدل با کلامپهای مثلثی ۲۵۷ عدد است. تعداد توپهای پیرامون کلامپها که منجر به ایجاد نقاط تماس بین دانه‌ای می‌شوند، در کلامپهای دایره‌ای، مربعی و مثلثی به ترتیب برابر ۱۰، ۱۲ و ۶ عدد می‌باشند.

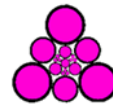




(الف)



(ب)



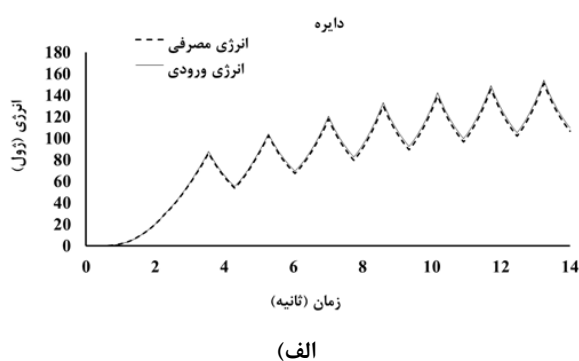
(ج)

شکل ۹: شبیه‌سازی عددی در مدل‌های سازیهی انجام گرفته با سه نوع کلامپ A، B و C: الف. کلامپ دایره‌ای، ب. کلامپ مربعی و ج. کلامپ مثلثی

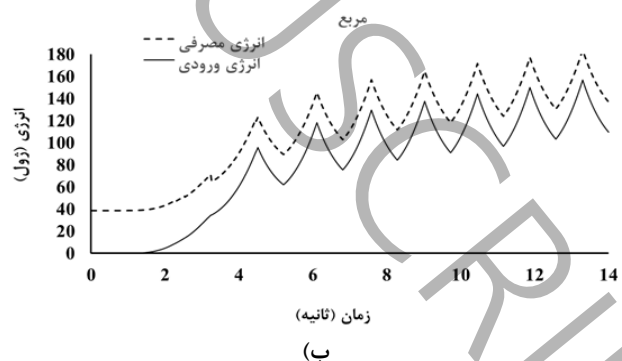
Figure 9: Numerical simulation with three types of clumps A, B and C: a. Circular clump, b. Square clump and c. Triangular clump

### ۳-۵- اعتبار سنجی قانون بقاء انرژی

قانون بقاء انرژی مطابق با رابطه (۷) برای هر سه مدل عددی شامل کلامپهای دایره‌ای، مربعی و مثلثی مطابق «شکل (۱۰)» بررسی شده است. منبع اصلی انرژی ورودی به محیط، ناشی از بارگذاری خارجی است. قسمت دیگر انرژی ورودی به سیستم هم ناشی از کار نیروهای حجمی می‌باشد. بخشی از این انرژی صرف لغزش دانه‌ها شده بخش دیگری به صورت انرژی کرنشی الاستیک در فنرها ذخیره می‌شود، قسمتی توسط میراگرها مصرف شده و بخشی هم به صورت انرژی جنبشی دانه‌ها مصرف می‌شود. با توجه به شکل‌ها ملاحظه می‌شود که تعادل بین انرژی ورودی و مصرفی محیط در دو مدل که با کلامپهای به شکل دایره و مثلث مدل شده‌اند، برقرار است بطوریکه انرژی ورودی و مصرفی در شروع بارگذاری از صفر شروع شده و در پایان بارگذاری چرخه‌ای به حدود ۱۲۰ ژول می‌رسند. در مدل با کلامپ دایره‌ای شکل با توجه به اینکه غلتش دانه‌ها بر روی هم به آسانی صورت می‌گیرد و مدل سریعتر به پایداری می‌رسد، این اختلاف بسیار ناچیز است. در مدل با کلامپهای مثلثی شکل هم با توجه به شکل هندسی دانه‌ها، مدل تحت اثر وزن دانه‌ها سریعتر از دو مدل دیگر به وضعیت تعادل می‌رسد و لذا اختلاف بین انرژی ورودی و مصرفی تقریباً صفر است. این موضوع در «شکل (۱۰-ج)» هم قابل مشاهده است. ولی در مدلی که با کلامپ مربع شکل شبیه سازی شده است، مطابق «شکل (۱۰-ب)» بین انرژی ورودی و خروجی مدل تفاوت وجود دارد. انرژی ورودی از مقدار صفر شروع شده و بعد از هفت سیکل به حدود ۱۰۰ ژول می‌رسد. انرژی مصرفی از مقدار تقریباً ۴۰ ژول شروع شده و در پایان به حدود ۱۲۰ ژول می‌رسد. این تفاوت به علت خطای مدلسازی عددی است. زیرا در مدل با کلامپهای مربعی شکل، در شروع بارگذاری، به علت اینکه نقاط تماس واقع در اضلاع کلامپ مربعی شکل، در کنار هم باعث ایجاد تماس طولی<sup>۱</sup> می‌شوند، لذا کلامپها برای خروج از حالت تعادل انرژی بیشتری مصرف می‌کنند. با افزایش تعداد سیکلهای بارگذاری این اختلاف کاهش می‌یابد زیرا وضعیت تماس کلامپها نسبت به قبل از بارگذاری از حالت تماس طولی تغییر می‌یابند.

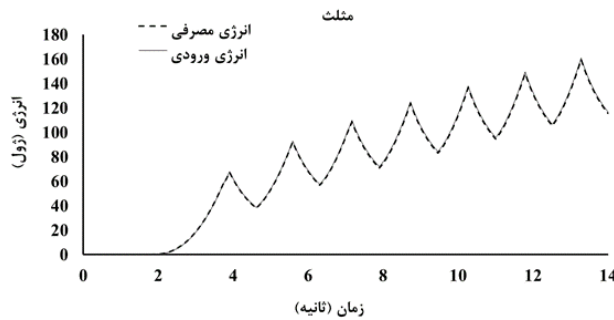


(الف)



(ب)

<sup>1</sup> Line contact



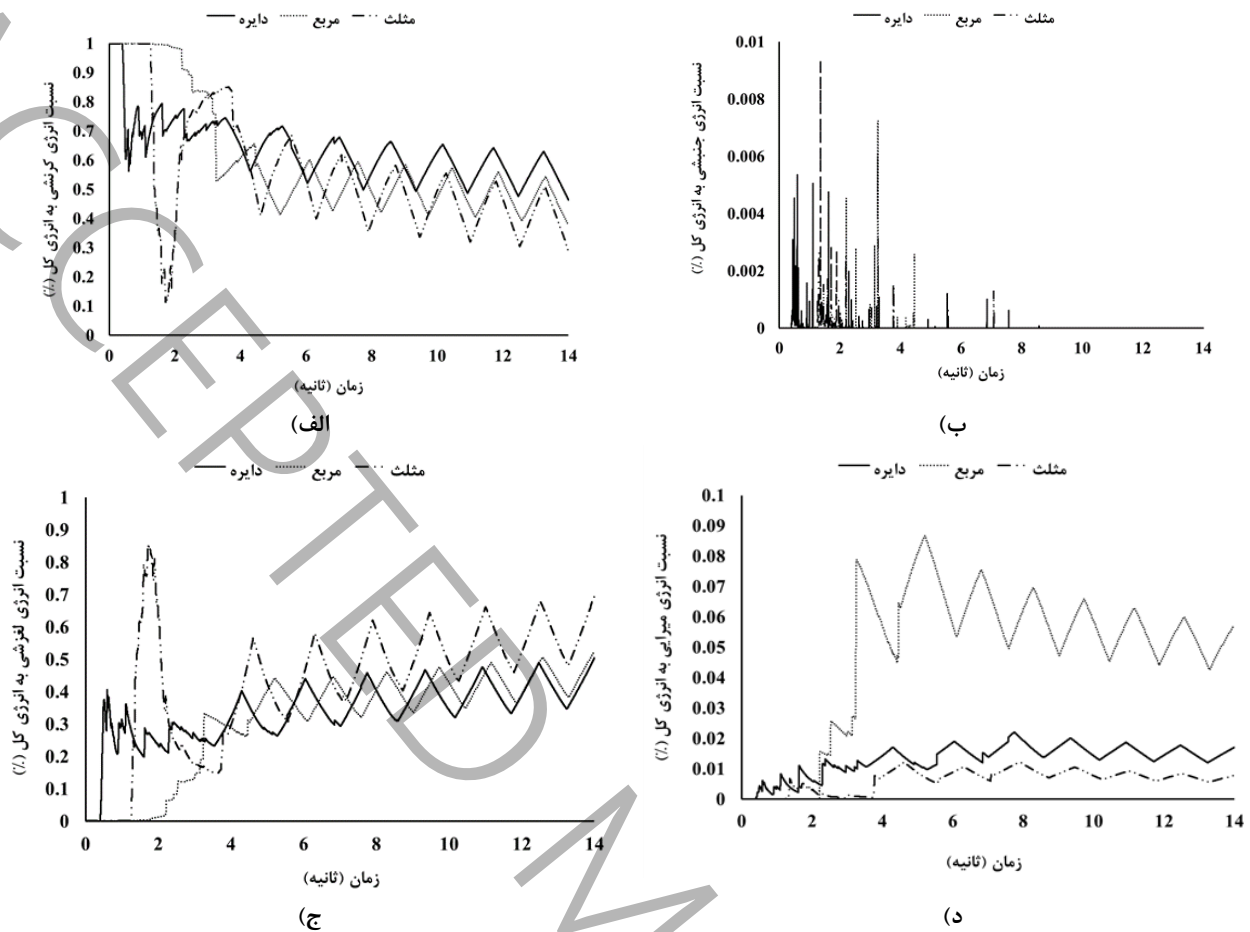
(ج)

شکل ۱۰: بقاء انرژی در طی بارگذاری چرخه‌ای الف. کلامپ دایره‌ای، ب. کلامپ مربعی و ج. کلامپ مثلثی

Figure 10: Energy conservation during cyclic loading a. Circular clump, b. Square clump and c. Triangular clump

#### ۴-۵- مولفه‌های انرژی

«شکل (۱۱)» به ترتیب نسبت انرژی‌های کرنشی، جنبشی، لغزشی و میرایی به انرژی کل را در سه مدل با کلامپهای دایره‌ای، مربعی و مثلثی نشان می‌دهد. با توجه به «شکل (۱۱-الف)» مشاهده می‌شود که انرژی کرنشی در پایان بارگذاری در مدل با کلامپهای دایره‌ای، مربعی و مثلثی به ترتیب در حدود ۰.۵۰٪، ۰.۴۰٪ و ۰.۳۰٪ انرژی کل است. مطابق «شکل (۱۱-ج)» مشاهده می‌شود که در پایان بارگذاری، انرژی استهلاکی لغزشی در مدل با کلامپهای دایره‌ای، مربعی و مثلثی به ترتیب در حدود ۰.۵۰٪، ۰.۵۰٪ و ۰.۷۰٪ انرژی کل می‌باشد. بر اساس دو شکل مذکور، در مدل با کلامپهای مثلثی در سیکل ابتدایی بارگذاری (زمان ۲ ثانیه) انرژی کرنشی به ۰.۱۵٪ انرژی کل و انرژی لغزشی به ۰.۸۵٪ انرژی کل می‌رسد. بر این اساس می‌توان گفت وجود کلامپهای مثلثی باعث افزایش مقدار استهلاک انرژی در محیط دانه‌ای می‌شود. دلیل این موضوع، گیر افتادن کلامپهای مثلثی در بین سایر کلامپها است که باعث می‌شود تا زمان ایجاد شرایط پایدار، استهلاک انرژی بیشتر شود. با افزایش سیکلهای بارگذاری، کلامپها در وضعیت پایدار قرار گرفته و درصد استهلاک انرژی کم می‌شود. در مدل با کلامپهای دایره‌ای و مربعی شکل به دلیل تمایل کلامپهای دایره‌ای به غلتش و ایجاد طول تماس بجای تماس نقطه‌ای در کلامپهای مربعی شکل، پایداری کلامپها سریعتر تامین شده و استهلاک انرژی کمتری صورت می‌گیرد. به این علت در این دو مدل دامنه نوسان انرژی کرنشی و لغزشی در سیکلهای ابتدایی نسبت به مدل با کلامپهای مثلثی کمتر است. در مدل با کلامپهای مربعی تا زمان ۳ ثانیه هیچگونه اتلاف انرژی در محیط صورت نمی‌گیرد که همانگونه که گفته شد، دلیل این موضوع ایجاد تماس طولی به جای تماس نقطه‌ای می‌باشد. بر اساس «شکل (۱۱-ب)» به علت شرایط محصور شدگی نمونه، انرژی جنبشی در هر سه مدل ناچیز و در حدود ۰.۱٪ انرژی کل را به خود اختصاص می‌دهد و مستقل از شکل کلامپها است. با افزایش تعداد سیکلهای بارگذاری به دلیل افزایش تراکم محیط، مقدار آن به صفر می‌رسد. مطابق «شکل (۱۱-د)» انرژی میرایی در پایان بارگذاری در مدل با کلامپهای دایره‌ای، مربعی و مثلثی به ترتیب برابر با ۰.۲٪، ۰.۶٪ و ۰.۱٪ انرژی کل است. در مدل با کلامپهای مربعی به دلیل تمایل اندک کلامپها به غلتش، نیروی زیادی برای میرایی نیاز است، لذا سطح انرژی میرایی در مدل مذکور بیشتر است.

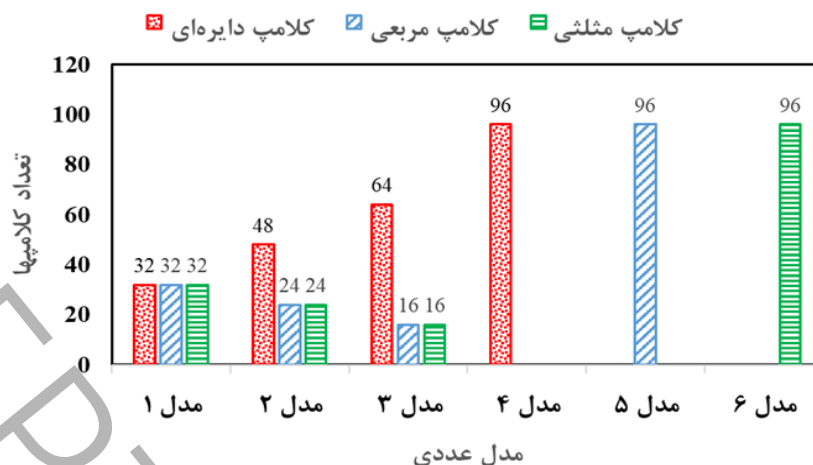


شکل ۱۱: مقایسه مولفه‌های انرژی در مدل‌سازیهای انجام‌گرفته با سه نوع کلامپ دایره، مربع و مثلث الف. انرژی کرنشی الاستیک، ب. انرژی جنبشی، ج. انرژی لغزشی و د. انرژی میرایی

Figure 11: Comparison of the energy components in the modeling with three types of clumps: circle, square and triangle a. Elastic strain energy, b. Kinetic energy, c. sliding energy and d. damping energy

#### ۵-۵- مدل‌های ترکیبی

در این مرحله از مطالعه، به بررسی تغییرات انرژی در محیط متشکل از کلامپهایی از هر سه شکل دایره، مربع و مثلث پرداخته می‌شود. برای این منظور سه مدل عددی با همان ابعاد و همان بارگذاری مشابه با حالت‌های قبل ایجاد گردید. در یکی از مدل‌ها تعداد کلامپهای دایره‌ای، مربعی و مثلثی شکل برابر، در دو مدل دیگر از تعداد کلامپهای مربعی و مثلثی کاسته شده و بر تعداد کلامپهای دایره‌ای افزوده می‌شود بطوریکه در یکی از مدل‌ها تعداد کلامپهای دایره‌ای ۵۰ درصد تعداد کل کلامپها و در مدل دیگر ۶۷ درصد تعداد کل کلامپها است. تعداد کلامپهای مربعی و مثلثی شکل نیز با هم برابر است. نتایج مربوط به این مدل‌ها با نتایج مربوط به مدل‌های با کلامپهای فقط دایره‌ای شکل، فقط مربعی شکل و فقط مثلثی شکل که در مرحله قبل مورد ارزیابی قرار گرفته بودند، مقایسه گردید. لازم به ذکر است که تخلخل در هر ۶ مدل ثابت است. «شکل (۱۲)» تعداد و نوع کلامپهای تشکیل‌دهنده مدل‌ها را نشان می‌دهد. مدل‌های ترکیبی ایجاد شده در این مرحله مطابق «شکل (۱۳)» هستند.

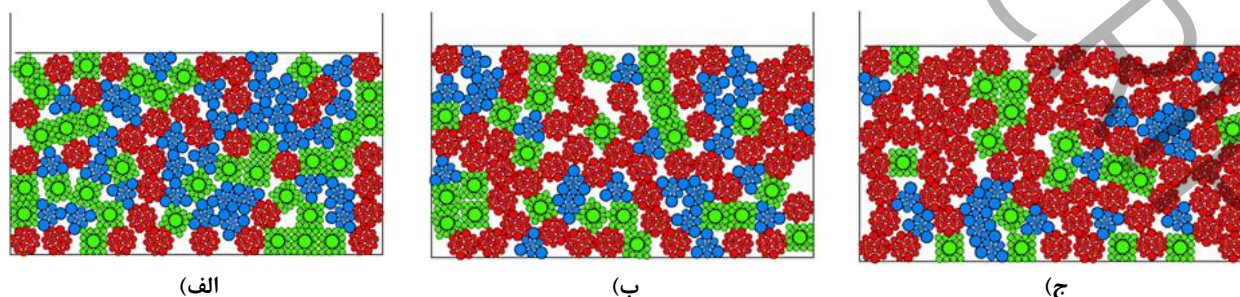


شکل ۱۲: نحوه توزیع کلامپهای دایره‌ای، مربعی و مثلثی در مدل‌های ترکیبی

Figure 12: Distribution of circular, square and triangular clamps in models with mixed particles

نسبت مولفه‌های انرژی به انرژی کل در سه مدل ترکیبی در مقایسه با مدل‌های متشکل از یک نوع کلامپ، مطابق با «شکل (۱۴)» می‌باشند. با توجه به «شکل (۱۴-الف)» مشاهده می‌شود که افزایش کلامپهای دایره‌ای باعث افزایش انرژی کرنشی ذخیره شده می‌شود و به تبع آن میزان انرژی استهلاکی لغزشی کاهش می‌یابد. همانگونه که در «شکل (۱۴-الف)» و «شکل (۱۴-ب)» ملاحظه می‌شود، انرژی کرنش ذخیره شده و انرژی استهلاکی لغزشی در مدل ۴ که فقط از کلامپهای دایره‌ای تشکیل شده است به ترتیب در حدود ۶۰٪ و ۴۵٪ انرژی کل می‌باشد. با افزایش کلامپهای مثلثی، میزان استهلاک انرژی افزایش می‌یابد. در مدل ۶ که شامل فقط کلامپهای مثلثی است، انرژی استهلاکی لغزشی در حدود ۷۰٪ انرژی کل می‌باشد. بر اساس «شکل (۱۴-ب)» و «شکل (۱۴-د)»، در مدل‌های ترکیبی نیز به علت شرایط محصور شدگی، سطح انرژی جنبشی و میرایی ناچیز است. انرژی جنبشی در هر سه مدل ترکیبی در پایان بارگذاری از بین می‌رود و انرژی میرایی در هر سه مدل در پایان به حدود ۱/۵ درصد انرژی کل می‌رسد. همچنین به نظر می‌رسد که انرژی اتلافی میرایی وابسته به توزیع اولیه دانه‌ها است.

با توجه به مطالب مذکور می‌توان گفت، در شرایط محصور شده تحت بارگذاری چرخه‌ای، سهم انرژی جنبشی و میرایی در مقایسه با دو مولفه انرژی کرنشی و استهلاکی لغزشی ناچیز بوده و مستقل از شکل دانه‌ها است و در بررسی مولفه‌های انرژی در این حالت، می‌توان از انرژی جنبشی و میرایی صرف‌نظر کرده و به بررسی اثر انرژی‌های کرنشی و لغزشی پرداخت. از میان تحقیقاتی که به بررسی مولفه‌های انرژی در شرایط مشابه با تحقیق حاضر پرداخته‌اند [۱۰، ۱۵] نیز مشاهده می‌شود که سهم انرژی‌های جنبشی و میرایی در مقایسه با دو مولفه دیگر قابل اغماض است. همچنین روند تغییرات مولفه‌های انرژی در مطالعات مذکور، مشابه با تحقیق حاضر می‌باشد. ولی چون دانه‌ها به شکل دایره در حالت دو بعدی و کره در حالت سه بعدی در نظر گرفته شده‌اند، تاثیر پارامتر شکل در مولفه‌های انرژی دیده نشده است. به عبارت دیگر تاثیر تغییرات شکل هندسی دانه‌ها بر مولفه‌های انرژی مشخص نیست. با توجه به نتایج مطالعه حاضر میزان تاثیر شکل دانه‌ها بر مولفه‌های انرژی شامل انرژی‌های کرنشی، جنبشی، لغزشی و میرایی به صورت کمی ارائه می‌شود.



(الف)

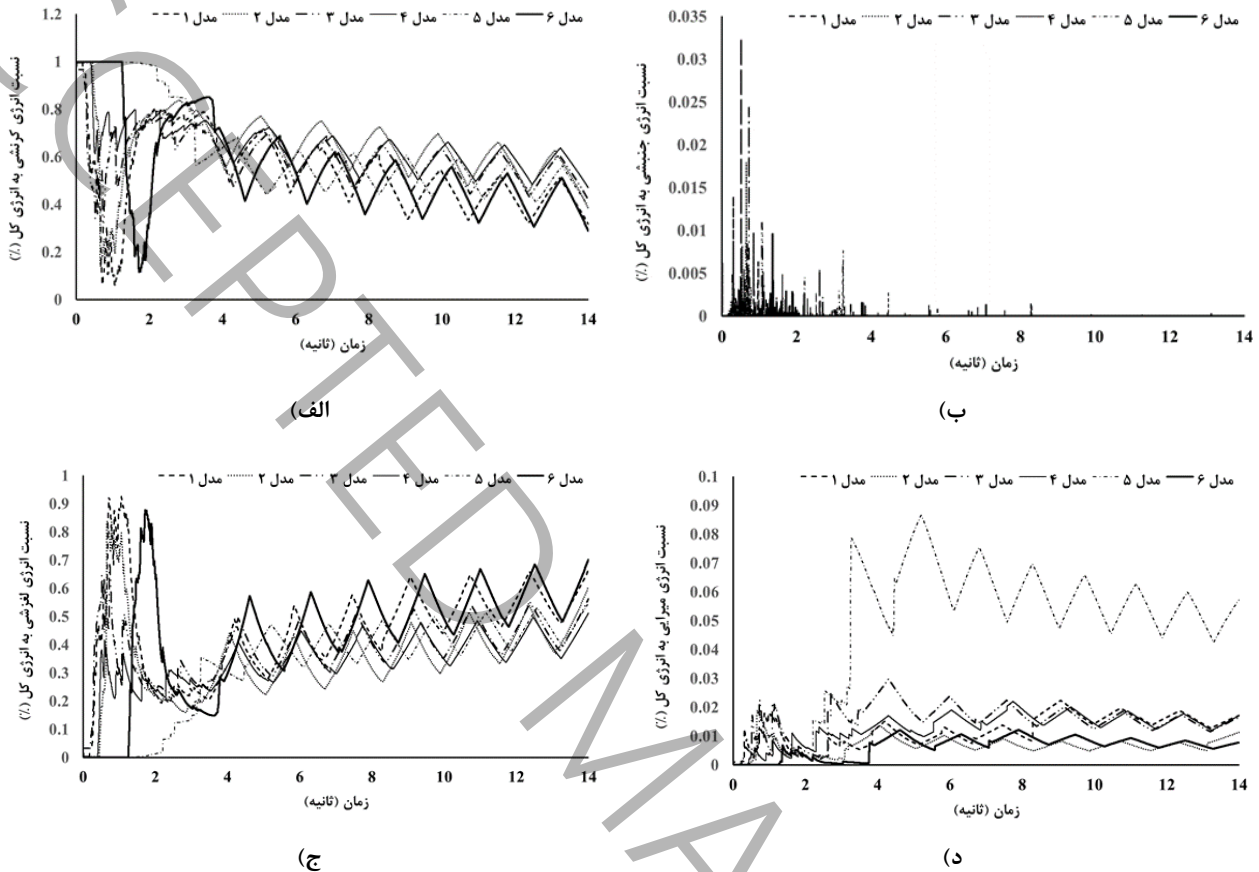
(ب)

(ج)

شکل ۱۳: مدل‌های ترکیبی ایجاد شده



Figure 13: Numerical models with mixed particles



شکل ۱۴: مقایسه مولفه‌های انرژی در مدل‌های ترکیبی الف. انرژی کرنشی الاستیک، ب. انرژی جنبشی، ج. انرژی لغزشی و د. انرژی میرایی  
Figure 14: Comparison of energy components in the models with mixed particles a. Elastic strain energy, b. Kinetic energy, c. sliding energy and d. damping energy

## ۶- نتیجه‌گیری

در این تحقیق اثر شکل هندسی دانه‌ها بر میزان تغییرات انرژی مورد بررسی قرار گرفت. به این منظور، سه نوع دانه دایره‌ای، مربعی و مثلثی به عنوان نماینده مصالح گرد گوشه و تیز گوشه در نظر گرفته شدند. نسبت شعاع بزرگترین دایره محاطی به شعاع کوچکترین دایره محاطی در اطراف کلامپهای دایره‌ای برابر با ۱ و در کلامپهای مربعی و مثلثی کوچکتر از ۱ می‌باشد. شش مدل عددی شامل سه مدل متشکل از کلامپهای هم شکل و سه مدل متشکل از کلامپهای با شکلهای مختلف و با نسبتهای متفاوت، به روش المان مجزا شبیه‌سازی گردیدند. مهمترین نتایج تحقیق به شرح زیر است:

- قسمت اعظم انرژی ورودی به مدل (بیش از ۸۰٪)، به صورت انرژی کرنشی الاستیک ذخیره شده یا در اثر لغزش بین دانه‌ها تلف می‌شود. مولفه‌های انرژی جنبشی و میرایی در مقایسه با دو مولفه مذکور ناچیز و مجموعاً در حدود ۱۰ الی ۱۵٪ هستند.
- دامنه تغییرات انرژی کرنشی الاستیک در سیکلهای اولیه بارگذاری در هر شش مدل، در حدود ۸۰٪ انرژی کل بوده و در پایان بارگذاری به حدود ۳۰ تا ۵۰ درصد انرژی کل می‌رسد.

- دامنه تغییرات انرژی استهلاکی در اثر اصطکاک در آغاز بارگذاری از صفر شروع شده و در سیکل اول به علت کاهش زیاد تخلخل و حرکت لغزشی دانه‌ها به حدود ۹۰٪ انرژی کل می‌رسد. با افزایش تعداد سیکل‌های بارگذاری، به دلیل تغییرات اندک تخلخل، مقدار انرژی استهلاکی نسبت به سیکل اول کم می‌شود، ولی به دلیل ماهیت تجمعی انرژی استهلاکی، در سیکل‌های بعدی روند افزایشی با نرخ اندک در سطوح انرژی استهلاکی مشاهده می‌شود. بطوریکه در پایان بارگذاری در هر شش مدل مقدار انرژی مذکور به حدود ۵۰ الی ۷۰ درصد انرژی کل می‌رسد.
  - اگر نسبت شعاع بزرگترین دایره محاطی به شعاع کوچکترین دایره محیطی در اطراف دانه تیز گوشه به ۱ نزدیکتر شود (مثلا دانه مربعی شکل)، میزان انرژی استهلاکی میرایی بیشتر می‌شود و اگر نسبت مذکور کمتر شود (به عنوان مثال دانه مثلثی شکل)، انرژی استهلاکی در اثر اصطکاک افزایش می‌یابد. بر این اساس می‌توان گفت، در مصالح ژئوتکنیکی، دانه‌های تیز گوشه و با سطوح غیر صاف، توانایی بالایی در استهلاک انرژی دارند.
  - مقدار انرژی اتلافی در میراگرها وابسته به توزیع اولیه دانه‌ها و به عبارت دیگر تراکم بین دانه‌ها است. هر چه تراکم محیط دانه‌ای بیشتر باشد، انرژی میرایی کاهش خواهد یافت.
  - اگر در سیستم‌های دانه‌ای، هدف استهلاک انرژی باشد، توصیه می‌شود از دانه‌هایی با شکلهای مختلف و با نسبت تقریباً مساوی استفاده گردد.
- در این تحقیق، مدل عددی به صورت دوبعدی و با تخلخل ثابت ایجاد گردید. برای رسیدن به دقت بیشتر، می‌توان مدل عددی را در حالت سه بعدی و با تعداد دانه‌های بیشتری شبیه سازی نمود. همچنین می‌توان به بررسی مدل در تخلخل‌های مختلف پرداخت و دقت نتایج را افزایش داد.

#### ۷- منابع و مراجع

- [1] S.L. Kramer, Geotechnical earthquake engineering, Pearson Education India, 1996.
- [2] X. Wang, Y. Liu, F. Nicot, Energy processes and phase transition in granular assemblies, *International Journal of Solids and Structures*, 289 (2024) 112634.
- [3] N. Okada, S. Nemat-Nasser, Energy dissipation in inelastic flow of saturated cohesionless granular media, *Geotechnique*, 44(1) (1994) 1-19.
- [4] S. Thevanayagam, T. Kanagalingam, T. Shenthan, Intergrain friction, contact density, and cyclic resistance of sands, in: *Proc. of 2003 Pacific Conference on Earthquake Engineering*, Christchurch, New Zealand, 2003.
- [5] B. Asmar, P. Langston, A. Matchett, J.K. Walters, Energy monitoring in distinct element models of particle systems, *Advanced Powder Technology*, 14(1) (2003) 43-69.
- [6] B. Asmar, P. Langston, J. Walters, A. Matchett, T. Yanagida, Distinct element model of energy dissipation in vibrated binary particulate mixtures, *Particulate science and technology*, 24(4) (2006) 395-409.
- [7] T. Yanagida, A. Matchett, J. Coulthard, Energy dissipation of binary powder mixtures subject to vibration, *Advanced Powder Technology*, 12(2) (2001) 227-254.
- [8] S. Lenart, The use of dissipated energy at modeling of cyclic loaded saturated soils, *Earthquake Engineering: New Research*. Nova Science Publishers, Inc., New York, (2008).
- [9] U. El Shamy, C. Denissen, Microscale characterization of energy dissipation mechanisms in liquefiable granular soils, *Computers and Geotechnics*, 37(7-8) (2010) 846-857.
- [10] U. El Shamy, C. Denissen, Microscale energy dissipation mechanisms in cyclically-loaded granular soils, *Geotechnical and Geological Engineering*, 30 (2012) 343-361.
- [11] P. Xia, L. Shao, W. Deng, Mechanism study of the evolution of quasi-elasticity of granular soil during cyclic loading, *Granular Matter*, 23 (2021) 1-15.

- [12] H. Xiao, Z. Zhang, Y. Chi, M. Wang, H. Wang, Experimental study and discrete element analysis on dynamic mechanical behaviour of railway ballast bed in windblown sand areas, *Construction and Building Materials*, 304 (2021) 124669.
- [13] K.J. Hanley, X. Huang, C. O'Sullivan, Energy dissipation in soil samples during drained triaxial shearing, *Géotechnique*, 68(5) (2018) 421-433.
- [14] J. Keishing, X. Huang, K.J. Hanley, Energy dissipation in soil samples during cyclic triaxial simulations, *Computers and Geotechnics*, 121 (2020) 103481.
- [15] L. Tong, Y. Gao, Y.-H. Wang, DEM simulations of energy dissipation in sand under static and cyclic loading, *Journal of Testing and Evaluation*, 49(1) (2021) 28-44.
- [16] F. Terzioglu, J.A. Rongong, C.E. Lord, Influence of particle sphericity on granular dampers operating in the bouncing bed motional phase, *Journal of Sound and Vibration*, 554 (2023) 117690.
- [17] M. Sánchez, C.M. Carlevaro, L.A. Pugnali, Effect of particle shape and fragmentation on the response of particle dampers, *Journal of Vibration and Control*, 20(12) (2014) 1846-1854.
- [18] H. Pourtavakoli, E.J. Parteli, T. Pöschel, Granular dampers: does particle shape matter?, *New Journal of Physics*, 18(7) (2016) 073049.
- [19] W. Xiong, Q.-m. Zhang, J.-f. Wang, Effect of morphological gene mutation and decay on energy dissipation behaviour of granular soils, *Journal of Zhejiang University-SCIENCE A*, 24(4) (2023) 303-318.
- [20] P. Jacobs-Capdeville, S. Kuang, J. Gan, A. Yu, Micromechanical analysis of granular dynamics and energy dissipation during hopper discharging of polydisperse particles, *Powder Technology*, 422 (2023) 118462.
- [21] S. Abedi, A.A. Mirghasemi, Particle shape consideration in numerical simulation of assemblies of irregularly shaped particles, *Particuology*, 9(4) (2011) 387-397.
- [22] L. Rothenburg, R. Bathurst, Micromechanical features of granular assemblies with planar elliptical particles, *Geotechnique*, 42(1) (1992) 79-95.
- [23] J.M. Ting, M. Khwaja, L.R. Meachum, J.D. Rowell, An ellipse-based discrete element model for granular materials, *International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 17(9) (1993) 603-623.
- [24] A. Mirghasemi, L. Rothenburg, E. Matyas, Numerical simulations of assemblies of two-dimensional polygon-shaped particles and effects of confining pressure on shear strength, *Soils and Foundations*, 37(3) (1997) 43-52.
- [25] T. Matsushima, H. Saomoto, Discrete element modeling for irregularly Y-shaped sand grains, in: NUMGE 2002. 5th European Conference Numerical Methods in Geotechnical Engineering, 2002, pp. 239-246.
- [26] M.M. Shamsi, A. Mirghasemi, Numerical simulation of 3D semi-real-shaped granular particle assembly, *Powder technology*, 221 (2012) 431-446.
- [27] G. Yang, X. Yan, S. Nimbalkar, J. Xu, Effect of particle shape and confining pressure on breakage and deformation of artificial rockfill, *International Journal of Geosynthetics and Ground Engineering*, 5 (2019) 1-10.
- [28] T. Zhang, C. Zhang, J. Zou, B. Wang, F. Song, W. Yang, DEM exploration of the effect of particle shape on particle breakage in granular assemblies, *Computers and Geotechnics*, 122 (2020) 103542.
- [29] V. Gorbanpoor, M. EMAMI Tabrizi, DEM investigation of the effect of arrangement of grains on the behavior of brittle granular materials subjected to one dimensional compression, *Amirkabir Journal of Civil Engineering*, 54(11) (2023) 4139-4162.
- [30] Q. Wu, Z. Yang, X. Li, Numerical simulations of granular material behavior under rotation of principal stresses: micromechanical observation and energy consideration, *Meccanica*, 54 (2019) 723-740.

- [31] P. Jongchansitto, X. Balandraud, I. Preechawuttipong, J.-B. Le Cam, P. Garnier, Thermoelastic couplings and interparticle friction evidenced by infrared thermography in granular materials, *Experimental Mechanics*, 58 (2018) 1469-1478.
- [32] P. Jongchansitto, X. Balandraud, I. Preechawuttipong, J.-B. Le Cam, P. Garnier, Analysis of the thermomechanical response of granular materials by infrared thermography, in: *Residual Stress, Thermomechanics & Infrared Imaging, Hybrid Techniques and Inverse Problems, Volume 7: Proceedings of the 2018 Annual Conference on Experimental and Applied Mechanics*, Springer, 2019, pp. 7-11.
- [33] T. Zhao, *Coupled DEM-CFD analyses of landslide-induced debris flows*, Springer, 2017.
- [34] Itasca. PFC 5.0 (Particle flow code in 2 and 3 dimensions), Version 5.0, User's manual, in, 2017.
- [35] K.H. Hunt, F.R.E. Crossley, Coefficient of restitution interpreted as damping in vibroimpact, (1975).
- [36] I. Agnolin, J.-N. Roux, Internal states of model isotropic granular packings. I. Assembling process, geometry, and contact networks, *Physical Review E*, 76(6) (2007) 061302.
- [37] M. Babić, H.H. Shen, H.T. Shen, The stress tensor in granular shear flows of uniform, deformable disks at high solids concentrations, *Journal of Fluid Mechanics*, 219 (1990) 81-118.
- [38] C.S. Campbell, Granular shear flows at the elastic limit, *Journal of fluid mechanics*, 465 (2002) 261-291.
- [39] C. Chaiamarit, X. Balandraud, I. Preechawuttipong, M. Grédiac, Stress network analysis of 2D non-cohesive polydisperse granular materials using infrared thermography, *Experimental Mechanics*, 55 (2015) 761-769.
- [40] B. Cambou, M. Jean, F. Radjaï, *Micromechanics of granular materials*, John Wiley & Sons, 2013.
- [41] C. O'Sullivan, *Particulate discrete element modelling: a geomechanics perspective*, CRC Press, 2011.

# Investigating the effect of particle shape on energy components in granular media under cyclic loading

Haleh Meshkinghalam<sup>1</sup>, Mehrdad Emami Tabrizi<sup>2\*</sup>, Mohamad Reza Chenaghlou<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ph.D. Student, Civil Eng.Faculty, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran

<sup>2</sup> Assistant Professor, Civil Eng.Faculty, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran

<sup>2</sup> Professor, Civil Eng.Faculty, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran

## ABSTRACT

Granular dampers at the foundation reduce the vibration of upper stores when an earthquake occurs. Considering that the shape of particles is one of the most important properties of granular materials that affect the mechanical behavior of granular media, therefore, in this study, the effect of particle shape on energy components and providing the macroscopic response of media have been investigated. The numerical model was analyzed by discrete element method by PFC 2D, according to the existing laboratory model and under cyclic loading. After verification, the clump element was used to simulate the particles in the three shapes of a circle representing rounded particles, a square, and a triangle representing angular particles. Finally, the combined models consisting of particles with the mentioned three shapes were used for simulation. The results indicate that in confined conditions, more than 80% of the total energy is stored as elastic strain energy or dissipated due to sliding between the particles. The contribution of kinetic and damping energies is about 10 to 15% of the total energy. Angular square-shaped particles increase the dissipated energy by damping, and triangular-shaped particles increase dissipated energy due to the sliding. In granular media with the purpose of energy dissipation, it is better to use rounded and angular particles in equal proportions.

## KEYWORDS

Energy components, Particle shape, Granular media, Cyclic loading, Discrete element method.