Amirkabir Journal of Civil Engineering

Amirkabir J. Civil Eng., 56(3) (2024) 321-324
DOI: 10.22060/ceej.2024.16779.6341

Two-dimensional dynamic analysis of rectangular tanks under the effect of harmonic and seismic loading by method of fundamental solution with pressure formulation

Sayed Mahdi Zandi *, Javad Sarjoughian

Department of civil engineering & transportation, University of Isfahan, Isfahan, Iran

ABSTRACT: It's important to study the liquid motion and its effect on the tanks. The method of fundamental solution (MFS) is a novel meshless numerical method proposed to solve incompressible inviscid fluid flow problems with moving boundaries. In this paper, this method is developed for two-dimensional rectangular water reservoirs under harmonic and earthquake excitations. For modeling of fluid motion with a moving free surface, Lagrangian formulation is used to pressure equation, like a potential equation and so the geometry is updated in each time step through an implicit algorithm. In recent research, equations are used with linearized boundary conditions, while due to the Lagrangian approach of pressure-based equations; the boundary conditions of the problem are very simple and it's easy to solve complex problems. The innovation of this study is considering earthquake loads to simulate sloshing water surfaces applied by the Method of fundamental solution (MFS). The nature of earthquake excitation due to frequency content and fast acceleration changes leads to singularity problems in tank corners. So, the solution is expressed as a linear Green basis function in the method of fundamental solutions to avoid the singularity problem and to obtain better results. The numerical results are compared with other numerical and experimental results to show the proposed procedure precisely taking into account the effects of earthquake excitation.

Review History:

Received: Jul. 17, 2019
Revised: Oct. 02, 2019
Accepted: Oct. 17, 2019
Available Online: Apr. 19, 2024

Keywords:

Rectangular Tanks
Pressure Formulation
Method of Fundamental Solutions (MFS)
Lagrangian Algorithms
Harmonic and Seismic Excitations

1- Introduction

Water tanks are considered as special structures and therefore it's important to analysis of water behavior inside the tank and calculate of hydrodynamic forces on the tank walls. Hoskins and Jacobson [1] provided the first analytical and experimental results of rigid rectangular tanks which are given an arbitrary small oscillation. Housner [2] developed the rectangular and cylindrical tanks with a two degree of freedom model taking into account the convective mass and impulsive mass of water by simplified dynamic analysis. This model has been used in most of the current codes and standards.

Heavy tank damages caused by the earthquake persuaded scientists to consider sloshing water. Sloshing means any motion of a free liquid surface inside the tank. Tang and Veletsos [3] studied the effect of flexible cylindrical tanks on the magnitude and distribution of hydrodynamic pressures and also it's carried out for calculating the deflection of tank walls by application of the Rayleigh-Ritz method. It's shown that if the effect of surface waves is neglected, the solution is reduced to the impulsive effect only. Chen and Kianoush [4] proposed combining the added mass and sequential methods for computing hydrodynamic pressures in 2D rectangular tanks in which the effect of the flexibility of the tank wall is taken into account. They found that with the increase in the flexibility of the tank walls and a decrease in the liquid level in the tank, the natural frequencies of the liquid tank increase. Also they concluded that the base shear and acceleration of the reservoir have a linear relationship with wall flexibility. In this study, a shallow tank and a tall tank are used to investigate the effects of the liquid level and width of the tank on the results.

Chen et al [5] study the sloshing behaviors of cylindrical and rectangular liquid tanks subjected to harmonic and recorded earthquake excitations. A 3D boundary element method (BEM) for space was established to simulate the sloshing phenomenon with the second-order Taylor series used to update the geometry in time.

Shekari [6] scrutinizes the sloshing response for multi-baffled flexible cylindrical containers subjected to lateral seismic excitations. In this study, sloshing natural frequencies and seismic response are computed with a developed implicit algorithm of coupled numerical criterion based on the FE discretization for the tank wall and BE discretization for the fluid region. He concluded that the installation of baffle rings inside the liquid tank can significantly diminish the dynamic

*Corresponding author's email: s.m.zandi@eng.ui.ac.ir

response during severe earthquake ground shakings such as sloshing response, hydrodynamic pressure, and shell radial displacement. Furthermore, owing to the high contribution of impulsive pressure and a time mismatch between peak impulsive and convective response, the position and width of the baffle are more influential on the seismic behavior of the tank.

Zandi et al [7] investigated the fluid motion with moving boundaries in the rigid rectangular tank by exponential basis functions (EBFs). This basic function in the domain can be the local or global approach. In the local EBFs method, there are some clouds of node construction on each nodal point and continuity between the local solution in the adjacent clouds to solve the governing equation. If the bases are defined globally on the whole solution domain, all nodal points are involved in computation for one node in the region at each step time. In this study, the Lagrangian formulation is used to update geometry in time.

2- Methodology

The governing equations for the Newtonian, incompressible, and non-viscous fluid flow include conservation of mass and momentum equations, which are called Navier-Stokes equations. By satisfying appropriate boundary conditions, the following governing equations are obtained.

$$\nabla^2 p = 0 \tag{1}$$

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} \tag{2}$$

Where in (1) and (2) p is pressure, $\mathbf{u}$ is the vector containing the Cartesian component of the velocity field, ρ is the density and the vector $\mathbf{g} = <0 \quad -g>^T$ is used to define the source term vector which includes the gravity acceleration g. Also, D/Dt denotes the total and material derivative of the quantity and ∇ is the wall-known gradient operator. We assume pressure as

$$p = p_H - \rho g y \tag{3}$$

Where y is the vertical coordinate, introducing (3) in (1) and (2) results in the following equation.

$$\nabla^2 p_H = 0 \tag{4}$$

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p_H \tag{5}$$

If the solution boundaries Γ are considered as a Neumann boundary condition on the slip impermeable boundaries in contact with fluid-structure interfaces (Γ_S) and a Dirichlet boundary condition on the free surface of fluid (Γ_F), the boundary conditions for the problem lead to the following relations.

$$p_H = \rho g y \quad on\ \Gamma_F \tag{6}$$

$$\frac{\partial p_H}{\partial n} = -\rho \boldsymbol{n}^T \boldsymbol{a}_s \quad on\ \Gamma_S \tag{7}$$

3- Results and discussion

We consider the problem of water sloshing in a rectangular rigid tank under earthquake excitations and compare it with laboratory results.

3- 1- Numerical Example: rectangular water tanks

water tank with the length $L = 0.8\,\mathrm{m}$, width $B = 0.141\,\mathrm{m}$, and still water depth $h = 0.1\,\mathrm{m}$ is studied in this example subjected to 0.01 Chi-Chi earthquake excitation and the results have been compared with numerical and experimental data. The water density and gravity acceleration are $\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$ and $g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$. Thus, the first natural frequency ω_1 based on linear wave theorem, can be calculated as follows

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{\pi g}{L}\tanh\frac{\pi h}{L}} \tag{8}$$

Thus, the first natural frequency of this tank is $\omega_f = 3.79\,\mathrm{rad/s}$. For dynamic analysis, the Chi Chi record in 1999 is used with PGA (peak ground acceleration) of the input acceleration time history scaled to $\mathrm{PGA} = 0.01 \times 0.258g$ according to reference [5]. Figure 1 shows the water elevations on the right lateral wall due to the 1% excitations of the Chi-Chi earthquake which demonstrates the results of the simulation which are in excellent agreement with those given analytical method and experimental data.

4- Conclusions

This paper presents a novel meshless MFS procedure based on the Lagrangian form of pressure equation to simulate the liquid motion within a rectangular tank under harmonic and seismic loading. The lagrangian method is capable of precise geometry updating due to earthquake excitations and also can reduce solution errors by interpolating boundary points. To validate the proposed meshless numerical scheme, a rectangular water tank is investigated and compared with numerical experiments and boundary discretization numerical methods such as the BEM method. The solution is well compared with the results and showed the water sloshing and base shear force in a small water rectangular tank. The boundary conditions are imposed through a collocation approach and thus the method can be categorized into meshless types.

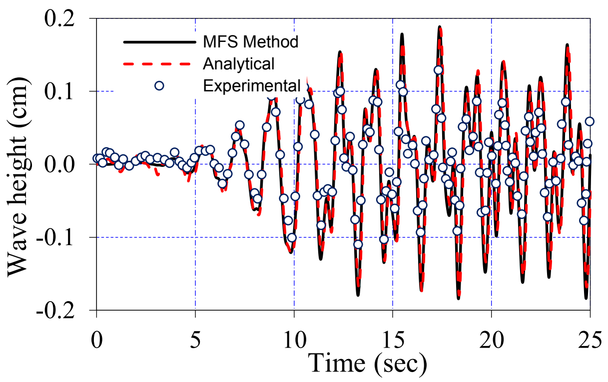


Fig. 1. Wave elevations on the right lateral wall of the rectangular tank subjected to seismic excitation of 1% Chi-Chi earthquake.

References

[1] L.M. Hoskins, L.S. Jacobsen, Water pressure in a tank caused by a simulated earthquake, Bulletin of the seismological society of America, 24(1) (1934) 1-32.

[2] G.W. Housner, The dynamic behavior of water tanks, Bulletin of the seismological society of America, 53(2) (1963) 381-387.

[3] A.S. Veletsos, Y. Tang, Dynamics of vertically excited liquid storage tanks, Journal of Structural Engineering, 112(6) (1986) 1228-1246.

[4] J. Chen, M. Kianoush, Seismic response of concrete rectangular tanks for liquid containing structures, Canadian Journal of Civil Engineering, 32(4) (2005) 739-752.

[5] Y.H. Chen, W.S. Hwang, C.H. Ko, Sloshing behaviours of rectangular and cylindrical liquid tanks subjected to harmonic and seismic excitations, Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 36(12) (2007) 1701-1717.

[6] M. Shekari, N. Khaji, M. Ahmadi, A coupled BE–FE study for evaluation of seismically isolated cylindrical liquid storage tanks considering fluid–structure interaction, Journal of Fluids and Structures, 25(3) (2009) 567-585.

[7] S. Zandi, B. Boroomand, S. Soghrati, Exponential basis functions in solution of incompressible fluid problems with moving free surfaces, Journal of Computational Physics, 231(2) (2012) 505-527.

HOW TO CITE THIS ARTICLE

S. M. Zandi, J. Sarjoughian, Two-dimensional dynamic analysis of rectangular tanks under the effect of harmonic and seismic loading by method of fundamental solution with pressure formulation, Amirkabir J. Civil Eng., 56(3) (2024) 321-324.

DOI: 10.22060/ceej.2024.16779.6341

نشریه مهندسی عمران امیرکبیر

نشریه مهندسی عمران امیرکبیر، دوره ۵۶، شماره ۳، سال ۱۴۰۳، صفحات ۳۲۵ تا ۳۴۰
DOI: 10.22060/ceej.2024.16779.6341

تحلیل دینامیکی دو بعدی مخازن مستطیلی تحت اثر بارگذاری هارمونیک و لرزه‌ای به روش حل اساسی با فرمول‌بندی فشار

سید مهدی زندی*، جواد سرجوقیان

گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی عمران و حمل و نقل، دانشگاه اصفهان.

خلاصه: در این مقاله روش حل اساسی برای تحلیل دوبعدی مخازن حاوی سیال غیرلزج تراکم ناپذیر تحت تحریک زلزله توسعه داده شده است. به این منظور از معادلات فشار با رویکرد لاگرانژی استفاده شده است و لذا هندسه حل در طول زمان متغیر است. در تحقیقات پیش از این همواره از معادلات با شرایط مرزی خطی‌سازی شده استفاده گردیده در حالی که در این تحقیق با توجه به بیان لاگرانژی معادلات بر اساس فشار، شرایط مرزی مساله بسیار ساده بیان می‌شود. روش بدون‌شبکه حل اساسی مانند سایر روش‌های زیرمجموعه روش ترفتز تاکنون برای شبیه‌سازی تلاطم سطحی سیال تحت اثر زلزله بکار گرفته نشده است و در این تحقیق این مهم محقق شده است. ماهیت تحریک زلزله به علت محتوی فرکانسی و تغییرات سریع منجر به تاثیر زیاد نقاط تکین گوشه‌های مخزن بر دقت حل می‌شود که در این تحقیق نشان داده شده است که روش حل اساسی به علت ماهیت تکین توابع پایه به خوبی پاسخگوی این مساله است. با توجه به هندسه متغیر دامنه حل در طول زمان از یک الگوریتم لاگرانژی برای بهنگام‌سازی هندسه سیال استفاده شده است. نتایج حاصل از حل عددی حاضر با نتایج عددی و آزمایشگاهی دیگر محققین مقایسه شده و نشان می‌دهد که روش ارائه شده به خوبی اثرات تحریک زلزله را مدل‌سازی می‌کند.

تاریخچه داوری:
دریافت: ۱۳۹۸/۰۴/۲۶
بازنگری: ۱۳۹۸/۰۷/۱۰
پذیرش: ۱۳۹۸/۰۷/۲۵
ارائه آنلاین: ۱۴۰۳/۰۱/۳۱

کلمات کلیدی:
روش حل اساسی
فرمول‌بندی فشار
الگوریتم لاگرانژی
تحلیل دینامیکی مخازن
بارگذاری لرزه‌ای

۱- مقدمه

با توجه به این‌که مخازن آب جزء سازه‌های با اهمیت زیاد محسوب می‌شود، تحلیل رفتار آب درون مخزن و محاسبه نیروهای هیدرودینامیکی وارد بر مخزن از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. با توجه به پیچیدگی مسائل اندرکنش سازه و سیال، با مدل‌سازی عددی آن، می‌توان رفتار سیال و نیروی هیدرودینامیکی سیال به مخزن را به دست آورد. روش‌های عددی زیادی از جمله روش اجزاء محدود، روش تفاضل محدود، روش اجزاء مرزی و روش‌های بدون شبکه برای تحلیل رفتار دینامیکی مخازن حاوی سیال توسعه داده شده است.

هاسکینز و جاکبسون [۱] به صورت آزمایشگاهی و تحلیلی برای مخازن مستطیلی صلب تحت تحریک زلزله افقی، روابطی را ارائه داده‌اند. هازنر [۲] با روش تحلیل استاتیکی خطی معادل، مخزن مستطیلی و استوانه‌ای را با یک مدل دو درجه آزادی حاوی جرم معادل نیروی نوسانی مایع و نیروی غیر نوسانی مایع معادل‌سازی کرده است.

خرابی‌های سنگین مخزن ناشی از زلزله، دانشمندان را ترغیب کرد که فشار هیدرودینامیکی مایع را در نظر بگیرند. یانگ [۳] توزیع فشار هیدرودینامیکی سیال در مخزن را با دیواره‌های انعطاف‌پذیر بررسی کرد. او با استفاده از تئوری ریلی–ریتز توانست جابجایی نسبی دیواره مخزن را که با استفاده از فشارهای هیدرودینامیکی به دست آمده است، محاسبه کند. چن و کیانوش [۴] از روش جرم افزوده و حل تکراری برای محاسبه فشار هیدرودینامیکی در فضای دو بعدی بهره بردند. آن دو نشان دادند که فرکانس طبیعی مخزن با انعطاف‌پذیری دیواره مخزن کاهش می‌یابد و همچنین به این نتیجه رسیدند که برش پایه مخزن و شتاب مخزن با انعطاف‌پذیری جداره رابطه مستقیمی دارد. در این پژوهش، دو مدل متفاوت برای حالت مخزن کوتاه و بزرگ تحت تأثیر تحریک زلزله مورد بررسی قرار گرفته است.

رفتار دینامیکی مخازن ذخیره مایعات تحت تأثیر زمین‌لرزه با رفتار سازه‌هایی نظیر پل‌ها و ساختمان‌ها در حالت مشابه متفاوت است. این تفاوت از تأثیر فشار هیدرودینامیکی بر دیواره مخازن ناشی می‌شود. برای منظور

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: s.m.zandi@eng.ui.ac.ir

کردن چنین تأثیری، مطالعات تحلیلی و عددی بسیاری در این زمینه انجام شده است. هارون در سال ۱۹۸۴ روش تحلیلی بسیار دقیقی از بارگذاری دینامیکی در مخازن مستطیلی و اثر مولفه قائم زلزله را در نظر گرفت [۵]. در این مقاله هارون فشار هیدرودینامیک ناشی از تحریک افقی و قائم را روی دیوارەها مورد ارزیابی قرار میدهد و ممان طراحی را برای دیواره مخزن به دست میآورد. همچنین رفتار دیوارها به صورت انعطافپذیر در نظر گرفته شده است.

کیم و همکارانش [۶] رفتار دینامیکی مخازن مستطیلی انعطافپذیر سه بعدی را مورد مطالعه قرار دادند و برای به دست آوردن فشار هیدرودینامیکی از روش ترکیبی المان محدود و المان مرزی استفاده کردند. همچنین برای نشان دادن کارایی این روش از ترکیب دیوارەهای صلب و انعطافپذیر بهره بردەاند. همچنین قدس و اصفهانی [۷] در سال ۲۰۱۱ برای بالا بردن دقت در محاسبه فشار هیدرودینامیکی آب، از یک روش پیشنهادی المان محدود به صورت حل گام به گام استفاده کردەاند که در آن اثر انعطافپذیری دیوارەها بررسی شده است. همچنین در این تحقیق آزمایش مودال روی حالات مختلف ارتفاع آب انجام شده است و پاسخهای دینامیکی مانند تغییرمکانها، برشهای پایه و فشارهای هیدرودینامیکی بررسی شده است.

چن و همکارانش [۸] با روش المان مرزی به بررسی رفتار تلاطم سطحی مخازن استوانهای و مستطیلی پرداختند و برای صحتسنجی یک مدل آزمایشگاهی را مورد مطالعه قرار داده و برای بههنگامسازی هندسه در زمان نیز از سری تیلور مرتبه دوم استفاده کردەاند. محمد حسین عرب و ناصر خاجی با استفاده از روش المان مرزی به تاثیر تیغەهای میراگر حلقوی در تحلیل مخازن استوانهای ذخیره سیال پرداختند [۹]. وجود تیغهی میراگر حلقوی باعث کاهش لنگر واژگونی میشود که این اثر با نزدیک شدن تیغه به سطح آزاد سیال شدت مییابد. همچنین شکاری در سال ۲۰۱۹ با استفاده از روش المان مرزی، پاسخ تلاطم سطحی مخزن استوانهای انعطاف پذیر همراه با چندین مانع را تحت تحریکهای جانبی لرزهای به دست آورد [۱۰]. در این تحقیق فرکانس طبیعی مخزن و سیال با استفاده از یک الگوریتم ضمنی پیشرفته از روش ترکیبی المان محدود و المان مرزی محاسبه میگردد. دقت پاسخ تلاطم سطحی سیال در طول زمان حل، نیروی هیدرودینامیکی سیال و جابجایی دیوار استوانهای در رابطه با پارامترهایی نظیر عمق آب، هندسه مخزن و چینش موانع درون آب مورد بررسی قرار گرفته است. وجود موانع باعث میشود که پاسخ دینامیکی مخزن آب تحت تحریکهای شدید زلزله به صورت قابل توجهی کاهش یابد. نتایج همچنین نشان میدهد که با توجه به مشارکت جرمی بالای جرم غیر نوسانی سیال و عدم تطابق زمانی بین پاسخهای حداکثر جرم نوسانی و غیر نوسانی سیال، موقعیت مانع تاثیر زیادی در پاسخ حداکثر تلاطم جرم غیر نوسانی سیال دارد.

در این میان روشهای بدون شبکه به دلیل افزایش سرعت و دقت در محاسبات عددی، جایگاه خود را در سالهای اخیر پیدا کرده است. اساس این روشها، استفاده از نقاط گرەای مرزی یا دامنهای به جای شبکهبندی دامنه حل است. هاردی [۱۱] برای بررسی توپوگرافی و نامنظمی زمین از روش توابع پایه شعاعی استفاده کرد که برای حل بدون شبکه معادلات پارەای در مکانیک جامدات و سیالات کاربرد دارد. بلیچکو و همکارانش [۱۲] به بیان روش بدون المان گالرکین پرداختند. ابتدا دامنه حل و مرز آن به تعدادی از نقاط گرەای گسستهسازی میشود و سپس با استفاده از روش حداقل مربعات وزندار، معادله کلی سیستم حل میشود. روش توابع پایه نمایی، ابتدا توسط برومند و همکارانش [۱۳] مطرح شد. در این روش پس از گسستهسازی نقاط دامنه و مرزها، با استفاده از توابع نمایی پایه مسائل الاستیک استاتیکی و هارمونیک زمانی شبیهسازی میشود. زندی و همکارانش [۱۴] حرکت سیال دارای مرز متحرک در یک مخزن صلب را با روش توابع پایه نمایی مورد بررسی قرار دادند. برای حل این معادلات، پاسخ به صورت یک سری متشکل از توابع نمایی همراه با ضرایب ثابت در نظر گرفته میشود و پایەهای حل بر اساس ارضای دقیق معادلات به دست میآیند. این روش میتواند به صورت کلی یا محلی نوشته شود. در حالت کلی برای یک نقطه در ناحیه حل، تمام نقاط در هر گام زمانی درگیر محاسبات میگردند ولی در روش محلی از ابر نقاط برای شرکت در حل معادلات کلی سیستم در نظر گرفته میشود. در تحقیق اشاره شده برای بههنگامسازی هندسه در زمان از فرمولبندی لاگرانژی استفاده شده است.

ایدلسون و همکارانش [۱۵] از روش المان محدود ذرات برای مدلسازی تلاطم سطحی سیال در مخزن نیمه پر استفاده کردەاند و برای یکپارچه سازی حل در زمان، از روش گام جزئی استفاده کرده است. مخزن و مایع درون آن، با تعداد مشخصی از ذرات مدل میشوند. هر ذره تحت نیروی گرانش داخلی و نیروی ذرات مختلف با یکدیگر به عنوان نیروی خارجی قرار میگیرد. به دلیل حرکت ذرات بر اساس وزن، امکان جابجایی آزادانه در فضا را دارند و بنابراین با استفاده از این روش میتوان جریانهای تند مثل جریانهای هیدرودینامیکی ساحل و مخازن تحت تحریکهای پیچشی را نیز شبیهسازی کرد.

الهی و همکاران [۱۶] در سال ۲۰۱۵ با استفاده از روش حجم محدود، به

بررسی تلاطم مایع در مخزن با توجه به تغییر شکل سطح آزاد آن پرداخته‌اند و با شتاب‌های خطی و زاویه‌ای، وضعیت سیال و سازه را در طول زمان با نتایج محاسباتی و آزمایشگاهی صحت‌سنجی کرده‌اند. این روش امکانی را فراهم می‌کند که می‌تواند سطح آزاد آب و تنش سطحی آن را با یک تابع اسکالر بین صفر و یک، وارد محاسبات کند. همچنین دینامیک بدنه مخزن با استفاده از معادله مومنتوم خطی و زاویه‌ای نوشته شده است که می‌تواند اندرکنش سازه و سیال را محاسبه کند.

تلاطم سطحی آب ناشی از حرکت افقی شدید و دورانی مخزن باعث حرکت کاملا غیرخطی آب مانند شکستن امواج، پرش هیدرولیکی، آشفتگی شدید و اندرکنش سازه و سیال غیرخطی می‌شود. روش هیدرودینامیک ذرات هموار، یک روش بدون شبکه، لاگرانژی و روشی بر اساس ذرات است که می‌تواند به خوبی این‌گونه مسائل با جابجایی‌های بزرگ و دارای سطح آزاد را حل کند. بنابراین روش هیدرودینامیک ذرات هموار به صورت گسترده‌ای در مکانیک سیالات مورد استفاده قرار گرفته است. موناقان [۱۷] در سال ۱۹۹۴ با روش هیدرودینامیک ذرات هموار توانست در جریان‌های تراکم‌ناپذیری نظیر شکست سد، انتشار موج تنها در رسیدن به ساحل و شبیه‌سازی غرق شدن جسمی شبیه به انتهای کشتی، سطح آزاد آب را مدل‌سازی و حل کند. شاوو و همکارانش [۱۸] در سال ۲۰۱۲ طرح اصلاح شده روش هیدرودینامیک ذرات هموار را پیشنهاد داده است که با تصحیح چگالی و الگوریتم درون‌یابی کرنل، با دقت بالاتری، میدان فشار آب را به دست می‌آورد. همچنین در تماس با ذرات مانع درون آب، بتواند جریان فشار آب را با حساسیت بالاتری در نزدیکی سطح جامد به دست آورد.

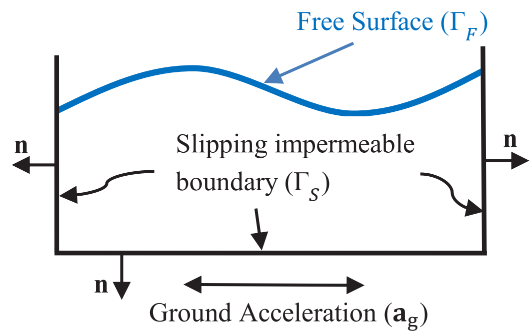
سیده لیلا رضوی و همکارانش در سال ۲۰۱۱ جریان آب را در پدیده شکست سد با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار شبیه‌سازی کردند [۱۹]. در این مقاله در کنار سیال، رسوب نیز مدل‌سازی و تحلیل شده است. حسن زمانی پور و همکارانش در سال ۲۰۱۷ به بررسی فرآیند نفوذ و جابجایی در یک جریان دو فازی آب و هوا به روش هیدرودینامیک ذرات هموار پرداختند [۲۰]. در این مقاله آب و هوا به عنوان دو فاز با چگالی‌های متفاوت در نظر گرفته شده است که در آن اثر کشش سطحی بررسی شده است. همچنین با استفاده از قانون فیک، سطح نفوذ بین آب و هوا را فرمول‌بندی کرده است .

با در نظر گرفتن پدیده موج آب به عنوان جریان بالقوه حرکت سیال با سطح آزاد، مدل دو بعدی سیال درون مخزن با استفاده از معادله لاپلاس سرعت و طرح زمان‌بندی لاگرانژی مورد تحلیل قرار گرفته است. وو و همکارانش [۲۱] در سال ۲۰۱۶ از روش بدون شبکه توابع چندجمله‌ای محلی برای حل پتانسیل جریان‌های دارای سطح آزاد استفاده کرده است که به منظور حل معادله پتانسیل سرعت مورد استفاده قرار گرفته است. این روش قادر است بردار سرعت نقاط و توزیع فشار بر روی دامنه و مرزها را به صورت دقیق مورد محاسبه قرار دهد. خان احمدی و همکارانش به بررسی دیدگاه اویلری و لاگرانژی در پاسخ سدهای وزنی با استفاده از معادله حرکت دینامیکی پرداختند که تحت تاثیر زلزله، پارامترهایی نظیر تاثیر عمق مخزن، شیب مخزن و رسوبات کف مخزن را بررسی کردند [۲۲]. در این مقاله فرمول‌بندی لاگرانژی و اویلری با استفاده از مرجع [۲۳] استخراج شده است.

مندل و میتی [۲۴] در سال ۲۰۱۶ با آنالیز غیرخطی اجزا محدود به تحلیل رفتار آب در مخزن مستطیلی پرداخته‌اند. در این مقاله فشار و جابجایی به عنوان متغیر مستقل گره‌ای در معادلات کلی حاکم در نظر گرفته شده است. همچنین اثر غیرخطی سیال با حالت‌های مختلف تحریک هارمونیک و تحریک تصادفی مورد مطالعه قرار گرفته است. سپس فشارهای هیدرودینامیک خطی و غیرخطی روی دیوار مخزن برای ارزیابی کارایی مدل مقایسه شده است.

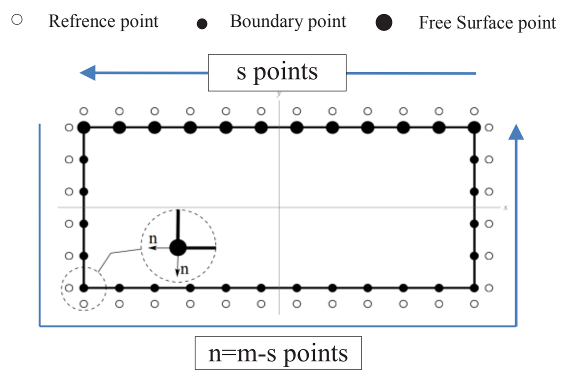
روش حل اساسی [۲۵] روشی بدون شبکه برای حل معادلات دیفرانسیل است. این روش به منظور برطرف کردن مشکلات المان مرزی توسعه داده شده است که در آن نقاط گره‌ای بر روی مرزها و متناظر با آن نقاط مرجع در بیرون از دامنه در نظر گرفته می‌شود و بر این اساس یک ترکیب جبری از یک سری توابع لگاریتمی پایه شعاعی در نظر گرفته می‌شود و ضرایب پایه از حل معادله‌ی کلی حاکم بر مسئله به دست آورده می‌شود. همچنین نقاط تکین بر روی مرزها را به خوبی پوشش می‌دهد و می‌تواند به خوبی نقاط تکین را دنبال کند.

هدف این پژوهش، بررسی دینامیکی مخازن آب تحت اثر بارگذاری هارمونیک و لرزه‌ای به روش حل اساسی با استفاده از معادله پتانسیل فشار است. استفاده از معادلات فشار برای محاسبه مستقیم فشار نقاط، به ساده‌سازی روند حل، کمک قابل توجهی می‌کند [۱۴]. از نوآوری‌های این پژوهش بررسی کاربرد روش حل اساسی بر روی حرکت سیالات با استفاده از فرمول بندی فشار است که در آن می‌توان شرایط مرزی را به صورت ساده‌تری بیان کرد و با پوشش دادن نقاط منفرد در گوشه‌های مخزن با استفاده از توابع پایه لگاریتمی، هندسه سیال را در طول زمان حل به دست آورد. همچنین این روش مخازن تحت تحریک‌های شدید مثل زلزله را به خوبی تحلیل می‌کند و از تکین شدن نقاط گوشه مخزن به علت ماهیت توابع



شکل ۱. شرایط مرزی سیالِ در داخل مخزن مستطیلی صلب

Fig. 1. Fluid boundary conditions inside rigid rectangular tank



شکل ۲. نقاط مرزی، نقاط مرجع و نقاط سطح آزاد

Fig. 2. boundary points, reference points and free surface points

پایه جلوگیری می‌کند.

۲- معادلات حاکم بر مایع درون مخزن

معادلات حاکم بر جریان سیال نیوتنی، تراکم‌ناپذیر و غیر لزج شامل معادلات پیوستگی (بقای جرم) و تعادل دینامیکی (بقای اندازه حرکت) است که این معادلات، معادلات ناویر–استوکس نامیده می‌شود. با استفاده از شرایط حاکم بر مسئله، معادلات کلی به صورت زیر حاصل می‌شود [۱۴]

$$\nabla^2 p = 0 \tag{۱}$$

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} \tag{۲}$$

در این روابط pفشار، $\mathbf{u}$بردار سرعت سیال، $\mathbf{g}$بردار شتاب گرانشی زمین و ρ چگالی سیال است. حال برای فشار رابطه زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$p = p_H - \rho g y \tag{۳}$$

که در آن y مؤلفه قائم مختصات است. با قرار دادن رابطه (۳) در معادلات (۱) و (۲) می‌توان معادلات زیر را به دست آورد.

$$\nabla^2 p_H = 0 \tag{۴}$$

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p_H \tag{۵}$$

اگر مرزهای حل مطابق شکل (۱) در نظر گرفته شود، روابط کلی حاکم بر روی مرزها به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$p_H = \rho g y \quad on\ \Gamma_F \tag{۶}$$

$$\rho \boldsymbol{n}^T \boldsymbol{a}_s = -\boldsymbol{n}^T \nabla p_H \Rightarrow \frac{\partial p_H}{\partial n} = -\rho \boldsymbol{n}^T \boldsymbol{a}_s \quad on\ \Gamma_S \tag{۷}$$

که در آن $\boldsymbol{n}$ بردار یکه عمود بر مرز در تماس با دیواره صلب مخزن (در جهت بیرونی مخزن)، p_H بیانگر حل همگن معالات فشار و $\boldsymbol{a}_s$ شتاب وارد بر دیواره مخزن است که برای مخازن صلب برابر شتاب وارد بر زمین $\boldsymbol{a}_g$ است.

۳- حل معادله لاپلاس به روش حل اساسی

ابتدا یک نقطه مرجع $\boldsymbol{x}_r = (x_r, y_r)$ بیرون از دامنه به صورت متناظر با نقطه‌ای روی مرز $\boldsymbol{x} = (x, y)$، مطابق شکل (۲) در نظر گرفته می‌شود. برای نقاط گوشه، دو نقطه روی هم و به ازای آن، دو نقطه مرجع در نظر گرفته شده است. تعداد s نقطه بر روی سطح آزاد سیال و تعداد کل نقاط مرزی و به تبع آن تعداد کل نقاط مرجع برابر m در نظر گرفته شده

است. پاسخ عددی معادله لاپلاس فشار به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$p_H(\mathbf{x}) \approx \hat{p}_H(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{m} C_i G_i\left(\mathbf{x}, \mathbf{x}_r^i\right) \quad (۸)$$

که در آن G_i تابع گرین تعریف شده در نقطه مرجع $\boldsymbol{x}_r^i$ و C_i ضرایب مجهول پاسخ است که بر اساس ارضای شرایط مرزی محاسبه می‌گردد. تابع گرین متناظر با معادله لاپلاس به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$G_i\left(\mathbf{x}, \mathbf{x}_r^i\right) = -\frac{1}{2\pi} Log\left(r_i^2\right) \quad (۹)$$

$$r_i = \sqrt{\left(x - x_r^i\right)^2 + \left(y - y_r^i\right)^2} \quad (۱۰)$$

به منظور برآورده شدن شرایط مرزی سیال و به دست آوردن ماتریس ضرایب مجهول $\mathbf{C}$، به صورت زیر عمل می‌شود.

$$\overline{\mathbf{P}}_b = \mathbf{GC} \Rightarrow \mathbf{C} = \mathbf{G}^{-1}\overline{\mathbf{P}}_b \quad (۱۱)$$

که در آن $\overline{\mathbf{P}}_b$ بردار شرایط مرزی و $\mathbf{G}$ بردار مشارکت هر تابع پایه گرین بر روی مقادیر مرزی است. (دقت شود که در نقاط گوشه، دو گره نزدیک به هم در نظر گرفته شده است تا بردارهای نرمال عمود بر هم تعریف شود (مطابق شکل ۲)). حال بردار شرایط مرزی $\overline{\mathbf{P}}_b$ با توجه به رابطه (۶) و (۷)، به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$\overline{\mathbf{P}}_b = \left\{\left(P_b\right)_1, \ldots, \left(P_b\right)_s \,|\, \left(\partial P_b\right)_1, \ldots, \left(\partial P_b\right)_n\right\}^T \quad (۱۲)$$

که در آن

$$\left(P_b\right)_k = \left[\rho g y\right]_{\substack{x=x_k \\ y=y_k}}, \forall\left(x_k, y_k\right) \in \Gamma_F \;, k = 1, \ldots, s. \quad (۱۳)$$

و

$$\left(\partial P_b\right)_k = -\rho\left[\boldsymbol{n}^T \boldsymbol{a}_s\right]_{\substack{x=x_k \\ y=y_k}}, \forall\left(x_k, y_k\right) \in \Gamma_S \;, k = 1, \ldots, n. \quad (۱۴)$$

حال بردار مشارکت هر پایه بر روی مقادیر مرزی به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$\mathbf{G}_i^b = \left\{\left(G_i\right)_1, \left(G_i\right)_2, \ldots, \left(G_i\right)_s \,|\, \left(\partial G_i\right)_1, \left(\partial G_i\right)_2, \ldots, \left(\partial G_i\right)_n\right\}^T \quad (۱۵)$$

که در آن

$$\begin{aligned}&\left(G_i\right)_k = \left[G_i\left(\mathbf{x}, \mathbf{x}_r^i\right)\right]_{\substack{x=x_k \\ y=y_k}}, \\ &\forall\left(x_k, y_k\right) \in \Gamma_F \;, k = 1, \ldots, s.\end{aligned} \quad (۱۶)$$

و

$$\begin{aligned}&\left(\partial G_i\right)_k = \left[\frac{\partial G_i\left(\mathbf{x}, \mathbf{x}_r^i\right)}{\partial n}\right]_{\substack{x=x_k \\ y=y_k}}, \\ &\forall\left(x_k, y_k\right) \in \Gamma_S \;, k = 1, \ldots, n.\end{aligned} \quad (۱۷)$$

ماتریس $\mathbf{G}$ به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\mathbf{G} = \left[\mathbf{G}_1^b \;\; \mathbf{G}_2^b \;\; \ldots \;\; \mathbf{G}_m^b\right] \quad (۱۸)$$

بنابراین بردار ضرایب مجهول $\mathbf{C}$ به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\mathbf{C} = \left\{C_1, C_2, \ldots, C_m\right\}^T \quad (۱۹)$$

فرم باز بردار شرایط مرزی در نقاط مرزی $\overline{\mathbf{P}}_b$ به صورت زیر نشان داده می‌شود.

$$\bar{\mathbf{P}}_b=\begin{Bmatrix}\rho g y_1\\ \vdots\\ \rho g y_s\\ -\rho\left[\boldsymbol{n}^T\boldsymbol{a}_s\right]_{x=x_{s+1},y=y_{s+1}}\\ \vdots\\ -\rho\left[\boldsymbol{n}^T\boldsymbol{a}_s\right]_{x=x_m,y=y_m}\end{Bmatrix} \tag{۲۰}$$

با به دست آوردن بردار ضرایب مجهول $\mathbf{C}$، می‌توان فشار را با توجه به رابطه (۸) و رابطه (۳) در یک لحظه و در یک هندسه مشخص محاسبه کرد.

۴- به‌هنگام سازی هندسه و پیش‌روی در زمان

الگوریتم لاگرانژی روشی است که با توجه به داده‌های ابتدای گام، هندسه و سرعت گام زمانی بعدی را با درون‌یابی سرعت در انتهای گام زمانی محاسبه می‌کند [۲۶]. هندسه در ابتدای گام زمانی $\mathbf{x}^n$ است که در لحظه t^n با نقاط مناسب بر روی مرز پوشش داده شده و متناظر با آن $\mathbf{x}_r$ به عنوان نقاط مرجع و بدون جابجایی در طول حل در نظر گرفته شده است. در صورت وجود، سرعت سیال در ابتدای گام زمانی $\mathbf{v}^n$ فرض می‌شود. مطابق با رابطه (۶) و (۷) شرایط مرزی مسئله در ابتدای گام زمانی به صورت زیر است.

$$\begin{cases} p_H^n=\rho g y^n \quad on\ \Gamma_F\\ \dfrac{\partial p_H^n}{\partial n}=-\rho\boldsymbol{n}^T\boldsymbol{a}_s^n \quad on\ \Gamma_S\end{cases} \tag{۲۱}$$

که در این روابط، p_H^n بیانگر پاسخ معادلات در لحظه t^n است. $\boldsymbol{a}_s^n$ شتاب تحریک بر روی دیواره صلب مخزن است که به صورت افقی و یکنواخت به آن اعمال می‌شود. سپس با حل معادله لاپلاس به روش حل اساسی با توجه به رابطه (۸) می‌توان فشار نقاط را به دست آورد. ابتدا برای به‌هنگام‌سازی سرعت، باید شتاب نقاط را طبق رابطه زیر محاسبه کرد.

$$\boldsymbol{a}^n\left(\mathbf{x}^n\right)=-\frac{1}{\rho}\nabla\hat{p}_H\left(\mathbf{x}^n\right)=-\frac{1}{\rho}\sum_{i=1}^{m}C_i^n\begin{Bmatrix}\dfrac{\partial G_i\left(\mathbf{x}^n,\mathbf{x}_r^i\right)}{\partial x}\\ \dfrac{\partial G_i\left(\mathbf{x}^n,\mathbf{x}_r^i\right)}{\partial y}\end{Bmatrix} \tag{۲۲}$$

این الگوریتم، یک الگوریتم گام به گام است که می‌تواند به نحو مناسب، حرکت نقاط را در دامنه حل و مرزها شبیه‌سازی کند. در این الگوریتم نقاط مرجع ثابت بوده و در کل روند حل بدون تغییر خواهد ماند. پس از به دست آوردن مقادیر عددی شتاب در تمام درجات آزادی، دامنه‌ها و مرزها، سرعت نقاط، با رابطه زیر به‌هنگام‌سازی می‌شود.

$$\tilde{\boldsymbol{v}}^{n+1}=\boldsymbol{v}^n+\boldsymbol{a}^n\Delta t \tag{۲۳}$$

که در رابطه فوق $\tilde{\boldsymbol{v}}^{n+1}$ در واقع $\boldsymbol{v}\left(\mathbf{x}^n,t^{n+1}\right)$است. حال برای تقریب زدن هندسه در انتهای گام زمانی، با محاسبه جابجایی نقاط گره‌ای دامنه و مرزها، روابط زیر حاصل می‌شود.

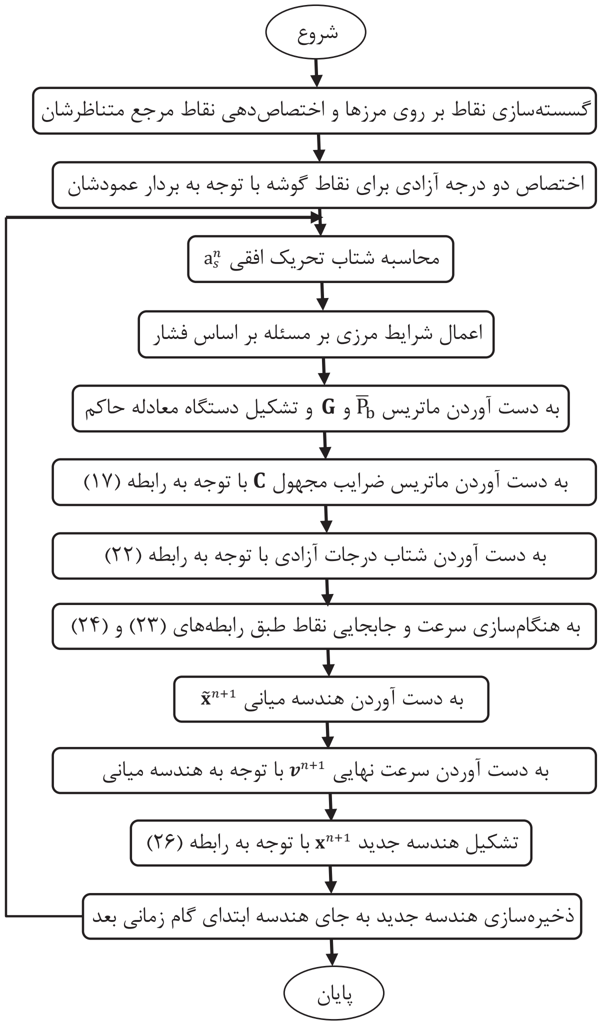
$$\tilde{\mathbf{x}}^{n+1}=\mathbf{x}^n+\tilde{\boldsymbol{v}}^{n+1}\Delta t \tag{۲۴}$$

در رابطه بالا $\tilde{\mathbf{x}}^{n+1}$ هندسه واسطه است و سرعت نهایی هر گام زمانی با درون‌یابی سرعت $\tilde{\boldsymbol{v}}^{n+1}$ با توجه هندسه واسطه به دست می‌آید.

$$\boldsymbol{v}^{n+1}=\tilde{\boldsymbol{v}}^{n+1}\left(\tilde{\mathbf{x}}^{n+1}\right) \tag{۲۵}$$

با توجه به رابطه بالا، هندسه نهایی توسط رابطه زیر محاسبه می‌گردد.

$$\mathbf{x}^{n+1}=\mathbf{x}^n+\left(\boldsymbol{v}^n\left(1-\gamma\right)+\boldsymbol{v}^{n+1}\left(\gamma\right)\right)\Delta t \tag{۲۶}$$



شکل ۳. فلوچارت مراحل روش حل اساسی و الگوریتم لاگرانژی به صورت گام به گام

Fig. 3. Flowchart of Lagrangian algorithm

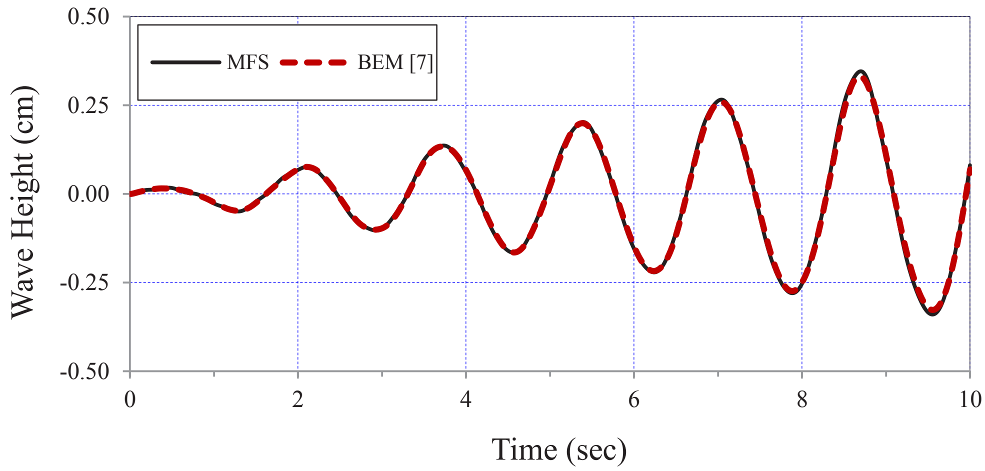
بنابراین هندسه نهایی با توجه به سرعت در ابتدا و انتهای گام زمانی به دست می‌آید. پارامتر γ در رابطه فوق به صورت $0 \le \gamma \le 1$ قابل استفاده خواهد بود. انتخاب مقدار مناسب پارامتر γ، بر حسب تجربه، بین مقادیر $\gamma = 0.65 \sim 1.0$ است [۲۶]. انتخاب $\gamma = 1.0$ یک الگوریتم زمانی کاملا ضمنی را نشان می‌دهد.

مراحل حل به صورت گام به گام

در این قسمت، یک دیدگاه کلی از اجرای گام به گام روش حل اساسی با الگوریتم زمانی لاگرانژی ارائه داده می‌شود. در روش حل اساسی ابتدا نقاط گره‌ای مرزی گسسته‌سازی شده و سپس فشار نقاط بر اساس سیستمی از معادلات جبری به دست می‌آید. بنابراین حل مسائل پیچیده با شرایط مرزی متفاوت، دقت بالا و هزینه محاسبات پایین از مزایای استفاده از این معادلات است. همچنین استفاده از روش حل اساسی به علت توانایی این روش در حل مسائل تحت تحریک زلزله و حل مخازن با ابعاد واقعی است. استفاده از الگوریتم لاگرانژی نیز سازگاری بهتری با روش‌های بدون شبکه دارد و پایداری و سرعت حل بالاتری نسبت به بقیه الگوریتم‌های زمانی دارد. پس از تعریف هندسه اولیه و سرعت اولیه در صورت موجود، گام‌های زیر تا پایان زمان حل تکرار می‌شود.

۱- محاسبه شتاب تحریک $\boldsymbol{a}_s^n$ در ابتدای گام زمانی t^n.

۲- تشکیل دستگاه معادلات حاکم با توجه به رابطه (۱۷) و به دست



شکل ۴. تلاطم سطحی سیال در گوشه سمت راست مخزن به روش حاضر و مقایسه با روش المان مرزی [۸] تحت تحریک هارمونیک با فرکانس $\omega_f = 3.79\,\mathrm{rad/s}$

Fig. 4. Sloshing amplitude in the right corner of the reservoir by the present method and comparison with the boundary element method [8] under harmonic excitation with frequency $\omega_f = 3.79\,\mathrm{rad/s}$

آوردن ضرایب مجهول آن.

۳- به دست آوردن شتاب با توجه به رابطه (۲۲).

۴- به‌هنگام‌سازی سرعت و محاسبه هندسه واسطه نقاط با استفاده از رابطه (۲۳) و (۲۴).

۵- درون‌یابی سرعت واسطه $\tilde{\boldsymbol{v}}^{n+1}$ با توجه هندسه واسطه $\tilde{\mathbf{x}}^{n+1}$ و به دست آوردن سرعت نهایی $\boldsymbol{v}^{n+1}$ در هر گام زمانی و ذخیره‌سازی سرعت نهایی به عنوان سرعت اولیه گام بعدی.

۶- به‌هنگام‌سازی نهایی هندسه $\mathbf{x}^{n+1}$ با استفاده از رابطه (۲۶) و ذخیره آن به عنوان هندسه اولیه گام زمانی بعدی.

همچنین تمام مراحل حل برای تقریب معادله لاپلاس فشار با الگوریتم لاگرانژی در یک فلوچارت در شکل (۳) نشان داده شده است که به کمک روند آن می‌توان به سهولت تلاطم سطحی آب در مخزن و فشار هیدرودینامیکی وارد بر دیواره آن را با دقت بسیار قابل قبولی به دست آورد.

۵- مخزن با مقیاس کوچک تحت تحریک هارمونیک

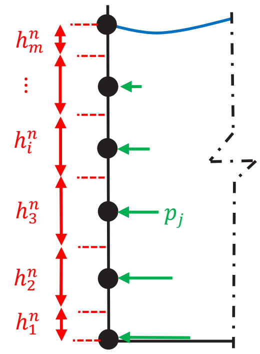
اگر فرض شود که مخزن آب با طول $L = 0.8\,\mathrm{m}$، ارتفاع $h = 0.1\,\mathrm{m}$ عرض $B = 0.141\,\mathrm{m}$ تحت تحریک هارمونیک قرار بگیرد، دچار تلاطم سطحی می‌شود که با حل معادله فشار به روش حل اساسی، می‌توان آن را به خوبی شبیه‌سازی کرد؛ حال آن‌که چن و همکارانش به صورت آزمایشگاهی تلاطم سطحی را اندازه‌گیری کرده و نشان داده‌اند [۱۴]. چگالی آب و شتاب گرانشی زمین برابر $\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$ و $g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$ در نظر گرفته شده است؛ به این ترتیب اولین فرکانس طبیعی ω_1، بر اساس تئوری موج خطی، به صورت زیر قابل محاسبه است.

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{\pi g}{L}\tanh\frac{\pi h}{L}} \tag{۲۷}$$

بنابراین اولین فرکانس طبیعی سیال برابر ۳/۷۹ رادیان بر ثانیه است. تحریک اعمال شده به مخزن، یک تحریک افقی هارمونیک است به صورت زیر است.

$$\ddot{x}_g(t) = -A_f\omega_f^2\cos\left(\omega_f t\right) \tag{۲۸}$$

دامنه تحریک $A_f = 0.0004\,\mathrm{m}$ و فرکانس آن $\omega_f = 3.79\,\mathrm{rad/s}$ فرض شده است. برای مدل‌سازی عددی از ۲۶۰ نقطه مرزی و تابع پایه استفاده شده است. همچنین گام زمانی برابر $\Delta t = 0.005\,\mathrm{s}$ در نظر گرفته شده است. نمودار تلاطم سطحی سیال در گوشه سمت راست مخزن، تحت تحریک هارمونیک در شکل (۴) نشان داده شده است. نمودار تلاطم سطحی سیال نشان می‌دهد که نتایج با دقت مناسبی بر هم منطبق شده است. به علت تلاقی نقاط مرجع با نقاط مرزی و تکین شدن توابع پایه، روش حل اساسی قادر به دامنه تلاطم سطحی بسیار بزرگ سیال و حالت تشدید



شکل ۵. فشار و سطح موثر نقاط مرزی جهت محاسبه نیروی هیدرودینامیکی سیال

Fig. 5. Pressure and effective area of boundary points to calculate the hydrodynamic force of the fluid

فرکانس نیست و تنها می‌تواند دامنه‌های تحریک کوچک را تحلیل کند.

به منظور ارزیابی نیروی برش پایه، رابطه زیر ارائه شده است.

$$F_b^{dyn.} = \int_{\Gamma_s} p_x d\Gamma_s \qquad (۲۹)$$

که $p_x = pn_x$ است که در آن n_x مولفه افقی بردار واحد بر روی مرزهای دیواره راست و چپ مخزن است. همچنین از اثر نیروی برشی موجود در کف مخزن، به دلیل ناچیز بودن آن صرف‌نظر شده است. برای هر گام زمانی می‌توان فرمول بالا را به صورت زیر ساده‌سازی کرد.

$$F_b = \sum_{i=1}^{m} p_i A_i - \sum_{j=1}^{m} p_j A_j \qquad (۳۰)$$

که در آن p_i، p_j، A_i و A_j فشار و سطح موثر نقاط مرزی دیواره راست و چپ مخزن است. سطح موثر نقاط مرزی، از ضرب ارتفاع موثر h_i^n در عرض مخزن $F_b = \sum_{i=1}^{m} p_i A_i - \sum_{j=1}^{m} p_j A_j$، مطابق شکل (۵) به دست می‌آید. همچنین m تعداد نقاط مرزی دیواره راست و یا چپ مخزن است.

همچنین می‌توان نیروی برش پایه فرضی هیدرواستاتیک را با توجه به ارتفاع سیال در دیواره چپ و راست مخزن، طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\bar{F}_b = \frac{\rho g B}{2}\left(h_R^2 - h_L^2\right) \qquad (۳۱)$$

که در آن h_R و h_L ارتفاع موج آب بر روی دیواره راست و چپ مخزن است. نمودار نیروی برش پایه هیدرودینامیک و هیدرواستاتیک سیال تحت تحریک هارمونیک در شکل (۶) نشان داده شده است.

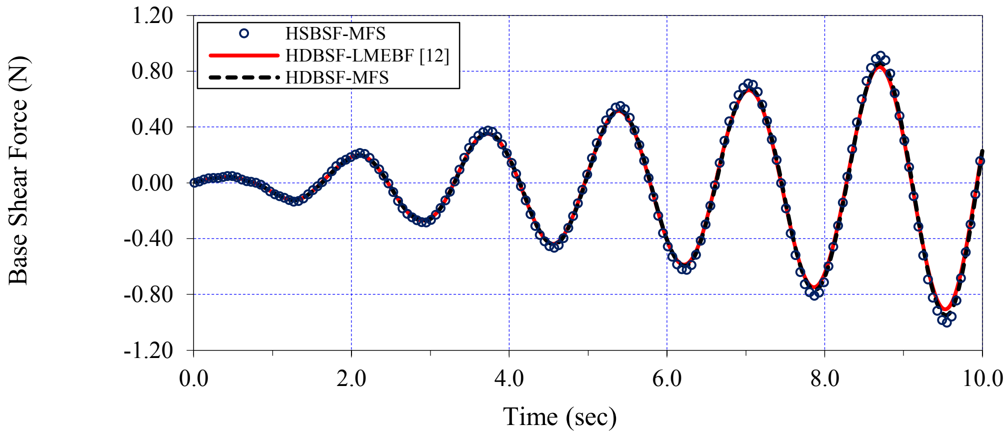
نمودارهای نیروهای برش پایه هیدرودینامیکی و هیدرواستاتیکی سیال موجود در شکل (۶) نشان می‌دهد که در حالت تشدید نیز به علت رفتار مشابه با روش تئوری خطی و کوچک بودن دامنه تحریک، تطبیق نسبی بین نمودار تلاطم سطحی سیال و نیروهای ناشی از فشار هیدرودینامیکی آن مشاهده می‌شود. در شکل‌های (۷)، (۸) و (۹) وضعیت سطح آزاد و نیز بردارهای سرعت و شتاب سیال در زمان ۸/۶ ثانیه نشان داده شده است.

۶- تحلیل دینامیکی مخازن تحت تحریک زلزله

در این بخش به بررسی مثال‌های مختلف تحت اثر بارگذاری لرزه‌ای پرداخته شده است. در ابتدا مخزن بحث شده در بخش قبلی تحت اثر زلزله شبیه‌سازی شده و نتایج آن با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه می‌شود. سپس مخزنی با ابعاد واقعی تحت اثر زلزله بررسی خواهد شد.

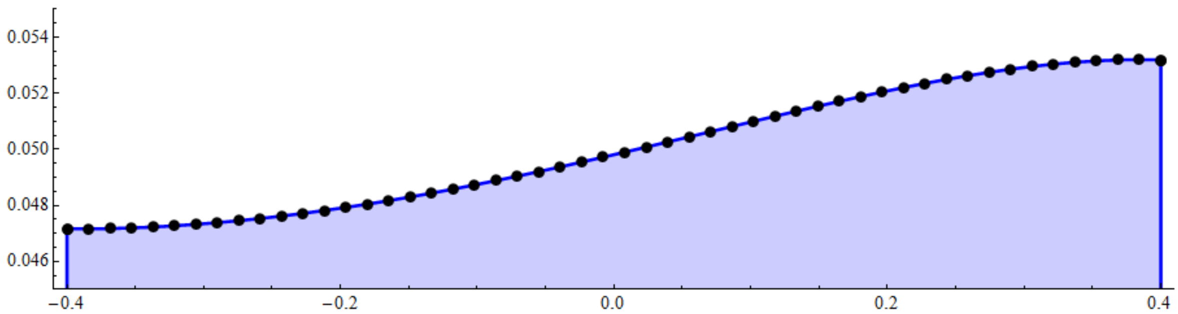
۶-۱- مخزن با مقیاس کوچک تحت تحریک زلزله و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی

در این قسمت مخزن معرفی شده در بخش قبل تحت اثر یک درصد رکورد زلزله چی‌چی بررسی شده و نتایج آن با داده‌های عددی و آزمایشگاهی مرجع [۷] مقایسه شده است. زمانی که مخزن تحت تحریک زلزله قرار می‌گیرد، نقاط گوشه مخزن، تحت تلاطم‌های سطحی شدیدی قرار می‌گیرد که روش حل اساسی در مقایسه با روش‌های شبکه‌دار، به خاطر به هم ریختگی شبکه در گوشه‌ها و همچنین در مقایسه با سایر روش‌های بدون شبکه، به دلیل دنبال نکردن نقاط گوشه مخزن و ناتوانی در به‌هنگام‌سازی نقاط، رقابت می‌کند. زلزله چی‌چی در سال ۱۹۹۹ در کشور تایوان رخ داده و خسارت‌های زیادی به آن کشور وارد ساخت. جهت آنالیز دینامیکی از شتابنگاشت زلزله چی‌چی در سال ۱۹۹۹ با حداکثر شتاب $PGA = 0.01 \times 0.258g$ مطابق با مرجع [۷] استفاده شده است. در جدول (۱) نحوه چیدمان نقاط مرزی مشخص شده است. در شکل (۱۰) ارتفاع موج در گوشه مخزن در مقایسه با روش المان مرزی و داده‌های آزمایشگاهی ارائه شده است که بیانگر تطابق بسیار خوب روش حاضر با نتایج عددی و آزمایشگاهی است.



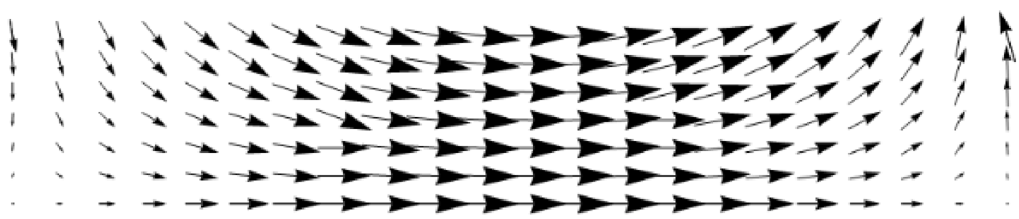
شکل ۶. نیروی برش پایه هیدرودینامیکی و هیدرواستاتیکی به روش حاضر و مقایسه با روش توابع پایه نمایی

Fig. 6. Hydrodynamic and hydrostatic base shear force with the present method and comparison with the method of exponential base functions



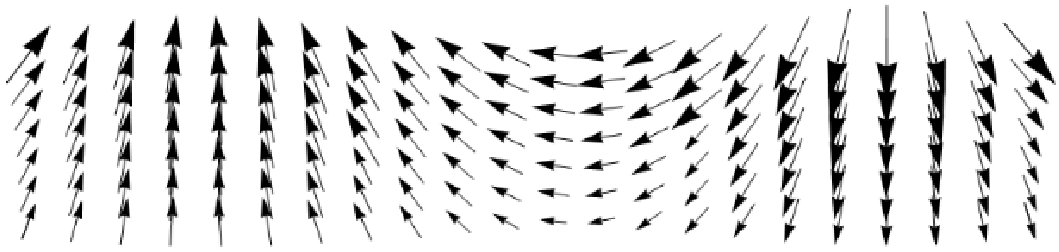
شکل ۷. وضعیت سطح آزاد مخزن مستطیلی با تحریک هارمونیک و فرکانس $\omega_f = 3.79\,\text{rad/s}$ در زمان ۸/٦ ثانیه

Fig. 7. Free surface condition of rectangular tank with harmonic excitation and frequency $\omega_f = 3.79\,\text{rad/s}$ in 8.6 seconds



شکل ۸. بردار سرعت در مخزن مستطیلی با تحریک هارمونیک و فرکانس $\omega_f = 3.79\,\text{rad/s}$ در زمان ۸/٦ ثانیه

Fig. 8. Velocity vectors in a rectangular tank with harmonic excitation and frequency $\omega_f = 3.79\,\text{rad/s}$ in 8.6 seconds



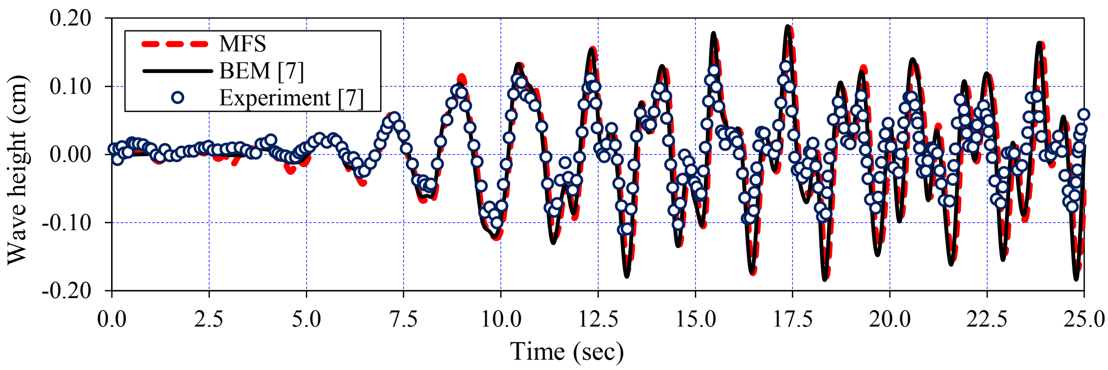
شکل ۹. بردار شتاب در مخزن مستطیلی با تحریک هارمونیک و فرکانس $\omega_f = 3.79\,\mathrm{rad/s}$ در زمان ۸/٦ ثانیه

Fig. 9. Acceleration vectors in a rectangular tank with harmonic excitation and frequency $\omega_f = 3.79\,\mathrm{rad/s}$ in 8.6 seconds

جدول ۱. مشخصات مدل‌سازی مسئله تحت تحریک لرزه‌ای یک درصد زلزله چی‌چی با استفاده از الگوریتم لاگرانژی

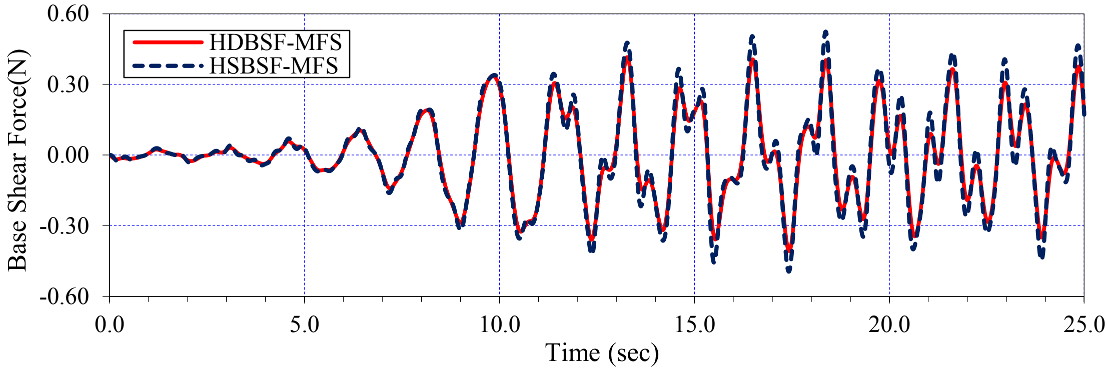
Table 1. Modeling characteristics of the problem under one percent seismic excitation of Chichi earthquake using Lagrangian algorithm

تعداد کل نقاط مرزی	تعداد نقاط مرزی روی سطح آزاد	تعداد نقاط مرزی روی هر دیواره	گام زمانی (ثانیه)
۱۶۰	۶۴	۱۶	۰/۰۱



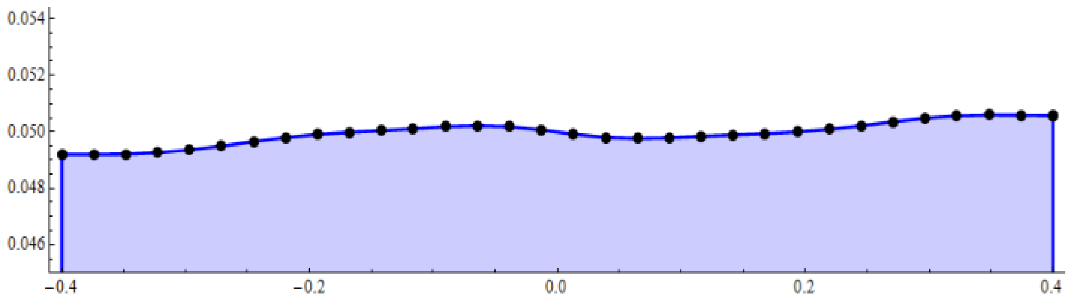
شکل ۱۰. ارتفاع موج در دیواره سمت راست مخزن با روش فعلی و مقایسه با روش المان مرزی و نتایج آزمایشگاهی [۸] تحت بارگذاری یک درصد زلزله چی‌چی

Fig. 10. Wave height at the right wall of the reservoir with the current method and comparison with the boundary element method and laboratory results [8] under 1% Chi Chi earthquake



شکل ۱۱. مقایسه نیروی برش پایه هیدرودینامیکی و هیدرواستاتیکی با روش حاضر تحت بارگذاری یک درصد زلزله چی‌چی

Fig. 11. Comparison of hydrodynamic and hydrostatic base shear force with the present method under 1% Chi Chi earthquake loading

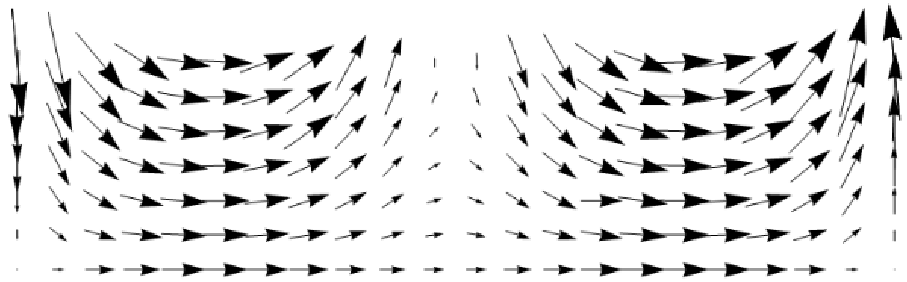


شکل ۱۲. وضعیت سطح آزاد مخزن مستطیلی تحت تحریک لرزه‌ای یک درصد زلزله چی‌چی در زمان ۱۴/۴ ثانیه

Fig. 12. Free surface condition of rectangular reservoir under 1% Chi Chi earthquake in 14.4 seconds

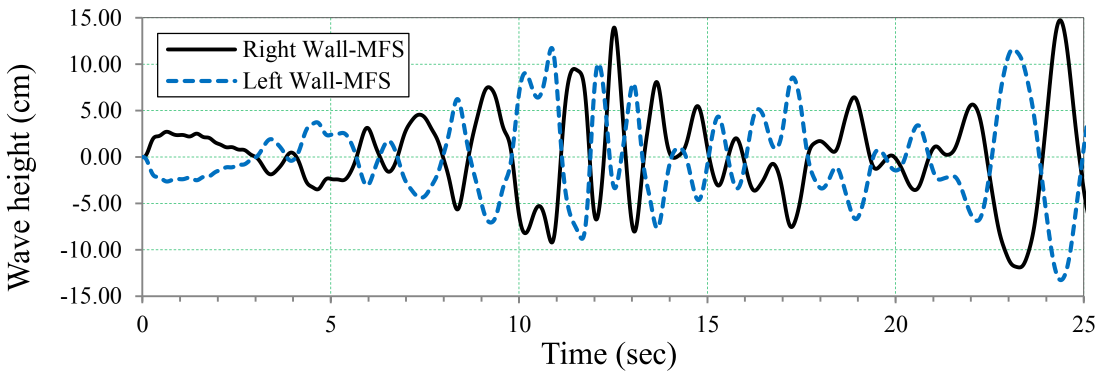
با توجه به پاسخ سیال تحت تحریک زلزله و فشار هیدرودینامیکی وارد بر دیواره مخزن مستطیلی، می‌توان نیروی هیدرودینامیکی و هیدرواستاتیکی را با دقت مناسبی به دست آورد (شکل (۱۱)). البته لازم به ذکر است که در این مساله با توجه به ابعاد کوچک و زلزله مقیاس شده اختلاف نیروهای هیدرودینامیکی و هیدرواستاتیکی ناچیز است.

لازم به ذکر است که برای عدم تلاقی نقاط مرزی با نقاط مرجع در طول حل، فاصله‌ی آن‌ها از یکدیگر برابر ۵ درصد عمق مخزن در نظر گرفته شده است. همچنین مقدار پارامتر تطبیقی γ در رابطه (۱۰) واحد انتخاب شده است؛ بدین معنا که تمام سهم سرعت نقاط در هندسه نهایی $\boldsymbol{v}^{n+1}$، به انتهای گام اختصاص می‌یابد و از نقش سرعت ابتدای گام $\boldsymbol{v}^{n}$ در هندسه نهایی صرف‌نظر شده است (طبق رابطه ۲۶) و در معادله حرکت گره‌ها، تنها سرعت انتهای گام در تغییر مکان گره‌ها نقش ایفا می‌کند و سرعت انتهای گام وابسته به سرعت و هندسه واسطه است. همچنین در هر گام زمانی جهت حفظ دقت حل، نقاط روی سطح آزاد منظم‌سازی شده است. در شکل‌های (۱۲) و (۱۳) موقعیت سطح آزاد سیال و وضعیت بردارهای سرعت سیال در زمان ۱۴/۴ ثانیه نشان داده شده است.



شکل ۱۳. بردار سرعت برای تحریک لرزه‌ای یک درصد زلزله چی‌چی در زمان ۱۴/۴ ثانیه

Fig. 13. Velocity vectors for 1% Chi Chi earthquake excitation in 14.4 seconds



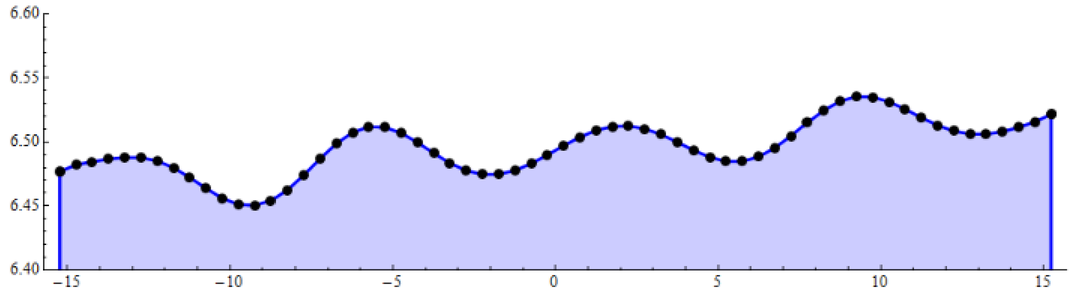
شکل ۱۴. ارتفاع موج در گوشه سمت راست و چپ دیواره مخزن با روش فعلی تحت بارگذاری زلزله چی‌چی مقیاس شده با شتاب

Fig. 14. Wave height in the right and left corners of the reservoir wall with the current method under Chi Chi earthquake loading with acceleration scale 0.121g

۶-۲- مخزن با مقیاس واقعی تحت تحریک زلزله چی‌چی

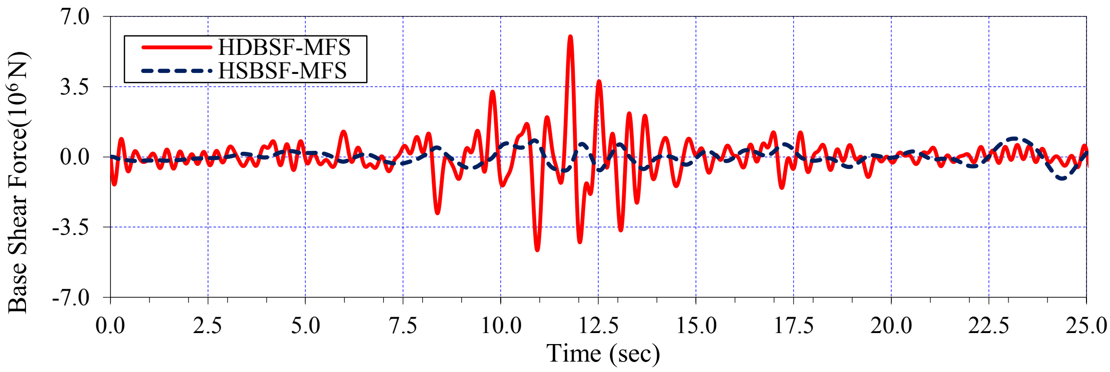
در این بخش مخزنی با پلان مربع شکل ابعاد واقعی به طول و عرض ۳۰/۴۸ متر و عمق ۱۳ متر تحت اثر زلزله بررسی شده است. به این منظور از رکورد زلزله چی‌چی با شتاب حداکثر $0.121g$ مطابق با مرجع [۷] استفاده شده است. دقت حل و همگرایی روش به تعداد گره بر روی مرزها، فاصله نقاط مرجع از نقاط مرزی و گام زمانی حل بستگی دارد. به منظور این که درصد خطای حجمی سیال کمتر از ۴ درصد شود، تعداد کل نقاط مرزی برابر ۲۲۸ نقطه، فاصله نقاط مرجع از نقاط مرزی ۰/۳ ارتفاع سیال و گام زمانی مورد استفاده در تحلیل ۰/۰۱ ثانیه است. همچنین لازم به ذکر است که مدت زمان اجرای برنامه کامپیوتری نوشته شده برای هر گام زمانی معادل ۲/۳۳ ثانیه است. پایین بودن زمان اجرای روش در مقایسه با سایر روش‌ها، یکی از پارامترهای کارایی روش حل اساسی و الگوریتم زمانی مورد استفاده برای حل مسائل با ابعاد واقعی است.

هنگامی که مخزن با ابعاد واقعی تحت تحریک واقعی زلزله قرار می‌گیرد، فشارهای هیدرودینامیکی وارد شده به دیواره‌های مخزن نسبت به فشارهای هیدرواستاتیکی به مراتب بیشتر خواهد شد و این موضوع نشان می‌دهد که کاربرد نیروی برش پایه هیدرودینامیکی در محاسبات سازه‌ای در مقایسه با نیروی برش پایه هیدرواستاتیکی از اهمیت زیادی برخوردار است. در شکل (۱۴) ارتفاع موج در مجاورت دیواره‌های مخزن ارائه شده است. شکل (۱۵) وضعیت سطح ازاد مخزن را نمایش داده است و در شکل (۱۶) برش پایه هیدرواستاتیکی و هیدرودینامیکی نشان داده شده است. همانطور که مشخص است نیروهای هیدرودینامیکی بزرگی تولید شده که توسط



شکل ۱۵. وضعیت سطح آزاد مخزن مستطیلی تحت تحریک زلزله چی‌چی مقیاس شده با در زمان ۲۵ ثانیه

Fig. 15. Rectangular tank free surface position for 0.121g scale Chi Chi earthquake excitation in 25 seconds



شکل ۱۶. مقایسه نیروی برش پایه هیدرودینامیکی و هیدرواستاتیکی با روش حاضر تحت بارگذاری زلزله چی‌چی مقیاس شده با شتاب

Fig. 16. Comparison of hydrodynamic and hydrostatic base shear force with the present method under Chi Chi earthquake loading with acceleration of 0.121g

روش ارائه شده به خوبی قابل ارزیابی خواهد بود.

۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله روش عددی حل اساسی، برای مطالعه رفتار مایع درون مخزن مستطیلی به کمک فرم لاگرانژی معادلات فشار، تحت ارتعاش هارمونیک و لرزه‌ای مخزن توسعه داده شده است. به منظور شبیه‌سازی حرکت نقاط در زمان، روش لاگرانژی پیشنهاد شده است که قابلیت محاسبه سرعت نقاط را در گام زمانی بعدی و به واسطه آن جابجایی نقاط را دارد. همچنین می‌تواند با درون‌یابی، خطای گام‌های زمانی را کاهش دهد. به منظور صحت‌سنجی رفتار الگوریتم عددی مذکور، ابتدا یک مدل کوچک تحت تحریک هارمونیک قرار می‌گیرد و با مدل آزمایشگاهی مقایسه شده است و رفتار تلاطم سطحی و نیروی برش پایه مخزن مورد بررسی قرار گرفت. سپس همان مدل تحت تحریک زلزله چی‌چی صحت‌سنجی شد. در انتها یک مخزن با ابعاد واقعی تحت تحریک زلزله چی‌چی با شتاب حداکثر $0.121g$ قرار گرفته و رفتار امواج سطحی و نیروی برش پایه‌ی ناشی از فشار هیدرودینامیکی سیال به مخزن محاسبه گردید.

بر خلاف برخی از روش‌های عددی مثل روش اجزا محدود و روش المان مرزی، روش حل اساسی نیازی به تولید شبکه مجدد، برای گام زمانی بعدی ندارد و این مورد خود بیانگر افزایش سرعت حل در زمان است. یکی از خاصیت‌های این روش آن است که نقاط تکین به ویژه نقاط گوشه دامنه را به خوبی پیش‌بینی می‌کند. همچنین روش لاگرانژی قادر است تغییرشکل‌های سطح آزاد را با دقت بالایی شبیه‌سازی کند. همچنین در مقایسه با مدل‌های خطی از جمله تئوری موج خطی، روش حل اساسی جایگزین مناسبی برای تحلیل مسائل سطح آزاد با جابجایی‌های بزرگ و غیر خطی است.

منابع

[1] [1] L.M. Hoskins, L.S. Jacobsen, Water pressure in a tank caused by a simulated earthquake, Bulletin of the seismological society of America, 24(1) (1934) 1-32.

[2] G.W. Housner, The dynamic behavior of water tanks, Bulletin of the seismological society of America, 53(2) (1963) 381-387.

[3] J.Y. Yang, Dynamic behavior of fluid tank systems, PhD Dissertation, Rice University, 1976.

[4] M. Kianoush, J. Chen, Effect of vertical acceleration on response of concrete rectangular liquid storage tanks, Engineering structures, 28(5) (2006) 704-715.

[5] M.A. Haroun, Vibration studies and tests of liquid storage tanks, Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 11(2) (1983) 179-206.

[6] J.K. Kim, H.M. Koh, I.J. Kwahk, Dynamic response of rectangular flexible fluid containers, Journal of Engineering Mechanics, 122(9) (1996) 807-817.

[7] M.R.E. A.S. Ghods, Seismic Response and Free Vibration of Rectangular Liquid Storage Tanks, Modares Civil Engineering Journal, 11 (2002).

[8] Y.H. Chen, W.S. Hwang, C.H. Ko, Sloshing behaviours of rectangular and cylindrical liquid tanks subjected to harmonic and seismic excitations, Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 36(12) (2007) 1701-1717.

[9] N. Khaji, M.H. Arab, Seismic analysis of baffled liquid storage tanks using boundary element method, Modares Civil Engineering journal, 12(2) (2012) 11-22.

[10] M.R. Shekari, On the numerical assessment of the resonant sloshing responses in 3D multi baffled partially liquid-filled steel cylindrical tanks shaken by long-period ground motions, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, (2019) 105712.

[11] R.L. Hardy, Multiquadric equations of topography and other irregular surfaces, Journal of geophysical research, 76(8) (1971) 1905-1915.

[12] T. Belytschko, Y.Y. Lu, L. Gu, Element-free Galerkin methods, International journal for numerical methods in engineering, 37(2) (1994) 229-256.

[13] B. Boroomand, S. Soghrati, B. Movahedian, Exponential basis functions in solution of static and time harmonic elastic problems in a meshless style, International journal for numerical methods in engineering, 81(8) (2010) 971-1018.

[14] S. Zandi, B. Boroomand, S. Soghrati, Exponential basis functions in solution of incompressible fluid problems with moving free surfaces, Journal of Computational Physics, 231(2) (2012) 505-527.

[15] S.R. Idelsohn, E. Oñate, F.D. Pin, The particle finite element method: a powerful tool to solve incompressible flows with free-surfaces and breaking waves, International journal for numerical methods in engineering, 61(7) (2004) 964-989.

[16] R. Elahi, M. Passandideh-Fard, A. Javanshir, Simulation of liquid sloshing in 2D containers using the volume of fluid method, Ocean Engineering, 96 (2015) 226-244.

[17] J.J. Monaghan, Simulating free surface flows with SPH, Journal of computational physics, 110(2) (1994) 399-406.

[18] J. Shao, H. Li, G. Liu, M. Liu, An improved SPH method for modeling liquid sloshing dynamics, Computers & Structures, 100 (2012) 18-26.

[19] S.L. Razavi Toosi, S.A. Ayyoubzadeh, A. Valizadeh, 2D Simulation of Water and Sediment Flow in Dam Break by Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH), Modares Civil Engineering journal, 15(2) (2015) 23-34.

[20] H. Zamanipour, P. Omidvar, A. Tayebi, Investigation of convection-diffusion process in a two-phase air-water flow using Smoothed Particle Hydrodynamics, Modares Mechanical Engineering, 17(2) (2017) 115-125.

[21] N.-J. Wu, S.-C. Hsiao, H.-L. Wu, Mesh-free simulation of liquid sloshing subjected to harmonic excitations, Engineering Analysis with Boundary Elements, 64 (2016) 90-100.

[22] L. Khan Mohammadi, J. Vaseghi Amiri, B. Navayi-nia, Evaluation of Eulerian and Lagrangian Methods in the Analysis of Concrete Gravity Dam Including Dam WaterFoundation Interaction under Earthquake, Modares

Civil Engineering journal, 11(4) (2011) 107-116.

[23] ALI JAMSHIDI, D., NAVAEI NIA, B., & VASEGHI AMIRI, JAVAD. (2008). HYDRODYNAMIC PRESSURE IN RESERVOIR OF CONCRETE GRAVITY DAMS UNDER EARTHQUAKE USING LAGRANGIAN AND EULERIAN METHODS. JOURNAL OF FACULTY OF ENGINEERING (UNIVERSITY OF TEHRAN), 41(6 (108)), 709-724.

[24] K.K. Mandal, D. Maity, Nonlinear finite element analysis of water in rectangular tank, Ocean Engineering, 121 (2016) 592-601.

[25] D. Young, Y. Lin, C. Fan, C. Chiu, The method of fundamental solutions for solving incompressible Navier–Stokes problems, Engineering analysis with boundary elements, 33(8-9) (2009) 1031-1044.

[26] S.M. Zandi, Nonlinear free surface flow with moving boundaries via a local meshless method using exponential basis functions, Isfahan University of Technology, (2014) (In persian).

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

S. M. Zandi, J. Sarjoughian, Two-dimensional dynamic analysis of rectangular tanks under the effect of harmonic and seismic loading by method of fundamental solution with pressure formulation, Amirkabir J. Civil Eng., 56(3) (2024) 325-340.

DOI: 10.22060/ceej.2024.16779.6341