

تحلیل دینامیکی دو بعدی مخازن مستطیلی تحت اثر بارگذاری هارمونیک و لرزه‌ای به روش حل اساسی با فرمول‌بندی فشار

سید مهدی زندی^{۱*}، جواد سر جوقیان^۲

۱- گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی عمران و حمل و نقل، دانشگاه اصفهان.

۲- کارشناسی ارشد سازه، گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی عمران و حمل و نقل، دانشگاه اصفهان.

* اصفهان، صندوق پستی ۷۳۴۴۱-۸۱۷۴۴، ایمیل: s.m.zandi@eng.ui.ac.ir

چکیده

در این مقاله روش حل اساسی برای تحلیل دوبعدی مخازن حاوی سیال غیرلزج تراکم ناپذیر تحت تحریک زلزله توسعه داده شده است. به این منظور از معادلات فشار با رویکرد لاگرانژی استفاده شده است و لذا هندسه حل در طول زمان متغیر است. در تحقیقات پیش از این همواره از معادلات با شرایط مرزی خطی‌سازی شده استفاده گردیده در حالی که در این تحقیق با توجه به بیان لاگرانژی معادلات بر اساس فشار، شرایط مرزی مساله بسیار ساده بیان می‌شود. روش بدون شبکه حل اساسی مانند سایر روش‌های زیرمجموعه روش ترفتنز تاکنون برای شبیه‌سازی تلاطم سطحی سیال تحت اثر زلزله بکار گرفته نشده است و در این تحقیق این مهم محقق شده است. ماهیت تحریک زلزله به علت محتوی فرکانسی و تغییرات سریع منجر به تاثیر زیاد نقاط تکین گوشه‌های مخزن بر دقت حل می‌شود که در این تحقیق نشان داده شده است که روش حل اساسی به علت ماهیت تکین توابع پایه به خوبی پاسخگوی این مساله است. با توجه به هندسه متغیر دامنه حل در طول زمان از یک الگوریتم لاگرانژی برای بهنگام‌سازی هندسه سیال استفاده شده است. نتایج حاصل از حل عددی حاضر با نتایج عددی و آزمایشگاهی دیگر محققین مقایسه شده و نشان می‌دهد که روش ارائه شده به خوبی اثرات تحریک زلزله را مدل‌سازی می‌کند.

کلمات کلیدی

روش حل اساسی، فرمول‌بندی فشار، الگوریتم لاگرانژی، تحلیل دینامیکی مخازن، بارگذاری لرزه‌ای.

۱- مقدمه

با توجه به این که مخازن آب جزء سازه‌های با اهمیت زیاد محسوب می‌شود، تحلیل رفتار آب درون مخزن و محاسبه نیروهای هیدرودینامیکی وارد بر مخزن از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. با توجه به پیچیدگی مسائل اندرکنش سازه و سیال، با مدل‌سازی عددی آن، می‌توان رفتار سیال و نیروی هیدرودینامیکی سیال به مخزن را به دست آورد. روش‌های عددی زیادی از جمله روش اجزاء محدود، روش تفاضل محدود، روش اجزاء مرزی و روش‌های بدون شبکه برای تحلیل رفتار دینامیکی مخازن حاوی سیال توسعه داده شده است.

هاسکینز و جاکسون [۱] به صورت آزمایشگاهی و تحلیلی برای مخازن مستطیلی صلب تحت تحریک زلزله افقی، روابطی را ارائه داده‌اند. هازنر [۲] با روش تحلیل استاتیکی خطی معادل، مخزن مستطیلی و استوانه‌ای را با یک مدل دو درجه آزادی حاوی جرم معادل نیروی نوسانی مایع و نیروی غیر نوسانی مایع معادل‌سازی کرده است.

خرابی‌های سنگین مخزن ناشی از زلزله، دانشمندان را ترغیب کرد که فشار هیدرودینامیکی مایع را در نظر بگیرند. یانگ [۳] توزیع فشار هیدرودینامیکی سیال در مخزن را با دیواره‌های انعطاف‌پذیر بررسی کرد. او با استفاده از تئوری ریلی-ریتر توانست جابجایی نسبی دیواره مخزن را که با استفاده از فشارهای هیدرودینامیکی به دست آمده است، محاسبه کند. چن و کیانوش [۴] از روش جرم افزوده و حل تکراری برای محاسبه فشار هیدرودینامیکی در فضای دو بعدی بهره بردند. آن دو نشان دادند که فرکانس طبیعی مخزن با انعطاف‌پذیری دیواره مخزن کاهش می‌یابد و همچنین به این نتیجه رسیدند که برش پایه مخزن و شتاب مخزن با انعطاف‌پذیری جداره رابطه مستقیمی دارد. در این پژوهش، دو مدل متفاوت برای حالت مخزن کوتاه و بزرگ تحت تأثیر تحریک زلزله مورد بررسی قرار گرفته است.

رفتار دینامیکی مخازن ذخیره مایعات تحت تأثیر زمین‌لرزه با رفتار سازه‌هایی نظیر پل‌ها و ساختمان‌ها در حالت مشابه متفاوت است. این تفاوت از تأثیر فشار هیدرودینامیکی بر دیواره مخزن ناشی می‌شود. برای منظور کردن چنین تأثیری، مطالعات تحلیلی و عددی بسیاری در این زمینه انجام شده است. هارون در سال ۱۹۸۴ روش تحلیلی بسیار دقیقی از بارگذاری دینامیکی در مخازن

مستطیلی و اثر مولفه قائم زلزله را در نظر گرفت [۵]. در این مقاله هارون فشار هیدرودینامیک ناشی از تحریک افقی و قائم را روی دیواره‌ها مورد ارزیابی قرار می‌دهد و ممان طراحی را برای دیواره مخزن به دست می‌آورد. همچنین رفتار دیواره‌ها به صورت انعطاف‌پذیر در نظر گرفته شده است.

کیم و همکارانش [۶] رفتار دینامیکی مخازن مستطیلی انعطاف‌پذیر سه بعدی را مورد مطالعه قرار دادند و برای به دست آوردن فشار هیدرودینامیکی از روش ترکیبی المان محدود و المان مرزی استفاده کردند. همچنین برای نشان دادن کارایی این روش از ترکیب دیواره‌های صلب و انعطاف‌پذیر بهره برده‌اند. همچنین قدس و اصفهانی [۷] در سال ۲۰۱۱ برای بالا بردن دقت در محاسبه فشار هیدرودینامیکی آب، از یک روش پیشنهادی المان محدود به صورت حل گام به گام استفاده کرده‌اند که در آن اثر انعطاف‌پذیری دیواره‌ها بررسی شده است. همچنین در این تحقیق آزمایش مودال روی حالات مختلف ارتفاع آب انجام شده است و پاسخ‌های دینامیکی مانند تغییر مکان‌ها، برش‌های پایه و فشارهای هیدرودینامیکی بررسی شده است.

چن و همکارانش [۸] با روش المان مرزی به بررسی رفتار تلاطم سطحی مخازن استوانه‌ای و مستطیلی پرداختند و برای صحت‌سنجی یک مدل آزمایشگاهی را مورد مطالعه قرار داده و برای به‌هنگام‌سازی هندسه در زمان نیز از سری تیلور مرتبه دوم استفاده کرده‌اند. محمد حسین عرب و ناصر خاجی با استفاده از روش المان مرزی به تاثیر تیغه‌های میراگر حلقوی در تحلیل مخازن استوانه‌ای ذخیره سیال پرداختند [۹]. وجود تیغه‌ی میراگر حلقوی باعث کاهش لنگر واژگونی می‌شود که این اثر با نزدیک شدن تیغه به سطح آزاد سیال شدت می‌یابد. همچنین شکاری در سال ۲۰۱۹ با استفاده از روش المان مرزی، پاسخ تلاطم سطحی مخزن استوانه‌ای انعطاف‌پذیر همراه با چندین مانع را تحت تحریک‌های جانبی لرزه‌ای به دست آورد [۱۰]. در این تحقیق فرکانس طبیعی مخزن و سیال با استفاده از یک الگوریتم ضمنی پیشرفته از روش ترکیبی المان محدود و المان مرزی محاسبه می‌گردد. دقت پاسخ تلاطم سطحی سیال در طول زمان حل، نیروی هیدرودینامیکی سیال و جابجایی دیوار استوانه‌ای در رابطه با پارامترهایی نظیر عمق آب، هندسه مخزن و چینش موانع درون آب مورد بررسی قرار گرفته است. وجود موانع باعث می‌شود که پاسخ دینامیکی مخزن آب تحت تحریک‌های شدید زلزله به صورت قابل توجهی کاهش یابد. نتایج همچنین نشان می‌دهد که با توجه به مشارکت جرمی بالای جرم غیر نوسانی سیال و عدم تطابق زمانی بین پاسخ‌های حداکثر جرم نوسانی و غیر نوسانی سیال، موقعیت مانع تاثیر زیادی در پاسخ حداکثر تلاطم جرم غیر نوسانی سیال دارد.

در این میان روش‌های بدون شبکه به دلیل افزایش سرعت و دقت در محاسبات عددی، جایگاه خود را در سال‌های اخیر پیدا کرده است. اساس این روش‌ها، استفاده از نقاط گره‌ای مرزی یا دامنه‌ای به جای شبکه‌بندی دامنه حل است. هاردی [۱۱] برای بررسی توپوگرافی و نامنظمی زمین از روش توابع پایه شعاعی استفاده کرد که برای حل بدون شبکه معادلات پاره‌ای در مکانیک جامدات و سیالات کاربرد دارد. بلیچکو و همکارانش [۱۲] به بیان روش بدون المان گالرکین پرداختند. ابتدا دامنه حل و مرز آن به تعدادی از نقاط گره‌ای گسسته‌سازی می‌شود و سپس با استفاده از روش حداقل مربعات وزن‌دار، معادله کلی سیستم حل می‌شود. روش توابع پایه نمایی، ابتدا توسط برومند و همکارانش [۱۳] مطرح شد. در این روش پس از گسسته‌سازی نقاط دامنه و مرزها، با استفاده از توابع نمایی پایه مسائل الاستیک استاتیکی و هارمونیک زمانی شبیه‌سازی می‌شود. زندگی و همکارانش [۱۴] حرکت سیال دارای مرز متحرک در یک مخزن صلب را با روش توابع پایه نمایی مورد بررسی قرار دادند. برای حل این معادلات، پاسخ به صورت یک سری متشکل از توابع نمایی همراه با ضرایب ثابت در نظر گرفته می‌شود و پایه‌های حل بر اساس ارضای دقیق معادلات به دست می‌آیند. این روش می‌تواند به صورت کلی یا محلی نوشته شود. در حالت کلی برای یک نقطه در ناحیه حل، تمام نقاط در هر گام زمانی درگیر محاسبات می‌گردند ولی در روش محلی از ابر نقاط برای شرکت در حل معادلات کلی سیستم در نظر گرفته می‌شود. در تحقیق اشاره شده برای به‌هنگام‌سازی هندسه در زمان از فرمول‌بندی لاگرانژی استفاده شده است.

ایدلسون و همکارانش [۱۵] از روش المان محدود ذرات برای مدل‌سازی تلاطم سطحی سیال در مخزن نیمه پر استفاده کرده‌اند و برای یکپارچه‌سازی حل در زمان، از روش گام جزئی استفاده کرده است. مخزن و مایع درون آن، با تعداد مشخصی از ذرات مدل می‌شوند. هر ذره تحت نیروی گرانش داخلی و نیروی ذرات مختلف با یکدیگر به عنوان نیروی خارجی قرار می‌گیرد. به دلیل حرکت ذرات بر اساس وزن، امکان جابجایی آزادانه در فضا را دارند و بنابراین با استفاده از این روش می‌توان جریان‌های تند مثل جریان‌های هیدرودینامیکی ساحل و مخازن تحت تحریک‌های پیچشی را نیز شبیه‌سازی کرد.

الهی و همکاران [۱۶] در سال ۲۰۱۵ با استفاده از روش حجم محدود، به بررسی تلاطم مایع در مخزن با توجه به تغییر شکل سطح آزاد آن پرداخته‌اند و با شتاب‌های خطی و زاویه‌ای، وضعیت سیال و سازه را در طول زمان با نتایج محاسباتی و آزمایشگاهی صحت‌سنجی کرده‌اند. این روش امکانی را فراهم می‌کند که می‌تواند سطح آزاد آب و تنش سطحی آن را با یک تابع اسکالر بین صفر و یک، وارد محاسبات کند. همچنین دینامیک بدنه مخزن با استفاده از معادله مومنتوم خطی و زاویه‌ای نوشته شده است که می‌تواند اندرکنش سازه و سیال را محاسبه کند.

تلاطم سطحی آب ناشی از حرکت افقی شدید و دورانی مخزن باعث حرکت کاملاً غیرخطی آب مانند شکستن امواج، پرش هیدرولیکی، آشفتنگی شدید و اندرکنش سازه و سیال غیرخطی می‌شود. روش هیدرودینامیک ذرات هموار، یک روش بدون شبکه، لاگرانژی و روشی بر اساس ذرات است که می‌تواند به خوبی این‌گونه مسائل با جابجایی‌های بزرگ و دارای سطح آزاد را حل کند. بنابراین روش هیدرودینامیک ذرات هموار به صورت گسترده‌ای در مکانیک سیالات مورد استفاده قرار گرفته است. موناقان [۱۷] در سال ۱۹۹۴ با روش هیدرودینامیک ذرات هموار توانست در جریان‌های تراکم‌ناپذیری نظیر شکست سد، انتشار موج تنها در رسیدن به ساحل و شبیه‌سازی غرق شدن جسمی شبیه به انتهای کشتی، سطح آزاد آب را مدل‌سازی و حل کند. شاوو و همکارانش [۱۸] در سال ۲۰۱۲ طرح اصلاح شده روش هیدرودینامیک ذرات هموار را پیشنهاد داده است که با تصحیح چگالی و الگوریتم درون‌یابی کرنل، با دقت بالاتری، میدان فشار آب را به دست می‌آورد. همچنین در تماس با ذرات مانع درون آب، بتواند جریان فشار آب را با حساسیت بالاتری در نزدیکی سطح جامد به دست آورد.

سیده لیلا رضوی و همکارانش در سال ۲۰۱۱ جریان آب را در پدیده شکست سد با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار شبیه‌سازی کردند [۱۹]. در این مقاله در کنار سیال، رسوب نیز مدل‌سازی و تحلیل شده است. حسن زمانی پور و همکارانش در سال ۲۰۱۷ به بررسی فرآیند نفوذ و جابجایی در یک جریان دو فازی آب و هوا به روش هیدرودینامیک ذرات هموار پرداختند [۲۰]. در این مقاله آب و هوا به عنوان دو فاز با چگالی‌های متفاوت در نظر گرفته شده است که در آن اثر کشش سطحی بررسی شده است. همچنین با استفاده از قانون فیک، سطح نفوذ بین آب و هوا را فرمول‌بندی کرده است.

با در نظر گرفتن پدیده موج آب به عنوان جریان بالقوه حرکت سیال با سطح آزاد، مدل دو بعدی سیال درون مخزن با استفاده از معادله لاپلاس سرعت و طرح زمان‌بندی لاگرانژی مورد تحلیل قرار گرفته است. وو و همکارانش [۲۱] در سال ۲۰۱۶ از روش بدون شبکه توابع چندجمله‌ای محلی برای حل پتانسیل جریان‌های دارای سطح آزاد استفاده کرده است که به منظور حل معادله پتانسیل سرعت مورد استفاده قرار گرفته است. این روش قادر است بردار سرعت نقاط و توزیع فشار بر روی دامنه و مرزها را به صورت دقیق مورد محاسبه قرار دهد. خان احمدی و همکارانش به بررسی دیدگاه اوپلری و لاگرانژی در پاسخ سدهای وزنی با استفاده از معادله حرکت دینامیکی پرداختند که تحت تاثیر زلزله، پارامترهایی نظیر تاثیر عمق مخزن، شیب مخزن و رسوبات کف مخزن را بررسی کردند [۲۲]. در این مقاله فرمول‌بندی لاگرانژی و اوپلری با استفاده از مرجع [۲۳] استخراج شده است.

مندل و میتی [۲۴] در سال ۲۰۱۶ با آنالیز غیرخطی اجزا محدود به تحلیل رفتار آب در مخزن مستطیلی پرداخته‌اند. در این مقاله فشار و جابجایی به عنوان متغیر مستقل گره‌ای در معادلات کلی حاکم در نظر گرفته شده است. همچنین اثر غیرخطی سیال با حالت‌های مختلف تحریک هارمونیک و تحریک تصادفی مورد مطالعه قرار گرفته است. سپس فشارهای هیدرودینامیک خطی و غیرخطی روی دیوار مخزن برای ارزیابی کارایی مدل مقایسه شده است.

روش حل اساسی [۲۵] روشی بدون شبکه برای حل معادلات دیفرانسیل است. این روش به منظور برطرف کردن مشکلات المان مرزی توسعه داده شده است که در آن نقاط گره‌ای بر روی مرزها و متناظر با آن نقاط مرجع در بیرون از دامنه در نظر گرفته می‌شود و بر این اساس یک ترکیب جبری از یک سری توابع لگاریتمی پایه شعاعی در نظر گرفته می‌شود و ضرایب پایه از حل معادله کلی حاکم بر مسئله به دست آورده می‌شود. همچنین نقاط تکین بر روی مرزها را به خوبی پوشش می‌دهد و می‌تواند به خوبی نقاط تکین را دنبال کند.

هدف این پژوهش، بررسی دینامیکی مخازن آب تحت اثر بارگذاری هارمونیک و لرزه‌ای به روش حل اساسی با استفاده از معادله پتانسیل فشار است. استفاده از معادلات فشار برای محاسبه مستقیم فشار نقاط، به ساده‌سازی روند حل، کمک قابل توجهی می‌کند [۱۴]. از نوآوری‌های این پژوهش بررسی کاربرد روش حل اساسی بر روی حرکت سیالات با استفاده از فرمول‌بندی فشار است که در

آن می‌توان شرایط مرزی را به صورت ساده‌تری بیان کرد و با پوشش دادن نقاط منفرد در گوشه‌های مخزن با استفاده از توابع پایه لگاریتمی، هندسه سیال را در طول زمان حل به دست آورد. همچنین این روش مخازن تحت تحریک‌های شدید مثل زلزله را به خوبی تحلیل می‌کند و از تکین شدن نقاط گوشه مخزن به علت ماهیت توابع پایه جلوگیری می‌کند.

۲- معادلات حاکم بر مایع درون مخزن

معادلات حاکم بر جریان سیال نیوتنی، تراکم‌ناپذیر و غیر لزج شامل معادلات پیوستگی (بقای جرم) و تعادل دینامیکی (بقای اندازه حرکت) است که این معادلات، معادلات ناویر-استوکس نامیده می‌شود. با استفاده از شرایط حاکم بر مسئله، معادلات کلی به صورت زیر حاصل می‌شود [۱۴]

$$\nabla^2 p = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} \quad (2)$$

در این روابط p فشار، \mathbf{u} بردار سرعت سیال، \mathbf{g} بردار شتاب گرانشی زمین و ρ چگالی سیال است. حال برای فشار رابطه زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$p = p_H - \rho g y \quad (3)$$

که در آن p_H مؤلفه قائم مختصات است. با قرار دادن رابطه (۳) در معادلات (۱) و (۲) می‌توان معادلات زیر را به دست آورد.

$$\nabla^2 p_H = 0 \quad (4)$$

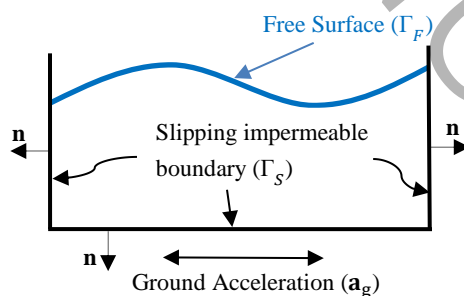
$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p_H \quad (5)$$

اگر مرزهای حل مطابق شکل (۱) در نظر گرفته شود، روابط کلی حاکم بر روی مرزها به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$p_H = \rho g y \quad \text{on } \Gamma_F \quad (6)$$

$$\rho \mathbf{n}^T \mathbf{a}_s = -\mathbf{n}^T \nabla p_H \Rightarrow \frac{\partial p_H}{\partial n} = -\rho \mathbf{n}^T \mathbf{a}_s \quad \text{on } \Gamma_S \quad (7)$$

که در آن \mathbf{n} بردار یکه عمود بر مرز در تماس با دیواره صلب مخزن (در جهت بیرونی مخزن)، p_H بیانگر حل همگن معادلات فشار و \mathbf{a}_s شتاب وارد بر دیواره مخزن است که برای مخازن صلب برابر شتاب وارد بر زمین \mathbf{a}_g است.



شکل ۱: شرایط مرزی سیال در داخل مخزن مستطیلی صلب

Figure 1: Fluid boundary conditions inside rigid rectangular tank

۳- حل معادله لاپلاس به روش حل اساسی

ابتدا یک نقطه مرجع $\mathbf{x}_r = (x_r, y_r)$ بیرون از دامنه به صورت متناظر با نقطه‌ی روی مرز $\mathbf{x} = (x, y)$ ، مطابق شکل (۲) در نظر گرفته می‌شود. برای نقاط گوشه، دو نقطه روی هم و به ازای آن، دو نقطه مرجع در نظر گرفته شده است. تعداد S نقطه بر روی سطح

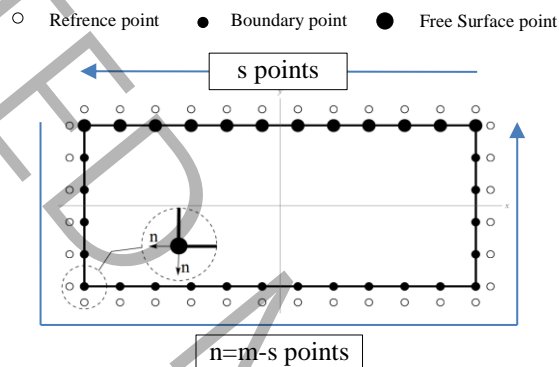
آزاد سیال و تعداد کل نقاط مرزی و به تبع آن تعداد کل نقاط مرجع برابر m در نظر گرفته شده است. پاسخ عددی معادله لاپلاس فشار به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$P_H(\mathbf{x}) \approx \hat{P}_H(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m C_i G_i(\mathbf{x}, \mathbf{x}_r^i) \quad (8)$$

که در آن G_i تابع گرین تعریف شده در نقطه مرجع \mathbf{x}_r^i و C_i ضرایب مجهول پاسخ است که بر اساس ارضای شرایط مرزی محاسبه می‌گردد. تابع گرین متناظر با معادله لاپلاس به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$G_i(\mathbf{x}, \mathbf{x}_r^i) = -\frac{1}{2\pi} \text{Log}(r_i^2) \quad (9)$$

$$r_i = \sqrt{(x - x_r^i)^2 + (y - y_r^i)^2} \quad (10)$$



شکل ۲: نقاط مرزی، نقاط مرجع و نقاط سطح آزاد

Figure 2: boundary points, reference points and free surface points

به منظور برآورده شدن شرایط مرزی سیال و به دست آوردن ماتریس ضرایب مجهول \mathbf{C} ، به صورت زیر عمل می‌شود.

$$\bar{\mathbf{P}}_b = \mathbf{G}\mathbf{C} \Rightarrow \mathbf{C} = \mathbf{G}^{-1}\bar{\mathbf{P}}_b \quad (11)$$

که در آن $\bar{\mathbf{P}}_b$ بردار شرایط مرزی و \mathbf{G} بردار مشارکت هر تابع پایه گرین بر روی مقادیر مرزی است. (دقت شود که در نقاط گوشه، دو گره نزدیک به هم در نظر گرفته شده است تا بردارهای نرمال عمود بر هم تعریف شود (مطابق شکل ۲)). حال بردار شرایط مرزی $\bar{\mathbf{P}}_b$ با توجه به رابطه (۶) و (۷)، به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$\bar{\mathbf{P}}_b = \left\{ (P_b)_1, \dots, (P_b)_s \mid (\partial P_b)_1, \dots, (\partial P_b)_n \right\}^T \quad (12)$$

که در آن

$$(P_b)_k = [\rho g y]_{x=x_k, y=y_k}^{\infty}, \forall (x_k, y_k) \in \Gamma_F, k = 1, \dots, s. \quad (13)$$

و

$$(\partial P_b)_k = -\rho \left[\mathbf{n}^T \mathbf{a}_s \right]_{x=x_k, y=y_k}^{\infty}, \forall (x_k, y_k) \in \Gamma_S, k = 1, \dots, n. \quad (14)$$

حال بردار مشارکت هر پایه بر روی مقادیر مرزی به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$\mathbf{G}_i^b = \left\{ (G_i)_1, (G_i)_2, \dots, (G_i)_s \mid (\partial G_i)_1, (\partial G_i)_2, \dots, (\partial G_i)_n \right\}^T \quad (15)$$

که در آن

$$(G_i)_k = \left[G_i(\mathbf{x}, \mathbf{x}_r^i) \right]_{\substack{x=x_k \\ y=y_k}}, \forall (x_k, y_k) \in \Gamma_F, k=1, \dots, s. \quad (16)$$

و

$$(\partial G_i)_k = \left[\frac{\partial G_i(\mathbf{x}, \mathbf{x}_r^i)}{\partial n} \right]_{\substack{x=x_k \\ y=y_k}}, \forall (x_k, y_k) \in \Gamma_S, k=1, \dots, n. \quad (17)$$

ماتریس \mathbf{G} به صورت زیر به دست می آید.

$$\mathbf{G} = [\mathbf{G}_1^b \ \mathbf{G}_2^b \ \dots \ \mathbf{G}_m^b] \quad (18)$$

بنابراین بردار ضرایب مجهول \mathbf{C} به صورت زیر نوشته می شود.

$$\mathbf{C} = \{C_1, C_2, \dots, C_m\}^T \quad (19)$$

فرم باز بردار شرایط مرزی در نقاط مرزی $\bar{\mathbf{P}}_b$ به صورت زیر نشان داده می شود.

$$\bar{\mathbf{P}}_b = \left\{ \begin{array}{c} \rho g y_1 \\ \vdots \\ \rho g y_s \\ -\rho [\mathbf{n}^T \mathbf{a}_s]_{x=x_{s+1}, y=y_{s+1}} \\ \vdots \\ -\rho [\mathbf{n}^T \mathbf{a}_s]_{x=x_m, y=y_m} \end{array} \right\} \quad (20)$$

با به دست آوردن بردار ضرایب مجهول \mathbf{C} ، می توان فشار را با توجه به رابطه (۸) و رابطه (۳) در یک لحظه و در یک هندسه مشخص محاسبه کرد.

۳- به هنگام سازی هندسه و پیش روی در زمان

الگوریتم لاگرانژی روشی است که با توجه به داده های ابتدای گام، هندسه و سرعت گام زمانی بعدی را با درون یابی سرعت در انتهای گام زمانی محاسبه می کند [۲۶]. هندسه در ابتدای گام زمانی \mathbf{x}^n است که در لحظه t^n با نقاط مناسب بر روی مرز پوشش داده شده و متناظر با آن \mathbf{x}_r به عنوان نقاط مرجع و بدون جابجایی در طول حل در نظر گرفته شده است. در صورت وجود، سرعت سیال در ابتدای گام زمانی \mathbf{v}^n فرض می شود. مطابق با رابطه (۶) و (۷) شرایط مرزی مسئله در ابتدای گام زمانی به صورت زیر است.

$$\left\{ \begin{array}{l} p_H^n = \rho g y^n \quad \text{on } \Gamma_F \\ \frac{\partial p_H^n}{\partial n} = -\rho \mathbf{n}^T \mathbf{a}_s^n \quad \text{on } \Gamma_S \end{array} \right. \quad (21)$$

که در این روابط، p_H^n بیانگر پاسخ معادلات در لحظه t^n است. \mathbf{a}_s^n شتاب تحریک بر روی دیواره صلب مخزن است که به صورت افقی و یکنواخت به آن اعمال می شود. سپس با حل معادله لاپلاس به روش حل اساسی با توجه به رابطه (۸) می توان فشار نقاط را به دست آورد. ابتدا برای به هنگام سازی سرعت، باید شتاب نقاط را طبق رابطه زیر محاسبه کرد.

$$\mathbf{a}^n(\mathbf{x}^n) = -\frac{1}{\rho} \nabla \hat{p}_H(\mathbf{x}^n) = -\frac{1}{\rho} \sum_{i=1}^m C_i^n \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial G_i(\mathbf{x}^n, \mathbf{x}_r^i)}{\partial x} \\ \frac{\partial G_i(\mathbf{x}^n, \mathbf{x}_r^i)}{\partial y} \end{array} \right\} \quad (22)$$

این الگوریتم، یک الگوریتم گام به گام است که می تواند به نحو مناسب، حرکت نقاط را در دامنه حل و مرزها شبیه سازی کند. در

این الگوریتم نقاط مرجع ثابت بوده و در کل روند حل بدون تغییر خواهد ماند. پس از به دست آوردن مقادیر عددی شتاب در تمام درجات آزادی، دامنه‌ها و مرزها، سرعت نقاط، با رابطه زیر به‌هنگام‌سازی می‌شود.

$$\tilde{\mathbf{v}}^{n+1} = \mathbf{v}^n + \mathbf{a}^n \Delta t \quad (23)$$

که در رابطه فوق $\tilde{\mathbf{v}}^{n+1}$ در واقع $\mathbf{v}(\mathbf{x}^n, t^{n+1})$ است. حال برای تقریب زدن هندسه در انتهای گام زمانی، با محاسبه جابجایی نقاط گره‌ای دامنه و مرزها، روابط زیر حاصل می‌شود.

$$\tilde{\mathbf{x}}^{n+1} = \mathbf{x}^n + \tilde{\mathbf{v}}^{n+1} \Delta t \quad (24)$$

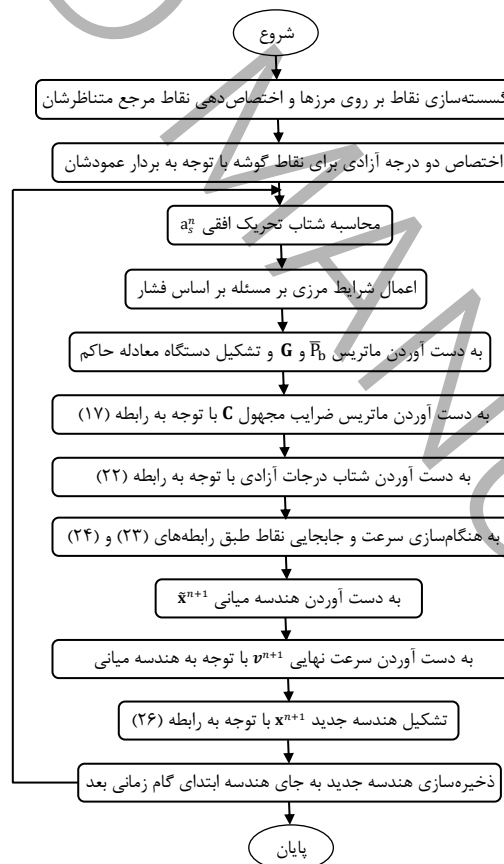
در رابطه بالا $\tilde{\mathbf{x}}^{n+1}$ هندسه واسطه است و سرعت نهایی هر گام زمانی با درون‌یابی سرعت $\tilde{\mathbf{v}}^{n+1}$ با توجه هندسه واسطه به دست می‌آید.

$$\mathbf{v}^{n+1} = \tilde{\mathbf{v}}^{n+1}(\tilde{\mathbf{x}}^{n+1}) \quad (25)$$

با توجه به رابطه بالا، هندسه نهایی توسط رابطه زیر محاسبه می‌گردد.

$$\mathbf{x}^{n+1} = \mathbf{x}^n + (\mathbf{v}^n (1-\gamma) + \mathbf{v}^{n+1}(\gamma)) \Delta t \quad (26)$$

بنابراین هندسه نهایی با توجه به سرعت در ابتدا و انتهای گام زمانی به دست می‌آید. پارامتر γ در رابطه فوق به صورت $0 \leq \gamma \leq 1$ قابل استفاده خواهد بود. انتخاب مقدار مناسب پارامتر γ ، بر حسب تجربه، بین مقادیر $0.65 \sim 1.0$ است [26]. انتخاب $\gamma = 1.0$ یک الگوریتم زمانی کاملاً ضمنی را نشان می‌دهد.



شکل ۳: فلوچارت مراحل روش حل اساسی و الگوریتم لاگرانژی به صورت گام به گام

Figure 3: Flowchart of Lagrangian algorithm

مراحل حل به صورت گام به گام

در این قسمت، یک دیدگاه کلی از اجرای گام به گام روش حل اساسی با الگوریتم زمانی لاگرانژی ارائه داده می‌شود. در روش حل اساسی ابتدا نقاط گره‌ای مرزی گسسته‌سازی شده و سپس فشار نقاط بر اساس سیستمی از معادلات جبری به دست می‌آید. بنابراین حل مسائل پیچیده با شرایط مرزی متفاوت، دقت بالا و هزینه محاسبات پایین از مزایای استفاده از این معادلات است. همچنین استفاده از روش حل اساسی به علت توانایی این روش در حل مسائل تحت تحریک زلزله و حل مخازن با ابعاد واقعی است. استفاده از الگوریتم لاگرانژی نیز سازگاری بهتری با روش‌های بدون شبکه دارد و پایداری و سرعت حل بالاتری نسبت به بقیه الگوریتم‌های زمانی دارد. پس از تعریف هندسه اولیه و سرعت اولیه در صورت موجود، گام‌های زیر تا پایان زمان حل تکرار می‌شود.

۱- محاسبه شتاب تحریک \mathbf{a}_s^n در ابتدای گام زمانی t^n .

۲- تشکیل دستگاه معادلات حاکم با توجه به رابطه (۱۷) و به دست آوردن ضرایب مجهول آن.

۳- به دست آوردن شتاب با توجه به رابطه (۲۲).

۴- به‌هنگام‌سازی سرعت و محاسبه هندسه واسطه نقاط با استفاده از رابطه (۲۳) و (۲۴).

۵- درون‌یابی سرعت واسطه $\tilde{\mathbf{v}}^{n+1}$ با توجه هندسه واسطه $\tilde{\mathbf{x}}^{n+1}$ و به دست آوردن سرعت نهایی \mathbf{v}^{n+1} در هر گام زمانی و ذخیره‌سازی سرعت نهایی به عنوان سرعت اولیه گام بعدی.

۶- به‌هنگام‌سازی نهایی هندسه \mathbf{x}^{n+1} با استفاده از رابطه (۲۶) و ذخیره آن به عنوان هندسه اولیه گام زمانی بعدی.

همچنین تمام مراحل حل برای تقریب معادله لاپلاس فشار با الگوریتم لاگرانژی در یک فلوچارت در شکل (۳) نشان داده شده است که به کمک روند آن می‌توان به سهولت تلاطم سطحی آب در مخزن و فشار هیدرودینامیکی وارد بر دیواره آن را با دقت بسیار قابل قبولی به دست آورد.

۴- مخزن با مقیاس کوچک تحت تحریک هارمونیک

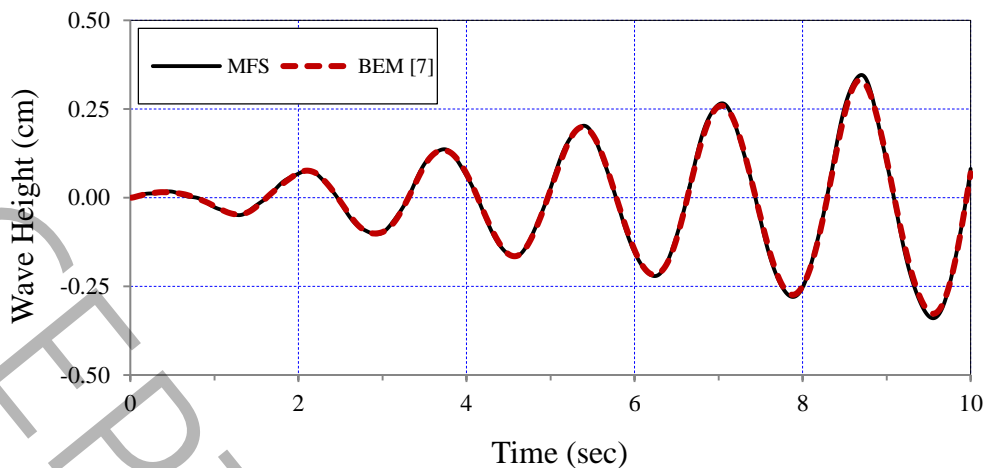
اگر فرض شود که مخزن آب با طول $L = 0.8\text{m}$ ، ارتفاع $h = 0.1\text{m}$ عرض $B = 0.141\text{m}$ تحت تحریک هارمونیک قرار بگیرد، دچار تلاطم سطحی می‌شود که با حل معادله فشار به روش حل اساسی، می‌توان آن را به خوبی شبیه‌سازی کرد؛ حال آن‌که چن و همکارانش به صورت آزمایشگاهی تلاطم سطحی را اندازه‌گیری کرده و نشان داده‌اند [۱۴]. چگالی آب و شتاب گرانشی زمین برابر $\rho = 1000\text{kg/m}^3$ و $g = 9.81\text{m/s}^2$ در نظر گرفته شده است؛ به این ترتیب اولین فرکانس طبیعی ω_1 ، بر اساس تئوری موج خطی، به صورت زیر قابل محاسب است.

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{\pi g}{L} \tanh \frac{\pi h}{L}} \quad (27)$$

بنابراین اولین فرکانس طبیعی سیال برابر $3/29$ رادیان بر ثانیه است. تحریک اعمال شده به مخزن، یک تحریک افقی هارمونیک است به صورت زیر است.

$$\ddot{x}_g(t) = -A_f \omega_f^2 \cos(\omega_f t) \quad (28)$$

دامنه تحریک $A_f = 0.0004\text{m}$ و فرکانس آن $\omega_f = 3.79\text{rad/s}$ فرض شده است. برای مدل‌سازی عددی از 260 نقطه مرزی و تابع پایه استفاده شده است. همچنین گام زمانی برابر $\Delta t = 0.005\text{s}$ در نظر گرفته شده است. نمودار تلاطم سطحی سیال در گوشه سمت راست مخزن، تحت تحریک هارمونیک در شکل (۴) نشان داده شده است. نمودار تلاطم سطحی سیال نشان می‌دهد که نتایج با دقت مناسبی بر هم منطبق شده است. به علت تلاقی نقاط مرجع با نقاط مرزی و تکین شدن توابع پایه، روش حل اساسی قادر به دامنه تلاطم سطحی بسیار بزرگ سیال و حالت تشدید فرکانس نیست و تنها می‌تواند دامنه‌های تحریک کوچک را تحلیل کند.



شکل ۴: تلاطم سطحی سیال در گوشه سمت راست مخزن به روش حاضر و مقایسه با روش المان مرزی [۸] تحت تحریک هارمونیک با فرکانس $\omega_f = 3.79 \text{ rad/s}$

Figure 4. Sloshing amplitude in the right corner of the reservoir by the present method and comparison with the boundary element method [8] under harmonic excitation with frequency $\omega_f = 3.79 \text{ rad/s}$

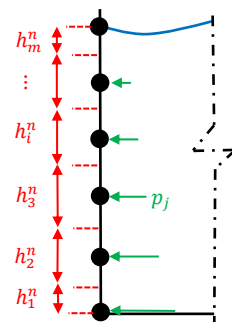
به منظور ارزیابی نیروی برش پایه، رابطه زیر ارائه شده است.

$$F_b^{dyn.} = \int_{\Gamma_s} p_x d\Gamma_s \quad (29)$$

که $p_x = pn_x$ است که در آن n_x مولفه افقی بردار واحد بر روی مرزهای دیواره راست و چپ مخزن است. همچنین از اثر نیروی برشی موجود در کف مخزن، به دلیل ناچیز بودن آن صرف نظر شده است. برای هر گام زمانی می توان فرمول بالا را به صورت زیر ساده سازی کرد.

$$F_b = \sum_{i=1}^m p_i A_i - \sum_{j=1}^m p_j A_j \quad (30)$$

که در آن p_i ، p_j ، A_i و A_j فشار و سطح موثر نقاط مرزی دیواره راست و چپ مخزن است. سطح موثر نقاط مرزی، از ضرب ارتفاع موثر h_i^n در عرض مخزن B ، مطابق شکل (۵) به دست می آید. همچنین m تعداد نقاط مرزی دیواره راست و یا چپ مخزن است.



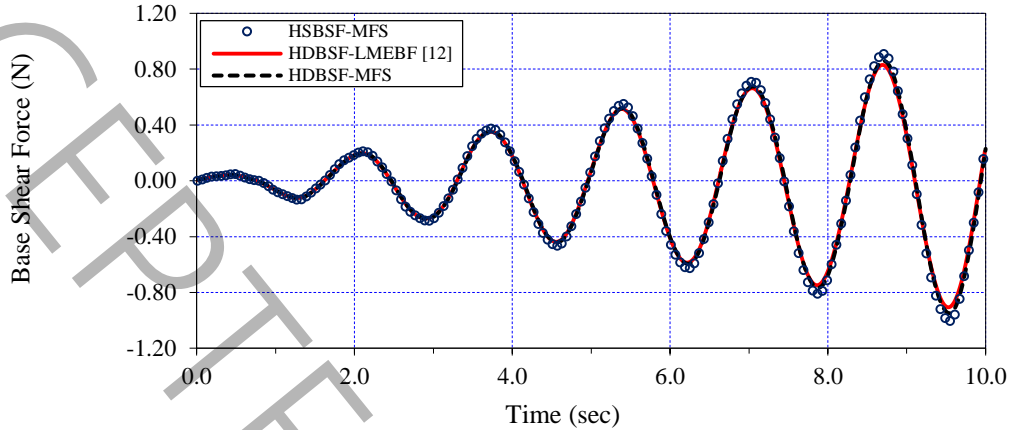
شکل ۵: فشار و سطح موثر نقاط مرزی جهت محاسبه نیروی هیدرودینامیکی سیال

Figure 5. Pressure and effective area of boundary points to calculate the hydrodynamic force of the fluid

همچنین می توان نیروی برش پایه فرضی هیدرواستاتیک را با توجه به ارتفاع سیال در دیواره چپ و راست مخزن، طبق رابطه زیر محاسبه می شود.

$$\bar{F}_b = \frac{\rho g B}{2} (h_R^2 - h_L^2) \quad (31)$$

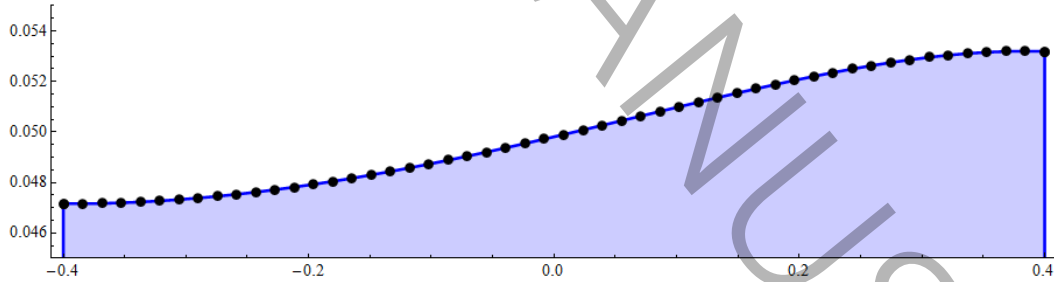
که در آن h_L و h_R ارتفاع موج آب بر روی دیواره راست و چپ مخزن است. نمودار نیروی برش پایه هیدرودینامیک و هیدرواستاتیک سیال تحت تحریک هارمونیک در شکل (۶) نشان داده شده است.



شکل ۶: نیروی برش پایه هیدرودینامیکی و هیدرواستاتیکی به روش حاضر و مقایسه با روش توابع پایه نمایی

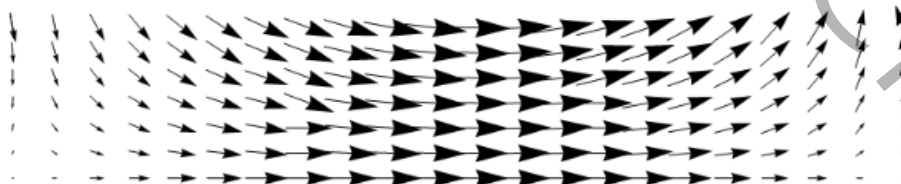
Figure 6. hydrodynamic and hydrostatic base shear force with the present method and comparison with the method of exponential base functions

نمودارهای نیروهای برش پایه هیدرودینامیکی و هیدرواستاتیکی سیال موجود در شکل (۶) نشان می‌دهد که در حالت تشدید نیز به علت رفتار مشابه با روش تئوری خطی و کوچک بودن دامنه تحریک، تطبیق نسبی بین نمودار تلاطم سطحی سیال و نیروهای ناشی از فشار هیدرودینامیکی آن مشاهده می‌شود. در شکل‌های (۷)، (۸) و (۹) وضعیت سطح آزاد و نیز بردارهای سرعت و شتاب سیال در زمان $\frac{8}{6}$ ثانیه نشان داده شده است.



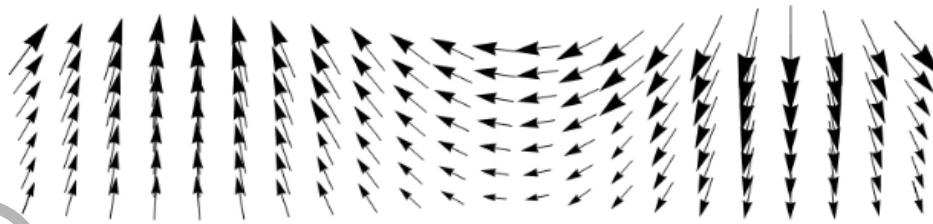
شکل ۷: وضعیت سطح آزاد مخزن مستطیلی با تحریک هارمونیک و فرکانس $\omega_f = 3.79 \text{ rad/s}$ در زمان $\frac{8}{6}$ ثانیه

Figure 7. Free surface condition of rectangular tank with harmonic excitation and frequency $\omega_f = 3.79 \text{ rad/s}$ in 8.6 seconds



شکل ۸: بردار سرعت در مخزن مستطیلی با تحریک هارمونیک و فرکانس $\omega_f = 3.79 \text{ rad/s}$ در زمان $\frac{8}{6}$ ثانیه

Figure 8. Velocity vectors in rectangular tank with harmonic excitation and frequency $\omega_f = 3.79 \text{ rad/s}$ in 8.6 seconds



شکل ۹: بردار شتاب در مخزن مستطیلی با تحریک هارمونیک و فرکانس $\omega_f = 3.79 \text{ rad/s}$ در زمان 8.6 ثانیه

Figure 9. Acceleration vectors in rectangular tank with harmonic excitation and frequency $\omega_f = 3.79 \text{ rad/s}$ in 8.6 seconds

۵- تحلیل دینامیکی مخازن تحت تحریک زلزله

در این بخش به بررسی مثال‌های مختلف تحت اثر بارگذاری لرزه‌ای پرداخته شده است. در ابتدا مخزن بحث شده در بخش قبلی تحت اثر زلزله شبیه‌سازی شده و نتایج آن با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه می‌شود. سپس مخزنی با ابعاد واقعی تحت اثر زلزله بررسی خواهد شد.

۵-۱- مخزن با مقیاس کوچک تحت تحریک زلزله و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی

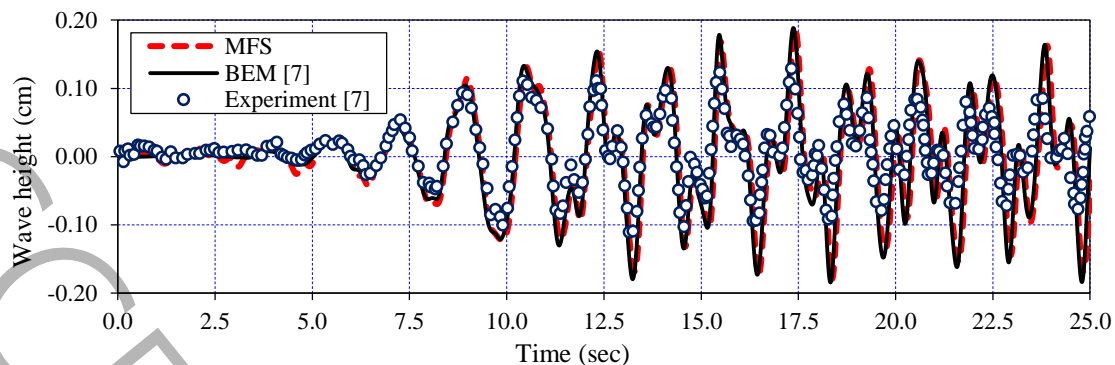
در این قسمت مخزن معرفی شده در بخش قبل تحت اثر یک درصد رکورد زلزله چی چی بررسی شده و نتایج آن با داده‌های عددی و آزمایشگاهی مرجع [۷] مقایسه شده است. زمانی که مخزن تحت تحریک زلزله قرار می‌گیرد، نقاط گوشه مخزن، تحت تلاطم‌های سطحی شدیدی قرار می‌گیرد که روش حل اساسی در مقایسه با روش‌های شبکه‌دار، به خاطر به هم ریختگی شبکه در گوشه‌ها و همچنین در مقایسه با سایر روش‌های بدون شبکه، به دلیل دنبال نکردن نقاط گوشه مخزن و ناتوانی در به‌هنگام‌سازی نقاط، رقابت می‌کند. زلزله چی چی در سال ۱۹۹۹ در کشور تایوان رخ داده و خسارت‌های زیادی به آن کشور وارد ساخت. جهت آنالیز دینامیکی از شتابنگاشت زلزله چی چی در سال ۱۹۹۹ با حداکثر شتاب $PGA = 0.01 \times 0.258g$ مطابق با مرجع [۷] استفاده شده است. در جدول (۱) نحوه چیدمان نقاط مرزی مشخص شده است. در شکل (۱۰) ارتفاع موج در گوشه مخزن در مقایسه با روش المان مرزی و داده‌های آزمایشگاهی ارائه شده است که بیانگر تطابق بسیار خوب روش حاضر با نتایج عددی و آزمایشگاهی است.

جدول ۱: مشخصات مدل‌سازی مسئله تحت تحریک لرزه‌ای یک درصد زلزله چی چی با استفاده از الگوریتم لاگرانژی

Table 1. Modeling characteristics of the problem under one percent seismic excitation of Chichi earthquake using Lagrangian algorithm

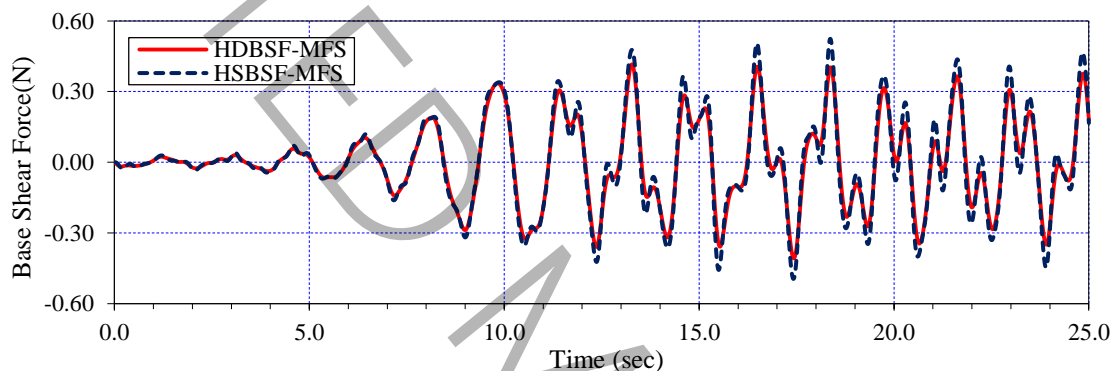
تعداد کل نقاط مرزی	تعداد نقاط مرزی روی سطح آزاد	تعداد نقاط مرزی روی هر دیواره	گام زمانی (ثانیه)
۱۶۰	۶۴	۱۶	۰/۰۱

با توجه به پاسخ سیال تحت تحریک زلزله و فشار هیدرو دینامیکی وارد بر دیواره مخزن مستطیلی، می‌توان نیروی هیدرو دینامیکی و هیدرواستاتیکی را با دقت مناسبی به دست آورد (شکل (۱۱)). البته لازم به ذکر است که در این مساله با توجه به ابعاد کوچک و زلزله مقیاس شده اختلاف نیروهای هیدرو دینامیکی و هیدرواستاتیکی ناچیز است.



شکل ۱۰: ارتفاع موج در دیواره سمت راست مخزن با روش فعلی و مقایسه با روش المان مرزی و نتایج آزمایشگاهی [۸] تحت بارگذاری یک درصد زلزله چی چی

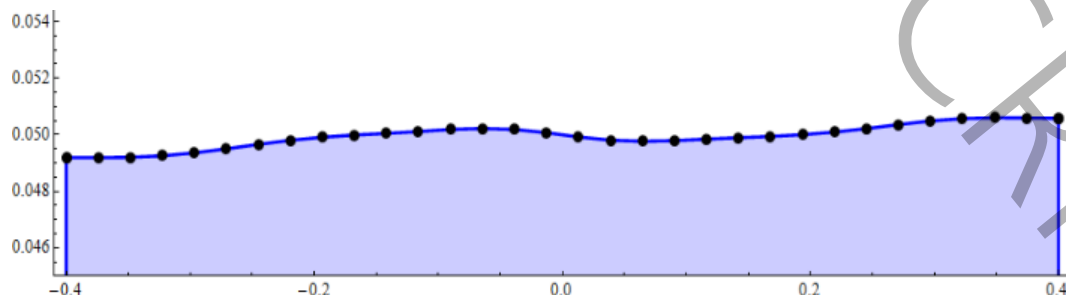
Figure 10. Wave height at the right wall of the reservoir with the current method and comparison with the boundary element method and laboratory results [8] under 1% Chi Chi earthquake



شکل ۱۱: مقایسه نیروی برش پایه هیدرواستاتیکی و هیدرواستاتیکی با روش حاضر تحت بارگذاری یک درصد زلزله چی چی

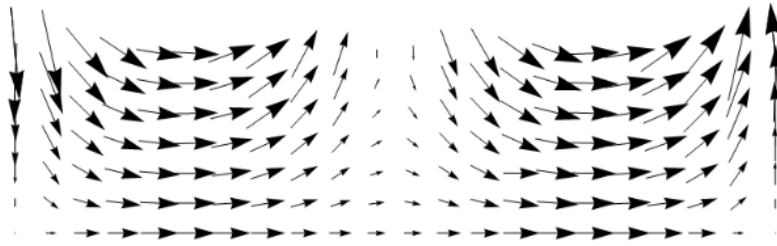
Figure 11. Comparison of hydrodynamic and hydrostatic base shear force with the present method under 1% Chi Chi earthquake loading

لازم به ذکر است که برای عدم تلاقی نقاط مرزی با نقاط مرجع در طول حل، فاصله‌ی آن‌ها از یکدیگر برابر ۵ درصد عمق مخزن در نظر گرفته شده است. همچنین مقدار پارامتر تطبیقی γ در رابطه (۱۰) واحد انتخاب شده است؛ بدین معنا که تمام سهم سرعت نقاط در هندسه نهایی v^{n+1} ، به انتهای گام اختصاص می‌یابد و از نقش سرعت ابتدای گام v^n در هندسه نهایی صرف‌نظر شده است (طبق رابطه ۲۶) و در معادله حرکت گره‌ها، تنها سرعت انتهای گام در تغییر مکان گره‌ها نقش ایفا می‌کند و سرعت انتهای گام وابسته به سرعت و هندسه واسطه است. همچنین در هر گام زمانی جهت حفظ دقت حل، نقاط روی سطح آزاد منظم‌سازی شده است. در شکل‌های (۱۲) و (۱۳) موقعیت سطح آزاد سیال و وضعیت بردارهای سرعت سیال در زمان ۱۴/۴ ثانیه نشان داده شده است.



شکل ۱۲: وضعیت سطح آزاد مخزن مستطیلی تحت تحریک لرزه‌ای یک درصد زلزله چی چی در زمان ۱۴/۴ ثانیه

Figure 12. Free surface condition of rectangular reservoir under 1% Chi Chi earthquake in 14.4 seconds



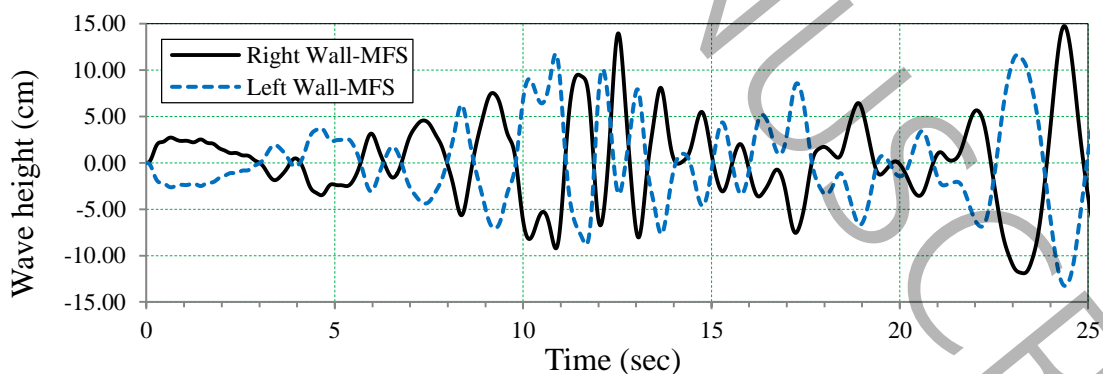
شکل ۱۳: بردار سرعت برای تحریک لرزه‌ای یک درصد زلزله چی‌چی در زمان ۱۴/۴ ثانیه

Figure 13. Velocity vectors for 1% Chi Chi earthquake excitation in 14.4 seconds

۲-۵- مخزن با مقیاس واقعی تحت تحریک زلزله چی‌چی

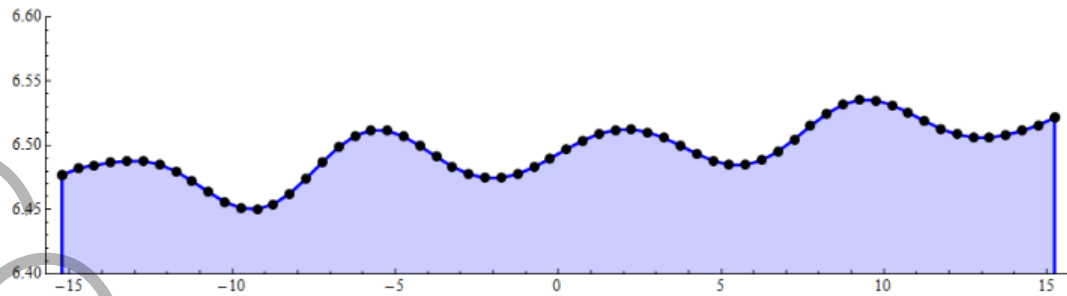
در این بخش مخزنی با پلان مربع شکل ابعاد واقعی به طول و عرض ۳۰/۴۸ متر و عمق ۱۳ متر تحت اثر زلزله بررسی شده است. به این منظور از رکورد زلزله چی‌چی با شتاب حداکثر $0.121g$ مطابق با مرجع [۷] استفاده شده است. دقت حل و همگرایی روش به تعداد گره بر روی مرزها، فاصله نقاط مرجع از نقاط مرزی و گام زمانی حل بستگی دارد. به منظور این که درصد خطای حجمی سیال کمتر از ۴ درصد شود، تعداد کل نقاط مرزی برابر ۲۲۸ نقطه، فاصله نقاط مرجع از نقاط مرزی ۰/۳ ارتفاع سیال و گام زمانی مورد استفاده در تحلیل ۰/۰۱ ثانیه است. همچنین لازم به ذکر است که مدت زمان اجرای برنامه کامپیوتری نوشته شده برای هر گام زمانی معادل ۲/۳۳ ثانیه است. پایین بودن زمان اجرای روش در مقایسه با سایر روش‌ها، یکی از پارامترهای کارایی روش حل اساسی و الگوریتم زمانی مورد استفاده برای حل مسائل با ابعاد واقعی است.

هنگامی که مخزن با ابعاد واقعی تحت تحریک واقعی زلزله قرار می‌گیرد، فشارهای هیدرودینامیکی وارد شده به دیواره‌های مخزن نسبت به فشارهای هیدرواستاتیکی به مراتب بیشتر خواهد شد و این موضوع نشان می‌دهد که کاربرد نیروی برش پایه هیدرودینامیکی در محاسبات سازه‌ای در مقایسه با نیروی برش پایه هیدرواستاتیکی از اهمیت زیادی برخوردار است. در شکل (۱۴) ارتفاع موج در مجاورت دیواره‌های مخزن ارائه شده است. شکل (۱۵) وضعیت سطح آزاد مخزن را نمایش داده است و در شکل (۱۶) برش پایه هیدرواستاتیکی و هیدرودینامیکی نشان داده شده است. همانطور که مشخص است نیروهای هیدرودینامیکی بزرگی تولید شده که توسط روش ارائه شده به خوبی قابل ارزیابی خواهد بود.



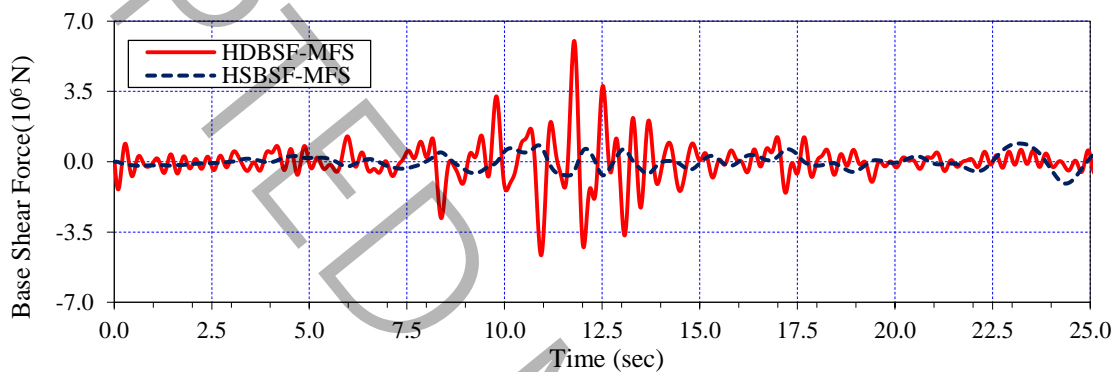
شکل ۱۴: ارتفاع موج در گوشه سمت راست و چپ دیواره مخزن با روش فعلی تحت بارگذاری زلزله چی‌چی مقیاس شده با شتاب $0.121g$

Figure 14. Wave height in the right and left corners of the reservoir wall with the current method under Chi Chi earthquake loading with acceleration scale $0.121g$



شکل ۱۵: وضعیت سطح آزاد مخزن مستطیلی تحت تحریک زلزله چی چی مقیاس شده با 0.121g در زمان ۲۵ ثانیه

Figure 15. Rectangular tank free surface position for 0.121g scale Chi Chi earthquake excitation in 25 seconds



شکل ۱۶: مقایسه نیروی برش پایه هیدرواستاتیکی و هیدرواستاتیکی با روش حاضر تحت بارگذاری زلزله چی چی مقیاس شده با شتاب 0.121g

Figure 16. Comparison of hydrodynamic and hydrostatic base shear force with the present method under Chi Chi earthquake loading with acceleration of 0.121g

۶- نتیجه گیری

در این مقاله روش عددی حل اساسی، برای مطالعه رفتار مایع درون مخزن مستطیلی به کمک فرم لاگرانژی معادلات فشار، تحت ارتعاش هارمونیک و لرزه‌ای مخزن توسعه داده شده است. به منظور شبیه‌سازی حرکت نقاط در زمان، روش لاگرانژی پیشنهاد شده است که قابلیت محاسبه سرعت نقاط را در گام زمانی بعدی و به واسطه آن جابجایی نقاط را دارد. همچنین می‌تواند با درون‌یابی، خطای گام‌های زمانی را کاهش دهد. به منظور صحت‌سنجی رفتار الگوریتم عددی مذکور، ابتدا یک مدل کوچک تحت تحریک هارمونیک قرار می‌گیرد و با مدل آزمایشگاهی مقایسه شده است و رفتار تلاطم سطحی و نیروی برش پایه مخزن مورد بررسی قرار گرفت. سپس همان مدل تحت تحریک زلزله چی چی صحت‌سنجی شد. در انتها یک مخزن با ابعاد واقعی تحت تحریک زلزله چی چی با شتاب حداکثر 0.121g قرار گرفته و رفتار امواج سطحی و نیروی برش پایه‌ی ناشی از فشار هیدرواستاتیکی سیال به مخزن محاسبه گردید.

بر خلاف برخی از روش‌های عددی مثل روش اجزا محدود و روش المان مرزی، روش حل اساسی نیازی به تولید شبکه مجدد، برای گام زمانی بعدی ندارد و این مورد خود بیانگر افزایش سرعت حل در زمان است. یکی از خاصیت‌های این روش آن است که نقاط تکین به ویژه نقاط گوشه دامنه را به خوبی پیش‌بینی می‌کند. همچنین روش لاگرانژی قادر است تغییر شکل‌های سطح آزاد را با دقت بالایی شبیه‌سازی کند. همچنین در مقایسه با مدل‌های خطی از جمله تئوری موج خطی، روش حل اساسی جایگزین مناسبی برای تحلیل مسائل سطح آزاد با جابجایی‌های بزرگ و غیر خطی است.

۸- مراجع

- [1] L.M. Hoskins, L.S. Jacobsen, Water pressure in a tank caused by a simulated earthquake, *Bulletin of the seismological society of America*, 24(1) (1934) 1-32.
- [2] G.W. Housner, The dynamic behavior of water tanks, *Bulletin of the seismological society of America*, 53(2) (1963) 381-387.
- [3] J.Y. Yang, Dynamic behavior of fluid tank systems, PhD Dissertation, Rice University, 1976.
- [4] M. Kianoush, J. Chen, Effect of vertical acceleration on response of concrete rectangular liquid storage tanks, *Engineering structures*, 28(5) (2006) 704-715.
- [5] M.A. Haroun, Vibration studies and tests of liquid storage tanks, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 11(2) (1983) 179-206.
- [6] J.K. Kim, H.M. Koh, I.J. Kwahk, Dynamic response of rectangular flexible fluid containers, *Journal of Engineering Mechanics*, 122(9) (1996) 807-817.
- [7] M.R.E. A.S. Ghods, Seismic Response and Free Vibration of Rectangular Liquid Storage Tanks, *Modares Civil Engineering Journal*, 11 (2002).
- [8] Y.H. Chen, W.S. Hwang, C.H. Ko, Sloshing behaviours of rectangular and cylindrical liquid tanks subjected to harmonic and seismic excitations, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 36(12) (2007) 1701-1717.
- [9] N. Khaji, M.H. Arab, Seismic analysis of baffled liquid storage tanks using boundary element method, *Modares Civil Engineering journal*, 12(2) (2012) 11-22.
- [10] M.R. Shekari, On the numerical assessment of the resonant sloshing responses in 3D multi baffled partially liquid-filled steel cylindrical tanks shaken by long-period ground motions, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (2019) 105712.
- [11] R.L. Hardy, Multiquadric equations of topography and other irregular surfaces, *Journal of geophysical research*, 76(8) (1971) 1905-1915.
- [12] T. Belytschko, Y.Y. Lu, L. Gu, Element-free Galerkin methods, *International journal for numerical methods in engineering*, 37(2) (1994) 229-256.
- [13] B. Boroomand, S. Soghrati, B. Movahedian, Exponential basis functions in solution of static and time harmonic elastic problems in a meshless style, *International journal for numerical methods in engineering*, 81(8) (2010) 971-1018.
- [14] S. Zandi, B. Boroomand, S. Soghrati, Exponential basis functions in solution of incompressible fluid problems with moving free surfaces, *Journal of Computational Physics*, 231(2) (2012) 505-527.
- [15] S.R. Idelsohn, E. Oñate, F.D. Pin, The particle finite element method: a powerful tool to solve incompressible flows with free-surfaces and breaking waves, *International journal for numerical methods in engineering*, 61(7) (2004) 964-989.
- [16] R. Elahi, M. Passandideh-Fard, A. Javanshir, Simulation of liquid sloshing in 2D containers using the volume of fluid method, *Ocean Engineering*, 96 (2015) 226-244.
- [17] J.J. Monaghan, Simulating free surface flows with SPH, *Journal of computational physics*, 110(2) (1994) 399-406.
- [18] J. Shao, H. Li, G. Liu, M. Liu, An improved SPH method for modeling liquid sloshing dynamics, *Computers & Structures*, 100 (2012) 18-26.
- [19] S.L. Razavi Toosi, S.A. Ayyoubzadeh, A. Valizadeh, 2D Simulation of Water and Sediment Flow in Dam Break by Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH), *Modares Civil Engineering journal*, 15(2) (2015) 23-34.
- [20] H. Zamanipour, P. Omidvar, A. Tayebi, Investigation of convection-diffusion process in a two-phase air-water flow using Smoothed Particle Hydrodynamics, *Modares Mechanical Engineering*, 17(2) (2017) 115-125.
- [21] N.-J. Wu, S.-C. Hsiao, H.-L. Wu, Mesh-free simulation of liquid sloshing subjected to harmonic excitations, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 64 (2016) 90-100.

- [22] L. Khan Mohammadi, J. Vaseghi Amiri, B. Navayi-nia, Evaluation of Eulerian and Lagrangian Methods in the Analysis of Concrete Gravity Dam Including Dam WaterFoundation Interaction under Earthquake, *Modares Civil Engineering journal*, 11(4) (2011) 107-116.
- [23] ALI JAMSHIDI, D., NAVAEI NIA, B., & VASEGHI AMIRI, JAVAD. (2008). HYDRODYNAMIC PRESSURE IN RESERVOIR OF CONCRETE GRAVITY DAMS UNDER EARTHQUAKE USING LAGRANGIAN AND EULERIAN METHODS. *JOURNAL OF FACULTY OF ENGINEERING (UNIVERSITY OF TEHRAN)*, 41(6 (108)), 709-724.
- [24] K.K. Mandal, D. Maity, Nonlinear finite element analysis of water in rectangular tank, *Ocean Engineering*, 121 (2016) 592-601.
- [25] D. Young, Y. Lin, C. Fan, C. Chiu, The method of fundamental solutions for solving incompressible Navier–Stokes problems, *Engineering analysis with boundary elements*, 33(8-9) (2009) 1031-1044.
- [26] S.M. Zandi, Nonlinear free surface flow with moving boundaries via a local meshless method using exponential basis functions, *Isfahan University of Technology*, (2014) (In persian).