



## Experimental and Analytical Study of the Effect of Skewed Angle on the Bearing Capacity of Semi-circular Brick Vaults

S. Sinaei, E. Izadi Zamanabadi\*, S. J. Hoseini

Department of Department of Civil Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran.

### Review History:

Received: Jan. 30, 2022

Revised: Jan. 30, 2023

Accepted: Feb. 07, 2023

Available Online: Mar. 10, 2023

### Keywords:

Semi-circular brick vault

skewed angle

experimental study

non-linear finite element method

Willam-Warnke failure criterion

**ABSTRACT:** Covering spaces has always been one of the main issues in architectural engineering. Barrel vault is one of the cover types used in traditional structures. In this paper, the effect of skewed angle on the bearing capacity of a semicircular brick vault has been examined by the experimental and numerical study. The Experimental studies have been performed in two parts: determining the properties of materials and determining the bearing capacity of the vault. Due to laboratory limitations, scaled models of materials and structures are made used. The loading of the specimens is the gravitational force with a constant rate in the middle of the span is assumed to be displacement-control. In the following, the nonlinear finite element model related to the barrel vault is developed and validated based on the Willam-Warnke failure criterion parameters. Finally, to investigate the behavior of skewed semi-circular vaults the different angles and aspect ratios is studied by analytical and parametric models. The important behavioral parameters studied in this research are failure load, maximum displacement, and also the behavioral mechanism of skewed vaults in comparison with non-skewed vaults. The results indicate that in all models, the skewed vault has a lower bearing capacity than the non-skewed vault. The maximum drop in bearing capacity due to skew occurs up to the skewed angle of 30 degrees and for larger skewed values, the sensitivity of the structural behavioral parameters to skew decreases. So that for the vault with the aspect ratio of 0.5, with an increase in the angle of skew from zero to 30 degrees, the bearing capacity of the vault decreases 58% and 18.74 for increase from 30° to 45°.

### 1- Introduction

Covering spaces has always been one of the most important concerns of architecture since ancient times. A vault is a structural element used for covering spaces. This structure is practically obtained by extending an arch in depth. It is obvious that the shape of the vault depends on the geometrical shape of the arch from which it is constructed. Historical brick arches in Iran have various names based on their unique geometry. Examples include semi-circular arches, four-centred arches (in three types: Raised, ordinary, and drop), and raised pointed arches (in three types: Raised, ordinary, and drop) [1]. A semi-circular vault, which is itself made up of several semi-circular arches, is a half-bearing and half-decorative vault that can be seen in most historical sites. If the piers of the vault are not parallel to each other, or in other words, if they are not facing each other, the vault used to cover this space is skewed vault. In this type of vault, an angle is created between the edge of the vault and the vertical line, which is called skew angle ( $\alpha$ ). Figure 1 schematically shows a skewed semi-circular vault.

In recent years, numerous researchers have studied and investigated the structural and seismic behavior of this type

of building, and a summary of their findings is presented below. Caro and Morales (2007) [2], Sarhosis et al. (2014) [3], Forgács et al. (2017) [4], Forgács et al. (2018) [5], Hejazi and Sadeghi (2022) [6], and Mahmoudi et al. (2022) [7] are among the most important studies in the field of masonry structures with a focus on brick Vaults. A review of the technical literature on Persian brick masonry barrel vault indicates that the assessment of load-carrying estimation and the effect of skewness on the behavior of semi-circular brick vaults have not been studied extensively. Therefore, investigating the impact of skew angle on the structural behavior of these historical structures is among the research challenges in this field. The main objective of this article is to provide a better and more accurate understanding of skewed brick vaults. In this paper, experimental and analytical comparisons are made between the load-carrying capacity and structural performance of skewed and non-skewed semi-circular brick vaults. The effect of the vault's aspect ratio (the ratio of the span to the vault's depth) is also considered to increase the sampling frequency. Nonlinear finite element analysis and macro analysis in the ANSYS code [8] are used for numerical analysis. The location of plastic joints, load-

\*Corresponding author's email: e.izadi@pci.iaun.ac.ir



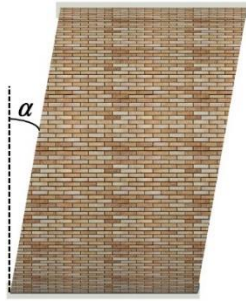


Fig. 1. Schematic of skew brick vault

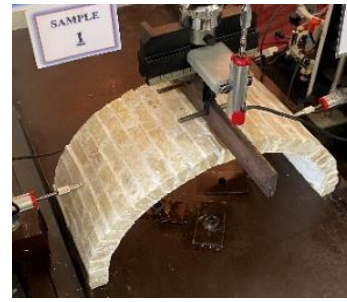


Fig. 2. Experimental model and test configuration

Table 1. Mechanical properties of materials

property	No. of specimens	value
Bulk density	3	1612.44
Young's modulus	4	829.85
Poisson's ratio [9]	-	0.17
Tensile strength	14	1.1
compressive strength	4	7.62

carrying capacity under linear uniform load, stress contours of vaults, the maximum displacement of the vault crown until the moment of collapse, and the comparison of these factors in both skewed and non-skewed vaults are among the issues addressed in this article.

## 2- Experimental study

In this article, laboratory studies are conducted in two stages. First, the mechanical properties of the materials are extracted, which are necessary for developing the required finite element analytical model. In the next stage, laboratory studies are conducted on a Semi-circular brick vault model, and the results of these studies will be used to validate the accuracy of the finite element model.

According to British standards, strength indices for brick and plaster mortal composite vaults are determined. According to these standards, vaults are made and tested to determine their compressive strength, tensile strength, and modulus of elasticity. The mechanical properties of the materials can be summarized based on the average results obtained from laboratory samples, in accordance with Table 1.

a non-skewed brick vault model with a span ( $D$ ) of 350 mm, depth ( $L$ ) of 700 mm (aspect ratio of 2), and a thickness ( $t$ ) of 26 mm is tested. Figure 2 shows the structural failure load test and configuration.

## 3- Failure criterion and validation

The Solid65 element, along with the Willam-Warnke failure criterion [10], is capable of modeling the behavior of brittle and fracture-prone materials such as masonry and brick materials. To validate the developed finite element model, the results of the experimental model were compared with the analytical model results. A finite element model with

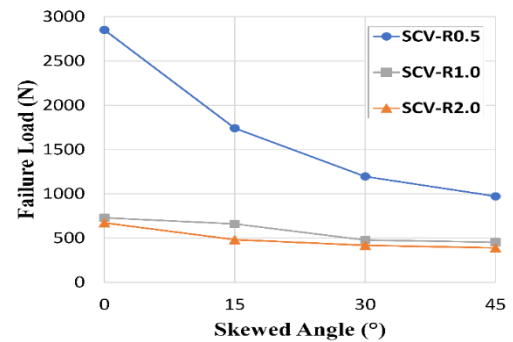


Fig. 3. failure load variations for semi-circular vault

similar geometric specifications as the experimental model was created based on the assumptions of the finite element method and the failure criterion. Acceptable correspondence is observed between the results of the experimental model and the finite element model. In the correspondence in the force-displacement diagram, there is a difference of 6.05% in the failure load and 20.99% in the maximum displacement between the numerical analysis and the experimental specimen.

## 4- Results and discussion

The aspect ratio of the vault refers to the ratio of its span to its depth. Figure 3 shows the sensitivity of capacity and maximum displacement changes concerning the skew angle. The intensity and sensitivity of vault behavior changes in the occurrence of skewness for aspect ratios of 0.5 to 1 are much higher than other ratios. Also, it can be said that the occurrence of skewness does not have a significant effect on vaults with low depth. In other words, when the vault approaches the definition of a curve in terms of geometry.

stress distribution contours are presented for a 45° skewed vault with a 1 aspect ratio (fig. 4).

## 5- Conclusions

Based on the conducted studies, the following results were obtained.

1. The comparison of the load-carrying capacity of the models shows that both in the skewed and non-skewed states,

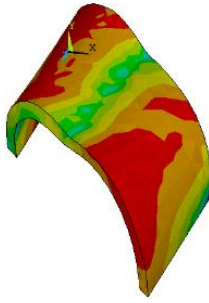


Fig. 4. Stress contour based on Willam-Warnke

as the depth increases, that is when the behavior of the vault deviates from the arch action, the load-carrying capacity increases.

2. One other effect of the skew angle is on the vertical deformation of the vault. In skewed vaults, the diameter is symmetrical, and in non-skewed vaults, it is asymmetrical.

3. The small difference between the results of laboratory experiments and finite element analyses, as well as the approximate geometric location of crack occurrence, which is similar to the maximum stress, confirms the adequacy of the Willam-Warnke failure criterion for better modeling of the behavior of masonry materials.

#### References

- [1] H. Zomarshidi, Dome and Vault Element of Iran, Zaman, Tehran, 2010. (in Persian)
- [2] J. Martín-Caro, G. Morales, Numerical analysis of a load test on a skewed masonry arch bridge, in: ARCH'07: 5th International Conference on Arch Bridges, 2007, pp. 569-576.
- [3] V. Sarhosis, D.V. Oliveira, J.V. Lemos, P.B. Lourenço, The effect of skew angle on the mechanical behaviour of masonry arches, Mechanics Research Communications, 61 (2014) 53-59.
- [4] T. Forgács, V. Sarhosis, K. Bagi, Minimum thickness of semi-circular skewed masonry arches, Engineering Structures, 140 (2017) 317-336.
- [5] T. Forgács, V. Sarhosis, K. Bagi, Influence of construction method on the load bearing capacity of skew masonry arches, Engineering Structures, 168 (2018) 612-627.
- [6] M. Hejazi, R. Sadeghi, Effect of Brick Arrangement on Structural Behaviour of Persian Brick Masonry Barrel Vaults by Micro-Modelling, Engineering Failure Analysis, (2022) 106033.
- [7] P. Mahmoudi, P. Asadi, M.R. Eftekhari, The effect of geometric dimensions on the lateral bearing capacity of the masonry arches, in: Structures, Elsevier, 2022, pp. 1350-1365.
- [8] Basic Analysis Guide for ANSYS 19, in, SAS IP Inc, New York, 2017.
- [9] S.M. Moayedian, M. Hejazi, Stress-strain relationships for scaled gypsum mortar and cement mortar brick masonry, Journal of Building Engineering, 33 (2021) 101861.
- [10] K.J. Willam, Constitutive model for the triaxial behaviour of concrete, Proc. Intl. Assoc. Bridge Structl. Engrs, 19 (1975) 1-30.

#### HOW TO CITE THIS ARTICLE

S. Sinaei, E. Izadi Zamanabadi, S. J. Hoseini, Experimental and Analytical Study of the Effect of Skewed Angle on the Bearing Capacity of Semi-circular Brick Vaults, Amirkabir J. Civil Eng., 55(4) (2023) 193-196.

DOI: 10.22060/ceej.2023.21051.7606







## مطالعه آزمایشگاهی و تحلیلی اثر زاویه اریب بر ظرفیت باربری طاق آجری نیم‌دایره

سعید سینائی، اسماعیل ایزدی زمان آبادی\*، سید جلیل حسینی

گروه مهندسی عمران، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۰/۱۱/۱۰

بازنگری: ۱۴۰۱/۱۱/۱۰

پذیرش: ۱۴۰۱/۱۱/۱۸

ارائه آنلاین: ۱۴۰۱/۱۲/۱۹

### کلمات کلیدی:

طاق آجری نیم‌دایره

زاویه‌ی اریب

مطالعه‌ی آزمایشگاهی

روش المان محدود غیرخطی

معیار شکست ویلام-وارنک

**خلاصه:** پوشش دهی فضاها همواره یکی از مهم‌ترین مسائل در مهندسی معماری بوده است. یکی از انواع پوشش‌های به کار رفته در ساختمان‌های کهن، طاق آهنگ می‌باشد. در این مقاله به کمک مطالعات آزمایشگاهی و تحلیلی به بررسی اثر زاویه اریب بر ظرفیت باربری طاق آهنگ آجری نیم‌دایره پرداخته می‌شود. مطالعات آزمایشگاهی در دو قسمت تعیین مشخصات مصالح و تعیین ظرفیت باربری طاق انجام شده است. در این مرحله به دلیل محدودیت‌های آزمایشگاهی از مدل‌های مقیاس شده استفاده می‌شود. بارگذاری نمونه‌ها بصورت ثقلی با آهنگ ثابت در وسط دهانه به صورت تغییر مکان-کنترل فرض شده است. در ادامه مدل تحلیلی المان محدود غیرخطی مربوط به طاق آهنگ بر مبنای پارامترهای معیار شکست ویلام-وارنک توسعه یافته و مورد صحت سنجی قرار می‌گیرد. در نهایت مطالعات تحلیلی و پارامتریک به منظور بررسی رفتاری طاق‌های اریب نیم‌دایره با زوایا و نسبت‌های ابعادی مختلف در دستور کار قرار گرفته است. پارامترهای رفتاری مهم مورد مطالعه در این تحقیق شامل بار شکست، بیشینه تغییر مکان و همچنین مکانیسم رفتاری طاق‌های مورب در مقایسه با طاق غیر مورب می‌باشد. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که در تمامی مدل‌های مورد مطالعه، طاق مورب از ظرفیت باربری کمتری نسبت به طاق غیرمورب برخوردار است. بیشترین افت ظرفیت باربری در اثر تورب تا زاویه‌ی اریب ۳۰ درجه اتفاق افتاده و برای مقادیر اریبی بزرگتر از ۳۰ درجه از حساسیت پارامترهای رفتاری سازه نسبت به تورب کاسته می‌شود. به طوری که برای طاق با نسبت ابعاد ۰/۵ با افزایش زاویه‌ی اریب از صفر تا ۳۰ درجه ۵۸ درصد و از ۳۰ درجه تا ۴۵ درجه ۱۸/۷۴ درصد ظرفیت باربری طاق کاهش می‌یابد.

### ۱- مقدمه

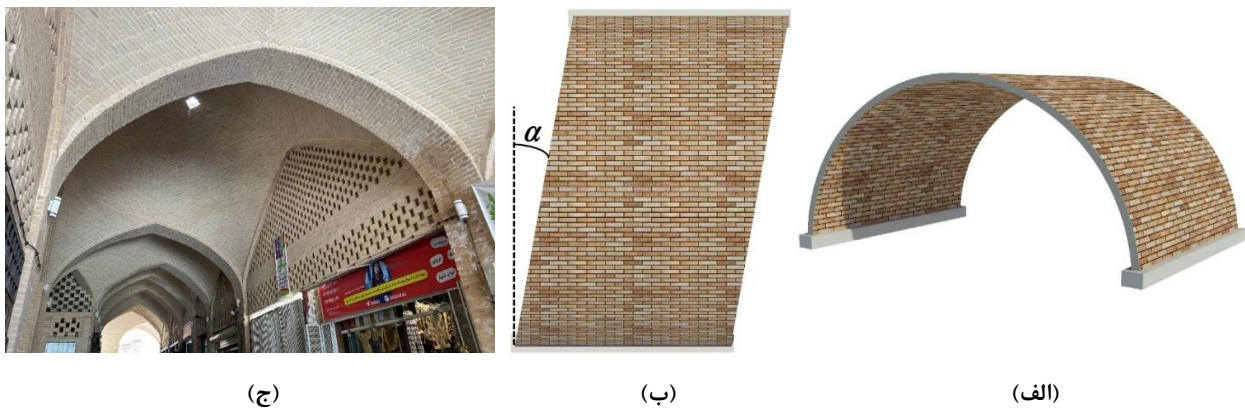
معماری بوده است. طاق آهنگ سازه‌ای است که برای پوشش فضاها به کار می‌رود. این سازه عملاً از بسط یک قوس در عمق حاصل می‌شود. پر واضح است که شکل طاق وابسته به شکل هندسی قوسی است که از آن ساخته شده است. قوس‌های تاریخی آجری ایرانی با توجه به هندسه‌ی خاص‌شان دارای نام‌های گوناگون هستند که می‌توان از انواع آن‌ها به قوس‌های نیم‌دایره، پنج‌اوهفت (در سه نوع تند، معمولی و کند) و شاخ بزی (در سه نوع تند، معمولی و کند) اشاره کرد [۱]. طاق‌های نیم‌دایره که خود از تعدادی قوس نیم‌دایره حاصل می‌شود، طاقی است نیمه باربر و نیمه تزئینی که در اغلب اماکن تاریخی مشاهده می‌شود. اگر پایه‌های طاق به موازات یکدیگر نباشند یا به عبارتی دیگر رو به روی یکدیگر قرار نگرفته باشند طاقی که برای پوشش این فضا ساخته می‌شود یک طاق مورب می‌باشد. در این نوع طاق‌ها زاویه‌ای بین لبه طاق با راستای قائم ایجاد شده که به آن زاویه اریب ( $\alpha$ ) گفته می‌شود. شکل ۱-ب به صورت شماتیک یک طاق مورب نیم‌دایره

سازه‌های سنتی فراوان در سرتاسر این سرزمین به مهندسی معماری و سازه ایران اعتبار خاصی بخشیده است. از جمله این سازه‌های سنتی می‌توان به گنبدها، طاق‌ها و قوس‌ها اشاره کرد. طاق‌ها بخشی از سازه‌های سنتی و معماری ایران هستند که در دوره‌های مختلف تاریخی اجرا شده‌اند. مطالعات بسیاری بر روی سازه‌های پوسته‌ای و تاریخچه‌ی آنها صورت گرفته و بررسی طاق‌های آجری نیز هیچ‌گاه دور از نظر نمانده است. با اینکه تاکنون مطالعاتی در حوزه‌های مختلف، توسط پژوهشگران بر روی رفتار انواع طاق‌ها انجام گرفته ولی باز هم با توجه امکانات امروزی و ضرورت به شناخت رفتار هرچه دقیق‌تر این سازه‌ها در راستای مرمت و نگهداری آنها، تحقیق و مطالعه در این زمینه برای پژوهشگران مورد توجه می‌باشد.

پوشش دهی فضاها همواره از دیرباز یکی از مهم‌ترین دغدغه‌های

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: e.izadi@pci.iaun.ac.ir





شکل ۱. طاق آجری مورب نیم‌دایره، الف) نمای سه بعدی، ب) پلان و ج) طاق آجری مورب واقع در بازارچه حکیم اصفهان (خیابان حکیم)

Fig. 1. Skew semi-circular brick vault, a) 3D view, b) plan view and c) skew brick vault in Isfahan (Hakin Street)

گسسته در محیط نرم‌افزار 3DEC اثر زاویه‌ی اریب را برای ۴ نمونه از هندسه‌های گوناگون طاق‌های یک دهانه‌ی ساخته شده از سنگ به دست آوردند. در این مطالعه اثر حضور ملات و ضخامت آن در این تحقیق در نظر گرفته نشده و یک بار گسترده‌ی خطی با شدت یکنواخت به صورت سراسری در ربع دهانه و به صورت تدریجی تا لحظه نظیر فروریزش طاق اعمال شده است. نتایج تحقیق نشان داد که با افزایش زاویه‌ی اریب رفتار پیچشی طاق مورب نیز افزایش می‌یابد و در نهایت سبب شکست طاق در بارهای کمتر می‌گردد. همچنین اثر زاویه‌ی اریب روی بار نهایی طاق‌های با المان‌های گسسته و تفکیک‌پذیر (قطعه‌ای) به طور قابل ملاحظه‌ای نسبت به طاق‌های دایره‌ای بیشتر است. فورگکس<sup>۲</sup> و همکاران [۴] در سال ۲۰۱۷ به مطالعه‌ی حداقل ضخامت طاق‌های مورب نیم‌دایره پرداختند. روش تحلیلی آنها روش المان‌های گسسته بوده و برای این منظور از نرم‌افزار 3DEC بهره برده‌اند. حداقل ضخامت طاق مورب نیم‌دایره فقط تحت تأثیر وزن خود طاق محاسبه شده است. متغیرهای این پژوهش شامل زاویه اریب طاق، روش ساخت، اندازه واحدهای بنایی و مقاومت اصطکاکی بین واحدهای بنایی می‌باشد. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که روش ساخت طاق‌های مورب و زاویه‌ی اریب آنها تأثیر به‌سزایی در حداقل ضخامت طاق دارد. فورگکس و همکاران [۵] در سال ۲۰۱۸ به بررسی اثر روش ساخت بر روی ظرفیت باربری طاق‌های آجری مورب پرداخته‌اند. ایشان به سه روش ساخت ساده، ماریچی و لگاریتمی در طاق آهنگ‌های تاریخی در اروپا اشاره کرده‌اند. از این سه روش دو نوع ماریچی و لگاریتمی در معماری ایران دیده نمی‌شوند.

را نشان می‌دهد. مطابق با شکل ۱ بدیهی است اگر  $\alpha = 0^\circ$  باشد شرایط طاق غیرمورب اتفاق می‌افتد.

در سقف بناهای تاریخی و بازار و بازارچه‌های مسقف طاق‌های مورب دیده می‌شوند. شکل ۱-ج نمونه یک طاق مورب را در بازارچه حکیم واقع در خیابان حکیم اصفهان نشان می‌دهد.

قدمت سازه‌های سنتی و به خصوص طاق‌ها به صدها و چه بسا به هزاران سال قبل بر می‌گردد. در سال‌های اخیر پژوهشگران متعددی به بررسی و مطالعه رفتار سازه‌ای و لرزه‌ای این دسته از بناها پرداخته‌اند که در ادامه به گزیده‌ای از آنها اشاره می‌شود.

کارو و مورالس<sup>۱</sup> [۲] در سال ۲۰۰۷ به تحلیل عددی پل آجری مورب تحت بار ثقلی پرداخته‌اند. ایشان با ایده از پل راه‌آهن بارسلونا یک پل چند دهانه را تحت بار ثقلی در موقعیت‌های گوناگون قرار داده‌اند. نتایج این پژوهش نشان داد که شکل هندسی پل و مشخصات واحدهای تشکیل دهنده (آجرها) بر ظرفیت باربری آن بسیار موثر است. همچنین در اثر تحمل بار ثقلی، پایه‌های پل مورب در راستای عمود بر پایه‌ها دچار پیچش معناداری می‌شوند لذا سختی پایه‌ها برای تحمل این پیچش باید طراحی گردد. مهم‌ترین دستاورد این پژوهش ارائه یک مدل تحلیلی بین اثر تورب با تغییر مکان ایجاد شده در پایه‌های پل می‌باشد. سرهوسیس<sup>۲</sup> و همکاران [۳] در سال ۲۰۱۴ به بررسی اثر زاویه‌ی اریب بر روی رفتار مکانیکی طاق‌ها پرداخته‌اند. آنان به کمک مدل‌های تحلیلی سه بعدی و روش المان‌های

1 Caro and Morales

2 Sarhosis

پل‌ها، سطح مقطع پایه‌ها و شتاب زلزله‌های اعمالی بوده است. نتایج نشان دهنده تغییرات قابل ملاحظه در شکل‌پذیری، مقاومت و سختی سازه هنگام تحلیل لرزه‌ای است. به عنوان نمونه در هنگام اعمال نیروی زلزله با رشد و توسعه ترک‌ها از سختی سازه به طور پیوسته کاسته ولی شکل‌پذیری سازه برای امکان تغییر مکان‌های بزرگ‌تر باقی می‌ماند. دل‌اندیس<sup>۵</sup> و همکاران [۱۱] در سال ۲۰۲۱ به بررسی تاثیرات نقص‌های احتمالی طاق پاپویون بر روی رفتار سازه‌ای آن پرداخته‌اند. از روش ال‌مان‌های گسسته برای شبیه سازی عددی و سه بعدی و مدل‌های مقیاس شده‌ی آزمایشگاهی ساخته شده به روش پرینت سه بعدی برای این منظور استفاده شده است. بر اساس نتایج این تحقیق نقص‌های هندسی مانند نشست افقی تکیه‌گاه بر ظرفیت سازه موثر بوده و مسیر توسعه ترک را تغییر می‌دهد. حجازی و صادقی [۱۲] در سال ۲۰۲۲ به مطالعه ارتباط بین اثر نشست و دوران پایه‌ها با چپش آجرها در ساخت طاق آهنگ پرداخته‌اند. عملکرد طاق آجری با چپش‌های رومی و ضربی که متداول‌ترین الگوهای ساخت در سازه‌های سنتی ایران است، بررسی می‌گردد. نتایج نشان می‌دهد در دوران پایه‌ها چپش آجرها به روش ضربی به مراتب عملکرد بهتری نسبت به چپش آجرها به روش رومی در طاق پنج‌اوهفت و شاخ بزی دارد ولی در طاق نیم دایره چپش رومی از ضربی بهتر است. محمودی و همکاران [۱۳] در سال ۲۰۲۲ با الهام از مسجد گناباد به مطالعه رفتار قوس‌ها و طاق‌های آجری پنج‌اوهفت پرداخته‌اند. هدف اصلی در تحقیق ایشان، تخمین ظرفیت باربری جانبی برای این دسته از سازه‌هاست. مشخصات مصالح در آزمایشگاه بدست آمده و سایر تحلیل‌ها به روش ال‌مان محدود انجام شده است. نتایج نشان می‌دهد نسبت ضخامت به پهنای پایه در حالت بهینه برای قوس یا طاق پنج او هفت برای عملکرد بهتر در برابر بار جانبی ۰/۲۴ می‌باشد. در سال ۲۰۲۳ مطالعه رفتار طاق آهنگ آجری در اثر نشست پایه با الگوهای چپش آجر بصورت شعاعی و قائم توسط روسلی<sup>۶</sup> و همکاران [۱۴] ادامه پیدا کرده است. این مطالعه بصورت آزمایشگاهی و با مقیاس ۱:۵ برای اجزای تشکیل دهنده و ملات سیمان استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد نحوه‌ی آرایش آجرها تاثیر چشمگیری بر الگوهای توسعه‌ی ترک‌ها، مکانیزم شکست و ظرفیت باربری دارد. مروری بر ادبیات فنی موجود در زمینه‌ی طاق آهنگ‌های آجری ایرانی نشان می‌دهد ارزیابی ظرفیت باربری طاق آهنگ آجری نیم‌دایره و اثر تورب بر رفتار آن مورد توجه قرار نگرفته و لذا بررسی تاثیر زاویه اریب بر رفتار سازه‌ای این دسته از بناهای تاریخی در زمره چالش‌های تحقیقاتی

این پژوهشگران به مقایسه ظرفیت باربری این سه روش ساخت در برابر یک بار خطی یکنواخت که کل طول طاق را در بر می‌گیرد، پرداخته‌اند. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که برای طاق‌های ساخته شده از روش ساده با افزایش زاویه اریب لغزش بین واحدهای بنایی افزایش یافته و بار شکست کاهش می‌یابد. ناگاس<sup>۱</sup> و همکاران [۶] در سال ۲۰۱۸، رفتار پل‌های قوسی شکل را تحت نشست پایه بوسیله‌ی تحلیل ال‌مان محدود مطالعه کرده‌اند. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که نشست پایه در پل‌های قوسی شکل بنایی تحت بار بهره‌برداری موجب تغییر شکل‌های بسیار زیاد در سازه شده که پایداری آن را به خطر می‌اندازد. آنجلیو<sup>۲</sup> و همکاران [۷] در سال ۲۰۱۹ به یک مدل پارامتری جدید برای طاق‌های بنایی نواربندی شده دست یافتند. با بسط روابط ریاضی مبتنی بر ال‌مان محدود بر مختصات سازه و حل تعداد بسیاری از مدل‌ها سرانجام این مطالعه موفق به ایجاد یک مدل پارامتری شد که تنها با تغییر در پارامترهای ورودی طاق چهار وجهی و یا شش وجهی مدل و تحلیل می‌گردد. آلفورنو<sup>۳</sup> و همکاران [۸] در سال ۲۰۱۹ به روش ال‌مان محدود با دیدگاه میکرو به بررسی اثر چپش آجرها بر رفتار طاق آهنگ‌ها و طاق‌های متقاطع پرداخته‌اند. پارامتر اصلی این تحقیق عکس العمل سازه با چپش‌های مختلف در برابر نشست پایه است. مشاهدات نشان می‌دهد الگوهای ساخت مختلف بر پاسخ عکس‌العمل‌های تکیه گاهی و سختی سازه موثر است. حجازی و سلطانی [۹] در سال ۲۰۲۰ به بررسی تحلیلی پارامترهای مؤثر بر رفتار سازه‌ای کونال و کنو در طاق‌آهنگ‌های آجری ایرانی پرداختند. نتایج حاصل از تحلیل‌ها نشان داد که تحت بار ثقیل، قرارگیری کنوها به‌صورت هم‌سطح با طاق‌های سازه مناسب‌ترین حالت اجرای کنو می‌باشد که ظرفیت باربری بیشتری دارد. در تحلیل این سازه‌ها تحت بار زلزله، همه نمونه‌ها دچار شکست شده و کنو تاثیر معناداری روی رفتار لرزه‌ای ایجاد نکرده است. اثر کنو در حضور سایر بارها از جمله نشست پایه‌ها، دوران پایه‌ها و حرارت (تغییرات دما) نیز مورد بررسی قرار گرفته است. تحلیل لرزه‌ای غیرخطی پل‌های آجری چند دهانه مورد توجه زامپیری<sup>۴</sup> و همکاران [۱۰] در سال ۲۰۲۱ قرار گرفته است. ایشان اثر شکل هندسی دهانه‌ها و مصالح مصرفی را در پایداری لرزه‌ای این دسته از سازه‌ها بررسی نمودند. هندسه‌ی پل‌ها عملاً طاق‌های نیم‌دایره‌ای است که کونال سازی شده است. متغیرهای این تحقیق به طور خاص ابعاد پرکننده‌ها روی دهانه

- 1 Naggase
- 2 Angjeliu
- 3 Alforno
- 4 Zampieri

5 Dell'Endice  
6 Roselli

بشمار می‌رود.

۱:۴ روی هر یک از ابعاد آجر فشاری مرسوم با ابعاد تقریبی  $22/4 \text{ cm}^3$   
 $10/4 \times 6/8$  آجرهای مقیاس شده این مقاله با ابعاد تقریبی  $5/6 \text{ cm}^3$   
 $2/6 \times 1/7$  حاصل می‌شود. کلیه آزمایش‌ها در مجموعه آزمایشگاه‌های  
 مهندسی عمران دانشگاه آزاد نجف آباد و با دستگاه کشش-فشار  $25000 \text{ kg}$   
 (UTM-25) انجام شده است.

اولین گام در ساخت منشورهای ترکیب آجر و ملات که به آنها دیوارهای  
 آجری<sup>۱</sup> نیز گفته می‌شود، تعیین نسبت آب به گچ نرمال ( $\frac{W}{G}$ ) بر اساس  
 [۱۶] BS EN 13279-2 می‌باشد. مطابق با آزمایش مذکور مقدار  
 نسبت آب به گچ برابر با  $0/65$  بدست آمده است. جهت تعیین شاخص‌های  
 مکانیکی مصالح، دیوارها (منشورها) آجری با نسبت آب به گچ  $0/65$  بر  
 اساس استانداردهای مرتبط ساخته شده است (شکل ۳). مدول الاستیسیته و  
 مقاومت فشاری از آزمایش فشار درون صفحه تک محوره مشخص می‌شود.  
 مقاومت کششی دیوارهای مقیاس شده به صورت غیرمستقیم و از آزمایش  
 خمش چهار نقطه‌ای در دو حالت عمود بر درز ملات و موازی با درز ملات  
 بدست می‌آید. تعداد نمونه‌ها و شکست آنها بعد از آزمایش در شکل ۲ دیده  
 می‌شود.

از میانگین نتایج حاصل شده از نمونه‌های آزمایشگاهی می‌توان  
 خصوصیات مکانیکی مصالح را مطابق با جدول ۱ جمع‌بندی کرد.

## ۲-۲- مطالعه آزمایشگاهی طاق نیم‌دایره

یک مدل طاق آجری غیرمورب با دهانه  $(D)$   $350 \text{ mm}$ ، عمق  $(L)$   
 $700 \text{ mm}$  (نسبت ابعاد ۲) و ضخامت  $(t)$   $26 \text{ mm}$  با دو عدد فراوانی تحت  
 آزمایش تعیین بار شکست قرار می‌گیرد. در این مدل از الگوی ساخت رومی  
 برای بافت طاق (ساختار چینش آجرها) استفاده شده است. پارامترهای طاق  
 نیم‌دایره و نمونه‌ی ساخته شده مطابق شکل ۴ می‌باشد.

ساخت نمونه‌ها در آزمایشگاه به کمک یک قالب فلزی انجام شده که  
 الزامات قوس نیم‌دایره را مطابق با شکل ۴-ب ارضا می‌کند [۲۱].

۱- محور عمودی به فاصله نصف دهانه و محور افقی عمود بر محور  
 قائم ترسیم می‌گردد.

۲- دو پایه از نقاط  $A$  و  $B$  به فاصله نصف دهانه از محور عمودی به  
 موازات هم رسم می‌گردد.

۳- از نقطه  $O$  مرکز تقاطع دو محور افقی و عمودی، شعاع  $R$  به اندازه  
 نصف دهانه از نقطه  $A$  یا  $B$  شروع و پس از عبور از نقطه  $C$  یعنی خیز، به

مهم‌ترین هدف این مقاله ارائه شناخت بهتر و دقیق‌تر طاق‌های آجری  
 مورب است چرا که بدون شک با علم هر چه دقیق‌تر از رفتار سازه‌های  
 سستی موجود می‌توان اقدامات بهتر و صحیح‌تری در راستای حفظ، بهسازی  
 و مرمت آنها انجام داد. در این مقاله به صورت آزمایشگاهی و تحلیلی به  
 مقایسه ظرفیت باربری و عملکرد سازه‌های طاق‌های آجری مورب و غیر  
 مورب نیم‌دایره پرداخته می‌شود. جهت افزایش فراوانی نمونه‌ها اثر نسبت  
 ابعاد طاق (نسبت دهانه به عمق طاق) نیز در نظر گرفته می‌شود. به دلیل  
 محدودیت‌های آزمایشگاهی از مدل‌های مقیاس شده استفاده می‌گردد. جهت  
 تحلیل عددی از روش المان محدود غیرخطی و تحلیل ماکرو در محیط  
 نرم‌افزار ANSYS [۱۵] استفاده می‌شود. محل تشکیل مفاصل پلاستیک،  
 ظرفیت باربری در تحمل یک بار خطی یکنواخت، کانتورهای تنش طاق‌ها،  
 بیشینه تغییر مکان تاج طاق تا لحظه نظیر فرو ریزش طاق و مقایسه هر یک  
 از موارد در دو حالت مورب و غیر مورب جهت بحث روی نقش زاویه‌ی اریب،  
 از جمله مسائلی است که در این مقاله مورد توجه قرار گرفته است.

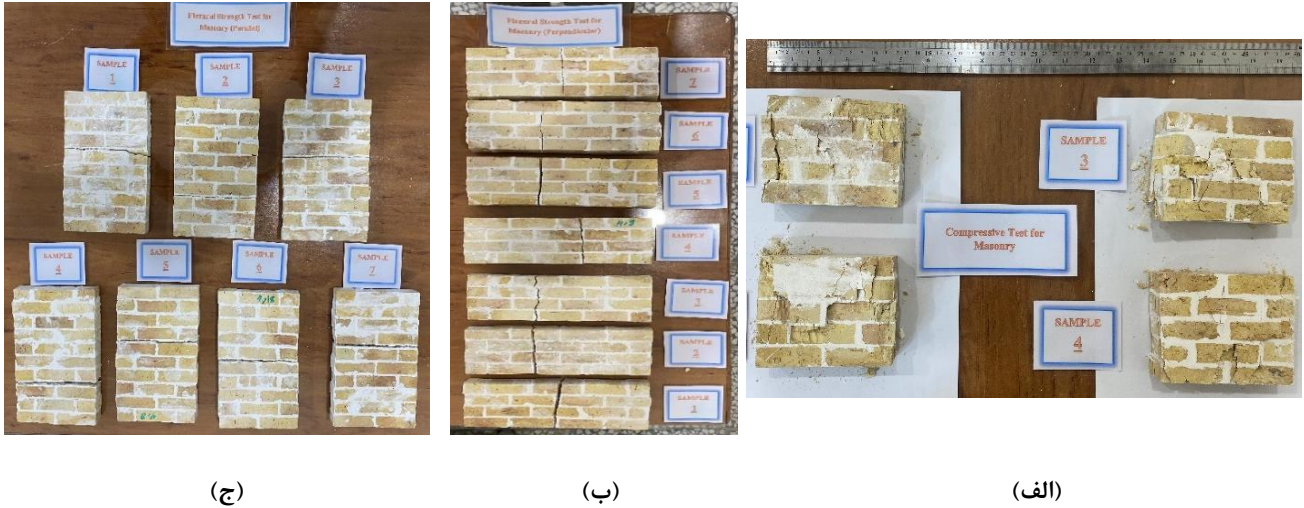
## ۲- مطالعات آزمایشگاهی

در این مقاله مطالعات آزمایشگاهی در دو مرحله انجام می‌شود. ابتدا  
 به استخراج خواص مکانیکی مصالح پرداخته شده که برای توسعه مدل  
 تحلیلی المان محدود مورد نیاز است. در مرحله بعد به مطالعات آزمایشگاهی  
 روی مدل آزمایشگاهی طاق آجری نیم دایره پرداخته می‌شود که نتایج این  
 مطالعات در صحت سنجی مدل المان محدود کاربرد خواهد داشت.

### ۲-۱- خصوصیات مکانیکی مصالح

بناهای آجری از ترکیب آجر بعنوان واحدهای سازنده و ملات خاک رس  
 یا ملات گچ بعنوان ملات بین واحدها ساخته می‌شوند. درک رفتار هرچه بهتر  
 و دقیق‌تر یک بنای آجری قطعاً وابسته به شناخت هرچه بهتر عناصر تشکیل  
 دهنده آن است. از همین رو به کمک استانداردهای بریتانیا، شاخص‌های  
 مقاومتی برای منشورهای ترکیب آجر و ملات گچ تعیین می‌گردد. طبق  
 استانداردهای مذکور برای تعیین مقامت فشاری، مقاومت کششی و مدول  
 الاستیسیته منشورهایی ساخته و مورد آزمایش قرار می‌گیرند. در طاق‌های  
 مفروض این مقاله از آجرهای فشاری رسی بعنوان واحدهای سازنده و از  
 ملات گچ به عنوان ملات بین آجرها استفاده می‌شود. به دلیل محدودیت‌های  
 آزمایشگاهی و کنترل هزینه‌های آزمایش در ساخت نمونه‌ها از مدل‌های  
 مقیاس شده با مقیاس ۱:۴ استفاده می‌شود. به عبارت دیگر با لحاظ مقیاس





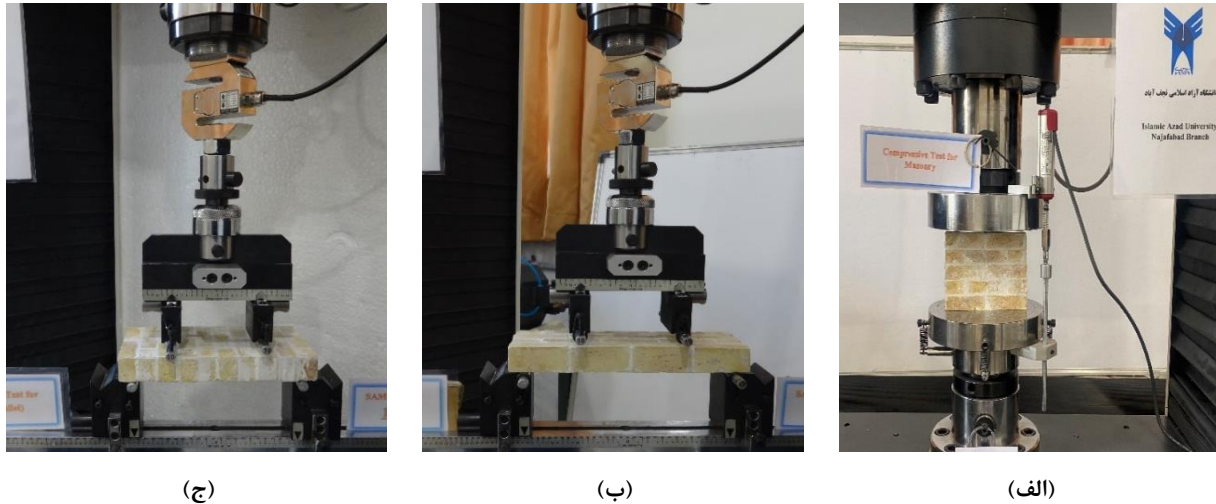
شکل ۲. نمونه‌های آزمایش شده: الف) نمونه‌های شکسته شده در سنجش مقاومت فشاری، ب) نمونه‌های شکسته شده در سنجش مقاومت خمشی در حالت عمود بر درز ملات و ج) نمونه‌های شکسته شده در سنجش مقاومت خمشی در حالت موازی با درز ملات

Fig. 2. Experimental specimens: a) specimens in compressive strength test, b) specimens in flexural strength test (perpendicular state), c) specimens in flexural strength test (parallel state)

جدول ۱. خواص مکانیکی مصالح

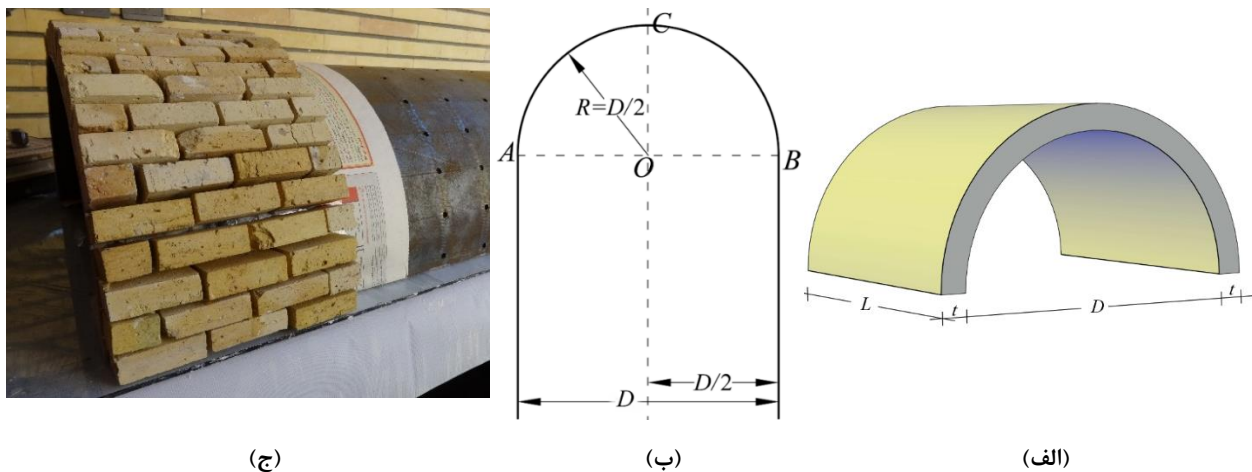
Table 1. Mechanical properties of materials

مقدار	تعداد نمونه آزمایش شده	استاندارد	واحد	مشخصه
۱۶۱۲/۴۴	۳	BS EN 13279-2 [16]	kg/m <sup>3</sup>	جرم مخصوص ( $\rho$ )
۸۲۹/۸۵	۴	BS EN 1881-121 [17]	MPa	مدول الاستیسیته ( $E$ )
۰/۱۷	-	-	-	ضریب پواسون ( $\nu$ ) [18]
۱/۱	۱۴	BS EN 1052-2 [19]	MPa	مقاومت کششی ( $f_t$ )
۷/۶۲	۴	BS EN 1052-1 [20]	MPa	مقاومت فشاری ( $f_c$ )



شکل ۳. آزمایش‌های تعیین خصوصیات مکانیکی مصالح: الف) سنجش مقاومت فشاری، ب) سنجش مقاومت خمشی (کشش غیرمستقیم) در حالت عمود بر درز ملات و ج) سنجش مقاومت خمشی (کشش غیرمستقیم) در حالت موازی با درز ملات

Fig. 3. Mechanical properties tests: a) compressive strength, b) flexural strength (perpendicular) and c) flexural strength (parallel)



شکل ۴. طاق نیم‌دایره: الف) طرح شماتیک، ب) طرح هندسی قوس نیم‌دایره [۲۱] و ج) ساخت نمونه قبل از تزریق ملات گچ

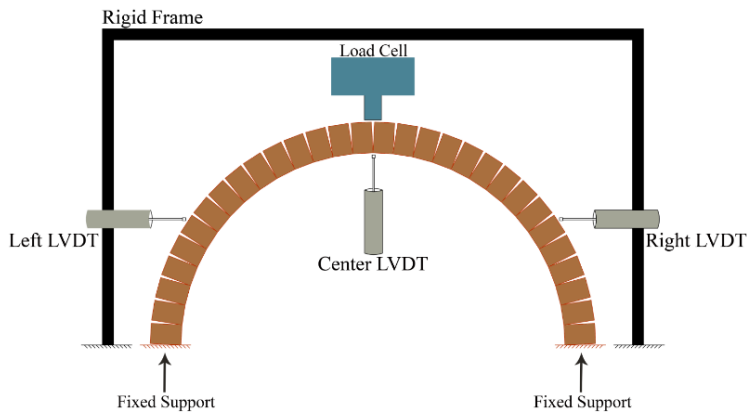
Fig. 4. Semi-circular vault: a) schematic design, b) geometric design of semi-circular arch and c) experimental specimen before injection gypsum mortar

شرایط تکیه گاهی به صورت گیردار برای هر دو طرف فراهم شده و آزمایش به صورت تغییرمکان-کنترل انجام شده است. یک صفحه صلب فولادی نیز در زیر سازه قرار گرفته تا شرایط تکیه گاهی ثابت را تأمین کند. لازم به ذکر است یک بار خطی یکنواخت با آهنگ ثابت تا لحظه‌ی نظیر شکست در تاج طاق (نصف دهانه) سازه اعمال می‌شود. از سه سنسور ثبت تغییر مکان

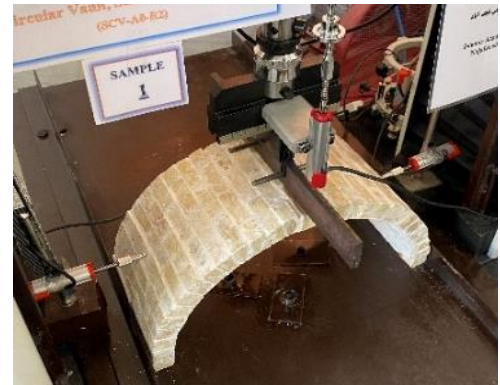
ضلع مقابل ختم و نیم‌دایره رسم می‌شود.

شکل ۴-ب نحوه ترسیم یک قوس نیم‌دایره را نشان می‌دهد. در شکل ۴-ب نقطه  $C$ ، راس یا تاج قوس، نقاط  $A$  و  $B$ ، پا کارهای قوس هستند. منظور از  $D$ ، قطر قوس نیم‌دایره یا همان دهانه قوس و  $R$  نیز شعاع قوس می‌باشد.

ملات بین واحدهای آجری با نسبت آب به گچ  $0/65$  تهیه می‌شود.



(ب)

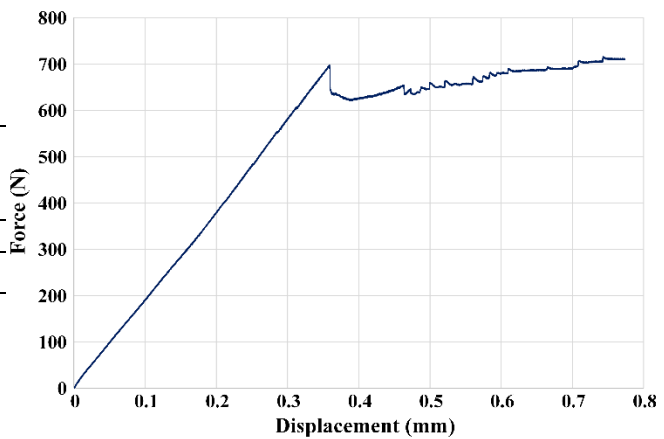


(الف)

شکل ۵. طاق آجری نیم‌دایره غیرمورب با نسبت ابعاد ۲: الف) آزمایش اعمال بار و ب) پیکربندی نمونه‌ی آزمایشگاهی

Fig. 5. Non-skew semi-circular brick vault with R=2.0: a) loading test and b) experimental set-up

No. of Specimen	Failure Load (N)	Max. Displacement (mm)
1 <sup>st</sup> Specimen	715.7	0.773
2 <sup>nd</sup> specimen	-	-



شکل ۶. نمودار نیرو-تغییر مکان و نتایج طاق آجری نیم‌دایره غیر مورب با نسبت ابعاد ۲/۰

Fig. 6. Force-displacement diagram and results of non-skew semi-circular brick vault with R=2.0

۲/۵ تنی برای اعمال بار و دستگاه ثبت کننده داده‌ها<sup>۱</sup> برای خروجی سنسورها و لودسل استفاده شده است. از خروجی سنسور مرکزی که تغییر مکان تاج طاق می‌باشد، نمودار نیرو-تغییر مکان برای دو نمونه از مدل معرفی شده طاق ارائه می‌شود (شکل ۶).

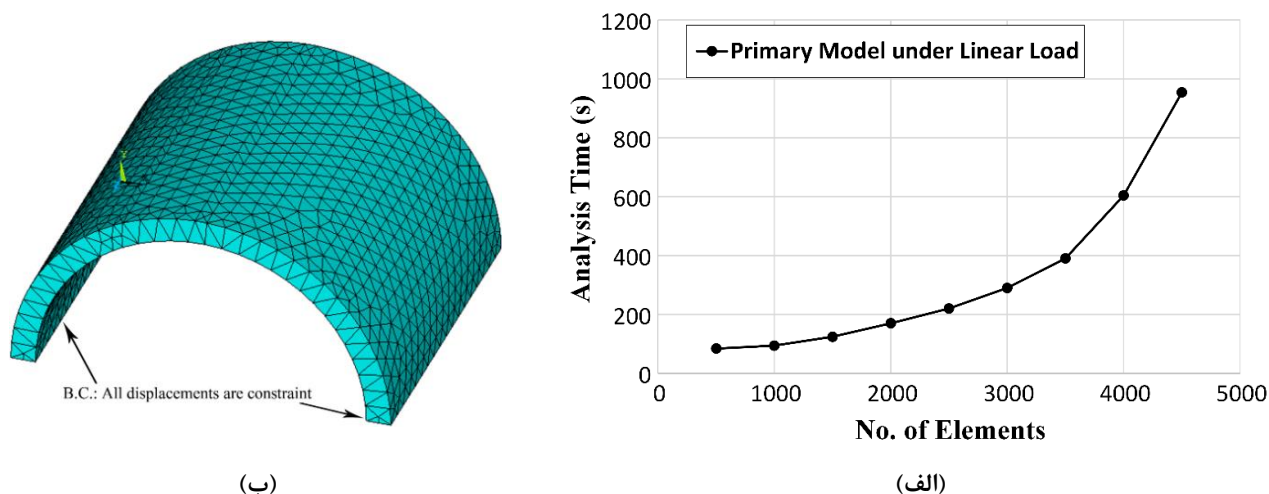
لازم به ذکر است که نمونه‌ی دوم با عبور از بیشینه ظرفیت باربری با یک افت ناگهانی شکسته شده و به همین دلیل قبل از تغییر مکان‌های

(LVDT<sup>۱</sup>) برای ثبت تغییر مکان طاق تحت تحمل بار استفاده می‌شود. شکل ۵ آزمایش تعیین بار شکست سازه و پیکربندی انجام آزمایش را نشان می‌دهد.

مطابق با شکل ۵، یک سنسور در نیم دهانه چپ، یک سنسور در نیم دهانه راست و یک سنسور در تاج (وسط دهانه) تعبیه شده است. از لودسل<sup>۲</sup>

3 Data logger

1 Linear Variable Differential Transformer  
2 Load Cell



شکل ۷. الف) شبکه بندی و ب) نمودار زمان تحلیل در برابر تعداد المان

Fig. 7. a) meshing, b) analysis time versus No. of elements diagram

به علت ایجاد شباهت هرچه بیشتر شرایط مدل تحلیلی با مدل آزمایشگاهی و همچنین بر اساس یافته‌های حجازی و سلطانی [۹]، بار خطی بر روی سطحی به عرض  $0.1\text{ m}$  و در طولی برابر با عمق طاق اعمال می‌شود. برای محاسبه بار شکست سازه تحت بار ثقلی یکنواخت در وسط دهانه، از تحلیل استاتیکی غیرخطی استفاده شده است. بار در نقطه اثر خود اعمال و با آهنگ ثابت و تدریجی تا لحظه شکست سازه افزایش می‌یابد. در حل غیرخطی داده‌ها از روش نیوتن-رفسون استفاده شده است.

به منظور اطمینان از تعداد کافی و مناسب تعداد المان‌ها در تحلیل المان محدود، همگرایی پاسخ‌ها در تحلیل‌های متنوع مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور نتایج تغییر مکان قائم دو نقطه دلخواه برای شبکه‌بندی‌های مختلف با اندازه المان‌های متغیر با یکدیگر مقایسه می‌شوند. هرگاه تفاوت نتایج حاصل شده در تحلیل‌های مقدماتی کمتر از  $5\%$  باشد اندازه و تعداد المان به همگرایی رسیده و مقدار بهینه اندازه المان حاصل می‌شود (جدول ۲). بدیهی است انتخاب اندازه‌های کوچک‌تر از مقدار بهینه منطقی نیست چرا که زمان پردازش و تحلیل سازه بیش از حد طولانی می‌گردد. مقدار بهینه اندازه المان در تحلیل‌های مقدماتی نشان می‌دهد برای مدل‌های این مقاله تعداد المان‌ها در بازه‌ی بین ۱۰۰۰ تا ۳۵۰۰ المان می‌باشد (شکل ۷). تعداد المان در بازه معرفی شده بستگی به زاویه اریب و نسبت ابعاد سازه دارد. همان طور که در شکل ۷ دیده می‌شود در صورت انتخاب بیش از ۳۵۰۰

بزرگتر متوقف می‌شود. پس از بررسی نمونه‌ی شکسته شده مشخص گردید که این نمونه به علت نقص ضمن ساخت و وجود درز سرد در فصل مشترک بین ملات و آجر چنین رفتاری داشته است. بر همین اساس نمونه‌ی دوم این مدل حذف و رفتار نمونه‌ی اول به عنوان رفتار این مدل طاق در نظر گرفته می‌شود.

### ۳- توسعه مدل المان محدود، معیار شکست و صحت سنجی

#### ۳-۱- توسعه مدل المان محدود

جهت تحلیل عددی از روش المان محدود غیرخطی و نرم‌افزار AN-SYS استفاده شده است. از المان‌های چهار گره‌ای چهار وجهی و هشت گره‌ای شش وجهی از نوع Solid65 با سه درجه آزادی انتقالی در هر گره استفاده شده است. المان Solid65 به همراه معیار شکست ویلام-وارنک [۲۲] قادر است رفتار مصالح ترد و شکننده مانند مصالح بنایی و آجری را به خوبی مدل کند. در تحلیل طاق‌ها از دیدگاه ماکرو برای مدل‌سازی عددی استفاده شده است. در این دیدگاه آجرها، ملات بین آنها و سطح تماس با یکدیگر به صورت یکپارچه و بر اساس خصوصیات مصالح همگن فرض می‌شوند. شرایط مرزی برای پایه‌های طاق به صورت گیردار مفروض است. نحوه‌ی اعمال بار خطی بر روی سازه در مدل المان محدود باید به گونه‌ای باشد که تمرکز تنش در زیر نقاط اثر بار ایجاد نشود. بدین منظور

**جدول ۲. همگرایی تعداد المان**

**Table 2. Convergence of No. of elements**

تعداد المان (m)	تغییر مکان قائم نقطه دلخواه ۱ (m)	تغییر مکان قائم نقطه دلخواه ۲ (m)	درصد اختلاف برای نقطه ۱	درصد اختلاف برای نقطه ۲
0.05	6.68e-08	7.30e-08	-	-
0.04	7.30e-08	8.10e-08	8.4	9.87
0.03	7.20e-08	7.50e-08	1.36	7.4
0.02	7.00e-08	7.20e-08	2.7	4

$$\beta_t = 0.15 \quad (6)$$

$$\beta_c = 0.75 \quad (7)$$

که در روابط ۱ تا ۷،  $f_t$ ،  $f_c$ ،  $f_{cb}$ ،  $f_1$ ،  $f_2$ ،  $f_h^a$ ،  $TFC$ ،  $\beta_t$  و  $\beta_c$  به ترتیب، مقاومت کششی تک محوری، مقاومت فشاری تک محوری، مقاومت فشاری دو محوری، مقاومت فشاری برای حالتی از فشار دو محوری که بر روی تنش هیدرواستاتیک قرار داده می‌شود، مقاومت فشاری، برای حالتی از فشار تک محوری که بر روی تنش هیدرواستاتیک قرار داده می‌شود، تنش هیدرواستاتیک، ضریب افزایش سختی ترک در کشش، ضریب جابه‌جایی برشی ترک باز و ضریب جابه‌جایی برشی ترک بسته هستند.

**۳-۳- صحت سنجی مدل المان محدود**

به منظور صحت سنجی مدل المان محدود توسعه یافته، نتایج مدل آزمایشگاهی با نتایج مدل تحلیلی مقایسه شده است. یک مدل المان محدود با مشخصات هندسی مشابه با مدل آزمایشگاهی و بر اساس فرضیات روش المان محدود و معیار شکست مدل سازی می‌شود. بارگذاری بصورت خطی و ثقلی در وسط دهانه با آهنگ ثابت و بصورت تغییر مکان-کنترل به مدل تحلیلی اعمال شده و تا لحظه نظیر فروریزش ادامه می‌یابد.

مطابق با شکل ۸ مطابقت قابل قبولی بین نتایج مدل آزمایشگاهی با مدل المان محدود دیده می‌شود. مطابقت رفتار در نمودار نیرو-تغییر مکان مطابق با شکل ۸-الف و مطابق با شکل ۸-ب، اختلاف ۶/۰۵٪ در بار شکست و ۲۰/۹۹٪ در بیشینه تغییر مکان بین تحلیل عددی با نمونه آزمایشگاهی به

المان به طور بسیار شدیدی به زمان پردازش تحلیل افزوده شده در حالی که دقت تحلیل تغییر محسوسی نخواهد داشت.

**۳-۲- معیار شکست**

در تحلیل‌های عددی از معیار شکست ویلام-وارنک استفاده شده که برای مدل سازی رفتار مصالح بنایی مناسب است. تئوری و جزئیات این معیار شکست و شاخص‌های لازم آن برای دیوارهای ترکیب آجر و گچ جهت استفاده در نرم افزار المان محدود به کمک مقادیر جدول ۱ و بر اساس روابط ۱ تا ۵ [۲۳]، مقدار پیشنهاد شده در رابطه‌ی ۶ [۲۴] و رابطه‌ی ۷ [۲۵] محاسبه و در جدول ۳ نشان داده شده است.

$$f_{cb} = 1.2f_c \quad (1)$$

$$f_1 = 1.45f_c \quad (2)$$

$$f_2 = 1.725f_c \quad (3)$$

$$|\sigma_h^a| \leq 3^{1/2} f_c \quad (4)$$

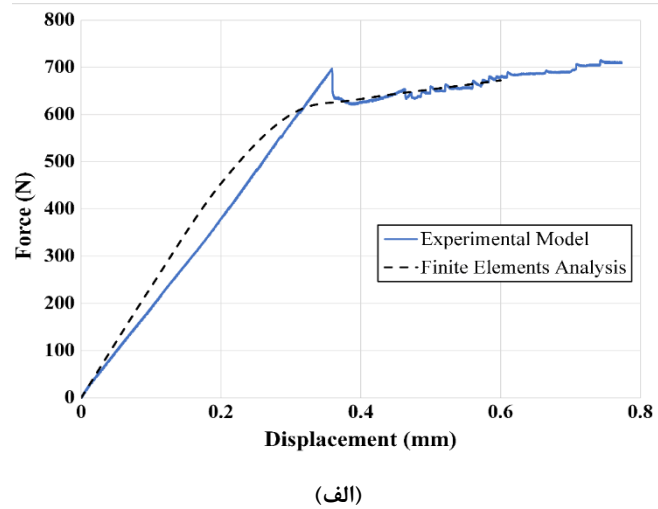
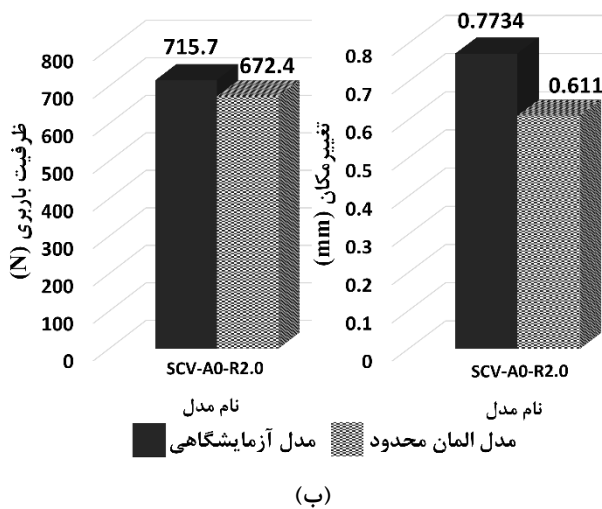
$$TFC = should\ be\ calculated, f_1 = 1 \quad (5)$$

$$TFC = 0.6, f_1 \neq 1$$

جدول ۳. معرفی پارامترهای معیار شکست ویلام-وارنک برای منشورهای ترکیب آجر و ملات گچ

Table 3. Parameters of Willam-Warnke failure criterion for prisms

$\beta_t$	$\beta_C$	$f_t$	$f_c$	$f_{cb}$	$ \sigma_h^a $	$f_1$	$f_2$	TFC	پارامترهای معیار شکست ویلام-وارنک
۰/۱۵	۰/۷۵	۱/۱	۷/۶۲	۹/۱۴۴	۱۳/۲۰	۱۱/۰۵	۱۳/۱۴	۰/۶	مقدار



شکل ۸. نتایج طاق آجری نیم‌دایره غیرمورب با نسبت ابعاد ۲:۱ (الف) مقایسه نتایج آزمایشگاهی با تحلیل عددی و (ب) مقایسه مقادیر بیشینه

Fig. 8. Results of non-skew semi-circular brick vault with R=2.0: a) comparison between experimental results and numerical results, b) comparison the maximum results

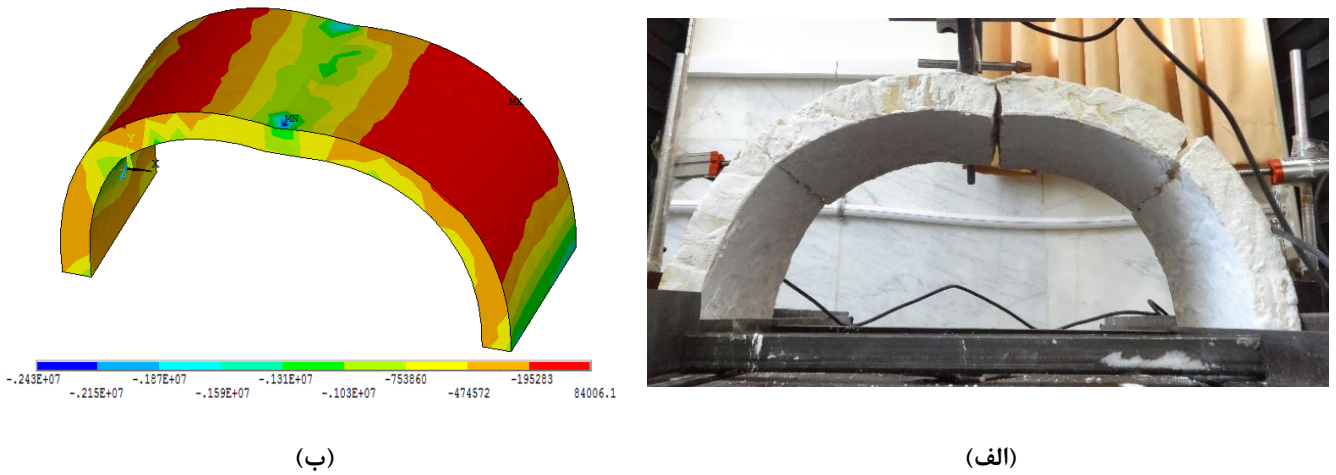
فقط قادر است محل تقریبی وقوع ترک را نشان داده و پس از آن تحلیل متوقف می‌شود [۲۶].

#### ۴- مطالعات تحلیلی المان محدود

پس از اعتبارسنجی نتایج، تحلیل المان محدود غیرخطی برای طاق‌های معرفی شده در این قسمت مطابق با جدول ۴ صورت گرفته است. در الگوی نام‌گذاری اختصاری نمونه‌ها مطابق با جدول ۴، منظور از SCV (Semi-Circular Vault) (Circular Vault) طاق نیم دایره، عدد روبه‌روی A (Angle) مقدار زاویه اریب و مقدار روبه‌روی R (Aspect Ratio) نسبت ابعاد طاق می‌باشد. شکل ۱۰ پارامترهای مطرح شده را روی یک طاق سه بعدی بصورت شماتیک نشان می‌دهد. طاق‌های آجری نیم‌دایره مقیاس شده با

مدل المان محدود و معیار شکست اعتبار می‌بخشد.

مطابق با آنچه در شکل ۹ دیده می‌شود هم در مدل آزمایشگاهی و هم در مدل عددی سازه با سه مفصل پلاستیک مکانیزم شده و از باربری خارج می‌شود. مکان هندسی ترک‌ها منطبق بر کانتور توزیع تنش بوده و ترک در مکان‌های بیشینه توزیع تنش اتفاق افتاده است. انطباق نسبی محل وقوع ترک با مکان هندسی بیشینه تنش نیز خود بر نتایج تحلیل‌های عددی اعتبار می‌بخشد. تقارن ترک‌ها در طرفین طاق و زیر بار نشان دهنده اعمال صحیح و متقارن نیرو و گیرداری متوازن و صحیح تکیه گاه‌ها می‌باشد. توزیع تنش طاق در اثر تحمل بار ثقلی خطی یکنواخت نشان می‌دهد مدل تحلیلی توسعه یافته توانایی نمایش محل دقیق وقوع ترک و احتمال ترک زیر بار متمرکز را نداشته و تحلیل تا تغییر مکان‌های بزرگتر پیش نمی‌رود. المان Solid65



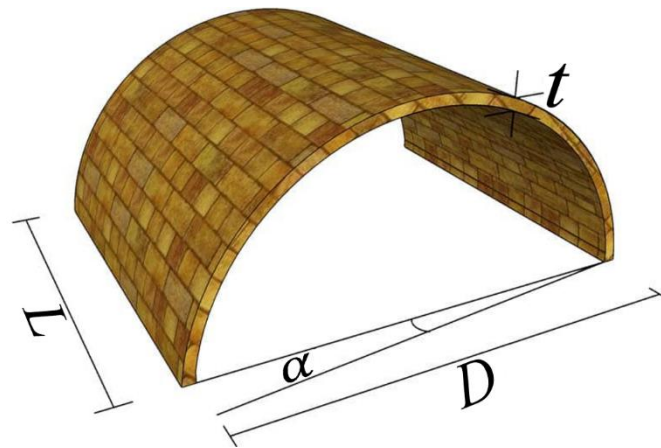
شکل ۹. ترک‌های طاق آجری نیم‌دایره غیرمورب با نسبت ابعاد ۲: الف) نمونه آزمایشگاهی و ب) توزیع تنش ناشی از بار ثقلی وسط دهانه بر اساس معیار ویلام-وارنک

Fig. 9. Cracks of non-skew semi-circular brick vault with R=2.0: a) experimental specimen and b) contour stress for mid-span load based on Willam-Warnke failure criterion

جدول ۴. مشخصات هندسی طاق‌های نیم‌دایره مورد مطالعه

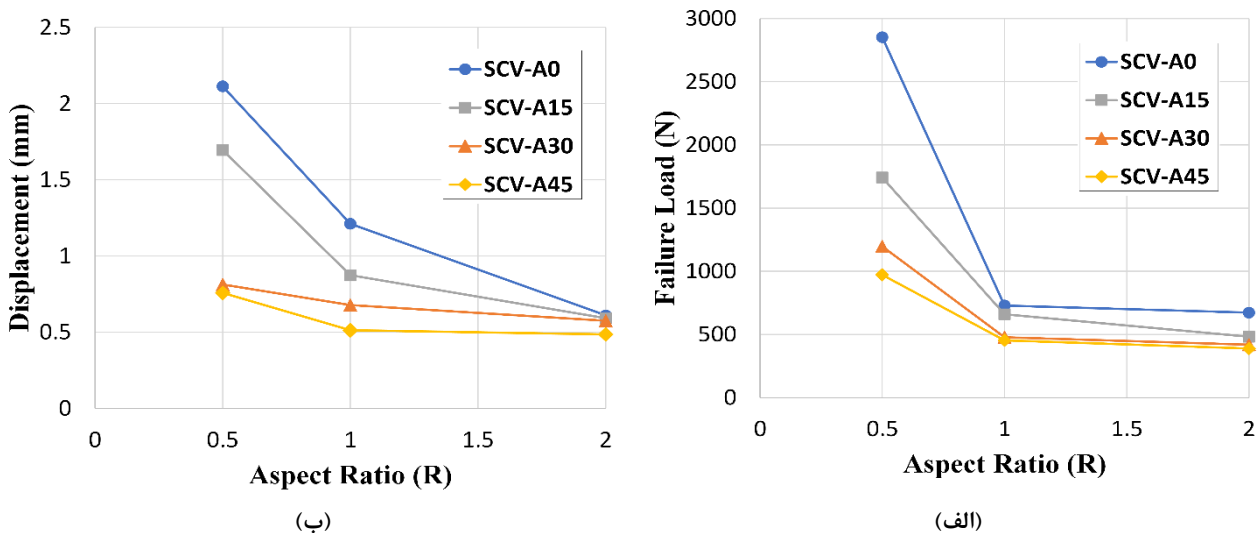
Table 4. Geometric properties of semi-circular vaults

نماد اختصاری	عمق طاق ( $L$ ) (mm)	دهانه‌ی طاق ( $D$ ) (mm)	زاویه اریب ( $^\circ$ )	نسبت ابعاد ( $\frac{D}{L}$ )
SCV-A0-R0.5	۷۰۰	۳۵۰	۰	۰/۵
SCV-A0-R1.0	۳۵۰	۳۵۰	۰	۱
SCV-A0-R2.0	۱۷۵	۳۵۰	۰	۲
SCV-A15-R0.5	۷۰۰	۳۵۰	۱۵	۰/۵
SCV-A15-R1.0	۳۵۰	۳۵۰	۱۵	۱
SCV-A15-R2.0	۱۷۵	۳۵۰	۱۵	۲
SCV-A30-R0.5	۷۰۰	۳۵۰	۳۰	۰/۵
SCV-A30-R1.0	۳۵۰	۳۵۰	۳۰	۱
SCV-A30-R2.0	۱۷۵	۳۵۰	۳۰	۲
SCV-A45-R0.5	۷۰۰	۳۵۰	۴۵	۰/۵
SCV-A45-R1.0	۳۵۰	۳۵۰	۴۵	۱
SCV-A45-R2.0	۱۷۵	۳۵۰	۴۵	۲



شکل ۱۰. طرح شماتیک سه بعدی از طاق آجری و معرفی پارامترهای مورد مطالعه

Fig. 10. 3D schematic of brick vault and studied parameters



شکل ۱۱. نتایج طاق‌های نیم‌دایره با محوریت نسبت ابعاد: الف) تغییرات بار شکست و ب) تغییرات بیشینه تغییر مکان

Fig. 11. Results of semi-circular based on aspect ratio: a) failure load variations and b) Max. displacement variations

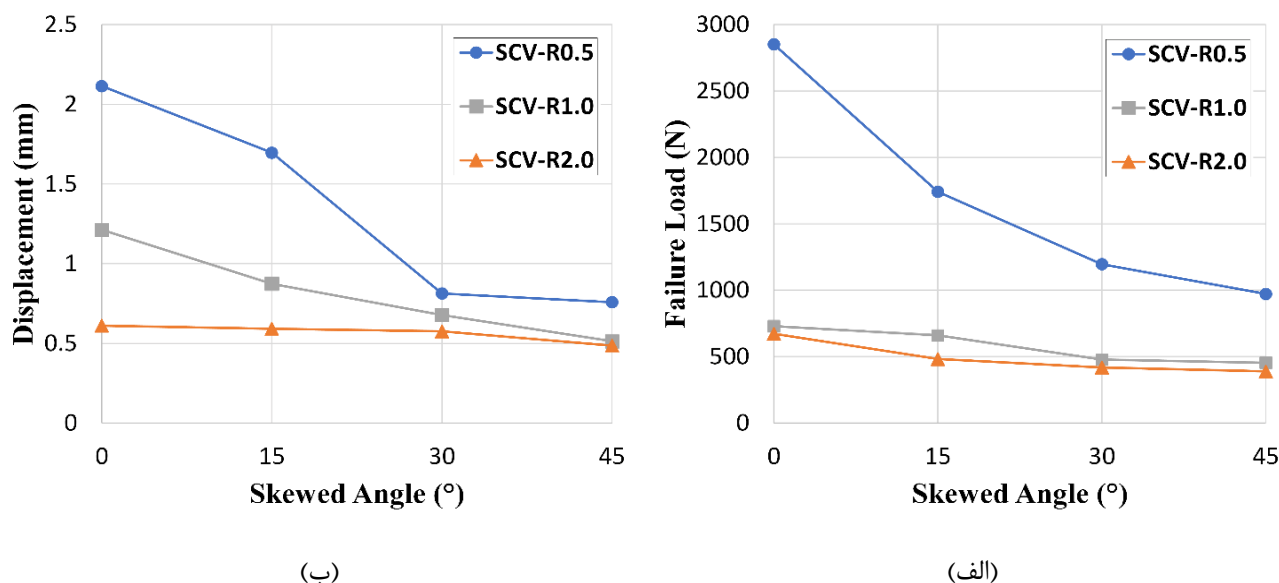
تمامی مدل‌ها می‌توان گفت که طاق آجری نیم‌دایره در اثر تورب با کاهش ظرفیت باربری و بیشینه تغییر مکان همراه است. به عبارت دیگر بار شکست و بیشینه تغییر مکان طاق مورب با زاویه‌ی اریب  $45^\circ$  از نمونه‌ی مشابه غیر مورب کمتر است. ظرفیت باربری طاق غیرمورب با نسبت ابعاد ۱، ۲ و ۰/۵ به ترتیب  $37/77\%$ ،  $42/27\%$  و  $65/92\%$  از نمونه‌ی متناظر مورب با زاویه‌ی اریب  $45^\circ$  بیشتر است. بیشینه تغییر مکان قائم طاق غیرمورب با نسبت ابعاد

مالات گچ برای چهار زاویه اریب  $(0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ)$  و سه نسبت ابعاد  $(0/5, 1, 2)$  مورد بررسی قرار می‌گیرند. مطابق با شکل ۴ منظور از نسبت ابعاد طاق، نسبت دهانه به عمق طاق  $(\frac{D}{L})$  می‌باشد.

در شکل ۱۱ نتایج تحلیلی بار شکست و بیشینه تغییر مکان برای دو حالت مورب و غیرمورب مطابق با برنامه جدول ۴ ارائه می‌شود.

مطابق با آنچه در شکل ۱۱ و ۱۲ دیده می‌شود، با مقایسه‌ی نتایج بین





شکل ۱۲. نتایج طاق‌های نیم‌دایره با محوریت زاویه اربب: الف) تغییرات بار شکست، ب) تغییرات بیشینه تغییرمکان

Fig. 12. Results of semi-circular based on angle of skew: a) failure load variations and b) Max. displacement variations

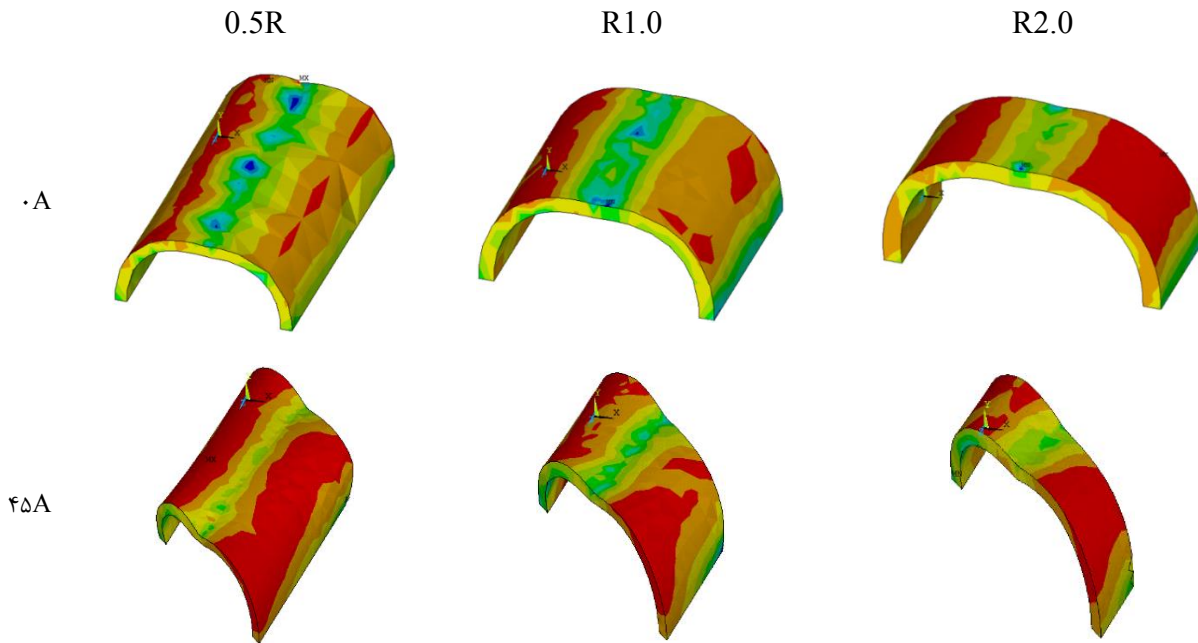
اربب  $45^\circ$  و غیرمورب و  $32/32\%$  و  $42/68\%$  افزایش برای نسبت ابعاد  $0/5$  در دو حالت مورب با زاویه‌ی اربب  $45^\circ$  و غیرمورب مشاهده می‌شود. همان طور که بیان شد کاهش ظرفیت باربری یا همان بار شکست و بیشینه تغییرمکان طاق در لحظه نظیر شکست با وقوع تورب کاهش می‌یابد. دلیل این رفتار می‌تواند به علت عدم توزیع همگن تنش در بدنه‌ی طاق، افزایش رفتار پیچشی در سازه و عدم توزیع یکنواخت نیرو در پایه‌های طاق باشد.

شکل ۱۲ حساسیت تغییرات ظرفیت باربری و بیشینه تغییرمکان را نسبت به زاویه اربب نشان می‌دهد. مطابق شکل ۱۲ شدت و حساسیت تغییرات رفتار طاق در وقوع تورب برای نسبت ابعاد  $0/5$  تا ۱ به مراتب بیشتر از سایر نسبت‌هاست. همچنین می‌توان گفت وقوع تورب تاثیر قابل توجهی در طاق‌های با عمق کم ندارد. به بیان دیگر زمانی که طاق از لحاظ هندسی به تعریف قوس نزدیک‌تر می‌شود، شدت تورب بر ظرفیت باربری و بیشینه تغییرمکان آن تاثیر چندانی نمی‌گذارد.

همچنین بر اساس تحلیل‌های عددی، کانتورهای تنش و مدل‌های تغییر شکل یافته‌ی طاق‌ها ارائه می‌گردد. شکل ۱۳ توزیع تنش در برابر بار خظی در وسط دهانه بر اساس معیار شکست ویلام-وارنک نشان می‌دهد. بیشینه

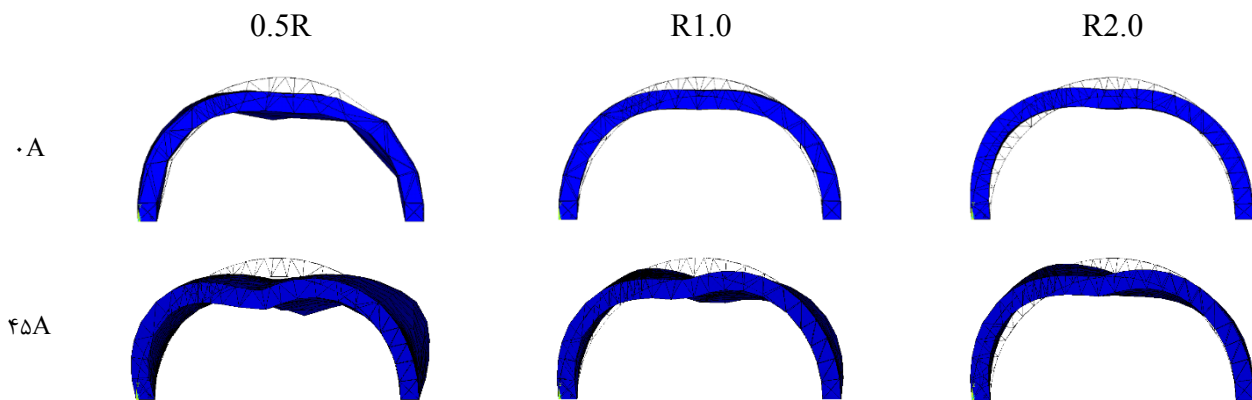
و  $2/1$  و  $0/5$  به ترتیب  $57/67\%$ ،  $20/46\%$  و  $64/14\%$  بیشتر از نمونه‌های مشابه مورب با زاویه‌ی اربب  $45^\circ$  می‌باشد.

بر اساس نتایج شکل ۱۱، با تغییر نسبت ابعاد طاق ظرفیت باربری و بیشینه تغییر مکان یک طاق تغییر می‌کند. کم‌ترین ظرفیت باربری متعلق به طاقی است که با کاهش عمق (نسبت ابعاد ۲)، رفتاری مشابه به یک قوس داشته و همین موضوع موجب به از دست رفتن ظرفیت نهایی طاق می‌شود. این موضوع هم در حالت مورب و هم در حالت غیر مورب صدق می‌کند. نسبت به مدلی که سازه عمق و دهانه برابر دارد یعنی نسبت ابعاد ۱،  $14/41\%$  و  $7/75\%$  از ظرفیت باربری به ترتیب در دو حالت مورب با زاویه‌ی اربب  $45^\circ$  و غیر مورب کاسته می‌شود. بیشترین ظرفیت باربری متعلق به طاقی است که عمق بیشتری داشته و سازه از تعریف قوس بسیار فاصله می‌گیرد (نسبت ابعاد  $0/5$ ). این طاق‌ها نسبت به مدل با نسبت ابعاد ۱،  $53/31\%$  و  $74/43\%$  در دو حالت مورب با زاویه‌ی اربب  $45^\circ$  و غیرمورب ظرفیت باربری بیشتری دارند. بیشینه تغییرمکان‌ها هم دچار رفتاری مشابه می‌شوند. هم در حالت مورب و هم غیر مورب با کاهش عمق از بیشینه تغییرمکان کاسته و با افزایش عمق به بیشینه تغییر مکان افزوده می‌شود. در قیاس با نسبت ابعاد ۱،  $49/59\%$  و  $5/26\%$  کاهش برای نسبت ابعاد ۲ در دو حالت مورب با زاویه‌ی



شکل ۱۳. توزیع تنش ناشی از بار خطی ثقلی یکنواخت در معیار شکست ویلام-وارنک

Fig. 13. Stress Contour for uniform linear load based on Willam-Warnke failure critrion



شکل ۱۴. تغییر شکل قائم طاق‌ها

Fig. 14. Vertical deformation of vaults

مقارن قطری<sup>۲</sup> به ترتیب برای مدل‌های غیرمورب و مورب اشاره کرد.

##### ۵- نتیجه گیری

این مقاله به بررسی اثر تورب در طاق‌های آجری نیم‌دایره به کمک مدل آزمایشگاهی و تحلیل‌های المان محدود در فضای نرم‌افزار ANSYS

تنش‌های ایجاد شده، در دو نیمه‌ی طاق اتفاق افتاده و در هر دو حالت غیر مورب و مورب تقارن در توزیع تنش دیده می‌شود ولی در طاق مورب به علت وقوع تورب تقارن قطری مشاهده می‌گردد. نسبت ابعاد در مکان هندسی بیشینه تنش در طرفین طاق تأثیر چشمگیری نداشته و تقارن توزیع تنش را برهم نمی‌زند. بر اساس شکل ۱۴ نیز می‌توان بر تغییر شکل مقارن<sup>۱</sup> و

2 Skew-Symmetric

1 Symmetric

۳- اختلاف کم بین نتایج آزمایشگاهی و تحلیل‌های المان محدود و همچنین محل تقریبی مکان هندسی وقوع ترک که نظیر بیشینه تنش می‌باشد، کفایت معیار شکست ویلام-وارنک را برای مدل‌سازی هرچه بهتر رفتار مصالح بنایی نشان می‌دهد.

در پایان نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که طاق‌های آجری نیم‌دایره مورب نیاز بیشتری به مرمت، بهسازی و پایش سلامت<sup>۱</sup> دارند چرا که نسبت به نمونه‌های مشابه غیرمورب دارای ظرفیت باربری و بیشینه تغییرمکان کمتری هستند.

### منابع

- [1] H. Zomarshidi, Dome and Vault Element of Iran, Zaman, Tehran, 2010. (in Persian)
- [2] J. Martín-Caro, G. Morales, Numerical analysis of a load test on a skewed masonry arch bridge, in: ARCH'07: 5th International Conference on Arch Bridges, 2007, pp. 569-576.
- [3] V. Sarhosis, D.V. Oliveira, J.V. Lemos, P.B. Lourenço, The effect of skew angle on the mechanical behaviour of masonry arches, Mechanics Research Communications, 61 (2014) 53-59.
- [4] T. Forgács, V. Sarhosis, K. Bagi, Minimum thickness of semi-circular skewed masonry arches, Engineering Structures, 140 (2017) 317-336.
- [5] T. Forgács, V. Sarhosis, K. Bagi, Influence of construction method on the load bearing capacity of skew masonry arches, Engineering Structures, 168 (2018) 612-627.
- [6] A. Naggasa, L. Augustus Nelson, B. Haynes, Use of finite element analysis to investigate the structural behaviour of masonry arch bridges subject to foundation settlement, in: 10th International Masonry Conference, 2018.
- [7] G. Angjeliu, G. Cardani, D. Coronelli, A parametric model for ribbed masonry vaults, Automation in Construction, 105 (2019) 102785.
- [8] M. Alforno, C. Calderini, A. Monaco, F. Venuti, Numerical modelling of masonry vaults with different brick pattern, in: Proceedings of IASS Annual Symposia,

پرداخته است. مشخصات مصالح بصورت مجزا آزمایش شده و در مدلسازی عددی استفاده شده است. مدل المان محدود توسعه یافته بر اساس مدل آزمایشگاهی صحت سنجی شده و تاثیر نسبت ابعاد طاق نیم دایره برای سه نسبت (۰/۵، ۱ و ۲) و زاویه‌ی اریب طاق در چهار حالت (۰°، ۱۵°، ۳۰° و ۴۵°) مورد بررسی قرار گرفته است. در همین راستا ۱۲ مدل المان محدود با دیدگاه ماکرو با بهره‌گیری از معیار شکست ویلام-وارنک تحلیل شده‌اند. بر مبنای مطالعات انجام شده نتایج زیر بدست آمده است.

۱- در تمامی مدل‌ها و حالات طاق آجری نیم‌دایره با سه مفصل پلاستیک (سه ترک) از باربری خارج و به بیشینه ظرفیت باربری خود می‌رسد. دو ترک در دو نیمه طاق و یک ترک در زیر بار متمرکز اتفاق می‌افتد. ترک در دو نیمه به علت بیشینه شدن تنش‌ها و در راس طاق به علت تمرکز تنش ناشی از حضور بار می‌باشد.

۲- مقایسه ظرفیت باربری مدل‌ها نشان می‌دهد چه در حالت مورب و چه در حالت غیر مورب طاق با افزایش عمق، یعنی زمانی که طاق از رفتار قوس فاصله می‌گیرد، ظرفیت باربری افزایش می‌یابد. ظرفیت باربری طاق غیرمورب با نسبت ابعاد ۰/۵، ۷۶/۴۲٪ بیشتر از نمونه‌ی مشابه با نسبت ابعاد ۲ می‌باشد. این موضوع برای طاق مورب با زاویه‌ی اریب ۴۵° نیز با افزایش ۶۰/۰۵٪ بین مدل‌های نسبت ابعاد ۰/۵ و ۲ برقرار می‌باشد.

۳- افزایش عمق طاق حساسیت سازه را به مورب شدن بیشتر می‌کند. توضیح بیشتر آن که در مقایسه‌ی مدل‌های نظیر به نظیر مورب با غیر مورب هر گاه عمق طاق به بیشترین مقدار رسیده اختلاف نتایج بین حالت مورب و غیرمورب افزایش یافته است. پس می‌توان گفت هر چه سازه به تعریف بنیادی طاق نزدیک‌تر و از تعریف قوس فاصله می‌گیرد حساسیت بیشتری به زاویه اریب دارد. بار شکست طاق غیرمورب با نسبت ابعاد ۰/۵، ۶۵/۹۲٪ بیشتر از نمونه‌ی متناظر مورب با زاویه‌ی اریب ۴۵° است ولی این اختلاف در نسبت ابعاد ۲/۰، ۴۲/۲۶٪ مشاهده می‌شود.

۱- تورب بار شکست و بیشینه تغییرمکان طاق نیم‌دایره را کاهش می‌دهد. در این رابطه حساسیت سازه به مقدار زاویه‌ی اریب در بازه بین ۰° تا ۳۰° بیشتر است و بعد از مقدار ۳۰° شدت تغییرات در رفتار سازه کمتر می‌شود.

۲- یکی دیگر از آثار زاویه اریب در تغییر شکل قائم طاق است. در طاق‌های مورب به صورت متقارن قطری و در طاق‌های غیرمورب به صورت متقارن است. همچنین در تمامی نمونه‌ها مشاهده گردید به علت ترد بودن مصالح بنایی طاق‌ها در تغییرمکان‌های کوچک شکسته می‌شود.

- for determination of static modulus of elasticity in compression, in, BSI, 1983.
- [18] S.M. Moayedian, M. Hejazi, Stress-strain relationships for scaled gypsum mortar and cement mortar brick masonry, *Journal of Building Engineering*, 33 (2021) 101861.
- [19] BSI, BS EN 1052-2: 1999. Methods of test for masonry–Part 2: Determination of flexural strength, in, BSI London, UK, 1999.
- [20] B. EN, 1052-1: Methods of test for masonry, Part 1: Determination of compressive strength, European Committee for Standardization: Bruxelles, Belgium, (1998).
- [21] H. Zomarshidi, *Vault and Arch in Iranian Architecture*, Keihan, Iran, 1988. (in Persian)
- [22] K.J. Willam, Constitutive model for the triaxial behaviour of concrete, *Proc. Intl. Assoc. Bridge Structl. Engrs*, 19 (1975) 1-30.
- [23] W. Chen, D. Han, Yield and failure criteria, in: *Plasticity for Structural Engineers*, Springer, 1988, pp. 46-116.
- [24] M. Betti, M. Orlando, A. Vignoli, Static behaviour of an Italian Medieval Castle: Damage assessment by numerical modelling, *Computers & structures*, 89(21-22) (2011) 1956-1970.
- [25] P. Pineda, M. D Robador, M. A Gil-Marti, Seismic damage propagation prediction in ancient masonry structures: an application in the non-linear range via numerical models, *The Open Construction and Building Technology Journal*, 5(1) (2011).
- [26] M. Hejazi, S. Baranizadeh, M. Daei, Performance of Persian brick masonry single-shell domes subjected to uniform pressure and concentrated load, in: *Structures*, Elsevier, 2021, pp. 1710-1719.
- International Association for Shell and Spatial Structures (IASS), 2019, pp. 1-8.
- [9] M. Hejazi, Y. Soltani, Parametric study of the effect of hollow spandrel (Konu) on structural behaviour of Persian brick masonry barrel vaults, *Engineering Failure Analysis*, 118 (2020) 104838.
- [10] P. Zampieri, C.D. Tetougueni, C. Pellegrino, Nonlinear seismic analysis of masonry bridges under multiple geometric and material considerations: Application to an existing seven-span arch bridge, *Structures*, 34 (2021) 78-94.
- [11] A. Dell’Endice, A. Iannuzzo, M.J. DeJong, T. Van Mele, P. Block, Modelling imperfections in unreinforced masonry structures: Discrete Element simulations and scale model experiments of a pavilion vault, *Engineering Structures*, 228 (2021) 111499.
- [12] M. Hejazi, R. Sadeghi, Effect of Brick Arrangement on Structural Behaviour of Persian Brick Masonry Barrel Vaults by Micro-Modelling, *Engineering Failure Analysis*, (2022) 106033.
- [13] P. Mahmoudi, P. Asadi, M.R. Eftekhar, The effect of geometric dimensions on the lateral bearing capacity of the masonry arches, in: *Structures*, Elsevier, 2022, pp. 1350-1365.
- [14] F. Roselli, M. Alforno, F. Venuti, A.M. Bertetto, Experimental Investigation of the Effect of Brick Pattern on the Structural Response of Masonry Arches and Barrel Vaults, Available at SSRN 4261578.
- [15] Basic Analysis Guide for ANSYS 19, in, SAS IP Inc, New York, 2017.
- [16] B.S. Institution, Gypsum binder and gypsum plasters part 2: Test Methods, in, BSI, 2014.
- [17] B.S. Institution, Testing concrete Part 121: Method

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

S. Sinaei, E. Izadi Zamanabadi, S. J. Hoseini, *Experimental and Analytical Study of the Effect of Skewed Angle on the Bearing Capacity of Semi-circular Brick Vaults*, *Amirkabir J. Civil Eng.*, 55(4) (2023) 911-926.

DOI: 10.22060/ceej.2023.21051.7606

