



## Damage detection in structures using finite element model updating based on changes in wavelet transform coefficients of a correlation function

M. Sadeghian, A. Esfandiari\* , M. Fadavi

Marine Engineering Department, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran.

**ABSTRACT:** In this paper, an innovative finite element updating method is presented based on the sensitivity of wavelet transform coefficients of correlations function structural parameters is proposed to identify the damage. The Quasi-linear sensitivity of the wavelet coefficients of the WTCF concerning the structural parameters is evaluated based on incomplete measured structural responses. This WTCF sensitivity is more sensitive to local structural changes than the wavelet transform function response sensitivity. The model is updated by the wavelet transform coefficients achieved in the frequency range in the vicinity of the resonances, in which damping and incomplete measurements have no significant effect on the results of the parameter estimation. The proposed algorithm is used to estimate the structural parameters of the frame model. By the solution of the sensitivity equation through the Least-squares method, the finite element model of the structure is updated for estimation of the location and severity of structural damages, simultaneously. The proposed method was successfully applied to a 2D frame model using simulated data contaminated by measurement and modeling errors. The robustness of the method against modeling and mass measurement errors is investigated by adding random errors to the mass parameters of the frame model.

### Review History:

Received: Nov. 18, 2021

Revised: Nov. 24, 2022

Accepted: Feb. 13, 2023

Available Online: Feb. 21, 2023

### Keywords:

Damage detection

Finite element model updating

Auto Correlation

Wavelet Transform

Sensitivity analysis.

### 1- Introduction

Large structures such as marine platforms, ships, bridges, and so on are designed to be used for long periods of time. The lack of proper functioning of these structures or their failure may lead to irreparable economic and life losses. Thus, to prevent these, researchers are always looking for methods to identify the damages created in the structure and the remaining life of the structure despite the damage [1]. The main methods for damage identification of the structures are: visual inspection methods, non-destructive tests using piezoelectric and ultrasonic equipment, as well as the use of identification algorithms based on data collection from the structure to identify damages [2]. Therefore, an ideal method for damage detection should be able to detect the occurrence of the damage in the initial stages without having previous data, and also identify the location and severity of the damage within the scope of the sensors' performance [3]. Therefore, in this research, a new sensitivity equation has been extracted using the wavelet transform coefficients of the correlation function to update the finite element model. This index is more sensitive to changes in structural parameters than other modal indices and frequency response function. The sensitivity equation provides a quasi-linear relationship for changes in wavelet coefficients according to changes in structural parameters.

### 2- Theoretical relationships

For the arbitrary function  $f(t)$ , the continuous wavelet transform is presented as follows:

$$W_{(a,b)}^f = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \Psi^* \left( \frac{t-b}{a} \right) dt \quad (1)$$

Where  $\Psi^*(t)$  is the complex conjugate of the mother wavelet function,  $a$  and  $b$  are the time scale and time transfer of function  $\Psi(t)$ , respectively. In order to speed up calculations, the binary discrete wavelet transform is proposed. Discrete wavelet transform is shown as Equation 2:

$$DWT_{(j,k)}^f = 2^{-\frac{j}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi^* (2^{-j} t - k) dt \quad (2)$$

The relationship between the wavelet transform function of the response and the wavelet transform of the correlation function of the multi-degree-freedom structural response is presented as Equation 3 [4]:

\*Corresponding author's email: a\_esfandiari@aut.ac.ir



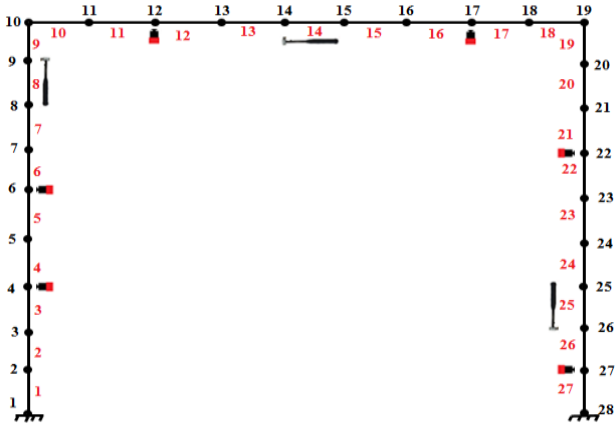


Fig. 1. The geometry model of the frame

$$S_{\psi(j,k)}^{xx} = H_{\psi(j,k)} S_{\psi(j,k)}^{ff} H_{\psi(j,k)}^* \quad (3)$$

Where,  $H_{\psi(j,k)}$  is the wavelet transform function of the structural response;  $H_{\psi(j,k)}^*$  shows the complex conjugate transpose (Hermit matrix) of the WTF of the structural response;  $S_{\psi(j,k)}^{xx}$  and  $S_{\psi(j,k)}^{ff}$  are the wavelet transform of the response correlation function and the wavelet transform of the input correlation function to the system, respectively. The final sensitivity equation of the wavelet transform of the correlation function for all degrees of freedom is as follows (equation(4)):

$$\begin{aligned} \Delta S_{\psi(j,k)}^{xx} &= H_{\psi(j,k)}^{*D} S_{\psi(j,k)}^{ff} (\Delta Z_{\psi(j,k)}) H_{\psi(j,k)} \\ -H_{\psi(j,k)}^{*D} (\Delta Z_{\psi(j,k)}^*) & H_{\psi(j,k)}^* S_{\psi(j,k)}^{ff} H_{\psi(j,k)} \end{aligned} \quad (4)$$

### 3- Numerical validation

This algorithm is used to identify the damage to a frame structure presented in Figure 1. The length of the sides of the frame is 0.9 meters, and the number of degrees of freedom is 78 (each node has two translational degrees along the X and Y axes and one rotational degree around the Z axis).

The frame is made of steel, the Young's modulus of the members is 200 GPa, the mass per unit length of each element is 2.813 kg/m, the moment of inertia is 0.264 cm<sup>4</sup>, the cross-sectional area of each member is 3.61 cm<sup>2</sup>, and the length of each member of the structure is 10 cm. The unknown structural parameters of the beam-column element are EI flexural stiffness and AE axial stiffness, where A, I and E are cross-sectional area, the moment of inertia and Young's modulus, respectively. Structural responses are decomposed into Daubechies4 (Db4) wavelet levels.

Table 1. The selected range of  $a_{(j,k)}$  coefficients for updating

Damage Case	
$a_{(j,k)}$ range	(-0.6)~(-0.9)
	(-2.1)~(-2.8)
*10(e+3)	(-2.3)~(-3.4)
	(-12.2)~(-13.7)

### 4- Results and Discussion

The selection of  $a_{(j,k)}$  wavelet coefficients is very effective based on the structural parameters for the success of the estimation. In order to increase the accuracy of approximated  $H_{\psi(j,k)}^D$  and as a result of increasing the sensitivity equation,  $a_{(j,k)}$  coefficients have been chosen close to the natural frequencies of the damaged and intact structure. The selected range of these coefficients is presented to be placed in the proposed sensitivity equation in Table 1 in different time and shift scales.

The result of updating the model presented in Figure 2a shows that the proposed sensitivity equation is capable of accurately identifying the location and the severity of structural damage. The stability of the results obtained from the proposed sensitivity equation by evaluating the coefficient of variation of COV parameters is shown in Figure 2b. The low coefficient of variation shows the good accuracy of the method and the low dispersion of the predicted results.

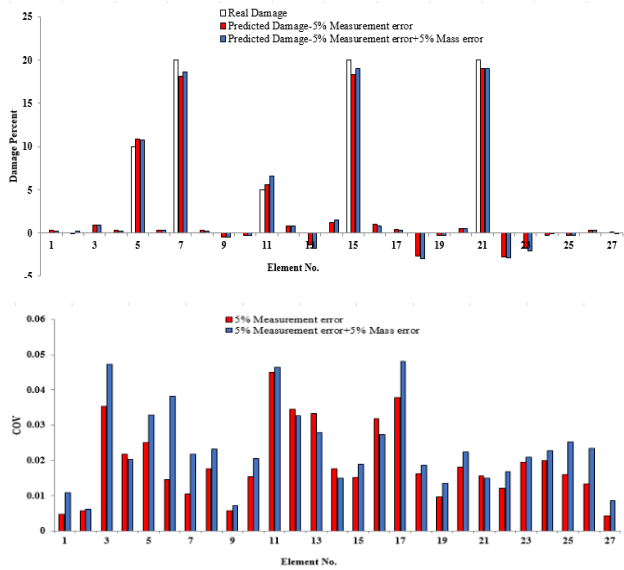
In order to quantitatively study the predicted results and compare them, the closeness index can be used, which indicates the relative distance between the predicted and actual damage vectors. Therefore, it can be written [5] :

$$CI = 1 - \frac{\|\delta \bar{P}_t - \delta \bar{P}_p\|}{\|\delta \bar{P}_t\|} \quad (5)$$

Where,  $\delta \bar{P}_t$  and  $\delta \bar{P}_p$  are actual and predicted values of damage vector. The CI values of the considered damage scenarios are presented in Table 2:

### 5- Conclusion

This article has developed a method of updating the structural model in the domain of time-scale using the wavelet transform of the correlation function and it has been used to identify the damage to the studied structure. The structure model is updated by using the wavelet transform coefficients obtained in the range of natural frequencies, in the vicinity of resonance frequencies, where damping and incomplete measurements do not have a major impact on the results obtained from the parameters. The proposed sensitivity equations to reach the changes in structural parameters have



**Fig. 2. (a) First case damage predicted parameter at considering 5% measurement error and 5% modeling error, b) COV of the predicted parameters.**

been solved using the least squares method. In order to reduce the negative effects of incomplete measurements in structures, the approximation method and the data related to the damaged and intact structures have been used. The proposed method was successfully applied to a two-dimensional frame model using simulated data containing measurement and modeling errors.

**Table 2. Closeness index of frame model considering measurement and modeling error.**

Damage Cases	CI	
	With measurement error	with measurement and modeling error
1	0.84	0.83

**References**

- [1] H. Sohn, C.R. Farrar, F.M. Hemez, J.J. Czarnecki, A review of structural health review of structural health monitoring literature 1996-2001, Los Alamos National Laboratory, 2002.
- [2] S. Baybordi, A. Esfandiari, Model updating and damage detection of jacket type platform using explicit and exact time domain sensitivity equation, Ocean Engineering, 269 (2023) 113551.
- [3] S.W. Doebling, C.R. Farrar, M.B. Prime, D.W. Shevitz, Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: a literature review, (1996).
- [4] F. Kong, P.D. Spanos, J. Li, I.A. Kougiumtzoglou, Response evolutionary power spectrum determination of chain-like MDOF non-linear structural systems via harmonic wavelets, International Journal of Non-Linear Mechanics, 66 (2014) 3-17.
- [5] F. Bakhtiari-Nejad, A. Rahai, A. Esfandiari, A structural damage detection method using static noisy data, Engineering structures, 27(12) (2005) 1784-1793.

**HOW TO CITE THIS ARTICLE**

M. Sadeghian, A. Esfandiari, M. Fadavi, Damage detection in structures using finite element model updating based on changes in wavelet transform coefficients of a correlation function, Amirkabir J. Civil Eng., 55(3) (2023) 137-140.

DOI: 10.22060/ceej.2023.20796.7528







## شناسایی آسیب در سازه ها با استفاده از بروزرسانی مدل المان محدود با استفاده از تغییرات ضرایب تبدیل موجک تابع همبستگی

محسن صادقیان، اکبر اسفندیاری\*، منوچهر فدوی

دانشکده مهندسی دریا، صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۰/۰۸/۲۷  
بازنگری: ۱۴۰۱/۰۹/۰۳  
پذیرش: ۱۴۰۱/۱۱/۲۴  
ارائه آنلاین: ۱۴۰۱/۱۲/۰۲

### کلمات کلیدی:

شناسایی آسیب  
بروزرسانی المان محدود  
تابع همبستگی  
تبدیل موجک  
تحلیل حساسیت

**خلاصه:** در این مقاله، روشی نوآورانه جهت بروزرسانی مدل المان محدود مبتنی بر حساسیت ضرایب تبدیل موجک تابع همبستگی نسبت به پارامترهای سازه‌ای، جهت شناسایی آسیب ارائه شده است. حساسیت شبه خطی ضرایب موجک تابع همبستگی بر اساس پارامترهای سازه‌ای، با توجه به پاسخ‌های سازه‌ای اندازه‌گیری شده ناقص، ارزیابی شده است. معادله حساسیت پیشنهادی بر اساس تبدیل موجک تابع همبستگی در مقایسه با تابع تبدیل موجک پاسخ سازه، نسبت به تغییرات محلی سازه، حساسیت بیشتری دارد. ضرایب تبدیل موجک به دست آمده در محدوده فرکانس‌های طبیعی و همچنین در مجاورت رزونانس‌ها که در آن میرایی و اندازه‌گیری‌های ناقص تأثیر قابل توجهی بر نتایج تخمین پارامتر ندارند، جهت شناسایی آسیب در سازه مورد نظر بروزرسانی شده است. الگوریتم پیشنهادی، برای تخمین پارامترهای سازه‌ای مدل قاب استفاده شده است. با حل معادله حساسیت به روش حداقل مربعات، مدل اجزای محدود سازه برای تخمین مکان و شدت آسیب‌های سازه به طور همزمان بروزرسانی شده است. توانایی روش به صورت عددی، بر روی سازه قاب، در چندین سناریوی آسیب مورد مطالعه قرار گرفته شده است. نتایج، قدرتمندی روش در تشخیص آسیب در برابر خطای مدل‌سازی و اندازه‌گیری جرم با افزودن خطاهای تصادفی به شبیه‌سازی داده‌های مدل آسیب دیده و پارامتر جرم را نشان می‌دهد.

### ۱- مقدمه

موفقیت هر یک از این روش‌ها در تشخیص و تعیین مکان و میزان خرابی منجر به حوادث فاجعه‌آمیز خواهد شد که نه تنها زندگی انسان‌ها را به خطر می‌اندازد بلکه منجر به خسارات اقتصادی زیادی نیز خواهد شد. از عیوب اصلی استفاده از این روش‌ها، نیاز به داشتن اطلاعات و داده‌های قبلی در مناطق آسیب دیده می‌باشد. بنابراین روشی ایده‌آل برای تشخیص خرابی باید که قابلیت آن را داشته باشد که در همان مراحل ابتدایی و بدون داشتن داده‌های قبلی، وقوع آسیب را تشخیص دهد و همچنین محل و شدت آسیب را در محدوده عملکرد حسگرها شناسایی نماید [۴].

روش‌های شناسایی آسیب مبتنی بر ارتعاشات یکی از متداول‌ترین روش‌ها می‌باشد. روش‌های شناسایی مبتنی بر ارتعاشات بر این واقعیت استوار هستند که داده‌های مودال از قبیل: فرکانس طبیعی [۶ و ۵]، شکل مود [۸ و ۷]، انحنای شکل مود [۱۰ و ۹] و تغییر شکل مود کرنشی [۱۲] و [۱۱] از ویژگی‌های ذاتی یک سازه بوده و تابعی از سختی سازه، جرم و خواص میرایی سازه می‌باشند و اطلاعات بسیار خوبی در مورد وضعیت سازه در اختیار قرار می‌دهد. دقت هر یک از روش‌ها، وقتی داده‌های محدود در اختیار باشد،

سازه‌های بزرگ نظیر سکوهای دریایی، کشتی‌ها، پل‌ها و غیره برای استفاده در زمان‌های طولانی طراحی می‌شوند. عدم عملکرد مناسب این سازه‌ها و یا خرابی آن‌ها، ممکن است خسارات جبران‌ناپذیر جانی و اقتصادی به دنبال داشته باشد، لذا شناخت عوامل تهدید کننده سازه جهت تعمیر و نگهداری آن بسیار مهم است. به منظور جلوگیری از این آسیب‌ها، پژوهشگران همواره به دنبال روش‌هایی هستند که با کمترین هزینه، آسیب‌های ایجاد شده در سازه و عمر باقی‌مانده سازه با وجود آسیب را مشخص نمایند. لذا بر این اساس، استفاده از نتایج پایش سلامت سازه‌ها در زمینه‌های مختلف مهندسی، کمک بزرگی به کاهش هزینه‌ها و خسارات جانی و مالی کرده است [۱]. عمده روش‌های شناسایی آسیب در سازه‌ها عبارتند از: روش‌های بازرسی چشمی، آزمایش‌های غیرمخرب به کمک تجهیزات پیزوالکتریک، آلتراسونیک و همچنین استفاده از الگوریتم‌های شناسایی مبتنی بر داده‌برداری از سازه برای شناسایی آسیب [۳ و ۲]. عدم

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: a\_esfandiari@aut.ac.ir



کمتر می‌باشد، لذا استفاده از روش‌های نوآورانه و ترکیبی برای کم کردن مشکلات روش‌های متداول جهت بروزرسانی و همچنین شناسایی خرابی با استفاده از داده‌های مودال بسیار مهم است [۱۴ و ۱۳].

پاسخ فرکانسی نسبت به شکل مود و فرکانس طبیعی اطلاعات جامع‌تری در مورد ویژگی‌های سازه ارائه می‌دهد. به عبارت دیگر، تعداد داده‌های اندازه‌گیری شده از سازه بیشتر است و تغییر در ویژگی‌های سازه را بهتر نشان می‌دهد. حساسیت کم نسبت به خطای اندازه‌گیری و حساسیت زیاد نسبت به تغییرات پارامترهای سازه‌ای، از دیگر مزایای استفاده از تابع پاسخ فرکانسی (FRF) است. با توجه به این مزایا و ویژگی‌ها، مطالعات مختلفی برای شناسایی آسیب بر اساس داده‌های FRF و استفاده از تابع همبستگی پیشنهاد شده است [۱۶ و ۱۵]. داکرمن و همکاران [۱۷] یک روش تشخیص آسیب بر اساس تابع پاسخ فرکانسی و استفاده از شبکه عصبی مصنوعی (ANN) برای شناسایی و شدت آسیب بر روی سازه مورد بررسی ارائه نمودند. از انواع دیگر پاسخ‌های سازه‌ای، تابع چگالی طیفی (PSD) است که اخیراً مورد توجه قرار گرفته است. PSD در مقایسه با داده‌های FRF و مودال، نسبت به آسیب حساس‌تر می‌باشد و داده‌های بیشتری برای بروزرسانی مدل ارائه می‌دهد [۱۹ و ۱۸]. بایسا و هاریتوس [۲۰] استفاده از داده‌های انرژی کرنش طیفی (SSE) را برای تشخیص آسیب پیشنهاد کردند. آن‌ها نتایج خود را با نتایج حاصل از شاخص MSE مقایسه کردند و مزایای تجزیه و تحلیل طیفی نسبت به روش‌های مودال برای شناسایی آسیب را مورد بحث قرار دادند. لین و همکاران [۲۱] از قابلیت تابع انتقال چگالی طیفی (PSDT) برای تشخیص آسیب در قاب فولادی استفاده کردند. آن‌ها صحت روش و الگوریتم پیشنهادی خود را با استفاده از تست مدل آزمایشگاهی مورد ارزیابی و بررسی قرار دادند.

یک گروه از روش‌های شناسایی پارامترهای سازه‌ای با استفاده از پاسخ سازه، بر بروزرسانی مدل مبتنی بر حساسیت استوار می‌باشد. روش‌های مبتنی بر حساسیت، پارامترهای سازه‌ای را در سطح المانی بروزرسانی می‌کند تا محل و شدت آسیب‌های سازه‌ای را شناسایی کند. این روش، اختلاف بین پاسخ‌های اندازه‌گیری شده و محاسبه شده را به حداقل می‌رساند. در روش‌های مبتنی بر حساسیت، نرخ تغییرات در پاسخ‌های سازه‌ای نسبت به پارامترهای سازه‌ای با استفاده از گرادیان تغییرات محاسبه می‌شود. یکی از مشکلات عمده برای بروزرسانی مدل‌های اجزای محدود، اندازه‌گیری ناقص داده‌ها است که منجر به محدودیت در فرآیند بروزرسانی پاسخ‌های ارتعاشی می‌شود. بنابراین، برای غلبه بر این مشکلات، روش کاهش مدل و گسترش داده‌ها مورد نیاز است [۲۳ و ۲۲].

شادان و همکاران [۲۴] از معادله حساسیت شبه خطی بر اساس پاسخ فرکانسی جهت شناسایی آسیب در یک تیر دو سر آزاد استفاده نمودند. صنایعی و همکاران [۲۵] برای اثبات قدرت روش بروزرسانی مدل مبتنی بر حساسیت در حضور خطاهای اندازه‌گیری و مدل‌سازی، از داده‌های تابع پاسخ فرکانسی تجربی جهت مطالعه بر روی سازه خود استفاده نمودند. اسفندیاری [۲۶]، الگوریتمی برای بروزرسانی مدل، جهت تشخیص پارامترهای سازه‌ای با استفاده از داده‌های کرنش در حوزه فرکانس ارائه داده است. معادله حساسیت پیشنهادی، جهت تخمین پارامترهای سازه‌ای از قبیل جرم و سختی سازه، از تجزیه تابع پاسخ فرکانسی مبتنی بر داده‌های کرنش سازه استخراج شده است. معادله پیشنهادی نسبت به خطاهای مدل‌سازی جرمی دارای حساسیت کم می‌باشد و قادر به شناسایی آسیب‌های موجود در سازه می‌باشد. خسرویانی و همکاران [۲۷]، با استفاده از داده‌های آماری تابع همبستگی به شناسایی آسیب در پل‌های عرشه پیوسته به صورت عمومی و محلی پرداختند. آنان با استفاده از پاسخ‌های شتاب، مقادیر دامنه آنی پاسخ‌های سازه در حالت سالم و آسیب دیده را استخراج نموده و با استفاده از شاخص جدید آسیب همبستگی متقابل به تعیین آسیب در مدل مورد مطالعه پرداخته‌اند. آنان جهت اعتبارسنجی روش پیشنهادی از مدل آزمایشگاهی تیر دو سر ساده فلزی برای اثبات روش پیشنهادی استفاده نموده‌اند. ژنگ و همکاران [۲۸] استفاده از توابع حساسیت بر اساس تابع چگالی طیفی پاسخ شتاب را پیشنهاد نمودند. پاسخ‌های شتاب و چگالی طیفی تحت تحریکات ثابت و تصادفی با استفاده از روش شبه تحریک استخراج می‌گردد. آنان حساسیت تابع چگالی طیفی نسبت به پارامترهای آسیب سازه‌ای را بر اساس مشتق به دست آوردند. پدram و همکاران [۲۹] از حساسیت چگالی طیفی (PSD) داده‌های کرنش برای شناسایی آسیب در سازه استفاده نموده‌اند. آن‌ها معادله دقیقی از حساسیت بر اساس تابع چگالی طیفی بر اساس داده‌های کرنش را استخراج نمودند. آنان همچنین تأثیر عواملی مانند ناقص بودن داده‌ها جهت شناسایی آسیب را نیز مورد بررسی قرار دادند.

بسیاری از اطلاعات مفید به صورت پنهان در سیگنال ارتعاشی پاسخ پنهان بوده و قابل مشاهده نیست. لذا استفاده از تئوری‌های مختلف در پردازش سیگنال برای به دست آوردن اطلاعات مهم و غیرقابل استخراج ضروری می‌باشد. مزیت روش‌های حوزه فرکانسی نسبت به زمانی این است که در این روش‌ها ممکن است نیازی به اندازه‌گیری نیروی ورودی نباشد. در واقع مشخصات ورودی ممکن است در راستای (همزمان با) شناسایی سایر پارامترهای سیستم شناسایی شوند. اشکال مهم روش‌های حوزه فرکانسی این است که در سازه‌های واقعی به دلیل ترکیب داده‌ها با نویز، اندازه‌گیری



مودهای بالاتر غیرقابل اعتماد می‌باشند. همچنین این روش‌ها انطباق مودال‌ها را محدود به سیستم‌های خطی می‌کنند. در نهایت، فرکانس‌ها از مشخصات کلی بوده و نسبت به تشخیص خرابی محلی غیرحساس می‌باشند. در حالی که روش‌های حوزه زمانی نیازی به استخراج فرکانس‌ها و شکل مودها ندارند و در عوض، به صورت مستقیم از اطلاعات تاریخچه زمانی دینامیکی استفاده می‌کند. این روش‌ها به طور مستقیم اطلاعات همه‌ی مودهای مدل شده‌ی تحریک را شامل می‌شود. بنابراین به روش‌های حوزه زمانی و حوزه فرکانسی بایستی با دید مکمل یکدیگر نگاه کرد و در صورتی که دانش قبلی از سیستم وجود داشته باشد و بتوان مدلی درست کرد که تاریخچه‌های زمانی آن را شبیه‌سازی کند، بایستی برای شناسایی روش حوزه زمانی انتخاب شود. تحلیل موجک این امکان را فراهم می‌سازد که در نقاطی که حصول اطلاعات فرکانس‌های پایین با دقت بالا مدنظر باشد، از خواص زمانی طولانی‌تر و در نقاطی که اطلاعات فرکانس بالا مورد توجه باشد، از خواص زمانی کوتاه‌تر استفاده نماییم؛ لذا در پردازش سیگنال‌ها و پاسخ‌ها باید از سه حوزه زمان، فرکانس و زمان - فرکانس بهره برد [۳۰].

تبدیل فوری یکی از روش‌های مهم در حوزه فرکانس است که با وجود کارایی قابل توجه این روش می‌توان به معیبهی همچون ناتوانی در پردازش سیگنال‌های ناپایدار و گذرا و همچنین نداشتن شفافیت زمانی اشاره نمود. لذا باید به روش‌های حوزه زمان و حوزه فرکانس با دید مکمل نگاه کرد [۳۱]. از جمله مزایای پردازش سیگنال در حوزه زمان-فرکانس می‌توان به دسترسی همزمان به اطلاعات فرکانسی و زمانی یک سیگنال، توانایی پردازش سیگنال‌های ناپایدار و امکان دسترسی به باندهای فرکانسی مختلف اشاره نمود. لذا تبدیل موجک ابزار ارزشمندی در زمینه پردازش سیگنال است، زیرا به دلیل داشتن ویژگی نوسانی شرایطی را فراهم می‌آورد که بتوان یک آنالیز زمانی-فرکانسی از یک سیگنال انجام داد. مزیت عمده موجک‌ها، قابلیت آن‌ها در انجام تحلیل محلی یا به عبارتی، تحلیل موضعی ناحیه خاصی از یک سیگنال بزرگ‌تر و غیره می‌باشد که سایر روش‌های تحلیل سیگنال از قبیل تبدیل فوری قادر به شناسایی آن‌ها نمی‌باشد. به‌علاوه، تحلیل موجک از قابلیت فشرده‌سازی یا نویز زدایی یک سیگنال بدون اختلال در آن نیز برخوردار است [۳۲]. امروزه به دلیل حساسیت بالای ضرایب تبدیل موجک به سیگنال‌های ارتعاشی، روش‌های مبتنی بر تبدیل موجک برای تشخیص آسیب مانند کاهش سختی استفاده شده است، زیرا آسیب می‌تواند تغییرات قابل توجهی در ضرایب تبدیل موجک سیگنال ارتعاشی ایجاد کند.

از جمله اولین مطالعاتی که در آن از تبدیل موجک برای شناسایی آسیب استفاده شده است، می‌توان به تحقیقات والنث و اسپینا [۳۳] اشاره نمود.

آنان از تبدیل موجک گابور برای مدل کردن رفتار غیرمقارن باز و بسته شدن ترک در یک تیر با تکیه‌گاه ساده استفاده نمودند. آن‌ها با استفاده از تبدیل موجک گابور موفق به شناسایی ترک شدند. دوکا و همکارانش [۳۴] از تبدیل موجک پیوسته بر روی شکل مود اول تیر جهت تشخیص ترک بر روی آن استفاده کردند. آن‌ها محل ترک را به وسیله تغییرات در ضرایب تبدیل موجک تعیین نمودند؛ همچنین به منظور تعیین عمق ترک، از ضریب شدت به عنوان ارتباط دهنده ترک و ضرایب تبدیل موجک استفاده شده است. تابارو و همکارانش [۳۵]، با استفاده از تبدیل موجک، به ارائه معادلات ریاضی توابع همبستگی در حوزه زمان و فرکانس و در نهایت به ارائه تبدیل تابع همبستگی بر اساس این نوع تبدیلات پرداختند. ژانگ و اویادیچی [۳۶]، از روش اختلاف ضرایب جزئیات تبدیل موجک گسسته جهت تشخیص مکان ترک استفاده نمودند. لائو و همکارانش [۳۷]، با استفاده از تبدیل موجک به ارائه توابع حساسیت بر اساس این تبدیلات پرداختند. آن‌ها نشان دادند ضرایب موجک استخراجی نسبت به تغییرات پارامترهای سازه‌ای محلی بسیار حساس‌اند در حالی که نسبت به نویز و خطاهای وارده حساسیت پایینی دارند. یانگ و همکارانش [۳۸]، با استفاده از مدل‌سازی عددی به روش المان محدود به شناسایی خرابی در ورق‌های تقویت شده به وسیله تجزیه و تحلیل تبدیل موجک گسسته پرداختند. نتایج آزمایشگاهی در شناسایی آسیب ناشی از ترک، روش پیشنهادی آنان را تایید نمود. یونسی و همکاران [۳۹]، از تبدیل موجک به جهت شناسایی آسیب در لوله‌های فولادی پر شده با بتن با استفاده از داده‌های مودال پرداختند. آنان نشان دادند مقادیر پارامتر فرکانس در قبل و بعد از آسیب در نمونه مورد بررسی اختلاف زیادی دارند؛ لذا برای شناسایی مکان خرابی در سازه مورد مطالعه از تجزیه داده‌های مودال تجربی استخراج شده به عنوان سیگنال ورودی جهت تجزیه سیگنال به وسیله موجک دابیشز استفاده نمودند. پنگ و همکارانش [۴۰]، از تبدیل موجک جهت شناسایی آسیب در لوله‌های زیر آبی استفاده نمودند. نتایج بررسی آن‌ها نشان داد که پاسخ‌های دینامیکی به دست آمده، بدون نیاز به مدل تحلیلی، به خوبی مکان و شدت آسیب را نشان می‌دهند. عسگریان و همکارانش [۴۱]، با استفاده از تبدیل موجک سیگنال پاسخ ارتعاشی مدل سکوی ثابت، نرخ انرژی سیگنال‌ها را محاسبه نمودند و نشان دادند هر حساسه‌ای که تغییرات نرخ انرژی شاخص‌تری را نشان دهد، به مکان آسیب نزدیک می‌باشد. مهرمطلق و همکاران [۴۲]، با استفاده از موجک دو بعدی و تجزیه چند سطحی در یک توربین بادی به صورت سه بعدی، جهت شناسایی آسیب با استفاده از نقشه حرارتی داده‌های به دست آمده در این نوع سازه‌ها پرداختند. آنان جهت نیل بدین هدف، الگوریتمی جدید برای تسریع فرآیند

جهت تسریع محاسبات، تبدیل موجک گسسته دودویی پیشنهاد شده است. در این تبدیل، از پارامتر مقیاس  $a$  و انتقال  $b$ ، در یک شبکه دودویی نمونه برداری می‌گردد، به صورتی که،  $a = 2^j$  و  $b = k2^j$  که  $j \in N$  و  $k \in Z$ .  $j$  و  $k$  مقیاس زمانی و انتقال زمانی را در تبدیل موجک گسسته نشان می‌دهند. بنابراین تبدیل موجک گسسته به صورت معادله (۲) نشان داده شده است:

$$DWT_{(j,k)}^f = 2^{-\frac{j}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi^*(2^{-j}t - k) dt \quad (2)$$

رابطه بین تابع تبدیل موجک پاسخ و تبدیل موجک تابع همبستگی پاسخ سازه چند درجه آزادی به صورت معادله (۳) ارائه شده است [۴۳]:

$$S_{\psi(j,k)}^{xx} = H_{\psi(j,k)} S_{\psi(j,k)}^{ff} H_{\psi(j,k)}^* \quad (3)$$

در این رابطه  $H_{\psi(j,k)}$ ، تابع تبدیل موجک پاسخ سازه است و  $H_{\psi(j,k)}^*$ ، نمایشگر ترانزده مزدوج مختلط (ماتریس هرمتین) تابع تبدیل موجک پاسخ سازه می‌باشد. همچنین  $S_{\psi(j,k)}^{ff}$  و  $S_{\psi(j,k)}^{xx}$  تبدیل موجک تابع همبستگی پاسخ و تبدیل موجک تابع همبستگی ورودی به سیستم می‌باشد. برای تابع تبدیل موجک پاسخ سازه طبق معادله (۴) می‌توان نوشت [۳۷]:

$$H_{\psi(j,k)} = Z_{\psi(j,k)}^{-1} = (Ma_{(j,k)} + Cb_{(j,k)} + K)^{-1} \quad (4)$$

$[M]$ ،  $[K]$  و  $[C]$  به ترتیب ماتریس‌های جرم، سختی و میرایی سیستم مورد نظر می‌باشند و ضرایب  $a_{(j,k)}$  و  $b_{(j,k)}$  به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\begin{aligned} a_{(j,k)} &= \int \ddot{\psi}_{(j,k)}(t) \psi_{(j,k)}(t) dt \\ b_{(j,k)} &= \int \dot{\psi}_{(j,k)}(t) \psi_{(j,k)}(t) dt \end{aligned} \quad (5)$$

مدل‌سازی المان محدود ارائه نمودند.

در این پژوهش، یک معادله حساسیت جدید با استفاده از ضرایب تبدیل موجک تابع همبستگی برای برورسانی مدل اجزا محدود استخراج شده است. این شاخصه، حساسیت بیشتری نسبت به تغییرات پارامترهای سازه‌ای در مقایسه با سایر شاخصه‌های مودال و تابع پاسخ فرکانسی دارد. این معادله حساسیت یک رابطه شبه خطی برای تغییرات ضرایب موجک با توجه به تغییر پارامترهای سازه‌ای ارائه می‌دهد. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که مودهای ارتعاشی بالاتر سازه، اطلاعات آسیب بیشتری را در بر دارد که با ضرایب موجک مربوطه از پاسخ‌های دینامیکی آن مشخص می‌گردد. توانایی‌های روش در برابر خطای مدل‌سازی جرم و اندازه‌گیری داده‌ها با اضافه کردن خطاهای تصادفی به پاسخ‌های شبیه‌سازی شده مدل آسیب دیده و پارامتر جرم مورد بررسی قرار گرفته است.

## ۲- روابط تئوری

تبدیلات موجک به دو دسته اصلی، موجک گسسته و موجک پیوسته تقسیم‌بندی می‌گردد. برخلاف استفاده تبدیل فوریه از موج سینوسی، در تبدیل موجک از توابع موجک مادر با شکل نامنظم استفاده می‌گردد. لذا این امر سبب شده تا بتوان سیگنال‌هایی با تغییرات سریع را راحت‌تر تحلیل نمود [۳۲].

### ۲-۱- تابع موجک

برای تابع دلخواه  $f(t)$ ، تبدیل موجک پیوسته به صورت زیر ارائه می‌گردد:

$$W_{(a,b)}^f = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \Psi^* \left( \frac{t-b}{a} \right) dt \quad (1)$$

که در آن  $\Psi^*(t)$  مزدوج مختلط تابع موجک مادر و  $a$  و  $b$  به ترتیب مقیاس زمانی و انتقال زمانی تابع  $\Psi(t)$  می‌باشد. تبدیل موجک، یک همبستگی بین تابع  $f(t)$  و  $\Psi(t)$  ایجاد کرده، که این همبستگی به صورت یک سری ضرایب تعریف می‌گردد. اگر از تبدیل موجک پیوسته استفاده گردد این ضرایب به صورت جمع تابع  $f(t)$  و تابع موجک مادر مقیاس شده و انتقال داده شده به دست می‌آید. حاصل انتگرال، ضرایب تبدیل موجک خواهد بود که نشان دهنده همبستگی بین تابع موجک و تابع  $f(t)$  است [۳۲].



بنابراین تغییرات تبدیل موجک تابع همبستگی عبارتست از:

$$\Delta S_{\psi(j,k)}^{xx} = H_{\psi(j,k)}^{*D} S_{\psi(j,k)}^{ff} \Delta H_{\psi(j,k)} - H_{\psi(j,k)}^{*D} \Delta Z_{\psi(j,k)}^* S_{\psi(j,k)}^{xx} \quad (11)$$

تغییرات  $\Delta H_{\psi(j,k)}$  نیز به صورت زیر تعریف می‌گردد [۳۹]:

$$\Delta Z_{\psi(j,k)} = H_{\psi(j,k)}^{*D} (\Delta Ma_{(j,k)} + \Delta Cb_{(j,k)} + \Delta K) H_{\psi(j,k)} \quad (12)$$

با جایگذاری معادله (۱۲) و معادله (۶) در رابطه (۸)، می‌توان برای تبدیل

موجک تابع همبستگی نوشت:

$$\Delta S_{\psi(j,k)}^{xx} = H_{\psi(j,k)}^{*D} S_{\psi(j,k)}^{ff} (\Delta Z_{\psi(j,k)}) H_{\psi(j,k)} - H_{\psi(j,k)}^{*D} (\Delta Z_{\psi(j,k)}^*) H_{\psi(j,k)} S_{\psi(j,k)}^{ff} H_{\psi(j,k)} \quad (13)$$

معادله حساسیت ارائه شده، نیاز به اندازه‌گیری تابع پاسخ موجک در تمام درجات آزادی را دارد. به دلیل محدودیت‌های فنی و تکنیکی نظیر مشکلات نصب حساسه در تمام درجات آزادی و دور از دسترس بودن برخی از درجات آزادی و هزینه‌های بالای گسترش تجهیزات شبکه داده‌برداری در تمام درجات آزادی، با مشکل عدم اندازه‌گیری کامل در بروزسانی مدل اجزا محدود روبرو هستیم. برای رفع این مشکل، روش‌های کاهش مدل و یا بسط داده‌ها برای حل مشکلات عدم اندازه‌گیری کامل وجود دارد ولی استفاده از این روش‌ها منجر به تشدید رفتار غیرخطی و غیریکنواخت در فرآیند بروزسانی مدل اجزا محدود می‌گردد. لذا جهت کاهش این محدودیت‌ها، تابع تبدیل موجک پاسخ سازه بر اساس شکل مود را، می‌توان به صورت زیر تعریف نمود [۴۴]:

$$H_{\psi(j,k)} = \sum_{R=1}^n \frac{\phi_R^T \phi_R}{\Omega_R^2 + a_{(j,k)} + ib_{(j,k)} \Omega_R} \quad (14)$$

که در رابطه بالا  $\psi(j,k)$ ،  $\dot{\psi}(j,k)$  و  $\ddot{\psi}(j,k)$  به ترتیب موجک مورد نظر، مشتق مرتبه اول و مشتق دوم تابع موجک انتخابی می‌باشد. تبدیل توابع همبستگی پاسخ‌های سازه‌ای و نیروهای ورودی را می‌توان به صورت معادله (۶) بازنویسی نمود:

$$Z_{\psi(j,k)}^* S_{\psi(j,k)}^{xx} = H_{\psi(j,k)} S_{\psi(j,k)}^{ff} \quad (6)$$

که در آن  $Z_{\psi(j,k)}^*$  معکوس ترانهاده ماتریس مزدوج تابع انتقال می‌باشد. حال اگر برای یک سازه آسیب دیده بازنویسی شود، می‌توان نوشت:

$$\left[ Z_{\psi(j,k)}^* + \Delta Z_{\psi(j,k)}^* \right] \left[ S_{\psi(j,k)}^{xx} + \Delta S_{\psi(j,k)}^{xx} \right] = \left[ H_{\psi(j,k)} + \Delta H_{\psi(j,k)} \right] S_{\psi(j,k)}^{ff} \quad (7)$$

با بسط معادله (۷) و استفاده از معادله (۶) داریم:

$$\left[ Z_{\psi(j,k)}^* + \Delta Z_{\psi(j,k)}^* \right] \Delta S_{\psi(j,k)}^{xx} = S_{\psi(j,k)}^{ff} \Delta H_{\psi(j,k)} - \Delta Z_{\psi(j,k)}^* S_{\psi(j,k)}^{xx} \quad (8)$$

همچنین:

$$\Delta Z_{\psi(j,k)} = (\Delta Ma_{(j,k)} + \Delta Cb_{(j,k)} + \Delta K) \quad (9)$$

و تعریف تابع انتقال سازه آسیب دیده (نشانگر  $D$ ، حالت سازه آسیب دیده را بیان می‌نماید):

$$H_{\psi(j,k)}^D = \left[ Z_{\psi(j,k)} + \Delta Z_{\psi(j,k)} \right]^{-1} \quad (10)$$

$$\Delta S_{(j,k)} = S_{\psi(j,k)}^K \Delta P_K + S_{\psi(j,k)}^M \Delta P_M \quad (18)$$

که در معادله بالا  $S_{\psi(j,k)}^K$  و  $S_{\psi(j,k)}^M$  ماتریس حساسیت نسبت به پارامتر سختی و جرم می‌باشد. عملکرد معادلات حساسیت تحت تأثیر عوامل مختلفی از جمله تعداد داده‌های موجود، خطاهای اندازه‌گیری پاسخ و مدل‌سازی جرم، انتخاب مکان‌های اندازه‌گیری و تحریک، وزن‌دهی معادلات، الگوریتم مورد استفاده برای حل مسئله بهینه‌سازی و محدودیت‌های کاربردی است، که بر عملکرد روش پیشنهادی تأثیر می‌گذارد. بنابراین، مسئله بهینه‌سازی به شرح زیر تعریف شده است:

$$\min_{\Delta P} \|S \Delta P - \Delta S\|_2 \quad (19)$$

برای محاسبه  $\Delta P$ ، پارامتر سازه آسیب دیده و حل معادلات از روش حداقل مربعات و حلگر lsqin در نرم‌افزار متلب استفاده شده است.

### ۳- اعتبارسنجی عددی

قدرتمندی الگوریتم پیشنهادی در استخراج پارامترهای سازه‌ای در شناسایی مکان و شدت آسیب به صورت عددی مطالعه گردیده است. این الگوریتم جهت شناسایی آسیب بر روی یک سازه قاب که در شکل ۱ ارائه شده، استفاده شده است. طول اضلاع این قاب ۰/۹ متر، دارای ۲۸ گره و ۲۷ المان بوده و تعداد درجات آزادی آن برابر ۷۸ (هر گره دارای دو درجه به صورت انتقالی در راستای محور  $X$  و  $Y$  و یک درجه دورانی حول محور  $Z$ ) می‌باشد. همچنین درجات آزادی در نظر گرفته شده جهت تحریک و اندازه‌گیری پاسخ به صورت شماتیک در شکل ۱ نشان داده شده است.

قاب از جنس فولاد بوده و مدول یانگ اعضاء، ۲۰۰ GPa، جرم واحد طول هر المان برابر ۲/۸۱۳ kg/m، ممان اینرسی برابر با ۰/۲۶۴ cm<sup>4</sup>، سطح مقطع هر عضو ۳/۶۱ cm<sup>2</sup> و طول هر عضو از سازه ۱۰ cm می‌باشد. پارامترهای مجهول سازه‌ای المان تیر-ستون، سختی خمشی EI و سختی محوری AE بوده، که A، I و E به ترتیب سطح مقطع، ممان اینرسی و مدول یانگ می‌باشند. در این پژوهش، درجات آزادی ۷، ۱۳، ۳۲، ۴۷، ۶۱ و ۷۶ برای اندازه‌گیری داده و درجات آزادی ۳۸، ۳۹ و ۷۳ برای تحریک سازه انتخاب شده است.

در معادله (۱۴)، اندازه‌گیری کامل ماتریس تبدیل موجک پاسخ به دلیل محدودیت عملی امکان‌پذیر نخواهد بود. بنابراین، در این مطالعه، یک ماتریس تابع انتقال تقریبی از سازه آسیب دیده استفاده شده است [۲۹]:

$$H_{\psi(j,k)}^D = \frac{\sum_{R=1}^{nm} \frac{\phi_R^T \phi_R}{\Omega_{RD}^2 + a_{(j,k)} + ib_{(j,k)} \Omega_{RD}}}{\sum_{R=nm+1}^n \frac{\phi_R^T \phi_R}{\Omega_R^2 + a_{(j,k)} + ib_{(j,k)} \Omega_R}} \quad (15)$$

در معادله بالا متغیرهای  $a$  و  $b$  به ترتیب امین شکل مود و فرکانس طبیعی سازه می‌باشد و همچنین تعداد فرکانس‌های اندازه‌گیری شده سازه آسیب دیده را نشان می‌دهد. تغییر در خواص سختی و جرم را می‌توان با روابط (۱۸) بیان نمود:

$$\Delta K = \sum_{n=1}^{ne} K_n \Delta P_n^K \quad (16)$$

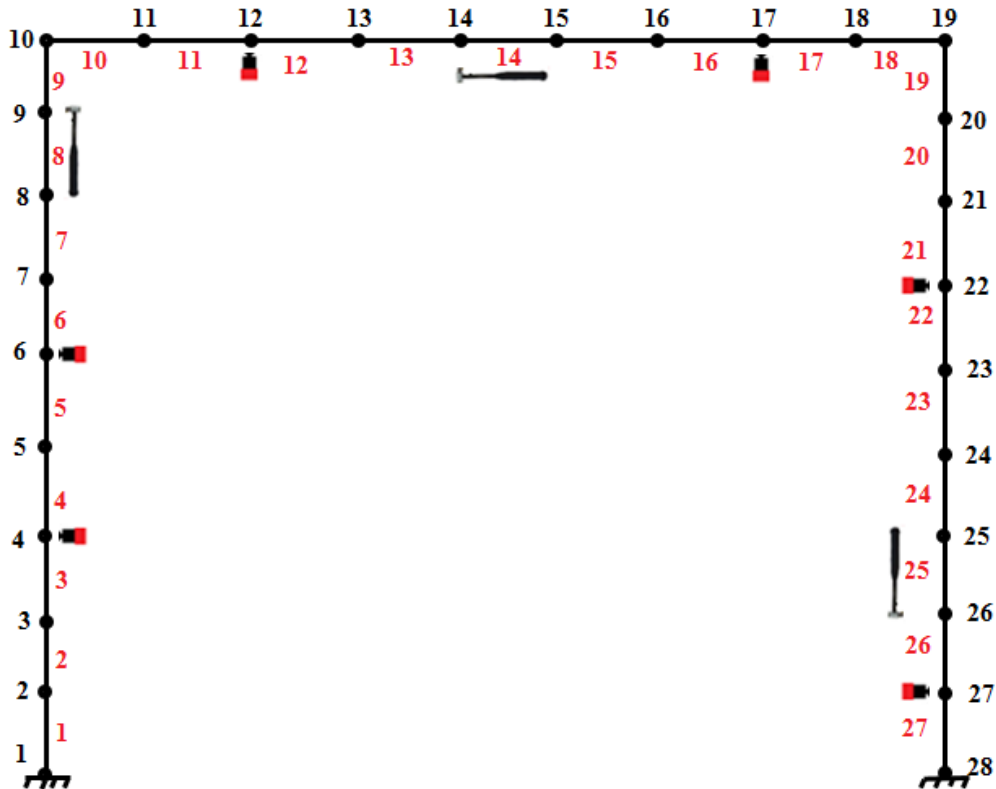
$$\Delta M = \sum_{n=1}^{ne} M_n \Delta P_n^M$$

در معادلات بالا،  $M_n$  و  $K_n$ ، نشان دهنده سختی و جرم المان‌ها بوده،  $\Delta P_n^K$  و  $\Delta P_n^M$ ، ضرایب نرمال شده که نشان دهنده تغییر در پارامترها هستند و علامت جمع، نشان دهنده اسمبل نمودن ماتریس‌ها است. با استفاده از این تعاریف، ماتریس حساسیت مرتبط با  $n$  امین پارامتر سازه‌ای (سختی و جرم) به صورت معادله (۱۷) ارائه می‌گردد:

$$S_{\psi(j,k)}^K = -H_{\psi(j,k)}^{*D} S_{\psi(j,k)}^{ff} K_n H_{\psi(j,k)} - H_{\psi(j,k)}^{*D} K_n H_{\psi(j,k)}^* S_{\psi(j,k)}^{ff} H_{\psi(j,k)} \quad (17)$$

$$S_{\psi(j,k)}^M = a_{(j,k)} \left[ H_{\psi(j,k)}^{*D} S_{\psi(j,k)}^{ff} M_n H_{\psi(j,k)} - H_{\psi(j,k)}^{*D} M_n H_{\psi(j,k)}^* S_{\psi(j,k)}^{ff} H_{\psi(j,k)} \right]$$

صورت نهایی معادلات استخراج شده برای محاسبه تغییر در پارامترهای سازه‌ای به صورت معادله (۱۸) بیان می‌گردد:



شکل ۱. مدل هندسه قاب

Fig. 1. The geometry of the frame model

انتخاب مناسب ضرایب تبدیل موجک، منجر به بهتر شدن فرآیند بهینه‌سازی و نرخ همگرایی و همچنین بهبود بروزسانی مدل می‌گردد. با استفاده از رابطه (۵)، مقادیر ضرایب تبدیل موجک را می‌توان در هر یک از فرآیندهای تجزیه سیگنال ارتعاشی سازه برای هر یک از سناریوهای سازه آسیب دیده با توجه به پاسخ سازه استخراج نمود. انتخاب ضرایب موجک  $a_{(j,k)}$  جهت موفقیت تخمین انجام شده، بر اساس پارامترهای سازه‌ای بسیار موثر می‌باشد. به منظور افزایش دقت  $H_{\psi}^D(j,k)$  تقریب زده شده و در نتیجه افزایش معادله حساسیت، ضرایب  $a_{(j,k)}$  نزدیک به فرکانس‌های طبیعی سازه آسیب دیده و سالم انتخاب شده است. محدوده انتخاب شده این ضرایب جهت جایگذاری در معادله حساسیت پیشنهادی در جدول ۳ در مقیاس و انتقال زمانی مختلف ارائه شده است.

به منظور کاهش خطاهای دیگر در بروزسانی مدل، باید توجه داشت که داده‌های بسیار نزدیک به فرکانس‌های طبیعی را نباید در نظر گرفت. با دور شدن از فرکانس‌های رزونانس، اثرات میرایی بر ضرایب تابع تبدیل موجک را می‌توان کاهش داد. بنابراین، با انتخاب داده‌های مناسب، معادله

انتخاب مناسب مکان برای اعمال نیروی تحریک و اندازه‌گیری پاسخ، موضوع مهمی برای بروزسانی مدل سازه است. فرض بر این است که بارهای تحریک به طور جداگانه اعمال می‌شوند و پاسخ‌های سازه‌ای در DOF انتخاب شده اندازه‌گیری می‌شوند. مکان‌های تحریک و اندازه‌گیری در تمام سناریوهای آسیب مشابه در نظر گرفته شده‌اند. پاسخ‌های سازه‌ای به چهار سطح موجک دابیشز ۴ (Daubechies Db4) تجزیه می‌شوند. تاریخچه زمانی پاسخ سازه جهت استخراج ضرایب تبدیل موجک با استفاده از روش نیومارک-بتا به دست آمده‌اند. در این پژوهش فرض بر این است که بارهای هارمونیک به صورت جداگانه اعمال و پاسخ سازه‌ای در درجات آزادی مشخص شده اندازه‌گیری می‌گردد. نرخ نمونه‌برداری از داده‌ها برابر با ۱۰۰۰ هرتز در نظر گرفته شده است. پاسخ جابه‌جایی در درجات آزادی اشاره شده به مدت ۲ ثانیه پس از اعمال بار تحریک، داده‌برداری شده است. فرکانس‌های طبیعی سازه در حالت سالم و آسیب دیده در جدول ۱ ارائه شده است. سناریوهای آسیب در جدول ۲ با در نظر گرفتن میزان درصد کاهش سختی خمشی در المان مربوطه، ارائه شده است.

جدول ۱. فرکانس‌های طبیعی سازه سالم و آسیب دیده بر حسب هرتز

Table 1. Natural frequencies (Hz) for the intact and damaged cases

شماره شکل مود	سازه سالم	سناریوی آسیب		
		۱	۲	۳
۱	۸/۷۵۹	۸/۶۸۵	۸/۶۸۷	۸/۶۶۸
۲	۳۴/۵۶۶	۳۴/۰۸۲	۳۳/۶	۳۳/۵۶۵
۳	۵۶/۳۸۹	۵۵/۰۸۷	۵۵/۱۰۵	۵۶/۰۴۲
۴	۶۱/۱۳۵	۶۰/۱۵۶	۶۰/۳۸۵	۶۰/۴۱۳
۵	۱۲۳/۴۸۹	۱۱۹/۰۴۱	۱۲۰/۴۳۸	۱۲۱/۲۳۳
۶	۱۵۰/۸۶۸	۱۴۶/۹۹۲	۱۴۷/۲۰۹	۱۴۷/۲۸۶

جدول ۲. درصد کاهش مدول یانگ برای شبیه‌سازی آسیب سازه قاب

Table 2. Percent of stiffness reduction of the frame model

شماره سناریو	شماره المان و درصد آسیب				
	۱	شماره المان	۴	۱۲	۲۵
درصد آسیب		۳۰	۳۰	۳۰	
۲	شماره المان	۵	۷	۱۱	۱۵
	درصد آسیب	۱۰	۲۰	۵	۲۰
۳	شماره المان	۳	۷	۱۴	۲۱
	درصد آسیب	۲۰	۱۵	۲۵	۵

جدول ۳. محدوده انتخابی ضرایب  $a_{(j,k)}$  جهت بروزرسانی

Table 3. The selected range for  $a_{(j,k)}$  Value for Model Updating

سناریوی آسیب	۱	۲	۳
محدوده ضرایب انتخابی	$(-۰/۸۵) \sim (-۱/۱۰)$	$(-۰/۶۵) \sim (-۰/۹۸)$	$(-۰/۶۵) \sim (-۰/۹۸)$
$a_{(j,k)}$ $*(1.0e^{+2})$	$(-۲/۶۵) \sim (-۲/۹۵)$	$(-۲/۱۰) \sim (-۲/۸۵)$	$(-۲/۱۰) \sim (-۲/۸۵)$
	$(-۲/۸۴) \sim (-۳/۴۵)$	$(-۲/۳۵) \sim (-۳/۴۰)$	$(-۲/۳۵) \sim (-۳/۴۰)$
	$(-۱۲/۵۵) \sim (-۱۳/۸۸)$	$(-۱۲/۲۲) \sim (-۱۳/۷۵)$	$(-۱۱/۹۵) \sim (-۱۳/۶۶)$

جدول ۴. مقادیر شاخص نزدیکی با توجه به وجود خطای اندازه‌گیری و مدل‌سازی در سازه قاب

Table 4. Closeness index of the frame model considering measurement and modeling error

سناریوی خرابی	مقادیر CI	
	با وجود خطای اندازه‌گیری تابع تبدیل موجک پاسخ سازه	با وجود خطای اندازه‌گیری تابع تبدیل موجک پاسخ سازه به همراه خطای مدل‌سازی جرم
۱	۰/۹	۰/۸
۲	۰/۸۴	۰/۸۳
۳	۰/۹۳	۰/۷۸

محاسبه شده تقسیم می‌گردد و به عنوان ضریب تغییرات (COV) نشان داده شده است. نتایج بروزسانی مدل ارائه شده در شکل‌های ۲-الف تا ۴-الف نشان می‌دهد که معادله حساسیت پیشنهادی قادر به شناسایی دقیق مکان آسیب و همچنین شدت آسیب‌های سازه‌ای می‌باشد. پایداری نتایج حاصل از استفاده از معادله حساسیت پیشنهادی با ارزیابی ضریب تغییرات پارامترهای COV، در شکل‌های ۲-ب تا ۴-ب نشان داده شده است. پایین بودن ضریب تغییرات، نشان از دقت خوب روش و پراکندگی کم نتایج پیش‌بینی شده دارد. به منظور بررسی کمی نتایج پیش‌بینی شده و مقایسه آن‌ها، از شاخص نزدیکی<sup>۱</sup> که بیانگر فاصله نسبی بین بردار آسیب پیش‌بینی شده و واقعی می‌باشد، می‌توان استفاده نمود. لذا می‌توان نوشت [۴۶]:

$$CI = 1 - \frac{\|\delta \bar{P}_t - \delta \bar{P}_p\|}{\|\delta \bar{P}_t\|} \quad (20)$$

که  $\delta \bar{P}_p$  و  $\delta \bar{P}_t$  به ترتیب، مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده بردار خرابی می‌باشد. چنانچه شناسایی آسیب در کلیه المان‌ها به صورت دقیق انجام شود، مقادیر CI برابر یک خواهد بود. مقادیر CI سناریوهای آسیب در نظر گرفته شده در جدول شماره ۴ ارائه شده است.

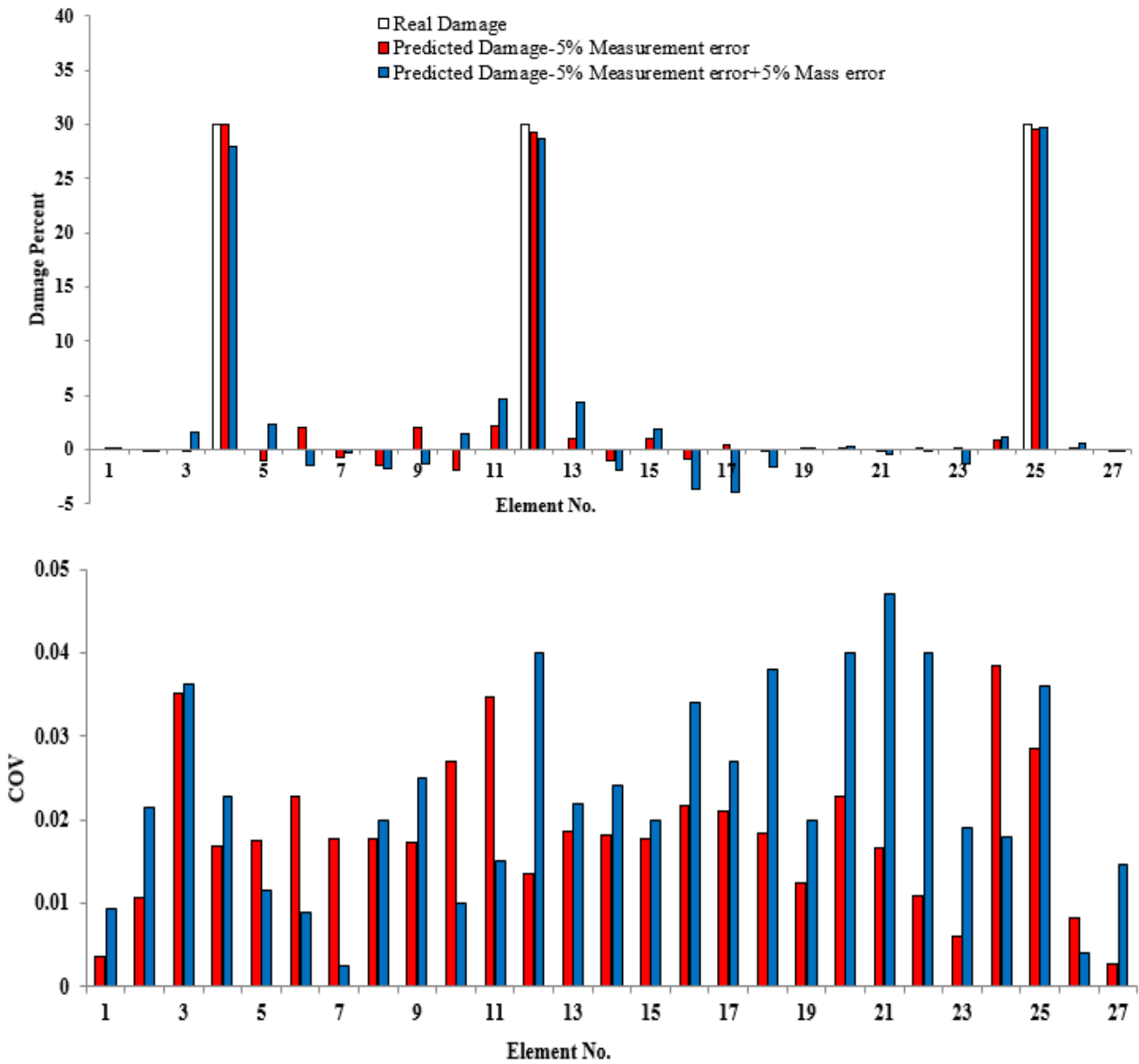
مقادیر CI، اعتبار نتایج مدل بروز شده را تأیید می‌کند. نتایج ارائه شده نشان می‌دهد که معادله حساسیت پیشنهادی قادر است، مدل را در صورت وجود خطاهای اندازه‌گیری تابع تبدیل موجک پاسخ سازه و مدل‌سازی جرمی، با دقت قابل قبول بروزسانی کند.

حساسیت بدون تغییر عمده و یا جزئی توسط میرایی، بروزسانی می‌گردد. بنابراین، برای مدلی که میرایی بسیار پایینی دارد، مخرج معادله (۱۵) و در نتیجه معادله حساسیت توسط  $\Omega_R^2 + a_{(j,k)}$  کنترل می‌شود. اگر از ضرایب تبدیل موجک نزدیک به داده‌های رزونانس استفاده شود، یک خطای کوچک در رزونانس‌های اندازه‌گیری شده، باعث تغییرات قابل توجهی در مقادیر  $\Omega_R^2 + a_{(j,k)}$  می‌شود و باعث انحرافات زیادی در معادلات حساسیت می‌شود. نتایج شبیه‌سازی و حل معادلات نشان می‌دهد، استفاده از تبدیل موجک تابع همبستگی جهت شناسایی آسیب در سازه‌ها در مقایسه با تغییرات تابع چگالی طیفی در حوزه فرکانس، زمان محاسبات را در حدود ۳۰ درصد کاهش می‌دهد.

خطاهای غیرقابل اجتناب در فرآیند بروزسانی المان محدود از قبیل خطاهای محیطی، مدل‌سازی و اندازه‌گیری در پاسخ سازه وجود دارند [۴۵]. به همین دلیل با توجه به وجود این خطاها و تاثیرات آن در نتایج شناسایی آسیب، مقادیر تصادفی خطا به این شبیه‌سازی‌ها اضافه شده است [۶]. در این مقاله، ۵ درصد خطای تصادفی با توزیع یکنواخت به داده‌های شبیه‌سازی شده اضافه شده است. در بیشتر سازه‌های واقعی، آسیب‌ها، به دلیل تغییر پارامترهای سختی بوده و ماتریس جرم برای سازه‌های سالم و آسیب دیده یکسان است. با این وجود، پارامترهای جرم فرض شده، ممکن است دقیق نباشند؛ لذا به میزان ۵ درصد خطای مدل‌سازی جرمی نیز در نظر گرفته شده است. علاوه بر آن ۵۰ مجموعه خطای اندازه‌گیری برای نشان دادن کارایی روش پیشنهادی استفاده شده است. میانگین پارامترهای تخمین زده شده به تنهایی نشان دهنده دقت نتایج نمی‌باشد و لازم است که پراکندگی نتایج در اطراف مقدار میانگین به صورت پارامتر ضریب تغییرات (COV) نیز مورد بررسی قرار گیرد.

جهت بی‌بعد نمودن مقادیر انحراف معیار، مقادیر به دست آمده بر میانگین

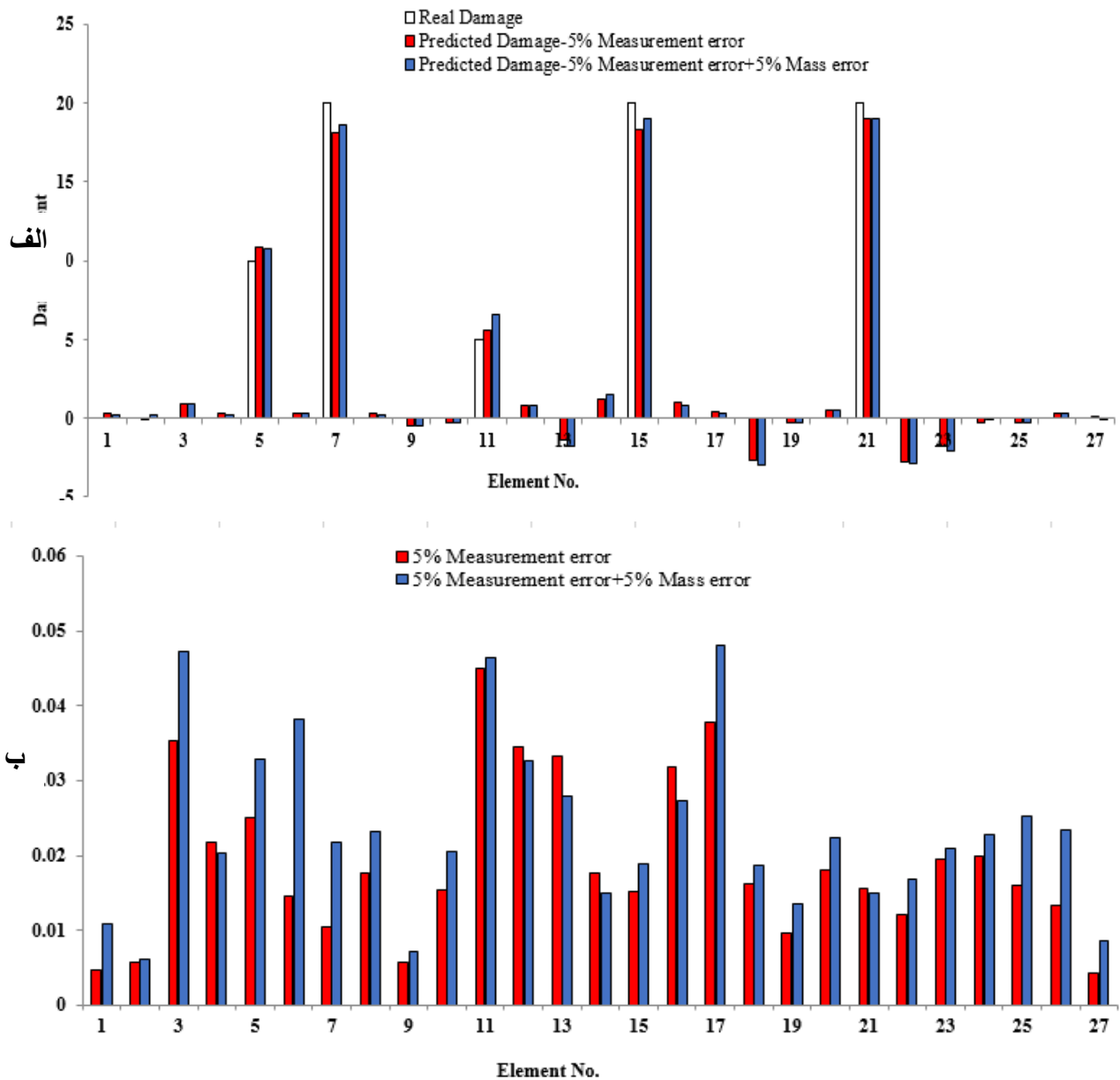
1 Closeness index



شکل ۲. الف) تخمین آسیب المان‌های سازه در سناریوی اول با ۵ درصد خطای اندازه‌گیری تابع تبدیل موجک پاسخ سازه و ۵ درصد خطای مدل‌سازی جرم ب) ضریب تغییرات نتایج عیب‌یابی

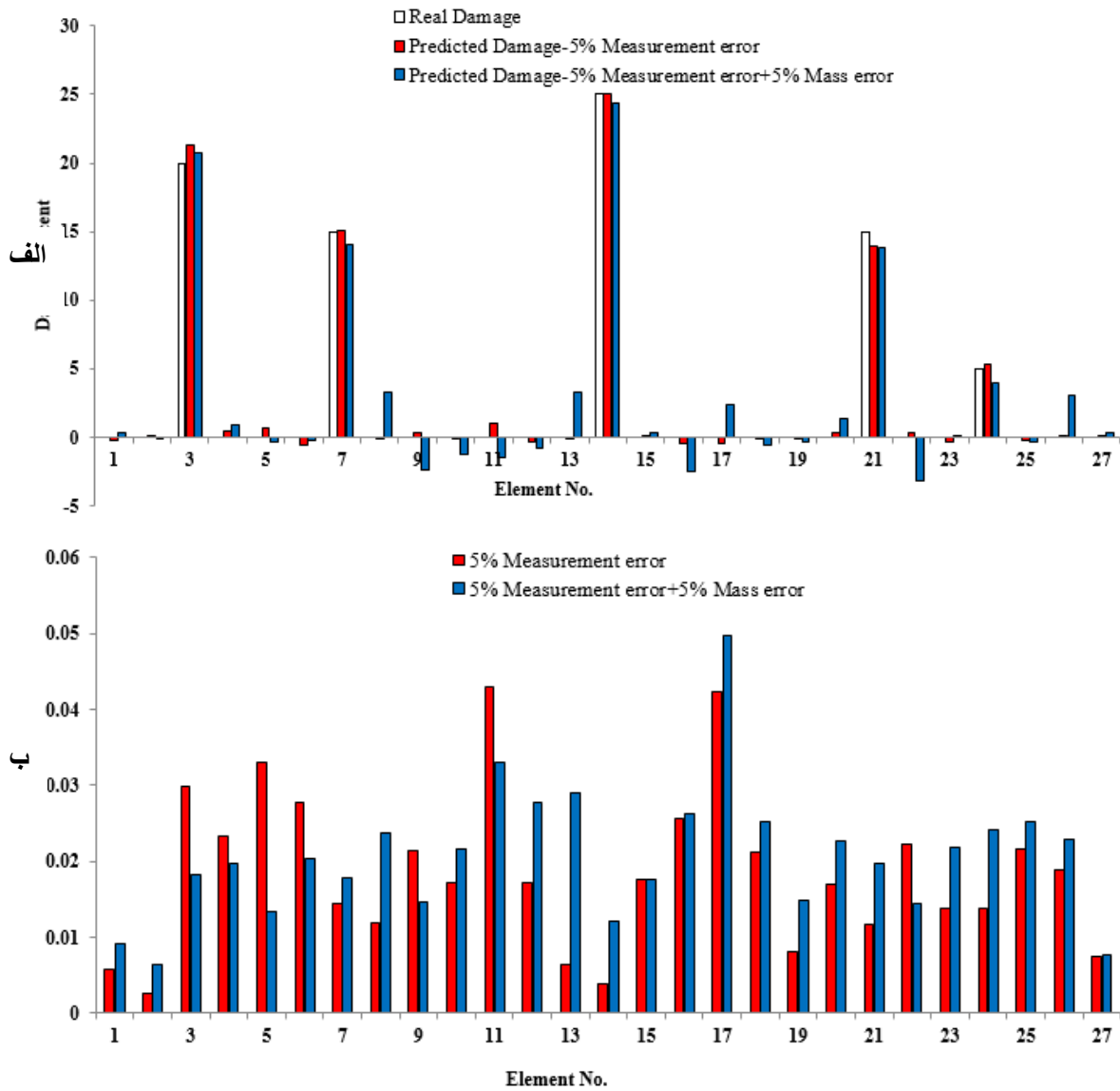
Fig. 2. a) First case damage predicted parameter at considering 5% measurement error and 5% modeling error, b) COV of the predicted parameters





شکل ۳. الف) تخمین آسیب‌های المان‌های سازه در سناریوی دوم با ۵ درصد خطای اندازه‌گیری تابع تبدیل موجک پاسخ سازه و ۵ درصد خطای مدل‌سازی جرم ب) ضریب تغییرات نتایج عیب‌یابی

Fig. 3. a) Second case damage predicted parameter at considering 5% measurement error and 5% modeling error, b) COV of the predicted parameters



شکل ۴. الف) تخمین آسیب المان‌های سازه در سناریوی سوم با ۵ درصد خطای اندازه‌گیری تابع تبدیل موجک پاسخ سازه و ۵ درصد خطای مدل‌سازی جرم ب) ضریب تغییرات نتایج عیب‌یابی

Fig. 4. a) Third case damage predicted parameter at considering 5% measurement error and 5% modeling error, b) COV of the predicted parameters

#### ۴- نتیجه گیری

این مقاله یک روش بروزسانی مدل سازه را در حوزه مقیاس-زمان با استفاده از تبدیل موجک تابع همبستگی توسعه داده شده و جهت شناسایی آسیب سازه مورد مطالعه مورد استفاده قرار گرفته شده است. معادله حساسیت به صورت شبه دقیق استخراج شده است. مدل سازه با استفاده از ضرایب تبدیل موجک به دست آمده در محدوده فرکانس‌های طبیعی و در مجاورت فرکانس رزونانس‌ها بروزسانی می‌شود، که در آن میرایی و اندازه‌گیری‌های ناقص، تأثیر عمده‌ای بر نتایج به دست آمده از پارامترها ندارد. معادلات حساسیت پیشنهادی برای به دست آوردن تغییر پارامترهای سازه‌ای با روش حداقل مربعات حل شده است. جهت کاهش تاثیرات منفی در اندازه‌گیری‌های ناقص در سازه‌ها، استفاده از روش تقریبی و استفاده از داده‌های آسیب دیده و سالم، پوشش داده شده است. روش پیشنهادی با استفاده از داده‌های شبیه‌سازی شده آلوده به خطاهای اندازه‌گیری و مدل‌سازی، با موفقیت برای یک مدل قاب دو بعدی اعمال شد. نتایج، نشان دهنده توانایی روش در شناسایی محل و شدت آسیب‌های سازه‌ای است. استحکام روش پیشنهادی با مقادیر کم COV نتایج تخمین پارامتر تأیید شده است.

#### منابع

- method vs mode-shape-based method, *Engineering structures*, 25(1) (2003) 57-67.
- [6] A. Esfandiari, F. Bakhtiari-Nejad, A. Rahai, Theoretical and experimental structural damage diagnosis method using natural frequencies through an improved sensitivity equation, *International Journal of Mechanical Sciences*, 70 (2013) 79-89.
- [7] H. Li, J. Wang, S.-L.J. Hu, Using incomplete modal data for damage detection in offshore jacket structures, *Ocean Engineering*, 35(17) (2008) 1793-1799.
- [8] A. Esfandiari, An innovative sensitivity-based method for structural model updating using incomplete modal data, *Structural Control and Health Monitoring*, 24(4) (2017).
- [9] Y. Ho, D. Ewins, Numerical evaluation of the damage index, *Structural Health Monitoring*, 1999 (2000) 995-1011.
- [10] Y. Zhang, L. Wang, Z. Xiang, Damage detection by mode shape squares extracted from a passing vehicle, *Journal of Sound and Vibration*, 331(2) (2012) 291-307.
- [11] N. Stubbs, J. Kim, K. Topole, An efficient and robust algorithm for damage localization in offshore platforms, in: *Proceedings of the ASCE 10th Structures Congress*, 1992, pp. 543-546.
- [12] C. Dong, P. Zhang, W. Feng, T. Huang, The sensitivity study of the modal parameters of a cracked beam, in: *Proceedings of the 12th International Modal Analysis*, 1994, pp. 98.
- [13] S. Modak, T. Kundra, B. Nakra, Comparative study of model updating methods using simulated experimental data, *Computers & structures*, 80(5-6) (2002) 437-447.
- [14] X. Li, F. Liu, A nonmode-shape-based model updating method for offshore structures using extracted components from measured accelerations, *Applied Ocean Research*, 121 (2022) 103087.
- [15] Y. Li, S. Wang, M. Zhang, C. Zheng, An improved modal strain energy method for damage detection in offshore platform structures, *Journal of Marine Science and Application*, 15(2) (2016) 182-192.
- [16] A. Esfandiari, Structural parameter estimation and
- [1] H. Sohn, C.R. Farrar, F.M. Hemez, J.J. Czarnecki, A review of structural health review of structural health monitoring literature 1996-2001, Los Alamos National Laboratory, 2002.
- [2] L. Wang, T.H. Chan, Review of vibration-based damage detection and condition assessment of bridge structures using structural health monitoring, in: *QUT Conference Proceedings*, 2009.
- [3] S. Baybordi, A. Esfandiari, Model updating and damage detection of jacket type platform using explicit and exact time domain sensitivity equation, *Ocean Engineering*, 269 (2023) 113551.
- [4] S.W. Doebling, C.R. Farrar, M.B. Prime, D.W. Shevitz, Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: a literature review, (1996).
- [5] J.-T. Kim, Y.-S. Ryu, H.-M. Cho, N. Stubbs, Damage identification in beam-type structures: frequency-based

- incomplete transfer function of strain data, *Journal of Sound and Vibration*, 333(16) (2014) 3657-3670.
- [27] M.J. Khosraviani, O. Bahar, S.H. Ghasemi, Damage detection in continuous deck bridges using statistical cross-correlation function method, *Amirkabir Journal of Civil Engineering*, (2020).
- [28] Z. Zheng, Z. Lu, W. Chen, J. Liu, Structural damage identification based on power spectral density sensitivity analysis of dynamic responses, *Computers & Structures*, 146 (2015) 176-184.
- [29] M. Pedram, A. Esfandiari, M.R. Khedmati, Finite element model updating using strain-based power spectral density for damage detection, *Structural Control and Health Monitoring*, 23(11) (2016) 1314-1333.
- [30] G.H. Granlund, H. Knutsson, *Signal processing for computer vision*, Springer Science & Business Media, 2013.
- [31] G.H. Granlund, H. Knutsson, *Signal processing for computer vision*, Springer Science & Business Media, 2013.
- [32] O. Rioul, M. Vetterli, *Wavelets and signal processing*, IEEE signal processing magazine, 8(4) (1991) 14-38.
- [33] C. Valente, D. Spina, Crack Detection in Beam Elements Using the Gabor Transform, *Proceedings of Adaptive Computing in Engineering Design and Control'96*, (1997) 147-156.
- [34] E. Douka, S. Loutridis, A. Trochidis, Crack identification in beams using wavelet analysis, *International Journal of Solids and Structures*, 40(13-14) (2003) 3557-3569.
- [35] T. Tabaru, S. Shin, Relation between spectrum density and wavelet transform of correlation function, *Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers*, 39(5) (2003) 425-431.
- [36] S. Zhong, S.O. Oyadiji, Crack detection in simply supported beams without baseline modal parameters by stationary wavelet transform, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 21(4) (2007) 1853-1884.
- [37] S. Law, X. Li, Wavelet-based sensitivity analysis of the impulse response function for damage detection, *Journal of applied mechanics*, 74(2) (2007) 375-377.
- damage detection using experimental transfer function data, *Inverse Problems in Science and Engineering*, 28(1) (2020) 2-20.
- [17] U. Dackermann, J. Li, B. Samali, Identification of member connectivity and mass changes on a two-storey framed structure using frequency response functions and artificial neural networks, *Journal of Sound and Vibration*, 332(16) (2013) 3636-3653.
- [18] D.C. Kammer, S. Nimityongskul, Frequency band averaging of spectral densities for updating finite element models, *Journal of Vibration and Acoustics*, 131(4) (2009) 041007.
- [19] M. Pedram, A. Esfandiari, F. Shadan, Finite Element Model Updating Using Power Spectral Density of Structural Response, in: *EWSHM-7th European Workshop on Structural Health Monitoring*, 2014.
- [20] W. Bayissa, N. Haritos, Structural damage identification in plates using spectral strain energy analysis, *Journal of Sound and Vibration*, 307(1-2) (2007) 226-249.
- [21] J. Li, H. Hao, J.V. Lo, Structural damage identification with power spectral density transmissibility: numerical and experimental studies, *Smart Struct. Syst*, 15(1) (2015) 15-40.
- [22] J.A. Dos Santos, C.M. Soares, C.M. Soares, N. Maia, Structural damage identification in laminated structures using FRF data, *Composite Structures*, 67(2) (2005) 239-249.
- [23] S. Baybordi, A. Esfandiari, A novel sensitivity-based finite element model updating and damage detection using time domain response, *Journal of Sound and Vibration*, 537 (2022) 117187.
- [24] F. Shadan, F. Khoshnoudian, D.J. Inman, A. Esfandiari, Experimental validation of a FRF-based model updating method, *Journal of Vibration and Control*, 24(8) (2018) 1570-1583.
- [25] M. Sanayei, A. Esfandiari, A. Rahai, F. Bakhtiari-Nejad, Quasi-linear sensitivity-based structural model updating using experimental transfer functions, *Structural Health Monitoring*, 11(6) (2012) 656-670.
- [26] A. Esfandiari, Structural model updating using

- 2D wavelet decomposition and heat map, including soil-structure interaction, in: Structures, Elsevier, 2021, pp. 842-861.
- [43] F. Kong, P.D. Spanos, J. Li, I.A. Kougoumtzoglou, Response evolutionary power spectrum determination of chain-like MDOF non-linear structural systems via harmonic wavelets, International Journal of Non-Linear Mechanics, 66 (2)(2014)17-30.
- [44] A.S. Mansourabadi, A. Esfandiari, Structural model updating using sensitivity of wavelet transform coefficients of incomplete structural response, Journal of Civil Structural Health Monitoring, 9(1) (2019) 37-51.
- [45] M. Friswell, J. Penny, S. Garvey, Parameter subset selection in damage location, Inverse Problems in Engineering, 5(3) (1997) 189-215.
- [46] F. Bakhtiari-Nejad, A. Rahai, A. Esfandiari, A structural damage detection method using static noisy data, Engineering structures, 27(12)(2005)1784-1793.
- [38] S. Zhong, S.O. Oyadiji, Detection of cracks in simply-supported beams by continuous wavelet transform of reconstructed modal data, Computers & structures, 89(1) (2011) 127-148.
- [39] A. Younesi, O. Rezaeifar, M. Gholhaki, A. Esfandiari, Damage detection in concrete filled tube columns based on experimental modal data and wavelet technique, Mechanics of Advanced Composite Structures, 7(2) (2020) 245-254.
- [40] X.-L. Peng, H. Hao, Z.-X. Li, K.-Q. Fan, Experimental study on subsea pipeline bedding condition assessment using wavelet packet transform, Engineering Structures, 48 (2013) 81-97.
- [41] B. Asgarian, V. Aghaeidoost, H.R. Shokrgozar, Damage detection of jacket type offshore platforms using rate of signal energy using wavelet packet transform, Marine Structures, 45 (2016) 1-21.
- [42] M.M. Motlagh, A. Bahar, O. Bahar, Damage detection in a 3D wind turbine tower by using extensive multilevel

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

M. Sadeghian, A. Esfandiari, M. Fadavi, Damage detection in structures using finite element model updating based on changes in wavelet transform coefficients of a correlation function, Amirkabir J. Civil Eng., 55(3) (2023) 665-680.

DOI: 10.22060/ceej.2023.20796.7528



