



DEM investigation of the effect of arrangement of grains on the behavior of brittle granular materials subjected to one dimensional compression

V. Gorbanpoor, M. Emami Tabrizi*

Civil Engineering Faculty, Sahand University of Technology, SUT, Tabriz, Iran

ABSTRACT: Granular materials are used in many projects such as dams, railways and breakwaters. Because the size of granular materials in these projects starts from a few centimeters and sometimes reaches one meter, conducting laboratory experiments would be very expensive, time-consuming and even impossible. For this purpose, the use of numerical modeling to investigate the effect of different parameters on the mechanical behavior of this type of material is very important. Among the effective factors, grain arrangement is investigated in this study. Thus, cylindrical and cubic grains are modeled as representative of rounded and angular grains, in two regular and irregular arrangement based on the discrete element method and stress-strain behavior, applied energy and breakage values after loading are investigated. Using the non-linear Hertz model and determining its parameters based on laboratory experiments, controlling the uniformity of grain distribution based on the number of contact points along with the dip and direction of grains, defining the breakage criterion based on Von-Mises criterion and applying the breakage pattern based on particle splitting are among the features of the model used. In order to validate the numerical model, similar laboratory experiments were performed and their results were compared with each other. The results showed that the numerical model can study the effect of the arrangement of grains on the behavior of materials with high accuracy. Also, due to the existence of different shapes in granular materials, the effect of mixed arrangement was investigated on the results.

Review History:

Received: May, 07, 2021
Revised: Apr. 15, 2022
Accepted: Apr. 24, 2022
Available Online: Jul. 21, 2022

Keywords:

Grain arrangement
Behavior of materials
Discrete element method
Von-Mises criterion
Non-linear Hertz model

1- Introduction

The performance and stability of structures such as earthfill and rockfill dams, railway ballasts and breakwaters are related to the shear behavior as well as the breakage of the aggregates. In general, many parameters affect the behavior of granular materials, including: stress state, grain size and shape, grain size distribution, grain density, fracture toughness, friction between grains and water content [1]. In real conditions, the size of granular materials used in structures such as dams varies from a few millimeters to several tens of centimeters [2]. In the ballast of the railway, the size of the grains is generally between 1 to 7 cm [3]. This makes laboratory tests on such materials very expensive and time-consuming and even impossible in some cases. On the other hand, it is practically impossible to apply the same initial conditions to the experiments in terms of size, shape and position of the grains relative to each other. All of these limitations lead to the use of numerical modeling in the analysis of the behavior of brittle aggregates. Various researches on the behavior of granular materials have been done through numerical modeling [4-6]. Based on previous studies, using the discrete element method, the mechanical behavior of granular materials in different conditions of size,

shape and loading conditions can be obtained and analyzed. But the important issue is the adaptation of the modeled grain to its actual shape. On the other hand, in the latest studies conducted in the years 2020 to 2022, the grains have always been randomly placed inside the loading chamber and the only controlling parameter has been the porosity of the grains. For spherical grains, porosity control is sufficient, but if the modeled grain is non-spherical, then the slope and direction of the grains and the type of contact between the grains will greatly affect the behavior of the material. In this regard, Zhang et al. In 2020 [7] modeled the combined arrangement of grains with different shapes. They modeled only one combined arrangement and compared the results with the uniform arrangement of spherical grains. In his work, the effect of changing the grain combination with different spherical coefficients on the stress-strain behavior of the grain set has not been investigated. In this study, to investigate the effect of shape, the grains are modeled in two cubic and cylindrical shapes, in two different sizes that are exactly similar to laboratory experiments. To investigate the effect of slope and direction of grain placement, two conditions of regular and random arrangements of grains are also modeled and then the results are compared with the

*Corresponding author's email: m.emami@sut.ac.ir



Table 1. Geometrical properties of the grains and loading conditions

	Cube A	Cylinder A	Cube B	Cylinder B
Dim.	12×12×19	14×20	27×27×27	25×27
<i>S</i>	0.31	0.54	0.57	0.69
Load (kN)	50, 100, 150		150, 213, 300	

relevant laboratory results. Finally, after numerical modeling validation, two combinations of cubic and cylindrical grains with different percentages of shapes are modeled and their stress-strain behavior at high-stress levels is evaluated.

2- Methodology

In this study, to investigate the effect of shape, two groups of cylindrical and cubic grains, each in two different sizes were selected as representative of angular and rounded grains, respectively (Table 1). The sphericity coefficient (*S*) of these grains is determined as the ratio of the radius of the largest circumferential circle (*r*) to the radius of the smallest circumferential circle (*R*).

Hertz nonlinear model was used to determine the contact behavior between the grains. Then, the number of balls required to form each clump was obtained using sensitivity analysis. The grains were then placed inside the loading cell in two regular and irregular arrangements. In the irregular arrangement, the number of contact points of each grain with adjacent grains along with the slope and orientation of the grains were controlled to ensure that the initial conditions of the experiments were the same. Then the tensile strengths of cubic and cylindrical grains were assigned based on their corresponding strength distribution diagram. To evaluate the possibility of grain breakage, the von-Mises criterion was used. It should be noted that the grain strength values are modified based on the confinement caused by adjacent particles at each time step. If the breakage criterion is met, each grain must break according to a predetermined pattern. In this study, it is assumed that each grain is divided into two parts due to breakage; In such a way that the resulting shape is as similar as possible to the original shape of the grain.

3- Results and discussion

In this paper, stress-strain curves, input energy per unit volume of the grains and breakage factor were determined. It should be noted that the strain in this paper is the relative displacement of the loading plate relative to the initial height of the loading cylinder. It was observed that the diagrams obtained from numerical modeling were more than 90% consistent with the relevant laboratory results. Nonlinear hardening behavior was also observed in all experiments. In general, the stress-strain behavior of materials can be divided into two parts. In the first part, which deals with the initial rearrangement of the grains, for small amounts of applied stress, the grains slip and move and reach to the threshold

state. The amount of strain in this condition varies for different grains. In the second part of the diagram, the values of stress increments increase with respect to strain increment and hardening behavior occurs. Comparing the behavior between specimens of the same size but in different shapes in irregular arrangement, it was observed that the amount of strain occurred for the cylindrical grains of type A was about 17% higher than the cubic grains of type A. However, in group B grains, whose average volume is more than 5 times the average volume of group A grains, the displacement values of cubic specimens were about 11% higher than the corresponding values in cylindrical specimens. In regular arrangement, only breakage can occur in the grains. Because there is an area contact between the cubic grains and a linear contact between the cylindrical grains, and this prevents corner breakage and lip filling in the grains. An important parameter that should be considered in reviewing the results and validation of the numerical model in the uniaxial load test is the breakage factor. Breakage factor values obtained from numerical modeling, with an error of less than 20%, were able to predict the actual values of breakage that occurred in laboratory experiments. In the case of irregular arrangement, cubic specimens of both sizes experienced, on average, 18% more breakages than cylindrical grains. The reason for this depends on the lower sphericity of the cubic grains and the greater stress concentration in them. The results of grain combination modelings showed that by increasing the amount of cubic grains and decreasing the total sphericity coefficient, a higher percentage of grains broke.

4- Conclusions

In a fixed arrangement and the same state of contact between the grains, the angular the grains and the more the material moves away from the spherical shape, the higher the breakages due to the concentration of stress. Cubic grains experienced an average of 18% more failure than cylindrical grains.

In regular arrangement, the position of the grains next to each other (whether the grains have a linear or area contact) affects the breakage factor more than the grain shape.

In regular arrangement, there is no possibility of slipping and rotation of the grains and the mechanical performance of the grains is only breakage. In irregular arrangement, however, in addition to the possibility of breakage, the grains can be displaced. Thus in regular arrangement, grain breakage begins at lower stress values than in irregular arrangement.

In the case of irregular arrangement, the amount of breakage factor for all shapes increases with increasing grain size. This is due to the presence of more microcracks in larger grains, which reduces the strength and increases the breakage in them.

In this study, only the effects of breakage in the form of splitting have been applied. It is possible to increase the accuracy of modeling by completing future research in the form of modeling corner breakages and edge fillings that occur at low stresses.

References

- [1] E. Seyedi Hosseininia, A.A. Mirghasemi, Numerical simulation of breakage of two-dimensional polygon-shaped particles using discrete element method, *Powder Technol.*, 166(2) (2006) 100-112.
- [2] E.E. Alonso, M. Tapias, J. Gili, Scale effects in rockfill behaviour, *Geotech. Lett.*, 2(3) (2012) 155-160.
- [3] B. Indraratna, D. Ionescu, H.D. Christie, Shear behavior of railway ballast based on large-scale triaxial tests, *J. Geotech. Geoenviron.*, 124(5) (1998) 439-449.
- [4] N. Mahbubi Motlagh, A. Noorzad, Discrete Element Method Simulation of Dynamic Behavior of Granular Materials, *Amirkabir Journal of Civil Engineering*, 53(10) (2021) 13 (In persian).
- [5] A. Sarabi, A. Mahboubi, Three-dimensional modeling of rockfill using DEM considering particle breakage, *Sharif Journal of Civil Engineering*, 36.2(2.1) (2020) 79-90 (In persian).
- [6] G. Kang, Y.-j. Ning, R. Liu, P.-w. Chen, S.-p. Pang, Simulation of force chains and particle breakage of granular material by numerical manifold method, *Powder Technol.*, 390 (2021) 464-472.
- [7] T. Zhang, C. Zhang, J. Zou, B. Wang, F. Song, W. Yang, DEM exploration of the effect of particle shape on particle breakage in granular assemblies, *Comput. Geotech.*, 122 (2020) 103542.

HOW TO CITE THIS ARTICLE

V. Ghorbanpoor, M. Emami Tabrizi, *DEM investigation of the effect of arrangement of grains on the behavior of brittle granular materials subjected to one dimensional compression*, *Amirkabir J. Civil Eng.*, 54(11) (2023) 837-840.

DOI: 10.22060/ceej.2022.20011.7314





بررسی آرایش دانه‌ها در رفتار مصالح دانه‌ای ترد تحت بارگذاری تک‌محوری فشاری با روش المان گسسته

وحید قربانپور، مهرداد امامی تبریزی*

دانشکده مهندسی عمران و مرکز تحقیقات زلزله، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز، ایران.

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۰/۰۲/۱۷
بازنگری: ۱۴۰۱/۰۱/۲۶
پذیرش: ۱۴۰۱/۰۲/۰۴
ارائه آنلاین: ۱۴۰۱/۰۴/۳۰

کلمات کلیدی:

آرایش دانه‌ها
رفتار مصالح
روش المان گسسته
معیار فون میزز
مدل غیرخطی هرتز

خلاصه: مصالح دانه‌ای در بسیاری از پروژه‌ها همچون سدها، خطوط راه‌آهن و موج‌شکن‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند. چون ابعاد مصالح دانه‌ای در این پروژه‌ها از چند سانتی‌متر شروع و گاهی به یک متر نیز می‌رسد، لذا انجام آزمایش‌های آزمایشگاهی بسیار پرهزینه، زمان‌بر و حتی غیرممکن می‌گردد. بدین منظور، استفاده از مدل‌سازی عددی برای بررسی تأثیر پارامترهای مختلف بر رفتار مکانیکی این نوع مصالح بسیار حائز اهمیت می‌باشد. از میان عوامل مؤثر، عامل آرایش دانه‌ها در این تحقیق بررسی می‌شود. بدین منظور، دانه‌های استوانه‌ای و مکعبی شکل به عنوان نماینده دانه‌های گردگوشه و تیزگوشه، در دو وضعیت آرایش منظم و نامنظم به روش المان گسسته مدل‌سازی شده و رفتار تنش-کرنش، انرژی اعمالی و مقادیر شکست بعد از بارگذاری، بررسی می‌گردند. استفاده از مدل غیرخطی هرتز و تعیین پارامترهای آن بر اساس آزمایش‌های آزمایشگاهی، کنترل یکنواختی توزیع دانه‌ها بر اساس تعداد نقاط تماس به همراه شیب و راستای قراگیری دانه‌ها، تعریف معیار شکست بر اساس معیار فون میزز و اعمال الگوی شکست بر اساس دونیم شدن دانه‌ها از جمله ویژگی‌های مدل به کار رفته می‌باشند. به منظور صحت‌سنجی مدل عددی، آزمایش‌های آزمایشگاهی مشابه نیز صورت گرفته و نتایج آن‌ها با یکدیگر مقایسه شدند. نتایج حاصله حاکی از آن می‌باشد که مدل عددی می‌تواند با دقت بالایی، تأثیر نحوه قرارگیری دانه‌ها را بر رفتار مصالح بررسی نماید. همچنین با توجه به وجود اشکال مختلف در مصالح دانه‌ای، نقش آرایش ترکیبی با شکل‌های مختلف دانه‌ها نیز بر روی نتایج حاصله مورد بررسی قرار گرفت.

۱- مقدمه

[۸]. از طرفی، اعمال شرایط اولیه یکسان برای آزمایش‌ها از لحاظ اندازه، شکل و وضعیت قرارگیری دانه‌ها نسبت به هم عملاً غیرممکن است. همه این محدودیت‌ها منجر به استفاده از مدل‌سازی عددی در تحلیل رفتار مصالح دانه‌ای شکننده می‌شود.

مدل‌سازی عددی رفتار مصالح دانه‌ای اولین بار توسط کوندال و استرک در دهه ۷۰ میلادی با معرفی روش عددی المان گسسته برای بررسی رفتار توده دانه‌ها از طریق مدل‌سازی فرایندهای فیزیکی بین دانه، آغاز گردید [۹]. در مدل بال (Ball) که توسط آن‌ها ارائه شد، هر جزء از مصالح دانه‌ای همانند یک توپ (کره توپر) مدل‌سازی می‌گردد. این توپ‌ها در نقاط تماس با یکدیگر دارای هم‌پوشانی بوده و نیروهای تماسی بین دانه نیز با استفاده از قوانین نیرو-جابجایی محاسبه می‌گردند. همچنین امکان لغزش جانبی بین دانه‌ها در نقاط تماس بدون لحاظ شکست دانه، ممکن می‌باشد. تورنتون و همکاران با ارائه یک نسخه اصلاح شده از کد تروبال (Trubal) که به وسیله کوندال توسعه داده شده بود و نام آن را گرانوله (Granule) گذاشتند، قادر

عملکرد و پایداری سازه‌هایی همچون سدهای خاکی و سنگریزه‌ای، بالاست راه‌آهن و موج‌شکن‌ها به رفتار برشی و نیز شکست مصالح دانه‌ای آن‌ها ارتباط دارد. عموماً پارامترهای بسیاری بر رفتار مصالح دانه‌ای تأثیرگذار هستند از جمله: وضعیت تنش، اندازه و شکل دانه‌ها، توزیع اندازه دانه‌ها، تراکم دانه‌ها، مقاومت شکست، اصطکاک بین دانه‌ها و رطوبت دانه‌ها [۶-۱]. در شرایط واقعی، اندازه مصالح دانه‌ای استفاده شده در سازه‌هایی همچون سدها از چند میلی‌متر تا چند ده سانتی‌متر متغیر است [۳]. در بالاست راه‌آهن نیز اندازه مصالح عموماً بین ۱ الی ۷ سانتی‌متر می‌باشد [۷]. این مسئله سبب می‌شود انجام آزمایش‌های آزمایشگاهی بر روی چنین مصالحی نیاز به صرف هزینه و زمان بسیار داشته و حتی در برخی موارد غیرممکن گردد. به عنوان مثال برای مصالح سنگریزه‌ای با ابعاد حداکثر ۲۵ سانتی‌متر، یک سلول بارگذاری به قطر ۱٫۵ متر و ارتفاع ۳ متر در سال‌های اخیر ساخته شده است

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: m.emami@sut.ac.ir



به مدل‌سازی ترک‌خوردگی و شکست در یک مجموعه مترامی از توپ‌های کروی متصل به هم شدند [۱۰]. با توسعه نرم‌افزارهای مبتنی بر روش المان گسسته فرایند مدل‌سازی مصالح دانه‌ای بسیار تسهیل گردید. از جمله نرم‌افزار PFC^{۳D} که قابلیت‌های زیادی در مدل‌سازی شکل‌های مختلف دانه و نیز اعمال شکست در آن‌ها را دارا می‌باشد.

مک‌داول و لو با استفاده از نرم‌افزار PFC^{۳D} بالاست موجود در زیر اساس خطوط راه‌آهن را که در اشکال هندسی مختلف و عمدتاً تیز گوشه می‌باشند، مدل‌سازی نمودند [۱۱]. آن‌ها با توسعه یک فرایند ساده، امکان ایجاد کلامپ‌هایی (Clump) از دانه‌های کروی شکل برای شبیه‌سازی واقعی بالاست را فراهم نموده و رفتار مکانیکی دانه را با مدل آزمایشگاهی [۱۲] مورد مقایسه قرار دادند. روشن‌خواه و همکاران [۱۳] از طریق مدل‌سازی دو بعدی آزمایش فشاری سه محوری زهکشی شده با روش المان گسسته، به بررسی رفتار مکانیکی خاک‌های دانه‌ای بدون لحاظ شکست دانه‌ها پرداختند. حسینی نیا و میرقاسمی با شبیه‌سازی توده دانه‌های تیز گوشه، رفتار مکانیکی آن‌ها را در شرایط وجود یا عدم وجود شکست بررسی و مقایسه کردند [۱۴]. در این شبیه‌سازی فرض گردید که هر دانه تنها بتواند در امتداد تعدادی خط مستقیم با راستا و موقعیت مشخص شکسته شود. بنابراین شکل قطعات حاصل از شکست دانه اولیه، از ابتدا مشخص بود. باقرزاده و همکاران شکست دانه تیز گوشه را با استفاده از روش المان گسسته و المان محدود مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها هر کدام از دانه‌ها را در ابتدا بدون درز و ترک و به صورت دانه سالم مدل‌سازی نمودند. سپس در مراحل مختلف تحلیل، هر کدام از دانه‌ها را به طور جداگانه به ازاء بارهای وارده و شرایط مرزی حاکم تحلیل نمودند. بر اساس توزیع تنش‌ها در یک دانه، المان‌های پلاستیک به کمک معیار هوک-براون تعیین شده و مسیر شکست با فرض مسیر مستقیم بر پایه المان‌های پلاستیک شده به دست می‌آید [۱۵]. تاپیاس و همکاران با استفاده از نرم‌افزار PFC^{۳D}، رفتار شکست مصالح سنگریزه‌ای را بررسی کردند [۱۶]. آن‌ها با ارائه یک مدل عددی به صورت کلامپ‌های حاوی ۱۴ توپ در اشکال هرمی و نیز وارد کردن ریزترک‌ها در تمامی دانه‌ها (کلامپ‌ها) در اندازه‌های کمتر از نصف دانه با استفاده از تابع چگالی احتمال یکنواخت، اقدام به بررسی امکان شکست دانه‌ها نمودند. به نحوی که اگر مقدار ضریب شدت تنش مود اول (K_I) برابر با چقرمگی شکست مود اول (K_{IC}) شود یا طول ترک در حال گسترش به نصف اندازه دانه برسد، شکست رخ خواهد داد. الگوی شکست دانه نیز به نحوی خواهد بود که دانه

حاصله همچنان شکل هرمی خود را حفظ می‌کند. مدل ارائه شده قادر به پیش‌بینی رفتار تنش-کرنش، تغییر حجم و تغییر اندازه دانه‌ها مطابق با نتایج آزمایشگاهی بود. ژانگ و همکاران [۱۷] با مدل‌سازی دانه‌های ماسه‌ای در سه شکل مختلف کره، چهار وجهی و هشت وجهی و سپس ترکیب آن‌ها، رفتار سه محوری مدل را بررسی و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه کردند. بر پایه نتایج آن‌ها، استفاده از آرایش ترکیبی دانه‌ها با شکل‌های مختلف، نتایج دقیق‌تری را به دست می‌دهد. سرابی و محبوبی [۱۸] شکست مصالح دانه‌ای را با استفاده از نرم‌افزار PFC^{۳D} مدل‌سازی کردند. بر اساس فرضیات آن‌ها، شکست زمانی رخ می‌دهد که عامل ناهمسانی نیروهای تماسی از ۰/۲۵ و تنش وارد بر دانه از مقاومت شکست تعریف شده بیشتر باشند. در مطالعات ایشان برای محاسبه تنش وارد بر دانه از بزرگ‌ترین نیروی تماسی استفاده شده و تأثیر سایر نیروهای تماسی و محصورشدگی ایجاد شده لحاظ نگردیده است. محبوبی مطلق و همکاران [۱۹] رفتار مصالح دانه‌ای را به روش اجزا منفصل تحت بارگذاری دینامیکی برای مصالح کروی و غیرکروی (بیضوی شکل) بررسی نمودند. در مدل‌سازی ایشان شکست دانه‌ها لحاظ نشده است. نتایج حاکی از پیش‌بینی قابل قبول ویژگی‌های دینامیکی خاک به وسیله شبیه‌سازی عددی می‌باشد. ضمناً تغییر شکل در ذرات غیرکروی بیشتر از ذرات کروی گزارش گردید. کانگ و همکاران [۲۰] تغییرات زنجیره نیرو و شکست مصالح دانه‌ای را در ذرات دایروی تحت بارگذاری فشاری تک محوری محصور شده بررسی نمودند. ایشان از معیار موهر-کولمب و تنش کششی حداکثر برای شکست دانه‌ها استفاده کردند. نتایج نشان داد ابتدا ذرات کوچک‌تر دچار شکست شده و فضاهای خالی بین دانه‌ها را پر می‌کنند. متعاقباً مقاومت زنجیره‌های انتقال نیرو کاهش یافته و سبب می‌شود تعداد کمی از دانه‌های بزرگ‌تر دچار شکست شوند. نتیجتاً یک توزیع فرکتالی (Fractal) از اندازه‌ها دانه‌ها حاصل می‌شود.

بر پایه آنچه مطالعات صورت گرفته نشان داده است با استفاده از روش المان گسسته می‌توان رفتار مکانیکی مصالح دانه‌ای را در شرایط مختلف اندازه، شکل و بارگذاری به دست آورده و تحلیل نمود. لیکن مسئله‌ای که حائز اهمیت می‌باشد، نحوه مدل‌سازی دانه‌ها است. به طور کلی مدل‌سازی عددی شکست دانه‌ها به دو صورت کلی انجام می‌شود: ۱- از بین رفتن پیوند بین دانه‌ها در اثر بیشتر شدن نیروی اعمالی از مقاومت پیوند [۲۲] و ۲- ارضای معیار شکست دانه و در نتیجه حذف دانه و جایگزین شدن آن با تعدادی از دانه‌های کوچک‌تر هم‌شکل [۲۳-۲۶]. در مورد حالت اول بایستی ذکر کرد که این روش نیازمند مدل‌سازی تعداد خیلی زیاد از توپ‌ها

استوانه‌ای، در دو اندازه مختلف که دقیقاً مشابه آزمایش‌های آزمایشگاهی صورت گرفته باشند، مدل می‌شوند. برای بررسی تأثیر شیب و راستای قرارگیری دانه‌ها، دو وضعیت آرایش منظم و آرایش نامنظم دانه‌ها نیز مدل شده و سپس نتایج به دست آمده با نتایج آزمایشگاهی مربوطه مقایسه می‌شوند. در نهایت بعد از صحت‌سنجی مدل‌سازی عددی، دو آرایش ترکیبی از دانه‌های مکعبی و استوانه‌ای با درصد‌های مختلف از اشکال، مدل شده و رفتار تنش-کرنش آن‌ها در سطوح تنش زیاد ارزیابی می‌گردد.

۲- فرایند مدل‌سازی

برای مدل‌سازی عددی رفتار مصالح دانه‌ای تحت بارگذاری فشاری تک‌محوری محصور شده از نرم‌افزار PFC^{3D} مبتنی بر روش المان گسسته استفاده شده است. اندازه دانه‌ها، نحوه قرارگیری دانه‌ها و سطوح بارگذاری در جدول ۱ نشان داده شده‌اند. در ادامه جزئیات مربوط به فرآیند مدل‌سازی تشریح می‌گردند.

۲-۱- مدل تماسی

اولین مرحله در مدل‌سازی عددی، تعریف الگوی تماسی برای مکانیزم عملکرد بین دانه‌ای می‌باشد. با توجه به تحقیقات صورت گرفته پیشین، می‌توان از مدل غیرخطی هرترز جهت تعیین رفتار تماسی بین دانه‌ها استفاده نمود [۴۱، ۴۰، ۳۶، ۲۶ و ۲۵]. بر این اساس، می‌توان نوشت [۴۲]:

$$F_n = h_n \times \delta_n^\alpha \quad (1)$$

F_n نیروی نرمال، جابه‌جایی نرمال و بستگی به خصوصیات فیزیکی و مکانیکی تماس دارد و به صورت ذیل تعیین می‌گردد:

$$h_n = \frac{2G\sqrt{2R}}{3(1-\nu)} \quad (2)$$

G مدول برشی، نسبت پواسون و \bar{R} شعاع معادل دانه‌های در حال تماس است. به طوری که با فرض R_1 و R_2 برای شعاع دانه‌ها، مقدار \bar{R} برابر است با:

$$\frac{1}{\bar{R}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (3)$$

بوده و در نتیجه زمان تحلیل افزایش می‌یابد. در مورد حالت دوم نیز به دلیل ایجاد فضاهای خالی ناشی از شکست دانه بزرگ‌تر و تبدیل آن به دانه‌های کوچک‌تر هم‌شکل، بحث پایداری جرم مطرح می‌گردد. بنابراین بایستی راه‌حلی در پیش گرفت که در عین عدم نیاز به مدل‌سازی توپ‌های زیاد و کاهش زمان تحلیل، فرایند شکست دانه‌ها را تحت شرایط پایداری جرم اعمال نمود. از طرفی، در آخرین مطالعات صورت گرفته در سال‌های ۲۰۲۰ الی ۲۰۲۲ [۲۷، ۱۷، ۶ و ۵] همواره دانه‌ها به صورت آرایش تصادفی در داخل محفظه بارگذاری قرار گرفته‌اند و تنها پارامتر کنترل‌کننده، تخلخل دانه‌ها بوده است. برای دانه‌های کروی، کنترل تخلخل کفایت می‌نماید ولی در صورتی که دانه مدل شده، غیرکروی باشد، در آن صورت شیب و راستای قرارگیری دانه‌ها و نوع تماس بین دانه‌ها بر رفتار مصالح بسیار تأثیرگذار خواهند بود. همچنین در مطالعات پیشین برای بررسی تأثیر شکل دانه بر رفتار مصالح، علاوه بر استفاده از مصالح طبیعی در دو گروه تیز گوشه و گرد گوشه که مسلماً دارای عدم یکنواختی شکل دانه‌ها می‌باشد، برخی از محققین نیز از مصالح مصنوعی برای ساخت دانه‌ها استفاده نموده‌اند [۲۸-۳۰]. در آخرین مطالعه صورت گرفته مربوط به سال ۲۰۱۹، یانگ و همکاران [۳۱] با ساخت دانه‌های مصنوعی از خمیر سیمان در سه شکل مکعب، استوانه و منشور، تأثیر شکل بر شکست و تغییر شکل مصالح را بررسی نمودند. اما دانه‌های ساخته شده همگی دارای حجم یکسان بودند و اثر اندازه دانه‌ها بر روی میزان تأثیرگذاری شکل دانه، لحاظ نشده بود. ضمناً تأثیر انرژی اعمالی نیز بحث نشده است. از منظر مدل‌سازی عددی نیز شکل دانه‌ها نیز عمدتاً یا به صورت کاملاً گرد بوده [۳۲-۳۴] و یا به صورت کلامپ‌های نامنتظم که بیشترین شباهت را به دانه‌ها داشته باشند، مدل‌سازی شده‌اند [۳۵-۳۹، ۶]. نکته بسیار مهم در این بخش، میزان انطباق دانه‌های مدل‌سازی شده از نظر شکل و اندازه با مصالح دانه‌ای واقعی است که دارای شکل‌های غیریکسان می‌باشند. در این راستا ژانگ و همکاران در سال ۲۰۲۰ [۱۷] اقدام به مدل‌سازی آرایش ترکیبی دانه‌ها با شکل‌های مختلف نمودند. ایشان فقط یک آرایش ترکیبی را مدل‌سازی نموده و نتایج آن را با آرایش یکنواخت دانه‌های کروی مقایسه کردند. در کار ایشان، تأثیر تغییر ترکیب دانه‌ها با لحاظ ضرایب کرویت متفاوت در رفتار تنش-کرنش مجموعه دانه‌ها مورد بررسی قرار نگرفته است. ضمناً با توجه به اینکه در تنش‌های زیاد با خردایش هر چه بیشتر دانه‌ها، ضریب کرویت دانه‌ها تغییر می‌یابد، میزان اثرگذاری ترکیب دانه‌ها مورد بحث قرار نگرفته است. در این تحقیق برای بررسی تأثیر شکل، دانه‌ها در دو شکل مکعبی و

جدول ۱. مشخصات هندسی دانه‌ها، نحوه قرارگیری دانه‌ها و شرایط بارگذاری

Table 1. Geometric characteristics of grains, placement of grains and loading conditions

نوع دانه	استوانه‌ای گروه A	مکعبی گروه A	استوانه‌ای گروه B	مکعبی گروه B
ابعاد دانه (mm)	قطر ۱۴ و ارتفاع ۲۰	۱۹×۱۲×۱۲	قطر ۲۵ و ارتفاع ۲۷	۲۷×۲۷×۲۷
ضریب کرویت (S)	۰٫۵۴	۰٫۳۱	۰٫۶۹	۰٫۵۷
آرایش نامنظم	تعداد (دانه) ۲۰۰	۲۴۴	۲۸۸	۲۰۰
آرایش منظم	تعداد (دانه) ۲۰۰	۲۴۴	-	-
محفظه بارگذاری (cm)	استوانه به قطر ۱۵ و ارتفاع ۱۳		استوانه به قطر ۲۲ و ارتفاع ۱۹	
سطح بارگذاری (KN)	۵۰، ۱۰۰، ۱۵۰		۱۵۰، ۲۱۳، ۳۰۰	
سطح تنش (MPa)	۹ و ۵٫۴، ۲٫۷		۹ و ۶٫۴، ۴٫۵	

مقدار S همواره بین صفر و یک متغیر است. برای دانه‌های کروی، مقدار S برابر یک بوده و هر چقدر شکل دانه‌ها از کره فاصله بگیرد، مقدار S کوچک‌تر خواهد شد. همانطور که قبلاً ذکر گردید، هر یک از دانه‌ها در دو اندازه مختلف نیز می‌باشند. دانه‌های گروه A دارای ابعاد کوچک‌تر نسبت به دانه‌های گروه B هستند به طوری که میانگین حجم آن‌ها در حدود ۱۸٪ میانگین حجم دانه‌های گروه B می‌باشد. در جدول ۱ ابعاد دانه‌ها و ضریب کرویت آن‌ها نشان داده شده‌اند. ملاحظه می‌گردد برای دانه‌های استوانه‌ای گروه A، ضریب کرویت ۰٫۵۴ و برای گروه B، ۰٫۶۹ محاسبه شده است. در مقابل برای دانه‌های مکعبی گروه A، ضریب کرویت ۰٫۳۱ و برای گروه B، ۰٫۵۷ به دست آمده است. بنابراین دانه‌های مکعبی در هر گروه اندازه، دارای ضریب کرویت کمتر نسبت به دانه‌های استوانه‌ای می‌باشند.

برای مدل‌سازی دانه‌های مکعبی و استوانه‌ای از کلامپ استفاده می‌گردد. این روش در تحقیقات بسیاری برای مدل‌سازی شکل‌های مختلف دانه‌ها مورد استفاده قرار گرفته است [۴۶، ۴۵، ۴۰، ۳۹، ۳۶، ۳۵، ۱۱ و ۳]. در این روش دانه‌ها از طریق اتصال چندین توپ به یکدیگر ایجاد می‌شوند به نحوی که شکل ایجاد شده بایستی به خوبی بیانگر شکل دانه اصلی باشد. هر چقدر تعداد توپ‌های تشکیل دهنده کلامپ بیشتر گردد، شکل حاصله به شکل واقعی دانه نزدیک‌تر شده، در نتیجه حجم از دست‌رفته دانه (dV) کاهش یافته و دقت مدل‌سازی افزایش می‌یابد [۴۷ و ۴۰]. از طرفی زمان تحلیل نیز افزایش خواهد یافت. لذا بایستی یک حد معین برای تعداد توپ‌ها در

سختی نرمال لحظه‌ای بین دو دانه در حال تماس برابر است با [۴۳]:

$$K_n = \frac{dF_n}{d\delta_n} = \alpha h_n^{1/\alpha} F_n^{(\alpha-1)/\alpha} \quad (4)$$

مقدار ضریب سختی برشی (K_s) نیز به صورت نسبتی از سختی نرمال تعریف می‌گردد:

$$K_s = \frac{2(1-\nu)}{2-\nu} K_n \quad (5)$$

۲-۲- مدل‌سازی دانه‌ها

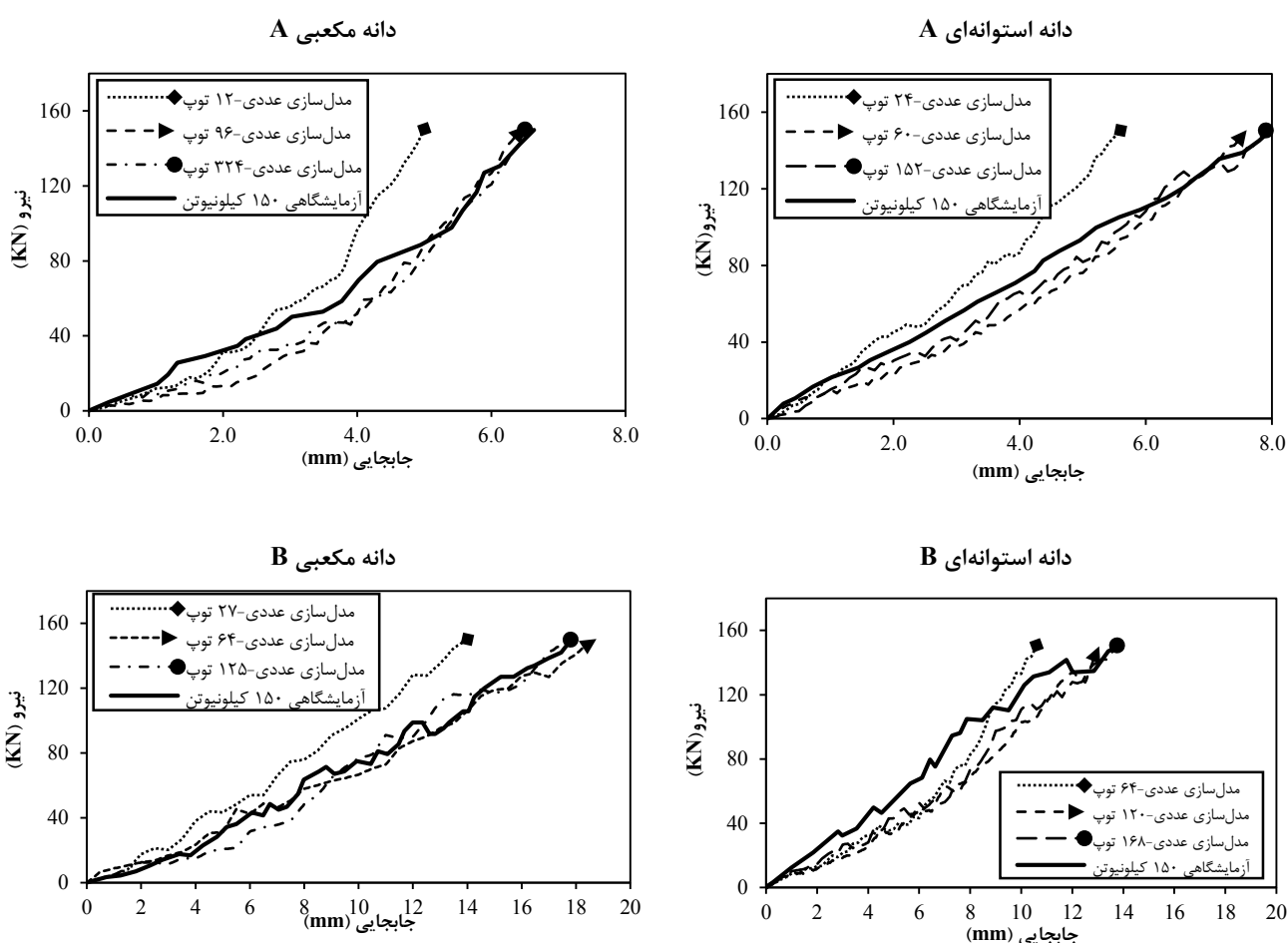
در این تحقیق برای بررسی تأثیر شکل، دو گروه دانه استوانه‌ای و مکعبی، به ترتیب به عنوان نماینده دانه‌های تیز گوشه و گرد گوشه و در دو اندازه مختلف انتخاب شدند (شکل ۱). ضریب کرویت این دانه‌ها از طریق رابطه (۶) به صورت نسبت شعاع بزرگ‌ترین دایره محاطی (r) به شعاع کوچک‌ترین دایره محیطی (R) تعیین می‌گردد [۴۴]:

$$S = \frac{r}{R} \quad (6)$$



شکل ۱. دانه‌های مورد استفاده جهت آزمایش و مدل‌سازی

Fig. 1. Grains used for testing and modeling



شکل ۲. آنالیز حساسیت به منظور تعیین توپ‌های تشکیل دهنده هر دانه در کلامپ مربوطه













Fig. 2. Sensitivity analysis to determine the balls that make up each grain in the respective clump

مشاهده می‌شود که با افزایش تعداد توپ‌ها، افت حجمی دانه کاهش می‌یابد. در ادامه، آنالیز حساسیت برای مدل‌سازی شکل دانه‌ها صورت گرفت و نتایج بارگذاری هر یک از آن‌ها با نتایج آزمایشگاهی مربوطه در حالت بارگذاری تک‌محوری (تا سطح بارگذاری ۱۵۰ KN) مقایسه شدند (شکل ۲).

مدل‌سازی دانه‌ها تعریف نمود، به نحوی که هم دقت مدل‌سازی را افزایش دهد و هم زمان تحلیل طولانی نگردد. در جدول ۲ تعداد توپ‌های تشکیل دهنده برای حالات مختلف به همراه مقدار حجم از دست‌رفته مربوطه نشان داده شده است. هر دانه با سه تعداد مختلف از توپ‌ها مدل‌سازی گردید.

جدول ۲. ساختارهای مختلف کلامپ برای مدل‌سازی دانه‌های مکعبی و استوانه‌ای

Table 2. Different clump structures for modeling cubic and cylindrical grains

دانه‌های مکعبی گروه A		
		
dV = %۵۰، توپ ۱۲	dV = %۵۰، توپ ۹۶	dV = %۵۰، توپ ۳۲۴
دانه‌های استوانه‌ای گروه A		
		
dV = %۵۹، توپ ۲۴	dV = %۵۷، توپ ۶۰	dV = %۵۳، توپ ۱۵۲
دانه‌های مکعبی گروه B		
		
dV = %۴۷، توپ ۲۷	dV = %۴۶، توپ ۶۴	dV = %۴۶، توپ ۱۲۵
دانه‌های استوانه‌ای گروه B		
		
dV = %۵۳، توپ ۶۴	dV = %۵۱، توپ ۱۲۰	dV = %۴۸، توپ ۱۶۸

$$\rho_{\text{modified}} = \frac{\rho_p V_p}{\sum_{i=1}^{N_b} V_i^b} \quad (7)$$

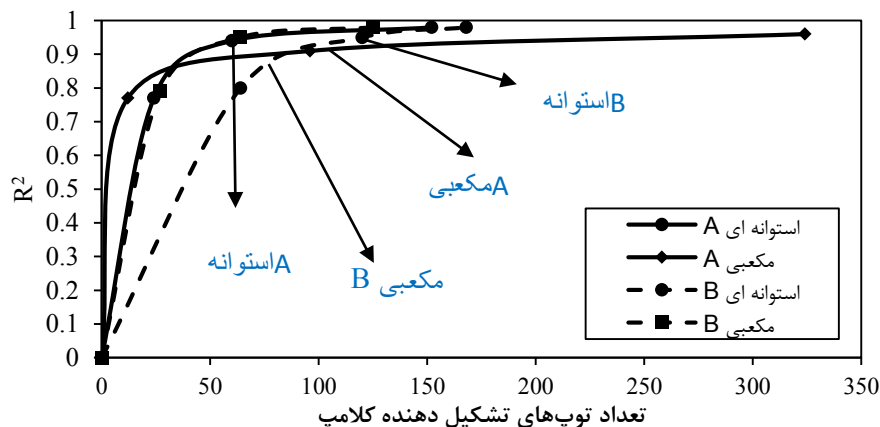
ρ_p دانسیته واقعی مصالح دانه‌ای، V_p حجم واقعی مصالح دانه‌ای، V_i^b حجم هر یک از توپ‌های تشکیل دهنده کلامپ، N_b تعداد توپ‌های لازم برای تشکیل کلامپ و ρ_{modified} دانسیته اصلاح شده جهت استفاده در مدل‌سازی می‌باشد.

۲-۳- آماده‌سازی نمونه‌ها

همانطور که در جدول ۱ ذکر شده است، برای دانه‌های نوع A که کوچک‌تر می‌باشند، محفظه استوانه‌ای به قطر ۱۵ و ارتفاع ۱۳ سانتی‌متر و برای دانه‌های نوع B محفظه استوانه‌ای به قطر ۲۲ و ارتفاع ۱۹ سانتی‌متر انتخاب می‌شوند. نسبت ارتفاع به قطر در هر دو استوانه ثابت است. لازم به ذکر است برای کاهش تأثیر دیواره‌های سلول آزمایش، ضروری است تا

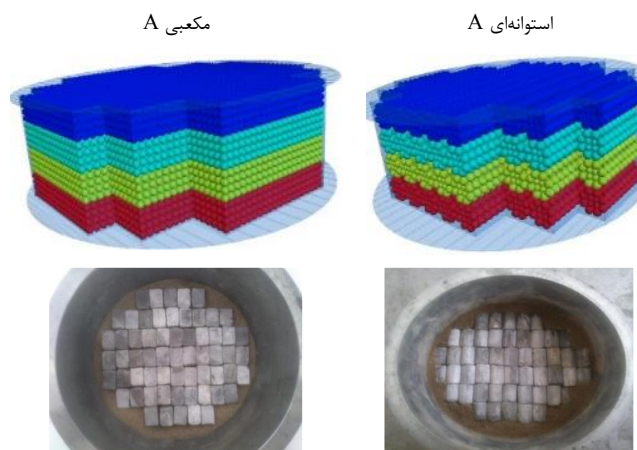
در شکل ۳ مقادیر ضریب رگرسیون نتایج مدل‌سازی عددی دانه‌ها با نتایج آزمایشگاهی متناظر نشان داده شده است. ملاحظه می‌گردد که با افزایش تعداد توپ‌ها، مقادیر ضریب رگرسیون روند افزایشی داشته و سپس به یک حد ثابتی میل می‌نماید. از طرفی با توجه به تأثیر تعداد توپ‌ها در افزایش زمان تحلیل، نهایتاً تعداد توپ‌های نظیر حالتی که تغییرات R2 تقریباً ثابت می‌گردد، به عنوان تعداد مبنا جهت مدل‌سازی دانه‌ها انتخاب می‌شود. بر این اساس، تعداد ۹۶ توپ برای مدل‌سازی دانه مکعبی A، ۶۰ توپ برای دانه استوانه‌ای A، ۶۴ توپ برای دانه مکعبی B و ۱۲۰ توپ برای دانه استوانه‌ای B تعیین می‌شوند. لازم به ذکر است در تمامی حالات در نظر گرفته شده برای تعیین تعداد توپ‌های لازم، مقادیر ضریب رگرسیون بالای ۰/۹۰ می‌باشند.

ذکر این نکته ضروری است که در فرایند مدل‌سازی دانه‌ها، همواره مقداری از حجم دانه اصلی در نظر گرفته نخواهد شد. لذا، برای رعایت اصل پایستگی جرم، نیاز به اصلاح دانسیته مصالح از طریق رابطه ذیل می‌باشد [۴۸]:



شکل ۳. تغییرات ضریب رگرسیون مربوط به نمودار نیرو-جابجایی برحسب تعداد توپ‌های تشکیل دهنده کلامپ

Fig. 3. Regression coefficient changes related to force-displacement diagram in terms of the number of balls forming the clump



شکل ۴. آرایش منظم دانه‌های مکعبی و استوانه‌ای نوع A در داخل محفظه بارگذاری

Fig. 4. Regular arrangement of type-A cube grains and cylinders inside the loading cylinder

نوع A در دو شکل مکعبی و استوانه‌ای به صورت کاملاً منظم و در موقعیت‌های مشخص همانند آزمایش‌های آزمایشگاهی مربوطه، در داخل محفظه بارگذاری قرار داده می‌شوند (شکل ۴).

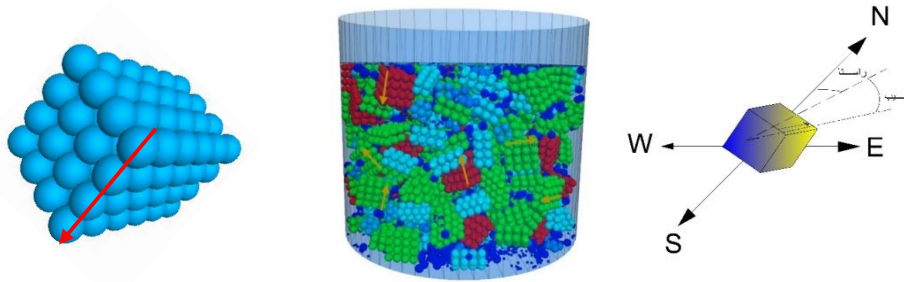
۲-۳-۲- آرایش نامنظم

تعداد دانه‌ها در این نوع آرایش بر اساس تخلخل مورد نظر، حجم دانه و ابعاد محفظه بارگذاری محاسبه و در جدول ۱ نشان داده شده‌اند. مسئله‌ای که حائز اهمیت می‌باشد، این است که در آرایش نامنظم بر خلاف آرایش منظم، کنترلی بر روی موقعیت و نیز راستا و شیب قرارگیری دانه‌ها وجود ندارد. از

نسبت قطر قالب به بزرگ‌ترین بعد دانه حداقل ۶ باشد [۷]. در این صورت خواص مکانیکی مورد اندازه‌گیری به ابعاد قالب بستگی نخواهند داشت. در استوانه‌های مدل شده نیز این نسبت بزرگ‌تر از ۶ می‌باشد. سپس دانه‌ها در دو وضعیت آرایش منظم و آرایش نامنظم در داخل سلول آزمایش قرار می‌گیرند.

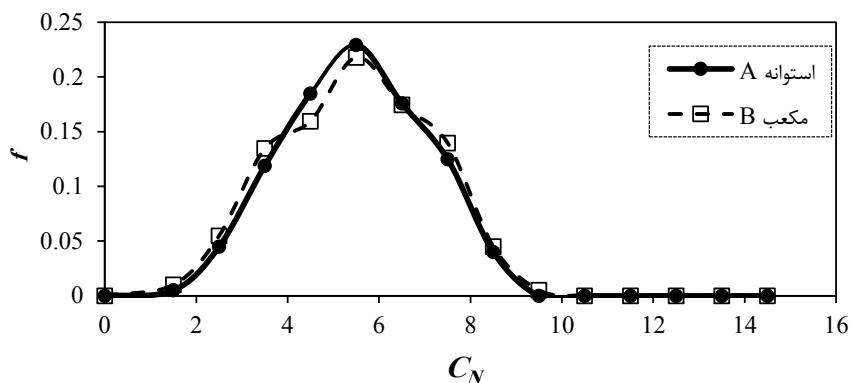
۲-۳-۱- آرایش منظم

به منظور بررسی تأثیر شیب و راستای قرارگیری دانه‌ها بر عملکرد مکانیکی مجموعه، همانطور که در جدول ۱ ذکر شده است، سنگدانه‌های



شکل ۵. نحوه تعیین شیب و راستای دانه‌ها در آرایش نامنظم

Fig. 5. Determining the slope and direction of the grains in irregular arrangement



شکل ۶. توزیع نرمال تعداد نقاط تماسی برای استوانه‌های A و مکعبی B

Fig. 6. Normal distribution of number of contact points for cylindrical grains A and cube B.

۴۷ تعریف می‌گردد. وقتی که کلامپ‌ها بر اساس الگوریتم توزیع تصادفی در داخل محفظه توزیع می‌گردند، می‌توان مقادیر کسینوس‌های هادی بردار تعریف شده را که متناظر با هر کلامپ می‌باشد، نسبت به محورهای مختصات اصلی به دست آورد. نهایتاً با تجزیه بردار مذکور در راستای مختصات اصلی، مقادیر شیب و راستای هر کلامپ محاسبه می‌گردند (شکل ۵).

شکل ۶ نمودار توزیع تعداد نقاط تماس هر دانه با دانه‌های مجاور برای دانه‌های استوانه‌ای A و مکعبی B را نشان می‌دهد. ملاحظه می‌گردد که تعداد نقاط تماس از توزیع نرمال تبعیت می‌کند که این موضوع قبلاً به صورت تحلیلی در نتایج ایواتا و هما نیز ذکر گردیده بود [۴۹]. جدول ۳ نیز مقادیر میانگین تعداد نقاط تماس را برای تمامی دانه‌ها نشان می‌دهد. مقدار میانگین C_N برای تمامی دانه‌ها ۶/۲۳ بوده و اعداد به دست آمده در محدوده ۰/۹۰ الی ۱/۱۰ مقدار میانگین قرار دارند.

در شکل ۷ و شکل ۸ مقادیر شیب و راستای قرارگیری دانه‌های

طرفی، در آزمایش‌های آزمایشگاهی نیز نمی‌توان الگوی قرارگیری دانه‌ها را به طور دقیق به دست آورد. بنابراین فقط می‌توان با کنترل پارامترهایی، از توزیع دانه‌ها با الگوی یکسان در داخل محفظه اطمینان حاصل نمود تا بتوان نتایج به دست آمده از مدل‌سازی‌ها را با یکدیگر مورد مقایسه قرار داد.

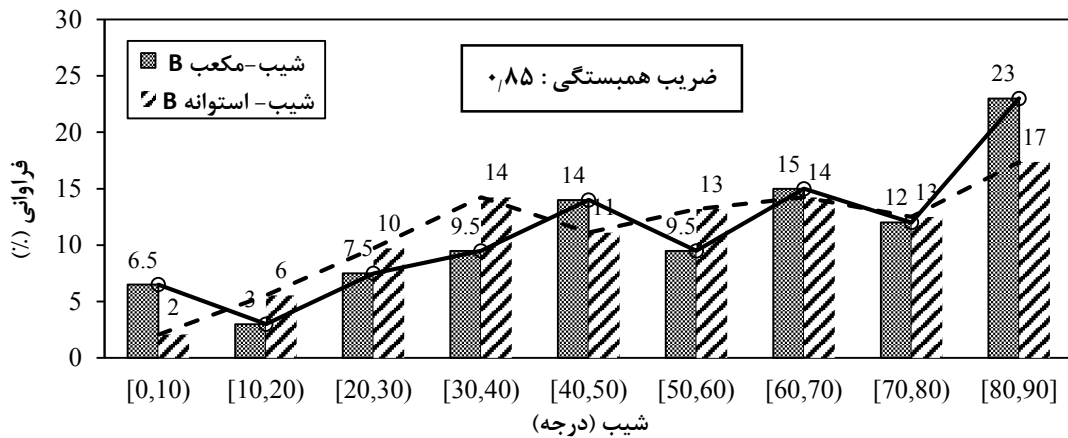
همانطور که قبلاً ذکر گردید، عواملی همچون تعداد نقاط تماس هر دانه با دانه‌های مجاور (C_N) به همراه شیب و راستای قرارگیری دانه‌ها (شکل ۵) بر نحوه توزیع تنش‌های تماسی و عملکرد مکانیکی دانه‌ها در قالب لغزش، دوران و شکست، تأثیر می‌گذارند. لذا ضروری است که این پارامترها در مرحله توزیع دانه‌ها در محفظه، کنترل و بررسی شوند.

برای تعیین شیب و راستای قرارگیری دانه‌ها، بدین صورت عمل می‌شود که ابتدا یک بردار فرضی میان توپ‌های تشکیل دهنده هر کلامپ ایجاد می‌گردد. موقعیت این بردار در هر کلامپ همواره ثابت می‌باشد؛ به عنوان مثال در دانه مکعبی B، این بردار از توپ شماره ۴۶ به سمت توپ شماره

جدول ۳. میانگین تعداد نقاط تماسی دانه‌ها در آرایش نامنظم

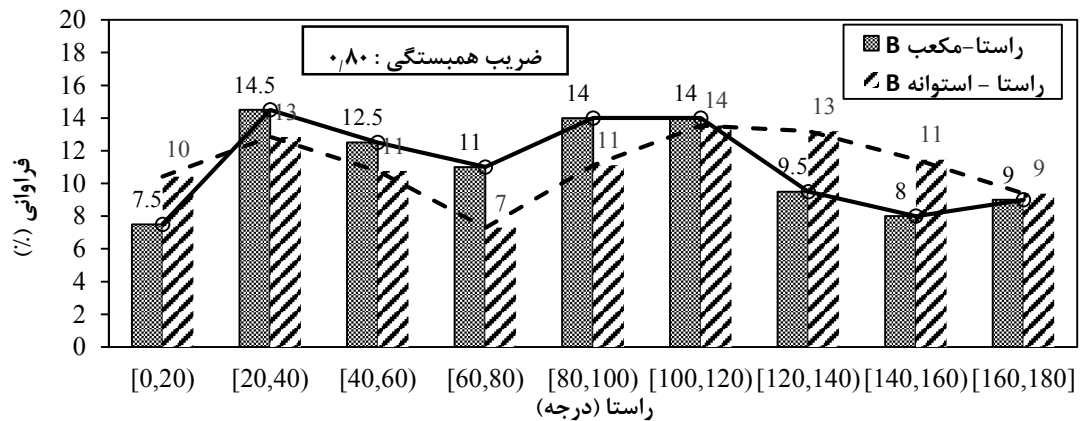
Table 3. Average number of contact points of grains in an irregular arrangement

مکعبی B	استوانه‌ای B	مکعبی A	استوانه‌ای A	نوع دانه
۵,۸۹	۶,۳۴	۶,۹۲	۵,۷۷	میانگین تعداد نقاط تماسی



شکل ۷. شیب قرارگیری دانه‌های استوانه‌ای B و مکعبی B در آرایش نامنظم

Fig. 7. Slope of cylindrical and cubic grains B in the irregular arrangement



شکل ۸. راستای قرارگیری دانه‌های استوانه‌ای B و مکعبی B در آرایش نامنظم

Fig. 8. Direction of cylindrical and cubic grains B in the irregular arrangement

ثابت به دانه‌ها، توزیع آماری مقاومت نمونه‌ها با انجام آزمایش‌های بارگذاری تک‌دانه‌ای شکست بر روی هر یک از نمونه‌های مکعبی و استوانه‌ای به دست آیند تا در فرایند مدل‌سازی عددی مورد استفاده قرار گیرند. در شکل ۹ نمونه‌ای از این آزمایش‌ها نشان داده شده‌اند. در اثر بارگذاری فشاری قطری، تنش‌های کششی در امتداد عمود بر محور بارگذاری در دانه‌ها به وجود آمده و مقاومت کششی دانه‌ها مطابق رابطه (۸) محاسبه می‌شود [۵۰]:

$$\sigma_t = \kappa \frac{F}{d^2} \quad (8)$$

F نیروی شکست، d فاصله بین فک‌های بارگذاری، κ ضریب شکل دانه و σ_t مقاومت کششی شکست می‌باشد. مقدار κ برای دانه استوانه‌ای برابر ۰٫۶۳ و برای دانه مکعبی ۰٫۹ می‌باشد. مجموعاً تعداد ۳۸ آزمایش برای نمونه‌های استوانه‌ای و ۳۰ آزمایش برای نمونه‌های مکعبی صورت گرفت. شکل ۱۰ نمودار توزیع نرمال مقاومت شکست آن‌ها را نشان می‌دهند. بر این اساس، میانگین مقاومت دانه‌های استوانه‌ای، 8.9 MPa و انحراف از معیار، 3.1 MPa به دست آمده است. مشاهده می‌شود که پراکندگی مقاومت دانه‌های استوانه‌ای، در فاصله حداکثر دو برابر انحراف معیار از میانگین قرار دارند و لذا ۹۵٪ سطح زیر منحنی توزیع نرمال را پوشش می‌دهند. برای نمونه‌های مکعبی نیز میانگین مقاومت، 11.7 MPa و انحراف از معیار، 4.3 MPa به دست آمده است. لازم به ذکر است منحنی توزیع نرمال برای دانه‌های مکعبی برخلاف نمونه‌های استوانه‌ای، دارای چولگی منفی می‌باشد. روند تخصیص مقاومت شکست به دانه‌های مکعبی و استوانه‌ای بدین صورت می‌باشد که بر اساس N دانه مدل شده (مثلاً ۲۸۸ دانه برای گروه استوانه‌ای B یا ۲۴۴ دانه برای گروه مکعبی A)، ابتدا N عدد بر اساس تابع توزیع مقاومت مربوطه، تولید می‌شوند. سپس به هر یک از این مقادیر، یک عدد تصادفی بین صفر و یک، بر اساس الگوریتم مرسن پیچشی^۱ نسبت داده می‌شود [۵۱]، یعنی N زوج عدد، هر زوج شامل مقاومت شکست و یک عدد تصادفی، تشکیل خواهد شد. نهایتاً با مرتب‌سازی اعداد تصادفی به صورت صعودی یا نزولی، زوج متناظر آن‌ها (مقاومت شکست) نیز دستخوش این تغییرات شده و نهایتاً مجموعه‌ای از مقادیر مقاومت شکست که به صورت تصادفی توزیع شده‌اند، به وجود می‌آید. سپس، هر یک از آن اعداد به عنوان مقاومت شکست به هر کلامپ تخصیص می‌یابد.

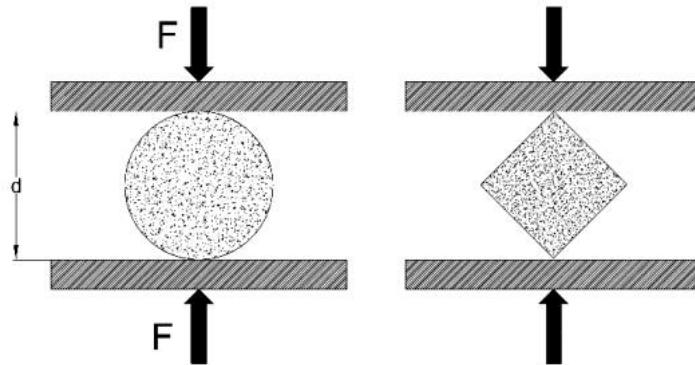
استوانه‌ای گروه B و مکعبی گروه B به عنوان نمونه نشان داده شده‌اند. ملاحظه می‌گردد که در تمامی بازه‌های مربوط به شیب و راستا، دانه‌ها توزیع شده‌اند. از طرفی، با بررسی درصد فراوانی شیب و راستا در بازه‌های تعیین شده، نوعی الگوی ثابت در تغییرات آن‌ها مشاهده می‌گردد. در شکل ۷ که مربوط به تغییرات شیب دانه‌ها می‌باشد، ملاحظه می‌شود که در ابتدا یک روند افزایشی تا زاویه حدود ۴۰ درجه، از ۶٫۵٪ تا ۱۴٪ برای دانه‌های مکعبی و از ۲٪ الی ۱۴٪ برای دانه‌های استوانه‌ای وجود دارد. سپس یک روند نوسانی به صورت کاهش و افزایش تا ۷۰ درجه و نهایتاً یک روند افزایشی تا ۹۰ درجه، از ۱۲٪ تا ۲۳٪ برای مکعب و از ۱۳٪ تا ۱۷٪ برای استوانه مشاهده می‌شود. البته ممکن است در بعضی از بازه‌های در نظر گرفته شده، روند یا آهنگ تغییرات، تفاوت‌هایی داشته باشند. به عنوان مثال، در دانه‌های مکعبی B، در ابتدا یک روند کاهشی از ۶٫۵٪ به ۳٪ در بازه ۱۰ الی ۲۰ درجه وجود داشته و لیکن در ادامه از روند کلی تبعیت کرده است و یا اینکه در بازه ۴۰ الی ۷۰ درجه، نوسانات بزرگ‌تری در دانه‌های مکعبی (۹٫۵٪ الی ۱۴٪) نسبت به دانه‌های استوانه‌ای (۱۳٪ الی ۱۴٪) وجود دارند. با این حال، ضریب همبستگی ۰٫۸۵ بین تغییرات دو دانه مکعبی و استوانه‌ای حاصل شده است. شکل ۸ نمودار تغییرات درصد فراوانی مربوط به راستای دانه‌های مکعبی و استوانه‌ای را در بازه‌های تعیین شده، نشان می‌دهد. مجدداً ملاحظه می‌شود که روند تغییرات درصد فراوانی در هر دو دانه مکعبی و استوانه‌ای، یکسان می‌باشد. به طوری که در ابتدا یک روند افزایشی تا راستای ۴۰ درجه، سپس روند کاهشی تا ۸۰ درجه، مجدداً روند افزایشی تا ۱۲۰ درجه و نهایتاً روند کاهشی تا ۱۸۰ درجه در هر دو دانه مکعبی و استوانه‌ای مشاهده می‌گردد. ضریب همبستگی دو نمودار نیز مقدار ۰٫۸۰ به دست آمده است.

می‌توان چنین نتیجه گرفت که از لحاظ توزیع دانه‌ها در داخل محفظه بارگذاری، نوعی الگوی یکسان از نظر شیب و راستای دانه‌ها وجود دارد. این امر سبب می‌شود تا بتوان نتایج مدل‌سازی‌های عددی را با یکدیگر مقایسه نمود.

۲-۴- تخصیص پارامترهای فیزیکی و مکانیکی

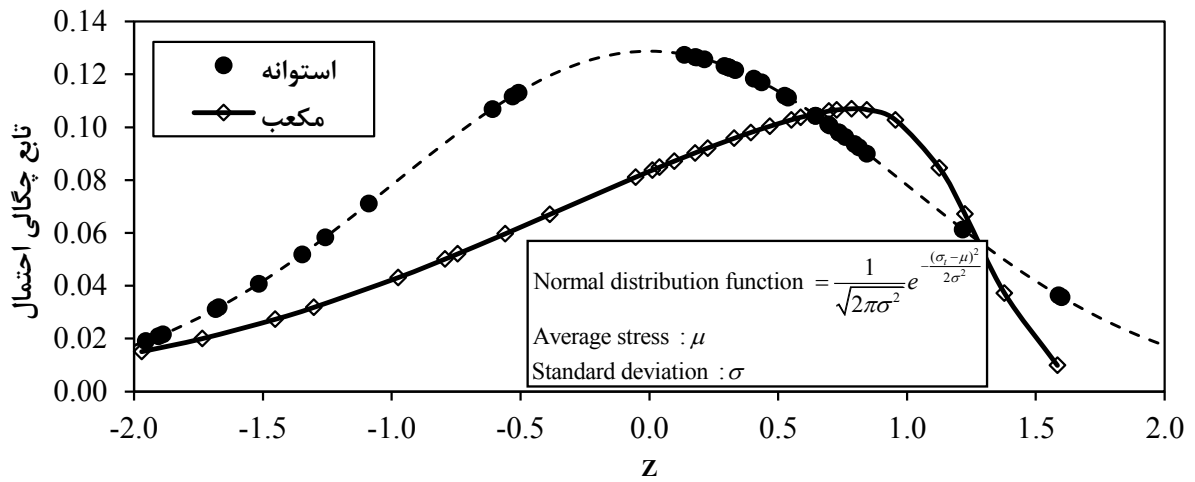
۲-۴-۱- مقاومت شکست

با توجه به اینکه مصالح دانه‌ای همواره در معرض شرایط مختلفی همچون هوازدگی، تغییرات آب و هوایی و تنش‌های مکانیکی قرار دارند، لذا در ساختار آن‌ها ریزترک‌هایی وجود خواهد داشت. این ریزترک‌ها باعث تفاوت در مقاومت شکست دانه‌ها شده که نتیجتاً عملکرد مکانیکی دانه‌ها تحت تأثیر قرار می‌گیرد. بنابراین لازم است به جای اختصاص یک مقاومت



شکل ۹. انجام آزمایش بارگذاری تک‌دانه‌ای شکست بر روی دانه‌های مکعبی و استوانه‌ای

Fig. 9. Single grain crushing test on cubic and cylindrical grains



شکل ۱۰. منحنی توزیع نرمال برای مقاومت دانه‌های استوانه‌ای و مکعبی

Fig. 10. Normal distribution curve for strength of cylindrical and cubic grains

جدول ۴. پارامترهای استفاده شده در مدل سازی

Table 4. Parameters used in modeling

نمونه استوانه‌ای	نمونه مکعبی	
$1,88 \times 10^{-9}$	$1,92 \times 10^{-9}$	h_n (دانه-دانه)
۱,۷۵۰	۱,۶۱۰	α (دانه-دانه)
$7,54 \times 10^{-9}$	$7,69 \times 10^{-9}$	h_n (دانه-دیواره)
۱,۷۳	۱,۵۵	α (دانه-دیواره)
۳۲,۴	۳۸,۳	زاویه اصطکاک داخلی دانه‌ها (ϕ)
	۵۲	مدول الاستیسیته دانه‌ها (GPa)
	۰,۳۲	نسبت پواسون
	۰,۷۰	نسبت میرایی
	۰,۰۱	سرعت بارگذاری (m/s)

با یافتن مقادیر ویژه تانسور تنش فوق، تنش‌های اصلی ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) به دست می‌آیند. برای بررسی امکان شکست دانه مورد نظر در اثر ترکیب تنش‌های اصلی اعمالی از طرف دانه‌های مجاور، از معیار فون میزز استفاده می‌شود. بر طبق این معیار:

$$q = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_2)^2} \quad (10)$$

q تنش برشی هشت وجهی می‌باشد. اگر مقدار q برابر با مقاومت مشخصه q_0 گردد، شکست در دانه رخ می‌دهد.

حداکثر تنش کششی در یک دانه متناسب با F/d^2 است [۵۶ و ۵۵]. لذا مقدار تنش اصلی حداقل به ترتیب در یک دانه کروی و یک دانه استوانه‌ای به قطر d تحت نیروهای فشاری قطری F با استفاده از رابطه ۹ برابر است با:

$$\sigma_1 = \frac{1}{(4/3)\pi(d/2)^3} F \times (d/2) \times 2 \quad (11)$$

$$\sigma_1 = \frac{1}{(\pi/4) \times (d)^2 \times d} F \times (d/2) \times 2 \quad (12)$$

با جایگذاری مقادیر فوق در رابطه ۱۰، مطابق معیار فون میزز، مقاومت مشخصه q_0 در حالت خاص بارگذاری فشاری قطری به ترتیب برای یک دانه کروی و استوانه‌ای شکل مطابق روابط ۱۳ و ۱۴ محاسبه می‌گردد:

۲-۴-۲- پارامترهای مدل تماسی

همانطور که در بخش ۲-۱ ذکر گردید، از مدل غیرخطی هرگز برای رفتار بین دانه‌های مصالح استفاده می‌گردد. با توجه به نتایج به دست آمده از آزمایش‌های بارگذاری تک‌دانه‌ای شکست بر روی نمونه‌های استوانه‌ای و نمونه‌های مکعبی می‌توان با برآزش رابطه مدل تماسی غیرخطی، به نحوی که کمترین خطا با نتایج آزمایشگاهی را داشته باشد، مقادیر h_n و α برای پیوند بین دانه و صفحه بارگذاری را به دست آورد. برای مقادیر h_n و α دانه-دانه نیز، آزمایش‌های مربوطه مطابق آنچه در مرجع [۱۶] ذکر شده است، انجام گرفته و پارامترهای مربوطه محاسبه می‌شوند. سایر پارامترهای لازم همچون مدول الاستیسیته، نسبت پواسون و زاویه اصطکاک داخلی بر اساس استانداردهای انجمن آزمون و مواد آمریکا [۵۳ و ۵۲] به دست آمدند که مقادیر آن‌ها نیز در جدول ۴ ذکر شده‌اند.

۲-۵- معیار شکست

در این تحقیق بعد از تعیین نیروهای تماسی، مقدار تنش میانگین برای هر دانه با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۵۴]:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{c=1}^{C_N} F_j^{(c)} x_i^c \quad (9)$$

V حجم دانه، F_j مؤلفه i نیروی تماسی، x_i^c مؤلفه i بردار موقعیت نیروی تماسی نسبت به مرکز و C_N تعداد نقاط تماس دانه A می‌باشد. سپس

جدول ۵. الگوی شکست دانه‌ها

Table 5. Grain breakage pattern

دانه استوانه‌ای B	دانه مکعبی B	دانه استوانه‌ای A	دانه مکعبی A
120→60+60	64→32+32	60→30+30	96→48+48
60→30+30	32→16+16	30→15+15	48→24+24
30→15+15	16→8+8	15→9+6	24→12+12
15→9+6	8→4+4	9→6+3	12→6+6
9→6+3	4→2+2	6→3+3	6→3+3
6→3+3	2→1+1	3→2+1	3→2+1
3→2+1	2→1+1	2→1+1	2→1+1
2→1+1	-	-	2→1+1

d قطر دانه و D میانگین قطر دانه‌های مجاور است. بنابراین در هر گام زمانی، مقدار تنش برشی هشت وجهی q (رابطه ۱۰) برای دانه محاسبه شده و با مقاومت مشخصه q_0 دانه (رابطه ۱۵) مقایسه می‌گردد. در صورتی که مقدار q از مقدار q_0 فزونی یابد، دانه دچار شکست خواهد شد.

$$q_0 = 0.9 \frac{F}{d^2} = \sigma_t \quad (13)$$

$$q_0 = 0.6 \frac{F}{d^2} = \sigma_t \quad (14)$$

۲-۶- الگوی شکست

در صورت ارضای معیار شکست، هر دانه بایستی طبق الگوی از پیش تعیین شده، بشکند. در این تحقیق فرض می‌شود که هر دانه در اثر شکست به دو قسمت تقسیم می‌شود؛ به نحوی که شکل حاصل حتی الامکان مشابه شکل اولیه دانه باشد [۱۶]. لازم به ذکر است در این الگو، شکست گوشه و یا لب‌پرشدگی دانه در نظر گرفته نمی‌شود. در جدول ۵ الگوی شکست برای هر یک از دانه‌ها نشان داده شده است. مزیت استفاده از این روش بدین صورت می‌باشد که علاوه بر عدم نیاز به مدل‌سازی تعداد زیادی توپ برای هر دانه، شکست دانه نیز تحت شرایط پایستگی جرم رخ می‌دهد.

روابط ۱۳ و ۱۴، همان روابط ارائه شده برای تعیین مقاومت کششی دانه‌های مکعبی و استوانه‌ای می‌باشند که در این تحقیق به صورت رابطه ۸، ذکر شده‌اند. ولی نکته بسیار مهمی که بایستی ذکر گردد، تأثیر دانه‌های مجاور بر مقاومت مشخصه دانه می‌باشد [۵۷]. همانطور که در بخش ۲-۴-۱ اشاره شده است، تعیین مقاومت کششی دانه‌های مکعبی و استوانه‌ای در حالت آزاد و بدون تأثیر دانه‌های مجاور بوده است. لذا بایستی مقادیر مقاومت مشخصه تخصیص یافته به هر دانه مکعبی و استوانه‌ای، بر اساس رابطه زیر و در هر گام زمانی تصحیح شوند:

$$q_0 = \sigma_t \times f_D \times f_{C_N} \quad (15)$$

۲-۷- شرایط مرزی

با توجه به اینکه آزمایش‌های آزمایشگاهی در داخل محفظه‌های استوانه‌ای از جنس فولاد انجام می‌شوند، لذا جداره‌های آن به صورت صلب و فاقد اصطکاک بوده و امکان تغییر شکل جانبی در آن‌ها وجود ندارد. بنابراین به دلیل عدم امکان جابه‌جایی دیواره‌ها، آزمایش‌ها در شرایط بارگذاری فشاری با محصور شدگی جانبی انجام می‌شوند. مشخصات مکانیکی مربوط به دیواره‌ها شامل ضرایب مدل تماسی در جدول ۴ ذکر شده‌اند.

f_D ضریب تأثیر قطر دانه‌های مجاور و f_{C_N} ضریب تأثیر محصورشدگی دانه است که از طریق روابط (۱۶) و (۱۷) محاسبه می‌شوند [۵۷]:

$$f_D = \frac{D/d}{D/d+1} \quad (16)$$

$$f_{C_N} = (C_N - 1) \times \exp\left(\frac{D}{d} \times \frac{(C_N - 2)(C_N - 3)}{4C_N}\right) \quad (17)$$

۲-۸- بارگذاری

بارگذاری در محفظه کوچک‌تر به ازای نیروهای ۵۰، ۱۰۰ و ۱۵۰ KN و برای محفظه بزرگ‌تر به ازای نیروهای ۱۵۰، ۲۱۳ و ۳۰۰ KN با نرخ m/s ۰/۰۱ انجام گرفتند که تنش‌های حداکثر ۲،۷، ۵،۴ و ۹ MPa در محفظه کوچک‌تر و تنش‌های حداکثر ۴،۵، ۶،۴ و ۹ MPa در محفظه بزرگ‌تر بر روی دانه‌ها اعمال گردیدند. مقادیر نیرو و جابه‌جایی لحظه‌ای ثبت شده و در انتهای هر آزمایش، آزمایش دانه‌بندی به منظور تعیین فاکتور شکست مصالح صورت گرفت. لازم به ذکر است برای آرایش نامنظم، فاکتورهای شکست از طریق روش ارائه شده به وسیله هاردین (Hardin)، یعنی از روی منحنی‌های دانه‌بندی مصالح و الگ ۲۰۰ به دست می‌آیند [۵۸]. برای آرایش منظم نیز، فاکتور شکست ارائه شده به وسیله تاکئی (Takei) [۲۸] که بر مبنای شمارش دانه‌های شکسته شده می‌باشد، مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۳- نتایج

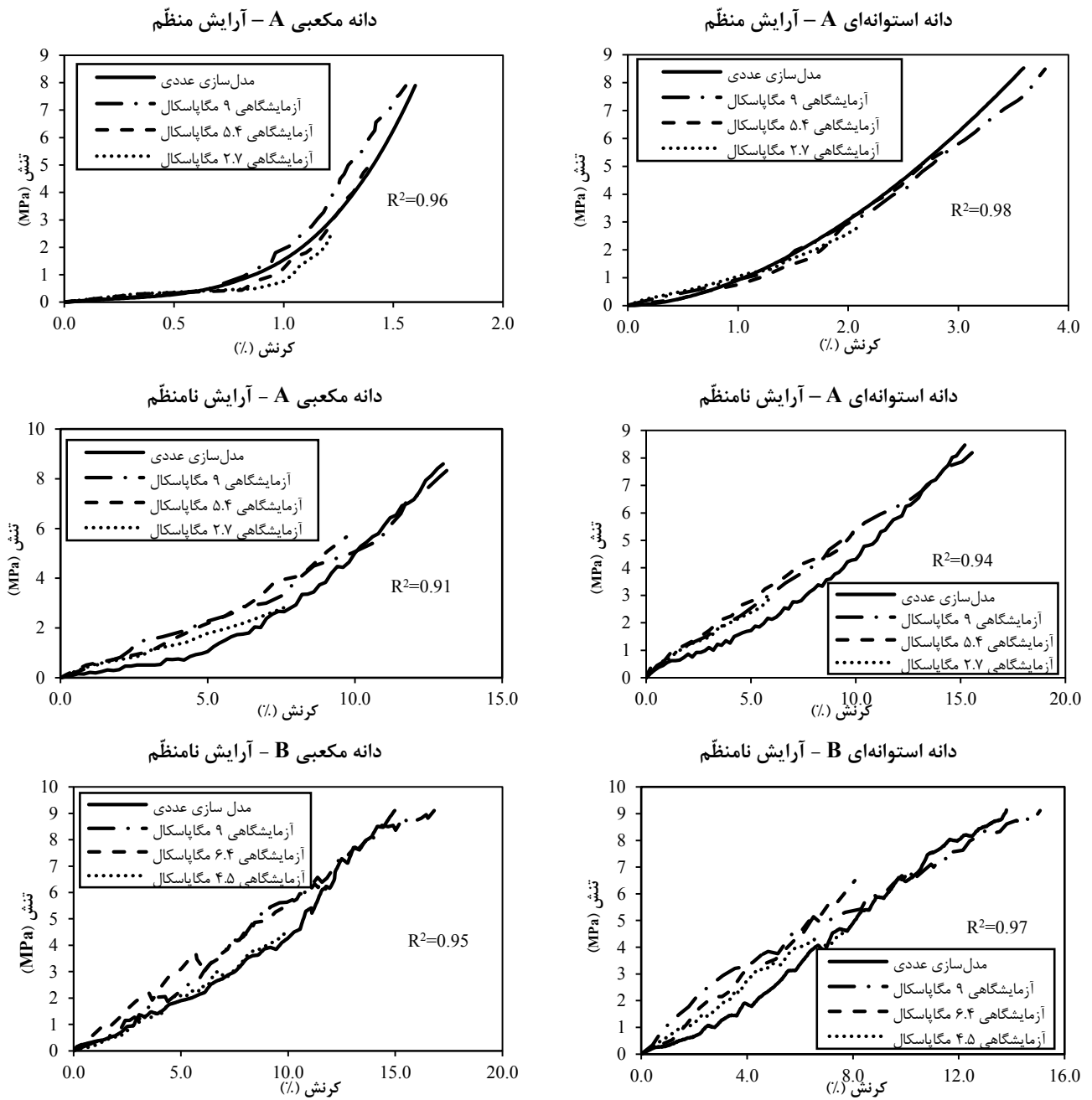
۳-۱- رفتار تنش-کرنش

شکل ۱۱ نمودارهای تنش-کرنش کلیه دانه‌های مدل شده به همراه نتایج آزمایشگاهی را نشان می‌دهد. لازم به ذکر است منظور از کرنش در این مقاله، جابه‌جایی نسبی صفحه بارگذاری نسبت به ارتفاع اولیه نمونه‌ها می‌باشد. ملاحظه می‌گردد نمودارهای حاصل از مدل‌سازی عددی با تقریب بیش از ۹۰٪ با نتایج آزمایشگاهی مربوطه مطابقت دارند. از طرفی این نمودارها به جز آرایش منظم، در مقادیر تنش قائم کوچک‌تر از ۷ MPa در تمامی شکل‌های دانه‌ها، پایین‌تر از مقادیر آزمایشگاهی مربوطه قرار گرفته‌اند. علت اصلی این مسئله به وقوع شکست گوشه و لب‌پرشدگی در نمونه‌های آزمایشگاهی برمی‌گردد که باعث می‌شود فضاهای خالی بین دانه‌ها پر شده و سختی توده افزایش یابد. به تدریج با افزایش سطح تنش تا ۹ MPa و وقوع شکست‌ها به صورت دونیم‌شدگی، انطباق نتایج مدل‌سازی و آزمایشگاهی بیشتر می‌شود.

با دقت در نمودارهای تنش-کرنش حاصله، رفتار غیرخطی سخت‌شوندگی در تمامی آزمایش‌ها مشاهده می‌شود. این رفتار در تحقیقات محققین دیگر نیز مشاهده شده است [۶۱-۵۹]. به طور کلی رفتار تنش-کرنش مصالح را می‌توان به دو بخش تقسیم نمود. در بخش اول که مربوط به بازآرایی اولیه دانه‌ها می‌باشد، به ازای مقادیر کوچک تنش اعمالی، دانه‌ها دچار لغزش و جابه‌جایی شده و به وضعیت آستانه شکست می‌رسند. مقدار کرنش در این وضعیت برای دانه‌های مختلف متفاوت می‌باشد. در آرایش نامنظم، برای

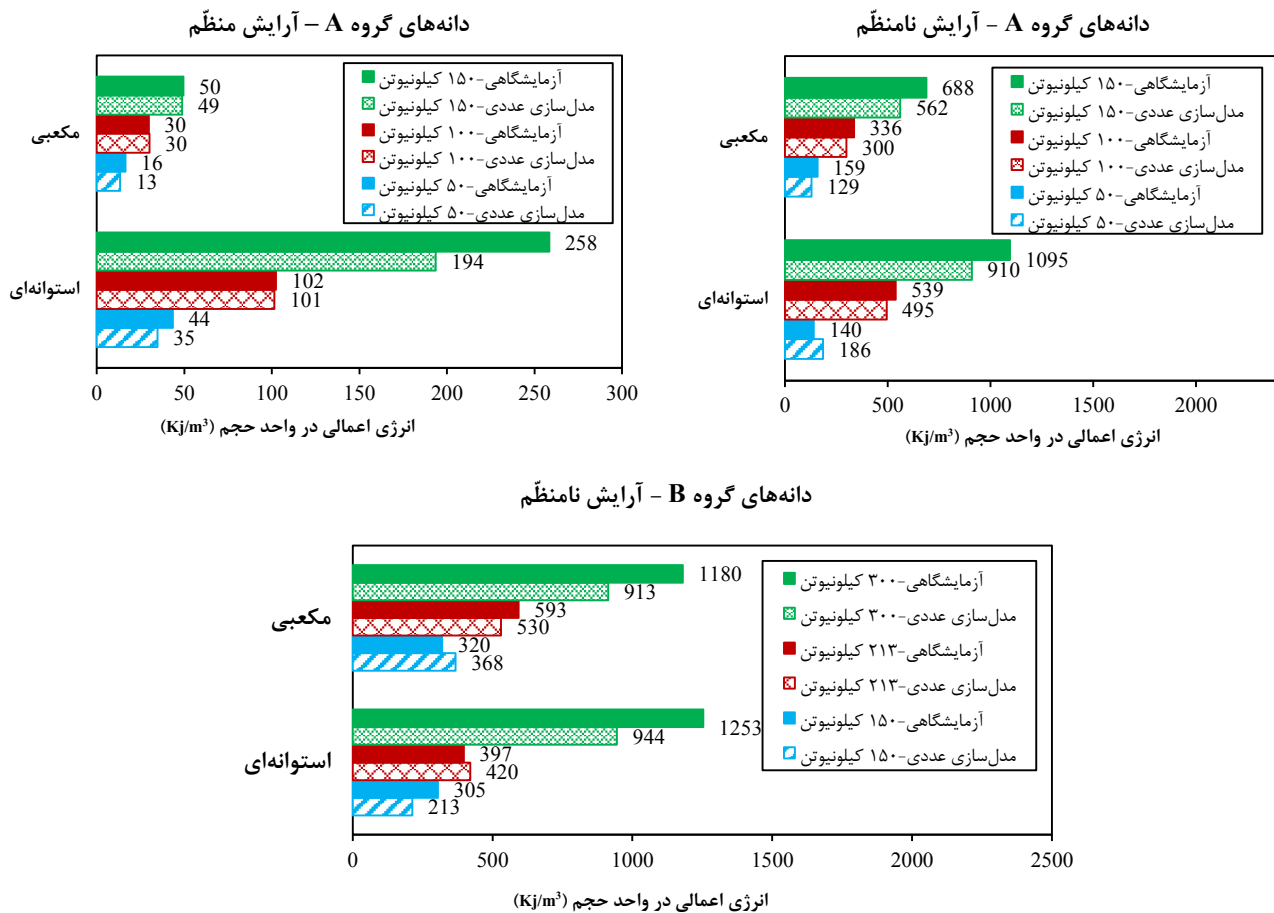
دانه‌های مکعبی A ملاحظه می‌شود که تا کرنش ۴٪ رفتار تقریباً خطی بین تنش و کرنش وجود دارد و در دانه‌های استوانه‌ای A رابطه خطی تا کرنش ۵٪ ادامه یافته است؛ از طرفی برای دانه‌های گروه B مقادیر کرنش مورد نظر کاهش می‌یابند. به طوری که برای دانه‌های مکعبی B، تا کرنش ۲٪ و برای دانه‌های استوانه‌ای B تا کرنش ۳٪ رفتار خطی ملاحظه می‌شود. در بخش دوم نمودار، مقادیر نمو تنش نسبت به نمو کرنش افزایش یافته و رفتار سخت‌شوندگی به وجود می‌آید. در توجیه آن می‌توان به دو عامل اشاره نمود؛ نخست اینکه با افزایش تنش قائم، به دلیل عدم امکان جابه‌جایی دیواره‌های محفظه بارگذاری، تنش افقی نیز متناسب با آن افزایش یافته و نوعی محصورشدگی برای دانه‌ها به وجود می‌آید. این موضوع سبب مقاوم‌تر شدن دانه‌ها و در نتیجه افزایش سختی توده مصالح می‌گردد. همچنین به دلیل وقوع شکست در دانه‌ها، علاوه بر بازآرایی مجدد دانه‌ها، فضای خالی بین دانه‌ها نیز پر شده و سبب می‌شود تعداد نقاط تماس بین دانه‌های افزایش یابند. این مسئله باعث مقاومت زنجیره‌های نیرویی شده و نتیجتاً سختی توده افزایش می‌یابد.

با مقایسه رفتار بین نمونه‌های هم‌اندازه ولی در شکل‌های مختلف در آرایش نامنظم، مشاهده می‌گردد که مقدار کرنش رخ داده برای دانه‌های استوانه‌ای A در حدود ۱۷٪ بیشتر از دانه‌های مکعبی A می‌باشد. با توجه به اینکه نمونه‌های استوانه‌ای زاویه اصطکاک داخلی کمتری نسبت به نمونه‌های مکعبی دارند (۳۳° در مقابل ۳۸°)، لذا مکانیزم عملکرد اصلی در جابه‌جایی کل توده‌ها، لغزش و دوران بین دانه‌های می‌باشد. در دانه‌های مکعبی به دلیل زاویه اصطکاک داخلی بیشتر، قفل و بست بیشتری نسبت به دانه‌های استوانه‌ای وجود دارد و همین مسئله امکان لغزش و جابه‌جایی را سخت‌تر می‌کند. ولی در دانه‌های گروه B که میانگین حجم آن‌ها بیشتر از ۵ برابر میانگین حجم دانه‌های گروه A می‌باشند، مقادیر جابه‌جایی نمونه‌های مکعبی در حدود ۱۱٪ بیشتر از مقادیر متناظر در نمونه‌های استوانه‌ای می‌باشد. بر خلاف دانه‌های گروه A که لغزش و دوران دانه‌ها، مکانیزم غالب بود، در دانه‌های گروه B به دلیل افزایش ابعاد دانه‌ها، عامل شکست دانه، تعیین کننده می‌گردد. چون که در مصالح دانه‌ای با افزایش اندازه و تیزگوشگی دانه‌ها، از یک طرف ترک خوردگی در تنش‌های کمتر آغاز می‌گردد و از طرف دیگر، زاویه اصطکاک داخلی کاهش خواهد یافت [۶۲]. بنابراین سهم بیشتری از انرژی اعمالی، صرف شکست دانه خواهد گردید. همچنین دانه‌های مکعبی دارای ضریب کرویت کمتر (تیزگوشگی بیشتر) نسبت به دانه‌های استوانه‌ای بوده، لذا تمرکز تنش ایجاد شده منجر به وقوع



شکل ۱۱. نمودارهای تنش-کرنش دانه‌ها

Fig. 11. Stress-strain diagrams of grains



شکل ۱۲. مقادیر انرژی اعمالی در واحد حجم مصالح برای کلیه دانه‌ها

Fig. 12. Amounts of energy applied per unit volume of material for all grains

موجی نداشته و هموارتر باشند. مشابه آرایش نامنظم، رفتار سخت‌شوندگی در آرایش منظم نیز به وضوح قابل مشاهده است؛ با تأکید بر این مطلب که مقدار کرنش رخ داده در سطح تنش‌های حداکثر برای نمونه‌های مکعبی و استوانه‌ای، به ترتیب حداقل ۱۲٪ و ۲۵٪ مقدار متناظر در آرایش نامنظم می‌باشند.

از طریق سطح زیرمنحنی نمودارهای تنش-کرنش می‌توان میزان انرژی اعمالی در واحد حجم مصالح دانه‌ای را محاسبه نمود. شکل ۱۲ مقادیر به دست آمده از نتایج مدل‌سازی را به همراه نتایج آزمایشگاهی برای کلیه دانه‌ها نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که مقادیر به دست آمده از مدل‌سازی عددی با دامنه خطای حداکثر ۲۰٪ توانسته‌اند مقادیر آزمایشگاهی را پیش‌بینی نمایند. نکته قابل توجه، کاهش خطای بین نتایج مدل‌سازی عددی و آزمایشگاهی به حداکثر ۱۰٪ در سطوح تنش میانی است؛ ولیکن

شکست بیشتر در نمونه‌های مکعبی و نتیجتاً جابه‌جایی بیشتر کل دانه‌ها شده است. بنابراین می‌توان چنین نتیجه گرفت که با افزایش ابعاد دانه‌ها، تأثیر شکل دانه نیز بیشتر می‌گردد.

در آرایش منظم که فقط مربوط به دانه‌های گروه A می‌باشد، ملاحظه می‌شود دقت مدل‌سازی عددی بیشتر از حالت آرایش نامنظم به دست آمده است ($R^2 > 0.95$). در آرایش منظم، مکانیزم عملکرد بین دانه‌ای به صورت شکست می‌باشد. زیرا به دلیل چینش منظم دانه‌ها بر روی هم، تماس سطحی در بین دانه‌های مکعبی و تماس خطی در بین دانه‌های استوانه‌ای وجود داشته و این مسئله مانع ایجاد شکست گوشه و لب‌پرشدگی در دانه‌ها می‌گردد. بنابراین فرضیات مدل‌سازی انطباق کامل با شرایط آزمایشگاهی را دارا می‌باشد. همین مسئله سبب می‌شود که نمودارهای تنش-کرنش به دست آمده بر خلاف نمودارهای مربوط به آرایش نامنظم، حالت دندانه‌ای و

سطحی و دانه‌های استوانه‌ای دارای تماس خطی بوده‌اند، لذا مقدار تنش‌های تماسی در نمونه‌های استوانه‌ای، به دلیل سطح تماس کمتر از نمونه‌های مکعبی، بیشتر بوده و منجر به شکست بیشتر دانه‌ها شده است. به طوری که میانگین فاکتور شکست دانه‌های استوانه‌ای بیش از ۲ برابر میانگین فاکتور شکست دانه‌های مکعبی می‌باشد. بنابراین می‌توان دریافت که در آرایش منظم، وضعیت تماس بین دانه‌ها (تماس سطحی و تماس خطی) از لحاظ میزان شکست، نقش تعیین کننده داشته و فاکتور غالب بر شکل دانه و تیزگوشگی می‌باشد.

با بررسی مقادیر شکست رخ داده در حالت آرایش منظم و آرایش نامنظم در نمونه‌های مکعبی معلوم می‌گردد که تا تنش حداکثر $2/7 \text{ MPa}$ (متناظر با اعمال نیروی 50 KN)، مقدار شکست در آرایش منظم 7% و در آرایش نامنظم 6% می‌باشد. در صورتی که با افزایش مقادیر تنش حداکثر به $5/4$ و 9 MPa (متناظر با نیروهای 100 و 150 KN)، مقادیر شکست در آرایش منظم به ترتیب 8% و 16% و در آرایش نامنظم 16% و 18% می‌گردند. در مورد علت این پدیده می‌توان اظهار داشت که در آرایش منظم دانه‌های مکعبی، فقط امکان شکست دانه‌ها وجود داشته و لغزش و دوران دانه‌ها ممکن نمی‌باشد. در حالی که در آرایش نامنظم، دانه‌ها از همان ابتدای بارگذاری، می‌توانند نسبت به هم لغزش و دوران کنند. بنابراین بخشی از انرژی اعمالی صرف جابه‌جایی دانه‌ها می‌گردد. نتیجتاً شکست دانه‌ها در آرایش منظم زودتر از آرایش نامنظم شروع شده و به ازای سطح تنش $2/7 \text{ MPa}$ ، شکست بیشتری در آرایش منظم رخ می‌دهد. در مقابل، با افزایش سطح تنش قائم و متعاقباً افزایش تنش‌های تماسی، مقادیر شکست در آرایش نامنظم بیشتر می‌گردد. در نمونه‌های استوانه‌ای نیز مشاهده می‌شود که مقادیر شکست در حالت آرایش منظم، همواره بیشتر از آرایش نامنظم به دست آمده است. علت این مسئله به نحوه قرارگیری دانه‌ها (شیب صفر) در آرایش منظم مربوط می‌شود. زیرا که دانه‌های استوانه‌ای فقط در معرض تنش‌های کششی ناشی از بارگذاری قائم قرار داشته و مستعد شکست می‌باشند. در حالی که در آرایش نامنظم درصد کمتری از دانه‌ها دارای شیب صفر یا کمتر می‌باشند. به عنوان مثال، همانطور که در شکل ۷ برای دانه استوانه‌ای B نشان داده است، از بین ۲۸۸ دانه، فقط ۳۰ دانه (حدود $10/5\%$) دارای شیب بین صفر الی ۱۰ درجه می‌باشند. لذا در بقیه حالات قرارگیری، تنش کششی کمتری در دانه به وجود می‌آید و سبب می‌شود مقادیر شکست همواره کمتر از آرایش منظم باشند.

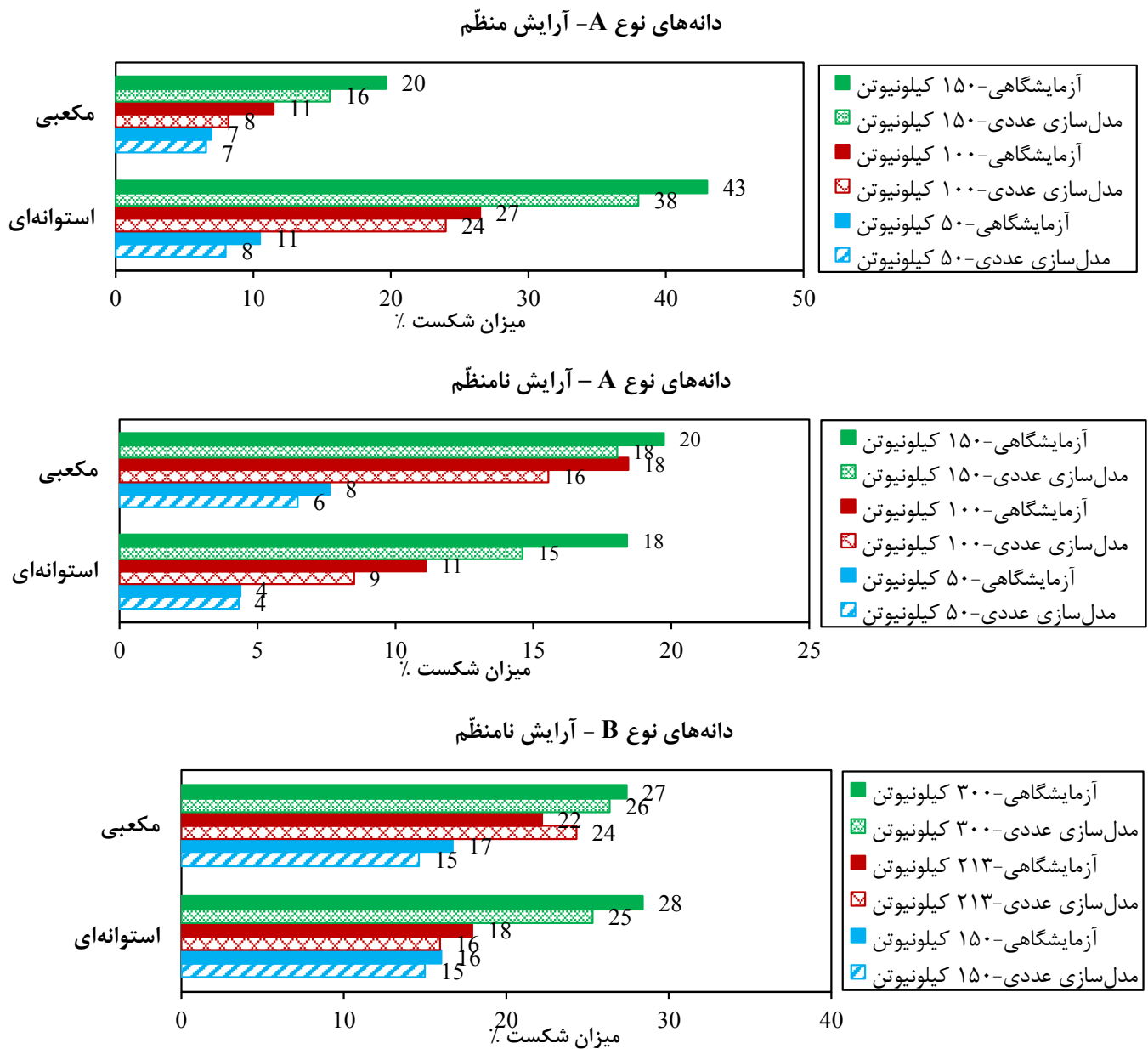
با افزایش سطح تنش به 9 MPa مقادیر خطا تا 20% افزایش یافته است. علت این مسئله به ازدیاد وقوع مکانیزم‌های دیگر شکست همچون شکست گوشه و لب‌پزدگی در سطح تنش 9 MPa برمی‌گردد. چون مدل‌سازی عددی فقط اثرات دونیم شدن را لحاظ می‌نماید، لذا انرژی کمتری را جذب نموده و همین مسئله باعث می‌شود که مقادیر مدل‌سازی کمتر از مقادیر آزمایشگاهی متناظر باشند.

با مقایسه بین نتایج آرایش منظم و نامنظم در دانه‌های گروه A مشاهده می‌شود که اختلاف انرژی اعمالی حدود ۱۰ برابری در دانه‌های مکعبی و ۴ برابری در دانه‌های استوانه‌ای آرایش نامنظم نسبت به آرایش منظم وجود دارد. علت این موضوع به وقوع جابه‌جایی بیشتر دانه‌ها در آرایش نامنظم مربوط می‌شود. همانطور که قبلاً ذکر گردید، در آرایش منظم، دانه‌ها فقط دچار شکست شده در حالی که در آرایش نامنظم علاوه بر شکست، لغزش و دوران دانه‌ها نیز رخ می‌دهند. ضمناً در آرایش منظم انرژی اعمالی به دانه‌های استوانه‌ای به دلیل تماس خطی بین دانه‌های 36 برابر انرژی اعمالی به دانه‌های مکعبی دارای تماس سطحی، می‌باشد.

۳-۲- فاکتور شکست

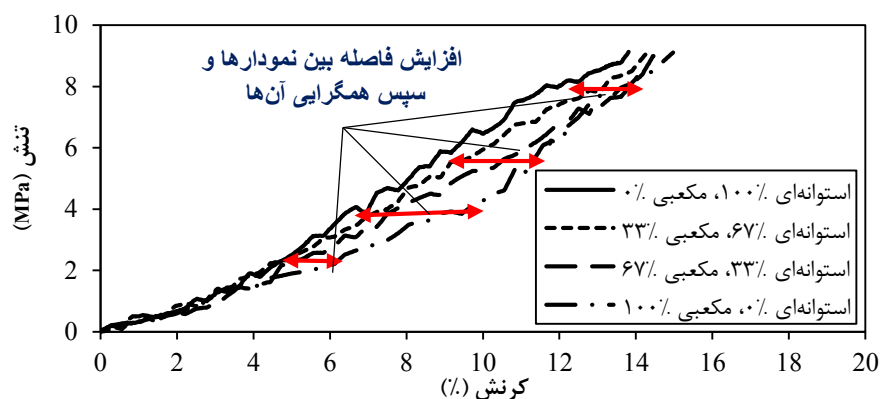
پارامتر مهمی که در بررسی نتایج و صحت‌سنجی مدل عددی در آزمایش بارگذاری تک‌محوری بایستی مورد توجه قرار گیرد، فاکتور شکست می‌باشد [۶۱]. اهمیت فاکتور شکست به این دلیل است که نمودارهای تنش- کرنش و یا مقادیر انرژی اعمالی، کلیه مکانیزم‌های عملکرد بین دانه‌های یعنی لغزش، جابه‌جایی و شکست را در بر می‌گیرند. در حالی که ممکن است دو توده دانه‌ای دارای نمودارهای تنش-کرنش شبیه هم بوده و لیکن شکست دانه‌ها کاملاً متفاوت باشد. لذا بررسی شکست به عنوان یک پارامتر مستقل، بسیار ضروری است.

شکل ۱۳ مقادیر فاکتور شکست بدست آمده از نتایج آزمایشگاهی و مدل‌سازی عددی نشان می‌دهند. همانطور که ملاحظه می‌شود مقادیر فاکتور شکست حاصل از مدل‌سازی عددی، با خطای کمتر از 20% توانسته است مقادیر واقعی شکست رخ داده در آزمایش‌های آزمایشگاهی را پیش‌بینی نماید. با دقت در نتایج به دست آمده، می‌توان دریافت که در وضعیت آرایش نامنظم، نمونه‌های مکعبی در هر دو اندازه، به طور میانگین 18% مقدار شکست بیشتر را نسبت به دانه‌های استوانه‌ای تجربه می‌کنند. علت این مسئله به ضریب کرویت کمتر دانه‌های مکعبی و تمرکز تنش بیشتر در آن‌ها بستگی دارد. ولی در آرایش منظم، چون دانه‌های مکعبی دارای تماس



شکل ۱۳. راستای قرارگیری دانه‌های استوانه‌ای B و مکعبی B در آرایش نامنظم

Fig. 13. Breakage factor values obtained from laboratory results and numerical modeling



شکل ۱۴. منحنی‌های تنش-کرنش مربوط به آرایش ترکیبی دانه‌ها همراه با نتایج مربوط به آرایش یکنواخت دانه‌ها

Fig. 14. Stress-strain curves related to the combined arrangement of the grains together with the results related to the uniform arrangement of the grains

۴- مدل‌سازی ترکیبی دانه‌ها

در شرایط واقعی، دانه‌های طبیعی هم شکل نبوده و ترکیبی از دانه‌های با شکل‌های مختلف در توده مصالح وجود دارد. لذا در بررسی رفتار مصالح دانه‌ای این مسئله بایستی مدنظر قرار گیرد. با توجه به صحت مدل‌سازی عددی که بر اساس مقایسه با نتایج آزمایشگاهی به دست آمده است، اکنون می‌توان برای هر ترکیب دلخواه از مصالح با شکل‌های مختلف تحت تخلخل ثابت، آزمایش بارگذاری را برای سطوح تنش مختلف انجام و نتایج را مورد مقایسه قرار داد. در این مرحله، با فرض دو نوع آرایش ترکیبی از دانه‌ها به صورت ۳۳٪ دانه مکعبی B – ۶۷٪ دانه استوانه‌ای B (آرایش ترکیبی ۱) و ۶۷٪ دانه مکعبی B – ۳۳٪ دانه استوانه‌ای B (آرایش ترکیبی ۲) و انجام بارگذاری تا سطح ۳۰۰ kN، نتایج به دست آمده از مدل‌سازی با نتایج آزمایشگاهی مربوط به آرایش یکسان دانه‌ها مقایسه می‌شوند. ضریب کرویت ترکیب دانه‌ها به صورت ذیل محاسبه می‌شوند:

$$S_{\text{arrangement 1}} = 0,33 \times 0,57 + 0,67 \times 0,69 = 0,65 \quad (18)$$

$$S_{\text{arrangement 2}} = 0,67 \times 0,57 + 0,33 \times 0,69 = 0,61 \quad (19)$$

شکل ۱۴ نتایج رفتار تنش-کرنش مصالح دانه‌ای را در حالت آرایش‌های ترکیبی و یکسان نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که در ابتدای بارگذاری تا سطح کرنش ۴٪، اختلاف در رفتار نمونه‌ها بسیار کم ($R^2=0.99$) و عملاً تأثیر شکل دانه‌ها ناچیز می‌باشد. با افزایش سطح تنش به بیشتر از ۴ MPa، به صورت تدریجی نمودارها از هم فاصله می‌گیرند و این رفتار تا سطح کرنش ۱۲٪ ادامه یافته است. در این بازه، شکل دانه‌ها بیشترین تأثیر خود را نمایان می‌سازد. به طوری که با افزایش سهم دانه‌های مکعبی و کاهش ضریب کرویت توده (از ۰/۶۹ به ۰/۵۷)، مدول تغییر شکل‌پذیری از مقدار ۷۷ MPa به ۵۵ MPa کاهش می‌یابد. علت این مسئله به وقوع شکست بیشتر در دانه‌های مکعبی مربوط می‌شود. بعد از سطح کرنش ۱۲٪، نوعی همگرایی در رفتار نمونه‌ها پدید می‌آید. مسلماً در این بازه، به دلیل وقوع شکست‌های زیاد در دانه‌های مکعبی و استوانه‌ای، شکل دانه‌ها دیگر مثل وضعیت اولیه خود نبوده و نوعی تشابه شکلی در میان همه دانه‌ها در اثر شکست‌های متوالی به وجود می‌آید. این موضوع توسط لی و همکاران نیز عنوان شده است [۶۳]. در واقع مصالح دانه‌ای که تحت تنش‌های بزرگ قرار می‌گیرند، در اثر شکست‌های پی‌درپی دانه‌ها به سمت یک وضعیت دانه‌بندی حدی سوق پیدا می‌کنند [۶۴-۶۶] که می‌توان با استفاده از تئوری فرکتال، منحنی دانه‌بندی نهایی را به دست آورد. لذا، مسئله‌ای که حائز اهمیت است، اندازه دانه‌ها و نه شکل آن‌ها می‌باشد. بنابراین می‌توان چنین نتیجه گرفت که در حالت آرایش ترکیبی، با افزایش سطوح تنش و وقوع شکست در

جدول ۶. تعداد دانه‌های شکسته شده برای آرایش مختلف دانه‌ها

Table 6. Number of broken grains for different arrangement of grains

استوانه‌ای ۰٪ مکعبی ۱۰۰٪ S = ۰.۵۷			استوانه‌ای ۳۳٪ مکعبی ۶۷٪ S = ۰.۶۱			استوانه‌ای ۶۷٪ مکعبی ۳۳٪ S = ۰.۶۵			استوانه‌ای ۱۰۰٪ مکعبی ۰٪ S = ۰.۶۹		
کل	مکعبی	استوانه‌ای	کل	مکعبی	استوانه‌ای	کل	مکعبی	استوانه‌ای	کل	مکعبی	استوانه‌ای
۲۰۰	۲۰۰	۰	۲۱۵	۱۳۴	۸۱	۲۲۹	۶۶	۱۶۳	۲۴۴	۰	۲۴۴
۱۶۵	۱۶۵	۰	۱۷۶	۱۰۸	۶۸	۱۸۳	۵۲	۱۳۱	۱۹۲	۰	۱۹۲
۸۲/۵	۸۲/۵	۰	۸۱/۸	۸۰/۵	۸۳/۹	۸۰/۰	۷۸/۷	۸۰/۴	۷۸/۷	۰	۷۸/۷
تعداد کل			تعداد شکسته			درصد شکسته					

می‌توان از توزیع یکسان دانه‌ها در مدل‌سازی‌های عددی اطمینان حاصل نمود.

- با توجه به مکانیزم بارگذاری فشاری تک محوری محصور شده و عدم امکان جابه‌جایی دیواره‌های استوانه بارگذاری، رفتار غیرخطی سخت‌شوندگی در تمامی آزمایش‌ها به علت کاهش فضاهای خالی بین دانه‌ها در اثر لغزش و دوران دانه‌ها در ابتدای بارگذاری و سپس وقوع شکست در آن‌ها، رخ می‌دهد.

- در یک آرایش ثابت و وضعیت یکسان تماس بین دانه‌ای، هر چقدر تیز گوشگی دانه‌ها بیشتر شده و مصالح از شکل کروی فاصله گیرند، میزان شکست رخ داده در آن‌ها به دلیل تمرکز تنش به وجود آمده افزایش خواهد یافت. به طوری که دانه‌های مکعبی به طور میانگین ۱۸٪ شکست بیشتر را نسبت به دانه‌های استوانه‌ای تجربه کردند.

- در آرایش منظم، وضعیت قرارگیری دانه‌ها در کنار هم (اینکه دانه‌ها دارای تماس خطی یا سطحی باشند) بیشتر از شکل دانه، بر میزان شکست تأثیر می‌گذارد. به طوری که فاکتور شکست دانه‌های استوانه‌ای به دلیل تماس خطی بین دانه‌ای، بیش از ۲ برابر فاکتور شکست دانه‌های مکعبی دارای تماس سطحی بین دانه‌ای، به دست آمده است.

- در آرایش منظم، امکان لغزش و دوران دانه‌ها وجود نداشته و عملکرد مکانیکی دانه‌ها فقط به صورت شکست می‌باشد. این در حالی است که در آرایش نامنظم، علاوه بر امکان شکست، دانه‌ها می‌توانند جابه‌جا شوند. بنابراین در آرایش منظم، شکست دانه‌ها در مقادیر تنش کمتری نسبت به آرایش نامنظم شروع می‌شود.

- مقدار انرژی اعمالی در آرایش نامنظم نسبت به آرایش منظم،

دانه‌ها، نهایتاً یک ترکیب یکنواخت از حیث شکل به وجود آمده و تأثیر شکل عملاً از بین خواهد رفت.

در جدول ۶ تعداد دانه‌های شکسته شده، نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که با افزایش سهم دانه‌های مکعبی و کاهش ضریب کرویت کل، درصد بیشتری از دانه‌ها دچار شکست می‌گردند. بدین صورت که با کاهش ۳۳٪ از تعداد دانه‌های استوانه‌ای، مقدار شکست از ۷۸/۷٪ به ۸۰٪ و با کاهش ۶۷٪ دانه‌های استوانه‌ای، مقدار شکست به ۸۱/۸٪ می‌رسد. لیکن این مقدار کمتر از ۸۲/۵٪ مربوط به دانه‌های مکعبی می‌باشد.

۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق مدل‌سازی رفتار شکست مصالح دانه‌ای در دو شکل مکعبی و استوانه‌ای به عنوان نماینده دانه‌های تیز گوشه و گرد گوشه، در دو اندازه مختلف و نیز در دو وضعیت با آرایش منظم و آرایش نامنظم با استفاده از روش المان گسسته صورت گرفت. بعد از انجام بارگذاری فشاری تک محوری، نتایج مدل‌سازی عددی با نتایج آزمایش‌هایی که در شرایط یکسان با مدل‌سازی صورت گرفتند، مقایسه گردیدند. بعد از اطمینان از صحت مدل‌سازی عددی، شرایط آرایش ترکیبی دانه‌های مکعبی-استوانه‌ای تحت تداخل مشابه آزمایش‌های قبلی، اعمال گردید و بارگذاری تا سطح نیروی ۳۰۰ kN صورت گرفت. مقایسه نتایج نشان داد که مدل‌سازی عددی می‌تواند نتایج آزمایشگاهی شامل رفتار تنش-کرنش، انرژی اعمالی در واحد حجم مصالح و مقدار شکست را با دقت قابل قبولی پیش‌بینی نماید. به طور کلی، نتایج به دست آمده را می‌توان به صورت ذیل جمع‌بندی نمود:

- با کنترل پارامتر C_N به همراه شیب و راستای قرارگیری دانه‌ها،

- Technol., 166(2) (2006) 100-112.
- [2] R. Deluzarche, B. Cambou, Discrete numerical modelling of rockfill dams, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 30(11) (2006) 1075-1096.
- [3] E.E. Alonso, M. Tapias, J. Gili, Scale effects in rockfill behaviour, *Geotech. Lett.*, 2(3) (2012) 155-160.
- [4] W. Zhou, G. Ma, X.-L. Chang, Y. Duan, Discrete modeling of rockfill materials considering the irregular shaped particles and their crushability, *Eng. Computation*, 32(4) (2015) 1104-1120.
- [5] F. Zhu, J. Zhao, Interplays between particle shape and particle breakage in confined continuous crushing of granular media, *Powder Technol.*, 378 (2021) 455-467.
- [6] T. Qu, M. Wang, Y. Feng, Applicability of discrete element method with spherical and clumped particles for constitutive study of granular materials, *J. Rock Mech. Geotech. Eng.*, 14(1) (2022) 240-251.
- [7] B. Indraratna, D. Ionescu, H.D. Christie, Shear behavior of railway ballast based on large-scale triaxial tests, *J. Geotech. Geoenviron.*, 124(5) (1998) 439-449.
- [8] E. Frossard, W. Hu, C. Dano, P.Y. Hicher, Rockfill shear strength evaluation: a rational method based on size effects, *Géotechnique*, 62(5) (2012) 415-427.
- [9] P.A. Cundall, O.D.L. Strack, A discrete numerical model for granular assemblies, *Géotechnique*, 29(1) (1979) 47-65.
- [10] C. Thornton, K.K. Yin, M.J. Adams, Numerical simulation of the impact fracture and fragmentation of agglomerates, *J. Phys. D Appl. Phys.*, 29(2) (1996) 424-435.
- [11] M. Lu, G.R. McDowell, The importance of modelling ballast particle shape in the discrete element method, *Granul. Matter*, 9(1) (2007) 69.
- [12] G.R. McDowell, W.L. Lim, A.C. Collop, R. Armitage, N.H. Thom, Comparison of ballast index tests for railway trackbeds, *Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Geotechnical Engineering*, 157(3) (2004) 151-161.

برای دانه‌های مکعبی بیش از ۱۰ برابر و برای دانه‌های استوانه‌ای بیش از ۴ برابر افزایش یافته است. علت آن به وقوع جابه‌جایی بین دانه‌ها در آرایش نامنظم مربوط می‌شود. از طرفی در آرایش منظم، انرژی اعمال شده به دانه‌های مکعبی به دلیل تماس سطحی بین دانه‌ای، به طور متوسط ۲۷٪ انرژی اعمالی به دانه‌های استوانه‌ای دارای تماس خطی، می‌باشد.

• در حالت آرایش نامنظم، با افزایش ابعاد دانه‌ها مقدار فاکتور شکست برای تمامی شکل‌ها افزایش می‌یابد. علت آن وجود بیشتر ریزترک‌ها در دانه‌های با ابعاد بزرگ‌تر می‌باشد که سبب کاهش مقاومت و افزایش شکست در آن‌ها می‌شود.

• در دانه‌های گروه A، جابه‌جایی نمونه‌های استوانه‌ای به علت لغزش و دوران دانه‌ها ۱۷٪ بیشتر از نمونه‌های مکعبی به دست آمده است. ولی در دانه‌های گروه B (۵ برابر میانگین حجمی بالاتر نسبت به A)، جابه‌جایی دانه‌های مکعبی ۱۱٪ بیشتر از جابه‌جایی دانه‌های استوانه‌ای شده است. بنابراین با افزایش ابعاد دانه‌ها، تأثیر شکل دانه بر تغییر شکل کلی توده ناشی از شکست، بیشتر می‌گردد.

• با افزایش نسبت دانه‌های مکعبی در یک آرایش ترکیبی (کاهش ضریب کرویت مجموعه دانه‌ها)، به دلیل وقوع شکست بیشتر دانه‌های مکعبی، مقدار شکست افزایش و شیب منحنی تنش-کرنش ۲۸٪ کاهش یافته است. در ادامه، با افزایش سطح تنش، به صورت تدریجی نمودارهای مربوط به آرایش‌های مختلف همگرا می‌شوند. زیرا که با وقوع شکست‌های بیشتر در دانه‌ها، نوعی تشابه شکلی بین دانه‌ها به وجود آمده و تأثیر شکل عملاً از بین می‌رود.

• مدل عددی به کار رفته می‌تواند مقدار فاکتور شکست مربوط به هر ترکیب با نسبت دلخواه از دانه‌های مکعبی و استوانه‌ای را به همراه رفتار تنش-کرنش آن، بدون نیاز به انجام آزمایش‌های آزمایشگاهی، پیش‌بینی نماید.

• در این تحقیق فقط اثرات شکست مصالح به صورت دو نیم‌شدگی اعمال شده است. می‌توان با تکمیل تحقیقات آتی به صورت مدل‌سازی شکست گوشه و لب‌پزشدگی مصالح که در تنش‌های پایین رخ می‌دهند، دقت مدل‌سازی را افزایش داد.

منابع

- [1] E. Seyed Hosseininia, A.A. Mirghasemi, Numerical simulation of breakage of two-dimensional polygon-shaped particles using discrete element method, *Powder*

- materials, Powder Technol., 105(1) (1999) 190-198.
- [24] S. Lobo-Guerrero, L.E. Vallejo, Crushing a weak granular material: experimental numerical analyses, Géotechnique, 55(3) (2005) 245-249.
- [25] J.P. De Bono, G.R. McDowell, D. Wanatowski, DEM of triaxial tests on crushable cemented sand, Granul. Matter, 16(4) (2014) 563-572.
- [26] J.P. De Bono, G.R. McDowell, DEM of triaxial tests on crushable sand, Granul. Matter, 16(4) (2014) 551-562.
- [27] N. Zhang, A. Hedayat, S. Han, R. Yang, H.G. Bolaños Sosa, J.J. González Cárdenas, G.E. Salas Álvarez, Isotropic compression behavior of granular assembly with non-spherical particles by X-ray micro-computed tomography and discrete element modeling, J. Rock Mech. Geotech. Eng., 13(5) (2021) 972-984.
- [28] M. Takei, O. Kusakabe, T. Hayashi, Time-dependent behavior of crushable materials in one-dimensional compression tests, Soils Found., 41 (2001) 97-121.
- [29] E. Liu, Breakage and deformation mechanisms of crushable granular materials, Comput. Geotech., 37(5) (2010) 723-730.
- [30] B.-Y. Zhang, Y.-X. Jie, D.-Z. Kong, Particle size distribution and relative breakage for a cement ellipsoid aggregate, Comput. Geotech., 53 (2013) 31-39.
- [31] G. Yang, X. Yan, S. Nimbalkar, J. Xu, Effect of Particle Shape and Confining Pressure on Breakage and Deformation of Artificial Rockfill, International Journal of Geosynthetics and Ground Engineering, 5(2) (2019) 15.
- [32] W. Zheng, D.D. Tannant, Grain breakage criteria for discrete element models of sand crushing under one-dimensional compression, Comput. Geotech., 95 (2018) 231-239.
- [33] J. De Bono, G.R. McDowell, Particle breakage criteria in discrete-element modelling, Géotechnique, 66(12) (2016) 1014-1027.
- [34] D. Shi, L. Zheng, J. Xue, J. Sun, DEM modeling of particle breakage in silica sands under one-dimensional compression, Acta Mech. Solida Sin., 29 (2016) 78-94.
- [35] G.-Y. Liu, W.-J. Xu, Q.-C. Sun, N. Govender, Study [13] S. Roshankhah, R. Shafipour, A. Soroush, 2D Numerical Modeling of Soil Behavior under Drained Tri-axial loading with Discrete Element Method, Journal of Civil and Surveying Engineering, 45(1) (2011) 1-8 (In persian).
- [14] E. Seyedi Hosseininia, A.A. Mirghasemi, Effect of particle breakage on the behavior of simulated angular particle assemblies, China Part., 5(5) (2007) 328-336.
- [15] A. Bagherzadeh-Khalkhali, A.A. Mirghasemi, S. Mohammadi, Micromechanics of breakage in sharp-edge particles using combined DEM and FEM, Particuology, 6(5) (2008) 347-361.
- [16] M. Tapias, E.E. Alonso, J. Gili, A particle model for rockfill behaviour, Géotechnique, 65(12) (2015) 975-994.
- [17] T. Zhang, C. Zhang, J. Zou, B. Wang, F. Song, W. Yang, DEM exploration of the effect of particle shape on particle breakage in granular assemblies, Comput. Geotech., 122 (2020) 103542.
- [18] A. Sarabi, A. Mahboubi, Three-dimensional modeling of rockfill using DEM considering particle breakage, Sharif Journal of Civil Engineering, 36.2(2.1) (2020) 79-90 (In persian).
- [19] N. Mahbubi Motlagh, A. Noorzad, Discrete Element Method Simulation of Dynamic Behavior of Granular Materials, Amirkabir Journal of Civil Engineering, 53(10) (2021) 13 (In persian).
- [20] G. Kang, Y.-j. Ning, R. Liu, P.-w. Chen, S.-p. Pang, Simulation of force chains and particle breakage of granular material by numerical manifold method, Powder Technol., 390 (2021) 464-472.
- [21] Y.P. Cheng, M.D. Bolton, Y. Nakata, Crushing and plastic deformation of soils simulated using DEM, Géotechnique, 54(2) (2004) 131-141.
- [22] Y.P. Cheng, Y. Nakata, M.D. Bolton, Discrete element simulation of crushable soil, Géotechnique, 53(7) (2003) 633-641.
- [23] O. Tsoungui, D. Vallet, J.-C. Charmet, Numerical model of crushing of grains inside two-dimensional granular

- [48] C. O'Sullivan, *Particulate Discrete Element Modelling: A Geomechanics Perspective*, Taylor & Francis, England 2011.
- [49] H. Iwata, T. Homma, Distribution of coordination numbers in random packing of homogeneous spheres, *Powder Technol.*, 10(1) (1974) 79-83.
- [50] P.H. Shipway, I.M. Hutchings, Fracture of brittle spheres under compression and impact loading. I. Elastic stress distributions, *Philos. Mag. A*, 67(6) (1993) 1389-1404.
- [51] M. Matsumoto, T. Nishimura, Mersenne Twister: A 623-dimensionally equidistributed uniform pseudo-random number generator, *ACM T. Model. Comput. S.*, 8(1) (1998) 3-30.
- [52] ASTM-D7012-14e1, *Standard Test Methods for Compressive Strength and Elastic Moduli of Intact Rock Core Specimens under Varying States of Stress and Temperatures*, in, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2014.
- [53] ASTM-C1444-00, *Standard Test Method for Measuring the Angle of Repose of Free-Flowing Mold Powders*, in, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2000.
- [54] J. Christoffersen, M.M. Mehrabadi, S. Nemat-Nasser, A Micromechanical Description of Granular Material Behavior, *Journal of Applied Mechanics*, 48(2) (1981) 339-344.
- [55] J.C. Jaeger, Failure of rocks under tensile conditions, *Int. J. Rock Mech. Min.*, 4(2) (1967) 219-227.
- [56] Y. Hiramatsu, Y. Oka, Determination of the tensile strength of rock by a compression test of an irregular test piece, *Int. J. Rock Mech. Min.*, 3(2) (1966) 89-90.
- [57] Y. Salami, C. Dano, P.-Y. Hicher, An experimental study on the influence of the coordination number on grain crushing, *Eur. J. Environ. Civ. En.*, 23(3) (2017) 432-448.
- [58] B.O. Hardin, Crushing of soil particles, *Journal of Geotechnical Engineering*, 111(10) (1985) 1177-1192.
- [59] Y. Xiao, M. Meng, A. Daouadji, Q. Chen, Z. Wu, X. Jiang, Effects of particle size on crushing and deformation behaviors of rockfill materials, *Geosci. Front.*, 11(2) (2020) 375-388.
- on the particle breakage of ballast based on a GPU accelerated discrete element method, *Geosci. Front.*, 11(2) (2020) 461-471.
- [36] R. De Frias Lopez, S. Larsson, J. Silfwerbrand, A discrete element material model including particle degradation suitable for rockfill embankments, *Comput. Geotech.*, 115 (2019) 103166.
- [37] Y. Wang, S. Shao, Z. Wang, Effect of particle breakage and shape on the mechanical behaviors of granular materials, *Adv. Civil Eng.*, 2019 (2019) 7248427.
- [38] W. Zhou, L. Yang, G. Ma, X. Chang, Z. Lai, K. Xu, DEM analysis of the size effects on the behavior of crushable granular materials, *Granul. Matter*, 18(3) (2016) 64.
- [39] G.R. McDowell, H. Li, Discrete element modelling of scaled railway ballast under triaxial conditions, *Granul. Matter*, 18(3) (2016) 66.
- [40] M.O. Ciantia, M. Arroyo, F. Calvetti, A. Gens, An approach to enhance efficiency of DEM modelling of soils with crushable grains, *Géotechnique*, 65(2) (2015) 91-110.
- [41] G.R. McDowell, J.P. De Bono, On the micro mechanics of one-dimensional normal compression, *Géotechnique*, 63(11) (2013) 895-908.
- [42] Itasca Consulting Group. PFC ____ Particle Flow Code, Ver. 5.0. Manual, in, 2015.
- [43] R.D. Mindlin, H. Deresiewicz, Elastic Spheres in Contact Under Varying Oblique Forces, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 20 (1953) 327-344.
- [44] G.-C. Cho, J. Dodds, J.C. Santamarina, Particle shape effects on packing density, stiffness, and strength: natural and crushed sands, *J. Geotech. Geoenviron.*, 132(5) (2006) 591-602.
- [45] W.L. Lim, G.R. McDowell, Discrete element modelling of railway ballast, *Granul. Matter*, 7(1) (2005) 19-29.
- [46] M. Lu, G.R. McDowell, Discrete element modelling of railway ballast under triaxial conditions, *Geomechanics and Geoengineering*, 3(4) (2008) 257-270.
- [47] J. Lin, E. Bauer, W. Wu, A combined method to model grain crushing with DEM, *Geosci. Front.*, 11(2) (2020) 451-459.

- Eng. Geol. Environ., 81(3) (2022) 106.
- [64] B. Zhao, J. Wang, M.R. Coop, G. Viggiani, M. Jiang, An investigation of single sand particle fracture using X-ray micro-tomography, *Géotechnique*, 65(8) (2015) 625-641.
- [65] D.L. Turcotte, Fractals and fragmentation, *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 91(B2) (1986) 1921-1926.
- [66] G.R. McDowell, M.D. Bolton, D. Robertson, The fractal crushing of granular materials, *J. Mech. Phys. Solids*, 44(12) (1996) 2079-2101.
- [60] S. Bisht Mukesh, A. Das, DEM Study on Particle Shape Evolution during Crushing of Granular Materials, *Int. J. Geomech.*, 21(7) (2021) 04021101.
- [61] X. Zhu, S. Li, Y. Li, T. Li, J. Yin, Study of the influence of particle breakage on compression properties for carbonate sand, *B. Eng. Geol. Environ.*, 81(3) (2022) 89.
- [62] T.W. Lambe, R.V. Whitman, *Soil Mechanics*, John Wiley & Sons, New York, 1969.
- [63] X. Li, J. Liu, J. Li, Fractal dimension, particle shape, and particle breakage analysis for calcareous sand, *B.*

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

V. Ghorbanpoor, M. Emami Tabrizi, DEM investigation of the effect of arrangement of grains on the behavior of brittle granular materials subjected to one dimensional compression, *Amirkabir J. Civil Eng.*, 54(11) (2023) 4139-4162.

DOI: 10.22060/ceej.2022.20011.7314

