



## Optimization of lifting time with the help of a linear mathematical model in high-rise construction projects by considering non-demand fines

F. Khodatars<sup>1</sup>, M. Maghrebi<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>Faculty of Mathematical Science, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

<sup>2</sup>Department of Civil Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

**ABSTRACT:** Timely delivery of materials and equipment to the floors of a high-rise construction project is one of the main challenges for project managers. To solve this challenge, tools such as lifts and cranes are used to transport materials vertically. The way the lift moves between the floors of the building directly affects the completion time of the project. Therefore, providing an optimal schedule for vertical transportation in a high-rise project can lead to saving time and prevent delays in the project. In this paper, a mathematical model with the priority of activity in the day shift and also meeting the maximum amount of demand in two consecutive shifts, to minimize the time of lifting activity is presented. The proposed model tries to meet the demand of the floors as much as possible, and if the demand is so high that it is not possible to meet the demand during two consecutive shifts, considering the fine, it gives the best way to move the lift. Finally, the proposed method is validated on a real data sample related to a high-rise project. The proposed model, in addition to examining the actual sample compared to the models introduced in similar studies, provides an optimal material handling schedule for each work shift.

### Review History:

Received: Jul. 28, 2021

Revised: Dec. 05, 2021

Accepted: Feb. 10, 2022

Available Online: Mar. 17, 2022

### Keywords:

Lift

Critical time

Vertical transportation

Mathematical model

Optimization

### 1- Introduction

The construction process of high-rise buildings has increased significantly in recent years. However, there are still many problems in planning construction operations. Among the many problems related to high-rise construction, the management of vertical transportation of labor and materials can play an important role in addressing the issue of improving the productivity of construction and reducing the length of project periods, which has been of considerable importance.

With the increase of high-rise constructions and the variety of materials, the movement of required materials in the place of demand has become more complex [1].

In addition, delivering material in high-rise projects gets more complex as vertical distance increases [2]. Many researchers have studied the problems raised by vertical transportation systems in high-rise projects in recent years. e.g.[3-6]. However, few studies have specifically provided an optimal schedule for lifting activity. In high-rise construction projects, to transport labor and materials, lifts and cranes are used. Cranes are commonly used to carry heavy materials but the lift is used to move labor and relatively light materials. Determining optimal scheduling for lift activity is often a complex optimization problem. Another point in choosing the correct tool for the vertical transportation of materials is

its availability. Crane access is limited in vertical transport in high-rise buildings, while lifts are more practical tool than cranes. The most critical question for a high-rise construction manager is how to develop a plan for timely supply of materials that meets the demand for floors while also minimizing the time of lifting activity. A more realistic approach to the problem of scheduling lift activity is to consider the type and amount of demand. Jalali Yazdi et al. (3) provided an ideal plan for lifting activity using an integer mathematical model with the goal of minimizing lifting activity time and overall waiting time in each floor while taking into account the type and amount of floor demand. Huang et al. proposed a mixed integer model to handle the problem of lift activity scheduling in order to reduce the cost of transporting lifts between floors [7]. Their model, which assumes a lift and aims to meet the demand of all floors completely, provides the optimal solution. They illustrated that the proposed model can achieve the optimal global solution in a short time by testing it on a sample of 30 floors and comparing the model's results to the results of the genetic algorithm. In this study, we seek to provide an optimal schedule for lift activity by considering two shifts. For this purpose, a linear mathematical model is presented to obtain an accurate timing of the lift activity, which, assuming the amount of materials required for each activity is known, tries to minimize the duration of the lift

\*Corresponding author's email: mojtabamaghrebi@um.ac.ir.



activity in addition to meeting the demand of the floors. In order to meet the maximum demand for floors and due to the limited capacity of the volume and weight of the lift, we have to move the lift from the ground floor to the floors of the building during successive periods. Therefore, it is necessary to determine the optimal number of rounds for the lifting activity. This number of rounds is updated using an iterative algorithm each time the proposed model is executed. To achieve global optimization, algorithms such as branch and branch and cut are used. Therefore, by combining the iterative algorithm and the linear auxiliary model, as well as without reducing the problem answer space, the optimal number of revolutions and the optimal timing of the lift are obtained. The optimal answer obtained from the proposed model determines the exact time of the lift movement and the amount of materials that are moved by the lift in each round. The proposed linear model is tested on a real case study using a CPLEX solver. The optimal global solution obtained from the model, the moment the lift starts to move, the moment the lift reaches each floor, the amount and type of materials loaded in each round by the lift, the stop time in each floor and other parameters are obtained accurately.

## 2- Methodology

As mentioned earlier, it is important to optimize the lifting activity time. The lift can move between floors to meet the demand for materials. In each round, according to the lift capacity, materials are loaded on the depot and unloaded on the desired floors. This process is repeated until at least one of the following conditions is met:

- The time of two shifts is complete
- The demand for all floors is met

In this article, we seek to provide a mathematical model for scheduling lifting activity which follows the following assumptions:

Delivering materials on the floors is done in two shifts of day and night, assuming that the cost of activity at the night shift is more than the day shift.

The day and night shifts are considered 12 hours each (this number can be changed according to the conditions of each project).

Materials are stocked on the ground floor and then transported by lift to the desired floors.

The proposed model, taking into account the above assumptions, tries to meet the demand of the floors as much as possible. If the demand for floors is so high that it is not possible to meet during the two shifts, considering a penalty is the best possible answer to the problem. In this paper, we present an algorithm to obtain the lower bound ( $L_{\min}$ ) of the number of lifting activity rounds. Then, the proposed model by assuming a certain number of rounds ( $N_i$ ) for the lifting activity ( $N_i = L_{\min}$ ) is solved precisely. If the mathematical model has an answer for  $N_i$ , it is introduced as the optimal number of round, otherwise  $L_{\min}$  is updated ( $L_{\min} \leftarrow L_{\min+1}$ ) and the proposed model is returned again for ( $N_i = L_{\min}$ ) is solved. This process continues until the mathematical model has an answer for  $N_i$ .

## 3- Results and Discussion

The proposed model was tested on a real case study and the results were evaluated. For this purpose, the proposed mathematical model was implemented on a 22-story building with commercial and office use located in Mashhad, and a precise schedule was provided for it. The provided model was developed using OPL software, and the optimal solution was obtained using the CPLEX solver.

## 4- Conclusion

As previously stated, project managers' primary concerns are the timely delivery of materials to the floors of a high-rise construction project and the prevention of project delays. Previous research has mostly focused on meta-heuristic algorithms or simulation methods to answer the challenge of lifting activity planning. Providing a linear mathematical model to solve a problem gives us an optimal global solution, which we obtained in this paper after modeling and solving it with the help of CPLEX<sup>1</sup> solver. In this article, we have investigated two shifts for lift activity, considering the higher cost for the night shift. This causes the mathematical model to become closer to reality. Another issue that has not been addressed in previous research is the consideration of fines for not meeting all or part of the demand for building floors. A noteworthy point in this model is to get the best solution, even for samples whose time required to satisfy their demand is too much. Considering the non-demand penalty in the objective function causes the proposed model to try to satisfy the demand of the floors as much as possible, and if the demand is so high that it is not possible to meet the demand during two consecutive shifts, Fines provide the best way to move the lift. This increases the solution space of the problem and even if it is not possible to meet the demand of the floors, there will still be an optimal solution to the problem. In this paper, by presenting a mixed integer mathematical model, the optimal lift activity scheduling is obtained with the aim of minimizing the lifting activity time. In general, the proposed model can be introduced as a practical tool for planning lifting activities in high-rise projects. In future research, in addition to the vertical transport of materials, the current research can be supplemented by shifting labor between floors and also by considering a combination of lifting and crane activities.

## References

- [1] J. Shin, S. Kwon, D. Moon, S. Chung, K. Lee, A Study on Method of Vertical Zoning of Construction Lift for High-rise Building based on Lift Planning & Operation History Database, *KSCE Journal of Civil Engineering*, 22(8) (2018) 2664-2677.
- [2] B.-J. Ahn, A vertical movement plan for labors in high-rise building construction using discrete-event simulation, *Korean Journal of Construction Engineering and Management*, 5(2) (2004) 47-54.
- [3] A.J. Yazdi, M. Maghrebi, J.B. Bazaz, Mathematical model to optimally solve the lift planning problem in high-rise

---

<sup>1</sup> IBM-CPLEX

- construction projects, *Automation in Construction*, 92 (2018) 120-132.
- [4] M. Park, S. Ha, H.-S. Lee, Y.-k. Choi, H. Kim, S. Han, Lifting demand-based zoning for minimizing worker vertical transportation time in high-rise building construction, *Automation in Construction*, 32 (2013) 88-95.
- [5] M. Kamleh, Improving hoist performance during the up-peak of tall building construction, University of Toronto (Canada), 2014.
- [6] Y. Shin, H. Cho, K.-I. Kang, Simulation model incorporating genetic algorithms for optimal temporary hoist planning in high-rise building construction, *Automation in construction*, 20(5) (2011) 550-558.
- [7] C. Huang, C.K. Wong, C.M. Tam, Optimization of material hoisting operations and storage locations in multi-storey building construction by mixed-integer programming, *Automation in Construction*, 19(5) (2010) 656-663.

**HOW TO CITE THIS ARTICLE**

*F. Khodatars, M. Maghrebi, Optimization of lifting time with the help of a linear mathematical model in high-rise construction projects by considering non-demand fines , Amirkabir J. Civil Eng.*, 54(9) (2022) 687-690.

**DOI:** [10.22060/ceej.2022.20279.7397](https://doi.org/10.22060/ceej.2022.20279.7397)







## بهینه‌سازی زمان فعالیت بالابر به کمک یک مدل ریاضی خطی در پروژه‌های ساختمانی مرتفع با در نظر گرفتن جریمه عدم رفع تقاضا

سیده فاطمه خداترس، مجتبی مغربی\*

دانشکده ریاضی، دانشگاه فردوسی، مشهد، ایران.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۰/۰۵/۰۶

بازنگری: ۱۴۰۰/۰۹/۱۴

پذیرش: ۱۴۰۰/۱۱/۲۱

ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۱۲/۲۶

### کلمات کلیدی:

بالابر

زمان بحرانی

حمل و نقل عمودی

مدل ریاضی

بهینه‌سازی

**خلاصه:** تحویل به موقع مصالح و تجهیزات به طبقات یک پروژه‌ی ساختمانی مرتفع، یکی از چالش‌های اساسی مدیران پروژه‌ها است. به منظور حل این چالش، برای حمل و نقل عمودی مصالح، از ابزارهایی مانند بالابر و جرثقیل استفاده می‌شود. شیوه‌ی حرکت بالابر بین طبقات ساختمان به طور مستقیم روی زمان اتمام پروژه تأثیرگذار است. بنابراین ارائه یک برنامه زمان‌بندی بهینه برای حمل و نقل عمودی در یک پروژه بلند مرتبه‌سازی می‌تواند منجر به استفاده مناسب از زمان و جلوگیری از ایجاد تاخیر در پروژه گردد. در این مقاله یک مدل ریاضی با در نظر داشتن اولویت فعالیت در شیفت روز و همچنین برآورده‌سازی بیشترین مقدار تقاضا در دو شیفت متوالی، با هدف کمینه کردن زمان فعالیت بالابر ارائه می‌شود. مدل پیشنهادی تلاش می‌کند تقاضای طبقات را تا حد امکان برآورده کند و اگر میزان تقاضا به قدری باشد که امکان رفع تقاضا در مدت زمان دو شیفت متوالی وجود نداشته باشد، با در نظر گرفتن جریمه، بهترین شیوه جابه‌جایی بالابر را به دست می‌دهد. در نهایت روش پیشنهادی روی یک نمونه داده واقعی مرتبط با یک پروژه بلند مرتبه‌سازی اعتبارسنجی شده است. مدل پیشنهادی علاوه بر بررسی نمونه‌ی واقعی نسبت به مدل‌های معرفی شده در پژوهش‌های مشابه، برنامه زمان‌بندی بهینه جابه‌جایی مصالح را برای هر شیفت کاری ارائه می‌نماید.

### ۱- مقدمه

طی سال‌های گذشته روند ساخت و ساز ساختمان‌های بلندمرتبه به طور قابل توجهی افزایش یافته است. با این وجود هنوز مشکلات زیادی در برنامه‌ریزی عملیات ساخت و ساز وجود دارد. در میان بسیاری از مشکلات مربوط به ساخت و سازهای مرتفع، مدیریت حمل و نقل عمودی نیروی کار و مصالح به عنوان یکی از مهم‌ترین فاکتورهای بهبود بهره‌وری ساخت و کاهش طول دوره‌های پروژه، از اهمیت قابل توجهی برخوردار بوده است [۱]. با افزایش ساخت و سازهای بلندمرتبه و تنوع مصالح، جابه‌جایی مصالح مورد نیاز در محل تقاضا با پیچیدگی بیشتری روبرو شده است [۱]. همچنین با افزایش فاصله عمودی، مدیریت حرکت مواد در محل به طور فزاینده‌ای دشوارتر می‌شود [۳]. در سال‌های گذشته چالش‌های به وجود آمده در سیستم‌های حمل و نقل عمودی در پروژه‌های بلندمرتبه‌سازی مورد مطالعه‌ی بسیاری از محققین قرار گرفته است (مانند [۳-۶]). با این حال پژوهش‌های کمی هستند که به طور ویژه به ارائه‌ی برنامه زمان‌بندی بهینه برای نحوه

فعالیت بالابر بین طبقات، پرداخته باشند. در پروژه‌های بلندمرتبه‌سازی برای حمل و نقل نیروی کار و مصالح از ابزارهایی مانند بالابر و جرثقیل استفاده می‌کنند [۴]. از جرثقیل‌ها عموماً برای حمل مصالح و ابزارآلات سنگین استفاده می‌شود. این در حالیست که بالابر برای جابه‌جایی نیروی کار و مصالح نسبتاً سبک به کار گرفته می‌شود. تعیین یک طراحی بهینه برای نحوه فعالیت جرثقیل معمولاً به عنوان یک مسئله بهینه‌سازی پیچیده مطرح می‌شود. تلاش‌های بسیاری در زمینه بهینه‌سازی برای رفع مشکلات موجود در برنامه‌ریزی حمل و نقل عمودی مصالح صورت گرفته است. به طور مثال می‌توان به تصمیم‌گیری بر اساس چندین معیار در انتخاب نوع جرثقیل، ارائه الگوریتم‌های مبتنی بر هوش مصنوعی برای بهینه‌سازی تعیین مکان جرثقیل، الگوریتم‌های فرا ابتکاری برای تشخیص بهترین برنامه‌ریزی مسیر فعالیت حمل و نقل عمودی توسط جرثقیل، اشاره کرد. یک طراحی دقیق برای فعالیت جرثقیل بایستی شامل تعیین دقیق مکان قرارگیری جرثقیل، نقاط بارگیری مصالح و برنامه‌ریزی نحوه فرآیند بلندمرتبه‌سازی باشد. در

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: mojtabamaghrebi@um.ac.ir



مصرف برق و مدت زمان فعالیت و هزینه‌ی اجاره بالابر را در توابع هدف مدل در نظر گرفتند و به کمک الگوریتم ژنتیک اقدام به حل مدل کرده‌اند. جانگ<sup>۵</sup> و همکاران [۱۱] نیز یک مدل شبیه‌سازی برای محاسبه زمان فعالیت بالابر با در نظر گرفتن پهنه‌بندی‌های مختلف ارائه کرده‌اند. نکته‌ی قابل توجه در این پژوهش، تفسیر دقیق‌تر از فرآیند عملکرد بالابر در دنیای واقعی است که به علت در نظر گرفتن جزئیات فعالیت بالابر و کارگران به دست آمده است. آن‌ها این مدل را با آزمایش بر روی هفت سناریوی مشخص تست کردند تا رابطه بین محدوده ارائه خدمات توسط بالابرها، زمان اوج مصرف بالابر و عملکرد سیستم بالابر را پیدا کنند.

رویکرد واقع‌گرایانه‌تر در مورد مسئله زمان‌بندی فعالیت بالابر، در نظر گرفتن نوع و میزان تقاضای طبقات است. جلالی یزدی و همکاران [۳]، با ارائه مدل ریاضی عدد صحیح، یک زمان‌بندی بهینه برای فعالیت بالابر با هدف کمینه کردن زمان فعالیت بالابر و مجموع زمان انتظار در هر طبقه و در نظر داشتن نوع و میزان تقاضای طبقات، ارائه کرده‌اند. مدل آن‌ها با توجه به مختصات ساختمان، برای یک دستگاه بالابر و در اختیار داشتن مقدار تقاضای انواع مصالح و نیروی کار ارائه شده است.

هوانگ و همکاران به منظور حل مسئله زمان‌بندی فعالیت بالابر با هدف کمینه کردن هزینه جابه‌جایی بالابر بین طبقات، یک مدل عدد صحیح مختلط ارائه کرده‌اند [۱۲]. مدل ارائه شده توسط آن‌ها با فرض در نظر گرفتن یک بالابر و با هدف رفع تقاضای تمام طبقات به صورت کامل، جواب بهینه سراسری را به دست می‌دهد. آن‌ها با آزمایش مدل پیشنهادی روی یک نمونه با ۳۰ طبقه و مقایسه جواب به دست آمده از مدل با نتایج الگوریتم ژنتیک، نشان دادند که مدل ارائه شده‌ی آن‌ها قادر است جواب بهینه سراسری را در زمان کوتاهی به دست آورد. هوانگ و همکاران [۸] مشابه این پژوهش را برای جرتقیل برجی نیز انجام داده‌اند و جواب بهینه برای مدل عدد صحیح مختلط در این مقاله را به کمک الگوریتم شاخه و کران به دست آورده‌اند. در جدول ۱ به طور خلاصه به چند نمونه از پژوهش‌های انجام شده در این زمینه و روش‌های استفاده شده در آن‌ها برای به دست آوردن زمان‌بندی فعالیت بالابر یا جرتقیل اشاره شده است.

همانطور که در جدول ۱ ملاحظه می‌شود، اکثر پژوهش‌های انجام شده در زمینه فعالیت بالابر، از روش‌های فراابتکاری و یا روش‌های شبیه‌سازی استفاده کرده‌اند. ما در این پژوهش به دنبال ارائه یک زمان‌بندی بهینه برای فعالیت بالابر با در نظر گرفتن دو شیفت کاری شب و روز هستیم. به همین

سال ۲۰۲۰ ژانگ<sup>۱</sup> و همکاران مرور مفصلی بر پژوهش‌های صورت گرفته در زمینه حمل و نقل عمودی ارائه کرده‌اند [۷]. آن‌ها بر اساس پژوهش‌های صورت گرفته در زمینه حمل و نقل عمودی مصالح و نیروی کار، موضوعات موجود را به دو دسته اصلی طبقه‌بندی می‌کند: ۱- انتخاب نوع جرتقیل و محل قرارگیری آن. ۲- برنامه‌ریزی نحوه‌ی فعالیت جرتقیل یعنی برآورد زمان چرخه فعالیت، مسیر فعالیت بالابری، برنامه‌ریزی بلندمرتبه‌سازی. در یک پژوهش دیگر، هوانگ<sup>۲</sup> و همکاران یک مدل عدد صحیح مختلط برای برنامه‌ریزی بهینه فعالیت جرتقیل با هدف کمترین هزینه و زمان جابه‌جایی مصالح ارائه کرده‌اند. نتایج حاصل از مقایسه جواب بهینه به دست آمده از مدل ریاضی آن‌ها و الگوریتم ژنتیک بیانگر عملکرد مناسب مدل ریاضی ارائه شده بوده است [۸]. حسین تقدس و همکاران [۹] یک الگوریتم مبتنی بر هوش مصنوعی با شبیه‌سازی ۴ بعدی به منظور تسهیل برنامه‌ریزی خودکار عملیات جرتقیل متحرک برای ساخت نیروگاه‌های مدولار ارائه کردند. ترکیب روش‌های تحلیلی و الگوریتم‌های هوشمند و روش‌های شبیه‌سازی نتایج ریاضی را به صورت واقع‌گرایانه به صورت دیجیتالی تبدیل می‌کند و در نتیجه به تصمیم‌گیری بهتر کمک می‌کند.

نکته‌ی دیگری که در انتخاب ابزار مناسب برای حمل و نقل عمودی مصالح وجود دارد، میزان دسترسی آن است. میزان دسترسی جرتقیل در حمل و نقل عمودی در ساختمان‌های مرتفع با محدودیت مواجه است، در حالی که بالابر ابزار کاربردی‌تری نسبت به جرتقیل است [۳]. مهم‌ترین سوال برای یک مدیر اجرایی در یک پروژه بلندمرتبه‌سازی می‌تواند این باشد که چگونه می‌توان یک برنامه‌ریزی برای تحویل به موقع مواد و مصالح ارائه داد که علاوه بر رفع تقاضای طبقات، مدت زمان فعالیت بالابر را نیز به حداقل برساند. پارک<sup>۳</sup> و همکاران [۴] یک مدل شبیه‌سازی برای یافتن بهترین شیوه‌ی پهنه‌بندی طبقات در یک ساختمان مرتفع با فرض تقاضای عمودی ارائه کرده‌اند. پهنه‌بندی طبقات بایستی طی مراحل ساخت بروزرسانی شود، چرا که تقاضای کارگران و مصالح در طول زمان فعالیت بالابر در یک شیفت می‌تواند متغیر باشد. آن‌ها مدل ارائه شده را روی یک نمونه تست کردند و نتایج حاکی از آن بود که زمان فعالیت بالابر به طور تقریبی ۴۰ درصد کاهش یافته است. در این راستا کو<sup>۴</sup> و همکاران [۱۰] یک مدل شبیه‌سازی برای به دست آوردن بهترین پهنه‌بندی طبقات در یک پروژه ساخت ارائه کرده‌اند.

- 1 Zhang
- 2 Huang
- 3 Park
- 4 Koo

جدول ۱. پیشینه پژوهشی مسئله حمل و نقل عمودی

Table 1. Related work of vertical transportation problem

روش حل		تابع هدف (کمینه کردن)		پژوهش‌های قبلی
مدل‌سازی ریاضی ۲	الگوریتم فراابتکاری	شبیه‌سازی (CS) ۱	هزینه زمان	
•	•	—	—	هوانگ و همکاران [۱۲]
—	•	•	•	شین <sup>۳</sup> و همکاران [۱۴]
—	•	—	•	چو <sup>۴</sup> و همکاران [۱۳]
—	•	—	—	پارک و همکاران [۴]
•	—	—	—	جلالی یزدی و همکاران [۳]
—	•	•	•	کو و همکاران [۹]
—	—	•	—	جانگ و همکاران [۱۱]
—	•	•	—	سو <sup>۵</sup> و یو [۱۴]
—	•	—	•	پرایوگو <sup>۶</sup> و همکاران [۱۵]
—	—	•	—	ژانگ و همکاران [۱۶]
•	—	—	•	هوانگ و همکاران [۸]
—	•	—	•	تام <sup>۷</sup> و همکاران [۱۷]
—	•	—	•	لین <sup>۸</sup> و چنگ [۱۸]

1 Computer Simulation

2 Mathematical Model

3 Shin

4 Cho

5 So

6 Prayogo

7 Tam

8 Lien

تعداد دور بهینه برای فعالیت بالابر مشخص شود. این تعداد دور با استفاده از یک الگوریتم تکراری و با هر بار اجرای مدل پیشنهادی بروزرسانی می‌شود. برای دستیابی به بهینه سراسری، از الگوریتم‌هایی مانند شاخه و کران و شاخه و برش استفاده می‌شود. بنابراین با ترکیب الگوریتم تکراری و مدل کمکی خطی و همچنین بدون کاستن از فضای جواب مسئله، تعداد دور بهینه و زمان‌بندی بهینه‌ی بالابر به دست می‌آید. جواب بهینه‌ی به دست آمده از

منظور یک مدل ریاضی خطی برای به دست آوردن زمان‌بندی دقیق فعالیت بالابر ارائه می‌شود که با فرض مشخص بودن مقدار مصالح مورد نیاز برای هر فعالیت، سعی می‌کند علاوه بر رفع تقاضای طبقات، مدت زمان فعالیت بالابر را نیز کمینه کند. به منظور رفع حداکثر تقاضای طبقات و به علت محدودیت در ظرفیت حجم و وزن بالابر، ناچار هستیم بالابر را طی دوره‌های متوالی از طبقه همکف به طبقات ساختمان منتقل نماییم. بنابراین لازم است



مدل پیشنهادی، زمان دقیق حرکت بالابر و میزان مصالحی که توسط بالابر در هر دور جابه‌جا می‌شود را مشخص می‌کند.

از نقاط قوت مدل پیشنهادی می‌توان به در نظر گرفتن جریمه برای عدم رفع تقاضای کامل طبقات اشاره کرد. این امر موجب می‌شود تا همواره مسئله دارای جوابی شدنی باشد و میزان جریمه نشان دهنده این موضوع است که در برنامه زمان‌بندی به حداکثر ظرفیت جابه‌جایی مصالح توجه نشده است. به عبارت دیگر اگر میزان تقاضای طبقات به قدری باشد که امکان برآوردن آن در مدت زمان دو شیفت متوالی شب و روز وجود نداشته باشد، مدل ریاضی با در نظر گرفتن جریمه برای عدم رفع تقاضای مورد نظر، بهترین زمان‌بندی ممکن را به دست می‌دهد. نکته‌ی قابل توجه دیگر در این مقاله در نظر گرفتن دو شیفت کاری شب و روز برای فعالیت بالابر می‌باشد. از آنجایی که هزینه‌ی فعالیت بالابر در شیفت شب بیشتر از شیفت روز در نظر گرفته شده، مدل پیشنهادی سعی می‌کند بهترین جواب را با در نظر داشتن اولویت جابه‌جایی مصالح در شیفت روز به دست آورد. همچنین در مدل پیشنهادی همزمان هر دو نوع مصالح قابل شمارش (منظور از مصالح قابل شمارش مصالحی است که بارگیری آن‌ها تنها به تعداد صحیح امکان‌پذیر است، مانند؛ کاشی که به صورت بسته‌ای جابه‌جا می‌شود) و غیرقابل شمارش (مصالح غیرقابل شمارش مصالحی هستند که امکان بارگیری آن‌ها به میزان غیر عدد صحیح نیز وجود دارد، مانند؛ کابل تلفن که می‌تواند به هر طولی تفکیک و سپس بارگیری شود) در نظر گرفته شده است. سپس مدل پیشنهادی خطی به کمک حل‌کننده سیپلکس<sup>۱</sup> روی یکی نمونه پروژه واقعی تست می‌شود. جواب بهینه‌ی سراسری به دست آمده از مدل، لحظه‌ی شروع حرکت بالابر، لحظه‌ی رسیدن بالابر به هر طبقه، مقدار و نوع مصالح بارگیری شده در هر دور توسط بالابر، مدت زمان توقف در هر طبقه و سایر پارامترها را به صورت دقیق به دست می‌دهد.

## ۲- روش پیشنهادی

همانطور که در مقدمه اشاره شد، در این مقاله به دنبال ارائه مدل ریاضی به منظور زمان‌بندی فعالیت بالابر هستیم. در این بخش به بیان دقیق‌تر جزئیات مسئله می‌پردازیم. مدل پیشنهادی در این مقاله از مفروضات زیر پیروی می‌کند:

توزیع مصالح در طبقات در دو شیفت کاری روز و شب انجام می‌شود با این فرض که هزینه فعالیت در شب، بیشتر از روز است.

شیفت روز و شب هر کدام به صورت ۱۲ ساعتی در نظر گرفته می‌شود (این عدد متناسب با شرایط هر پروژه قابل تغییر می‌باشد).

مواد و مصالح در طبقه همکف ذخیره می‌شود و از آنجا توسط بالابر به طبقات مورد نظر منتقل می‌شود.

امکان جابه‌جایی تعداد صحیح (مانند بسته‌های کاشی) عرضه می‌شوند و همچنین مصالحی که امکان بارگیری آن‌ها به صورت مقادیر غیر صحیح (مانند کابل تلفن) دارند، مدنظر قرار می‌گیرند.

مدل پیشنهادی در این مقاله با در نظر گرفتن مفروضات بالا، تلاش می‌کند که تقاضای طبقات را تا حد امکان برآورده کند، اما اگر میزان تقاضا به قدری باشد که در مدت زمان دو شیفت شب و روز امکان آن وجود نداشته باشد، با در نظر گرفتن یک جریمه بهترین جواب ممکن را برای مسئله به دست می‌آید. شیوه‌ی حمل و نقل عمودی مصالح توسط بالابر در شکل ۱ نشان داده شده است.

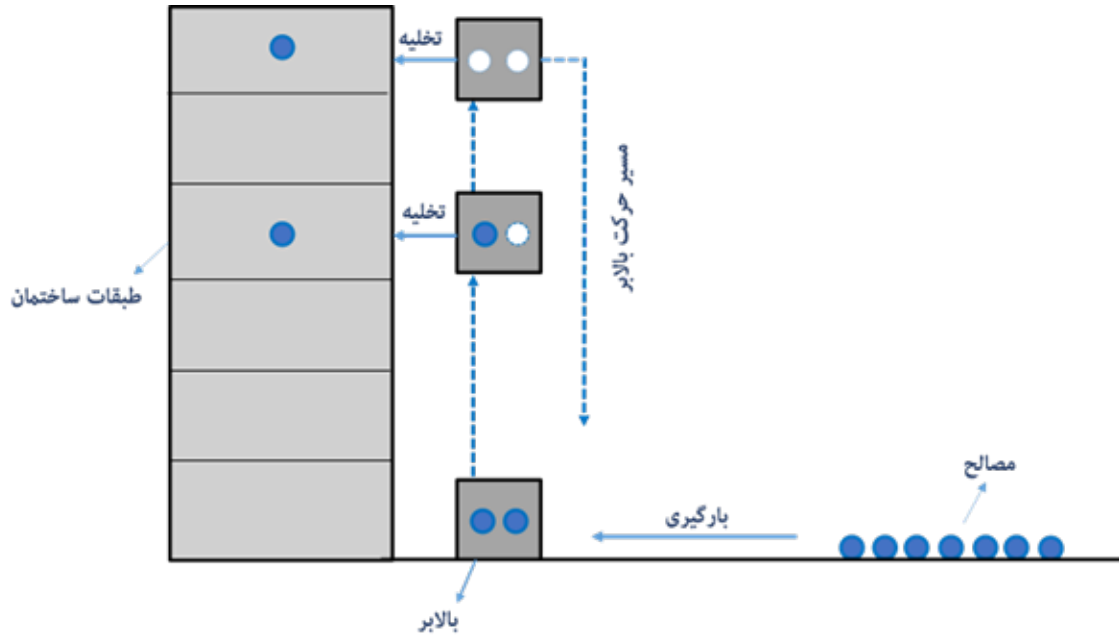
همانطور که در شکل ۱ ملاحظه می‌شود، مصالح مورد نیاز برای پروژه، در طبقه همکف ذخیره می‌شود. بالابر پس از بارگیری مصالح، آن‌ها را به طبقات مورد نظر تحویل می‌دهد. به علت محدودیت در ظرفیت حجم و وزن بالابر، ممکن است امکان بارگیری تمام مصالح در یک دور وجود نداشته باشد. بنابراین با جابه‌جایی بالابر طی دوره‌های متوالی از انبار (طبقه همکف) به طبقات ساختمان، تقاضای مصالح برآورده می‌شود.

همانطور که پیشتر اشاره شد، ارائه یک زمان‌بندی مناسب برای فعالیت بالابر به منظور صرفه‌جویی در مدت زمان فعالیت بالابر یک امر ضروری است. بالابر می‌تواند برای رفع تقاضای مصالح طی دوره‌های متوالی بین طبقات حرکت کند. به این صورت که در هر دور با توجه به ظرفیت بالابر و حجم و وزن مصالح و اولویت فعالیت‌ها، مصالح در طبقه همکف بارگیری و در طبقات مورد نظر تخلیه می‌شوند. این فرآیند به قدری تکرار می‌شود که یکی از دو شرط زیر یا هر دو شرط با هم برقرار شده باشد:

- زمان اتمام دو شیفت فرا رسیده باشد.
- تقاضای تمام طبقات برآورده شده باشد.

در این مقاله ابتدا یک الگوریتم برای به دست آوردن کران پایین ( $L_{min}$ ) تعداد دور فعالیت بالابر ارائه می‌شود. سپس مدل ریاضی پیشنهادی در این مقاله، برای زمان‌بندی فعالیت بالابر با فرض تعداد دور مشخص ( $N_I$ ) برای فعالیت بالابر به ازای ( $N_I = L_{min}$ ) به صورت دقیق حل می‌شود. در صورتی که مدل ریاضی به ازای  $N_I$  جواب داشته باشد، به عنوان تعداد دور بهینه معرفی می‌شود، در غیر این صورت  $L_{min}$  برورسانی شده





شکل ۱. نحوه فعالیت بالابر

Fig. 1. lifting process

$$L_v = \frac{\sum_m (totalD_m \times v_m)}{V} \quad (2)$$

روابط (۱) و (۲) به ترتیب  $L_w$  و  $L_v$  را مشخص می‌کنند، سپس تعداد دوری را که به علت محدودیت وزنی و حجمی بالابر، با تعداد دوری کمتر از آن امکان جابه‌جایی مصالح وجود ندارد، به دست می‌آوریم. کران پایین نهایی، مقدار بیشینه‌ی کران پایین وزنی و حجمی در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه پارامتر  $L_{min}$  به عنوان کران پایین پیشنهادی برای تعداد دورهای فعالیت بالابر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$L_{min} = \max \{L_w, L_v\} \quad (3)$$

### ۳- مدل ریاضی خطی

در این بخش با فرض مشخص بودن تعداد دور فعالیت بالابر، یک مدل خطی عدد صحیح مختلط ارائه می‌شود که با در دست داشتن تقاضای مصالح، برنامه‌ریزی بهینه برای عملکرد بالابر را به دست می‌دهد. این برنامه‌ریزی

( $L_{min} = L_{min} + 1$ ) و مدل پیشنهادی مجدداً به ازای ( $N_l = L_{min}$ ) حل می‌شود. این فرآیند تا زمانی ادامه می‌یابد که مدل ریاضی به ازای ( $N_l$ ) جواب شدنی داشته باشد.

### ۲-۱- به دست آوردن کران پایین ( $L_{min}$ ) برای تعداد دور فعالیت بالابر

همانطور که اشاره شد، برای به دست آوردن تعداد دور فعالیت بالابر، ابتدا لازم است یک کران پایین برای تعداد دور فعالیت بالابر ارائه شود. به این منظور تمام محدودیت‌های مسئله به جز محدودیت‌های ظرفیت بالابر را آزاد می‌کنیم. سپس کمترین تعداد دور مورد نیاز برای رفع تقاضای مصالح را به صورت زیر محاسبه می‌شود:

ابتدا هر کدام از پارامترهای  $L_w$  و  $L_v$  را به دست می‌آوریم:

$$L_w = \frac{\sum_m (totalD_m \times w_m)}{W} \quad (1)$$

جدول ۲. تعریف نماد

Table 2. Symbol definition

نماد	تعریف
$totalD_m$	مجموع تقاضای تمام طبقات از مصالح m
$W$	ظرفیت وزن بالابر
$V$	ظرفیت حجم بالابر
$L_w$	کران پایین وزنی
$L_v$	کران پایین حجم
$v_m$	حجم مصالح m
$w_m$	وزن مصالح m

$$\min Z = \sum_{m=1}^{N_m} \sum_{i=1}^{N_i} f_m \times u_{imN_i} \times 2 + \sum_{i=1}^{N_i} \sum_{l=1}^{N_l} z_{il} \times 2 \times r + \sum_{l=1}^{N_l} P_l + \sum_{i=1}^{N_i} \sum_{m=1}^{N_m} M_l \times (1 - PU_{im}) \quad (4)$$

اکنون به توضیح مدل پیشنهادی پرداخته می‌شود. این مدل ریاضی شامل یک تابع هدف متشکل از ۳ مولفه و ۲۵ محدودیت می‌باشد. رابطه (۴) بیانگر تابع هدف مدل پیشنهادی است که ۴ مولفه فوق را کمیته می‌کند. در ادامه به شرح هر یک از این مولفه‌های می‌پردازیم:

- مولفه اول یعنی عبارت  $(\sum_{m=1}^{N_m} \sum_{i=1}^{N_i} f_m \times u_{imN_i})$  بیانگر مجموع زمان لازم برای بارگیری و تخلیه مصالح جابه‌جا شده توسط بالابر است. لازم به ذکر این نکته است که در هر یک از دوره‌های فعالیت بالابر، مصالح مورد تقاضا در طبقه همکف بارگیری شده و سپس در طبقات مورد نظر تخلیه می‌شوند.

- مولفه دوم یعنی عبارت  $(\sum_{i=1}^{N_i} \sum_{l=1}^{N_l} z_{il} \times 2 \times r)$  بیانگر مجموع زمان جابه‌جایی بالابر در همه دورها بین طبقات ساختمان است. ضریب ۲ به کار رفته در این مولفه نشان می‌دهد مسیر بالابر در هر دور به صورت رفت و برگشتی است و پس از تخلیه مصالح در طبقات مورد نظر، بالابر دوباره به طبقه همکف باز می‌گردد.

- مولفه سوم یا عبارت  $(\sum_{l=1}^{N_l} P_l)$  بیانگر جریمه‌ی اختصاص یافته برای

شامل نوع و میزان مصالحی است که در هر دور بارگیری و تخلیه می‌شوند. افزون بر این، مسیر حرکت بالابر و طبقات توقف بالابر در جواب بهینه تعیین می‌شود. از آنجایی که مدت زمان لازم برای بارگیری و تخلیه هر نوع مصالح متفاوت است، ما نیز این مقدار را برای هر کدام از مصالح به صورت مجزا در نظر می‌گیریم. از بین پارامترهای ارائه شده برای مسئله، پارامتر ظرفیت وزن و حجم بالابر از اهمیت بیشتری برخوردار است. چرا که محدودیت در ظرفیت وزن و حجم بالابر مانع از انتقال همه‌ی مصالح در یک دور می‌شود. در صورتی که میزان تقاضای طبقات به قدری باشد که تحویل تمام آن‌ها در مدت زمان دو شیفت متوالی شب و روز امکان‌پذیر نباشد، مدل پیشنهادی با لحاظ کردن جریمه به ازای هر یک از تقاضای‌های رفع نشده، جوابی را پیدا می‌کند که کمترین میزان جریمه را داشته باشد. همچنین این امکان وجود دارد که میزان مصالحی که باید جابه‌جا شود به قدری باشد که امکان جابه‌جایی تمام آن‌ها در شیفت روز فراهم نباشد. در این مقاله فرض می‌شود جابه‌جایی مصالح در شیفت شب نیز با پرداخت هزینه بیشتر نسبت به روز، امکان‌پذیر می‌باشد. از آنجایی که جابه‌جایی مصالح در شیفت شب هزینه بیشتری دارد، مدل پیشنهادی به گونه‌ای طراحی شده است که اولویت جابه‌جایی مصالح در شیفت روز است.

پس از مقداردهی به پارامترهای فوق و حل مدل بهینه‌سازی، زمان دقیق شروع و پایان هر دور، مسیر طی شده توسط بالابر در هر دور و همچنین نوع و میزان مصالح بارگیری و تخلیه شده توسط بالابر در هر طبقه و هر دور به طور دقیق مشخص می‌شود. متغیرهای تصمیم مدل که نشان دهنده‌ی موارد فوق باشند به شکل زیر تعریف می‌شوند:

جدول ۳. پارامترهای مدل ریاضی

Table 3. Mathematical model parameters

نماد پارامتر	تعریف
$N_m$	تعداد انواع متریال
$N_l$	تعداد دوره‌هایی که باید بالابر طی کند
$N_i$	تعداد طبقات ساختمان
$r$	مدت زمان لازم برای جابه‌جایی بالابر بین دو طبقه متوالی
$w$	ظرفیت وزن بالابر
$v$	ظرفیت حجم بالابر
$w_m$	وزن مصالح $m$
$v_m$	حجم مصالح $m$
$C_m$	ماکزیمم تعداد مجاز برای پر کردن بالابر با مصالح $m$
$D_{i,m}$	تقاضای طبقه $i$ برای متریال $m$
$f_m$	مدت زمان لازم برای تخلیه یا بارگیری مصالح $m$
$MT$	بیشترین زمان مجاز برای فعالیت بالابر
$Finish$	زمان پایان شیفت شب
$Start$	زمان شروع شیفت شب
$M_1$	مجموعه مصالحی که فقط مقدار صحیح از آن‌ها را می‌توان جابه‌جا کرد
$M_2$	مجموعه مصالحی که می‌توان مقدار غیر صحیح از آن‌ها جابه‌جا کرد
$M$	عدد بزرگ

$$x_{iml} \leq u_{iml} \quad \forall i \in I, m \in N, l \in R \quad (5)$$

فعالیت بالابر در شیفت شب می‌باشد که لحاظ کردن آن در تابع هدف باعث می‌شود جابه‌جایی مصالح تا حد امکان در شیفت روز انجام شود، مگر اینکه میزان تقاضا به قدری باشد که امکان جابه‌جایی تمام مصالح در شیفت روز وجود نداشته باشد.

محدودیت (۵) باعث می‌شود که اگر مصالح  $m$  در دور  $l$  در طبقه  $i$  تخلیه نشود، متغیر  $x_{iml}$  مقدار صفر بگیرد.

برای واقعی‌تر بودن مدل پیشنهادی، محدودیت‌های زیر می‌بایست در مدل‌سازی لحاظ گردند:

$$lu_{iml} = u_{iml} \quad \forall i \in I, m \in M_1, l \in R \quad (6)$$

- محدودیت‌های مربوط به ظرفیت حجم و وزن بالابر
- محدودیت‌های مربوط به زمان شروع و پایان هر دور

$$fu_{iml} = u_{iml} \quad \forall i \in I, m \in M_2, l \in R \quad (7)$$

- محدودیت‌های مربوط به جریمه‌ی فعالیت در شیفت شب
- محدودیت‌های مربوط به تخصیص جریمه برای عدم رفع تقاضا

جدول ۴. متغیرهای تصمیم مدل

Table 4. Decision variables of mathematical model

متغیر تصمیم	تعریف
$x_{iml}$	اگر در دور $l$ مصالح $m$ در طبقه $i$ تخلیه شود، ۱ و در غیر این صورت صفر.
$u_{iml}$	مقدار مصالح تخلیه شده $i$ در طبقه $m$ در دور $l$
$Iu_{iml}$	تعداد مصالح تخلیه شده $m$ از مصالح مجموعه $M_1$ در طبقه $i$ در دور $l$ .
$Fu_{iml}$	مقدار مصالح تخلیه شده $m$ از مصالح مجموعه $M_2$ در طبقه $i$ در دور $l$
$z_{il}$	اگر بالای $l$ در دور $l$ تا طبقه $i$ بالا برود، ۱ و در غیر این صورت صفر.
$T_l$	لحظه‌ی شروع دور $l$ ام.
$t_{il}$	مدت زمانی که از ابتدای شروع دور $l$ طول می‌کشد تا تخلیه تمام مصالح در طبقه $i$ به پایان برسد.
$P_l$	جریمه‌ی دور $l$ به ازای فعالیت در شیفت شب بر حسب زمان.
$PU_{im}$	در صورت عدم تحویل مصالح $m$ به طبقه $i$ ، ۱ و در غیر این صورت صفر.
$TD_l$	اگر زمان شروع دور $l$ ام قبل از پایان شیفت شب باشد، ۱ و در غیر این صورت صفر.
$TN_l$	اگر زمان شروع دور $l$ ام بعد از شروع شیفت شب باشد، ۱ و در غیر این صورت صفر.
$b_l$	متغیر کمکی

$$\sum_{i=1}^{N_l} \sum_{m=1}^{N_m} u_{iml} \times w_m \leq W \quad l \in \{1, 2, \dots, N_l\} \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^{N_l} \sum_{m=1}^{N_m} u_{iml} \times v_m \leq V \quad l \in \{1, 2, \dots, N_l\} \quad (10)$$

دو محدودیت (۶) و (۷) باعث می‌شود مقادیری از متغیر  $u_{iml}$  که به ازای مصالح مجموعه  $M_1$  یعنی مصالح قابل شمارش محاسبه شده است در متغیر  $Iu_{iml}$  و مقادیر متناظر با مصالح مجموعه  $M_2$  (مصالح غیرقابل شمارش) در متغیر  $Fu_{iml}$  ذخیره شود. جداسازی متغیر  $u_{iml}$  به این علت است که ماهیت برخی از مصالح به گونه‌ای است که تنها می‌توانند به صورت بسته‌بندی جابه‌جا شوند و تخصیص دادن اعداد اعشاری برای مقدار مصالحی که در هر دور جابه‌جا می‌شود غیرمعقول به نظر می‌رسد.

محدودیت (۹) و (۱۰) تضمین می‌کند که حجم و وزن مصالح بارگیری شده در هر دور از ظرفیت وزن و حجم بالابر تجاوز نمی‌کند.

دو محدودیت بعدی نقطه قوت مدل پیشنهادی است. این دو محدودیت تضمین می‌کند در صورتی که تقاضای طبقات به صورت کامل برآورده نشود، تابع هدف متحمل جریمه خواهد شد. در نظر گرفتن جریمه‌ی عدم رفع تقاضا در تابع هدف از ایجاد جواب نشدنی برای مدل در حالتی که زمان لازم برای رفع تقاضا بیشتر از مدت زمان دو شیفت کاری باشد، جلوگیری می‌کند و

$$u_{iml} \leq C_m \times x_{iml} \quad \forall i \in I, m \in N, l \in R \quad (8)$$

محدودیت (۸) بیان می‌کند در صورت تخلیه مصالح  $m$  در طبقه  $i$  و دور  $l$ ، میزان مصالح از حداکثر مصالح از نوع  $m$  که بالابر می‌تواند جابه‌جا کند نباید بیشتر شود.

بهترین جواب ممکن را به دست می‌دهد.

محدودیت (۱۴) زمان پایان یافتن تخلیه مصالح طبقه  $i$  را در دور  $l$  مشخص می‌کند. این زمان بزرگ‌تر مساوی لحظه پایان یافتن تخلیه مصالح در طبقه قبلی به علاوه مدت زمان لازم برای جابه‌جایی بین دو طبقه به علاوه مدت زمان تخلیه مصالح در طبقه فعلی است. در صورتی که طبقه  $i$  در این دور دیده نشود ( $z_{il} = 0$ )، این محدودیت تأثیری در حل مسئله نخواهد داشت.

$$D_{im} \times (PU_{im} - 1) \leq D_{im} - \sum_{l=1}^{N_l} u_{iml} \quad (11)$$

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, N_i\}, m \in \{1, 2, \dots, N_m\}$$

$$D_{im} - \sum_{l=1}^{N_l} u_{iml} \leq D_{im} \times PU_{im} \quad (12)$$

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, N_i\}, m \in \{1, 2, \dots, N_m\}$$

$$t_{il} \leq M_i \times z_{il} \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, N_i\}, l \in \{1, 2, \dots, N_l\} \quad (15)$$

محدودیت (۱۵) تضمین می‌کند زمان رسیدن بالابر تنها برای طبقاتی محاسبه شود که توسط بالابر دیده شده باشند، در غیر این صورت برای آن طبقات زمان صفر اختصاص می‌یابد.

محدودیت‌های (۱۱) و (۱۲) بیان می‌کنند اگر تمام یا بخشی از تقاضای  $D_{im}$  برآورده نشود، متغیر تصمیم  $PU_{im}$  مقدار ۱ و در غیر این صورت مقدار صفر بپذیرد. اگر متغیر  $PU_{im}$  برابر با ۱ باشد، مقداری جریمه به تابع هدف اضافه خواهد شد و بنابراین مدل سعی می‌کند تا حد امکان تقاضای تمام طبقات را به طور کامل برآورده کند.

$$z_{il} \leq z_{jl} \quad \forall l \in \{1, 2, \dots, N_l\}, i, j \in \{1, 2, \dots, N_i \mid j \leq i\} \quad (16)$$

$$T_{l-1} + \sum_{m=1}^{N_m} \sum_{i=1}^{N_i} f_m \times u_{im(l-1)} + \sum_{i=1}^{N_i} 2 \times r \times z_{i(l-1)} + t_{0(l-1)} \leq T_l \quad (13)$$

$$x_{iml} \leq z_{il} \quad \forall l \in \{1, 2, \dots, N_l\}, i \in \{1, 2, \dots, N_i\}, m \in \{1, 2, \dots, N_m\} \quad (17)$$

محدودیت (۱۶) باعث می‌شود اگر بالابر در دور  $l$  تا طبقه  $i$  بالا نرفته باشد، هیچ مصالحی در طبقه  $i$  تخلیه نشود.

$$\forall l \in \{2, 3, \dots, N_l\}$$

محدودیت (۱۷) به این معنی است که اگر بالابر در دور  $l$  بالابر تا طبقه  $i$  بالا آمده باشد، تمام طبقات کوچک‌تر از  $i$  را نیز بایستی دیده باشد، در نتیجه متغیر  $z_{il}$  مربوط به طبقات ۱ تا  $i$  مقدار ۱ می‌گیرد و در غیر این صورت اگر بالابر تا طبقه  $i$  بالا نرفته باشد، طبقات بالاتر از  $i$  را نیز نمی‌تواند ببیند.

محدودیت (۱۳) به این معنی است که دور  $l$  ام باید بعد از پایان دور  $l-1$  شروع شود. زمان پایان دور  $l-1$  برابر است با مدت زمان تخلیه مصالح در دور  $l-1$  به علاوه مدت زمان لازم برای جابه‌جایی بین طبقات. ضریب ۲ به کار رفته در عبارت سوم سمت چپ نامساوی، به منظور محاسبه‌ی مدت زمان لازم برای برگشت بالابر از آخرین طبقه‌ی دیده شده به انبار در نظر گرفته شده است.

$$1 \leq \sum_{i=1}^{N_i} \sum_{m=1}^{N_m} x_{iml} \quad \forall l \in \{1, 2, \dots, N_l\} \quad (18)$$

$$z_{il} \times (t_{(i-1)l} + \sum_{m=1}^{N_m} f_m \times u_{iml} + r) \leq t_{il} \quad (14)$$

$$\forall l \in \{1, 2, \dots, N_l\}, i \in \{1, 2, \dots, N_i\}$$

محدودیت (۱۸) مانع از ایجاد دوره‌های خالی (بدون فعالیت بالابر) می‌شود زیرا باعث می‌شود بخشی از تقاضای حداقل یک مصالح از یک طبقه برطرف شود.

$$M \times (1 - TN_l) \leq Start - T_l \quad (24)$$

$$\forall l \in \{1, 2, \dots, N_l\}$$

$$t_{0l} = \sum_{m=1}^{N_m} \sum_{i=1}^{N_i} f_m \times u_{iml} \quad , l \in \{1, 2, \dots, N_l\} \quad (19)$$

اگر لحظه‌ی شروع دور  $l$  بعد از شروع شیفت شب باشد، در این صورت متغیر تصمیم  $TN_l$  مقدار ۱ و در غیر این صورت مقدار صفر خواهد داشت. در محدودیت (۲۵) و (۲۶) این خواسته را برآورده می‌کنند.

$$M \times TD_l \leq Finish - T_l \quad (25)$$

$$\forall l \in \{1, 2, \dots, N_l\}$$

$$M \times (1 - TD_l) \leq T_l - Finish \quad (26)$$

$$\forall l \in \{1, 2, \dots, N_l\}$$

اگر لحظه‌ی شروع دور  $l$  قبل از زمان پایان شیفت شب باشد، متغیر  $TD_l$  مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر خواهد داشت.

$$b_l - M \times (1 \times TD_l) - M \times (1 - TN_l) \leq P_l \quad (27)$$

$$\forall l \in \{1, 2, \dots, N_l\}$$

از آنجایی که هزینه فعالیت در شیفت شب بیشتر از شیفت روز است، تلاش می‌شود تا حد امکان فعالیت‌ها در شیفت روز انجام شود. متغیر  $P_l$  مقدار جریمه‌ای است که به ازای هر دور به تابع هدف اضافه می‌شود. باید به ازای دوره‌هایی که در شیفت روز واقع شده صفر و به ازای دوره‌های شیفت شب برابر  $b_l$  باشد. محدودیت (۲۷) به ازای دوره‌های شیفت روز یک محدودیت زائد، و به ازای دوره‌های شیفت شب به صورت  $P_l \geq b_l$  در می‌آید. از آنجایی که در تابع هدف  $P_l$  کمینه می‌شود به ازای دوره‌های شیفت شب این محدودیت به صورت  $P_l = b_l$  برقرار خواهد شد.

#### ۴- نتایج عددی

در این بخش مدل ریاضی ارائه شده روی یک نمونه واقعی تست می‌شود و نتایج آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. بدین منظور مدل معرفی شده بر روی یک ساختمان ۲۲ طبقه با کاربری تجاری و اداری واقع شده در مشهد پیاده‌سازی شد. برای پیاده‌سازی روش پیشنهادی، از سیستمی با مشخصات

محدودیت (۱۹) به منظور در نظر گرفتن مدت زمان لازم برای سوار کردن مصالح در بالا بر در طبقه همکف (انبار)، در نظر گرفته می‌شود. همانطور که اشاره شد، در مدل پیشنهادی به ازای دوره‌هایی که در شیفت شب انجام می‌شوند جریمه‌ای به تابع هدف تعلق می‌گیرد. در محدودیت‌های بعدی متغیر تصمیم مربوط به جریمه‌ی فعالیت در شیفت شب تخصیص داده می‌شود. از آنجایی که تابع هدف از جنس زمان است جریمه به گونه‌ای تعریف می‌شود که از جنس زمان باشد. می‌خواهیم برای دوره‌هایی که در شیفت شب واقع می‌شوند، این جریمه برابر با حداکثر زمان مورد نیاز برای خروج این دور از شیفت شب باشد. لذا متغیر کمکی  $b_l$  را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$b_l = \max \{Finish - T_l, T_l - Start\} \quad (20)$$

که به صورت محدودیت‌های (۲۳) و (۲۴) به مدل اضافه می‌شوند:

$$F - T \leq b_l \quad \forall l \in \{1, 2, \dots, N_l\} \quad (21)$$

$$T_l - S \leq b_l \quad \forall l \in \{1, 2, \dots, N_l\} \quad (22)$$

از آنجایی که جریمه‌ی  $P_l$  تنها به دوره‌های انجام شده در شیفت شب اختصاص می‌یابد، متغیرهای تصمیم  $TN_l$  و  $TD_l$  را برای تشخیص شیفت شب از روز معرفی می‌کنیم. اگر دو متغیر  $TN_l$  و  $TD_l$  همزمان مقدار ۱ داشته باشند، دور در شیفت شب و در غیر این صورت در شیفت روز انجام گرفته است.

$$M \times TN_l \leq T_l - Start + \varepsilon \quad (23)$$

$$\forall l \in \{1, 2, \dots, N_l\}$$



جدول ۵. نمونه مطالعاتی

Table 5. Case study

مصلح	طبقه	میزان تقاضا (واحد)	وزن واحد (کیلوگرم)	حجم واحد (متر مربع)	مدت زمان لازم برای تخلیه (ثانیه)
هواکش دیواری	۱	۵	۲	۰/۲۲۵	۲۶
	۲۰	۲۸	۲	۰/۲۲۵	۲۶
چراغ	۲	۸۰	۰/۵	۰/۲	۱۲
	۱	۸۰	۰/۵	۰/۲	۱۲
گچ پاکتی	۱	۳۰	۱	۰/۰۵	۴
کابل تلفن	۱	۴۱/۷۱۴	۰/۱	۰/۳۵	۱۲۰
کابل مسی	۱	۴۴/۲۲۹	۰/۱	۰/۱	۲۰
	۱۷	۱۲۸/۳۳	۰/۱	۰/۱	۲۰
تینر روغنی	۶	۵/۵۸۴۳	۱	۱/۵	۶۰
ماسه	۱۲	۱/۷۱۸۸	۱۵۵۰	۰/۵	۱۷
	۱۷	۹/۱۶	۱۵۵۰	۰/۵	۱۷
سیمان	۱۷	۱۸۱۵	۱۰۰۰	۰/۰۵	۶۰
	۱۲	۳۴۰/۳۱	۱۰۰۰	۰/۰۵	۶۰
بتونه	۶	۶۲	۱	۰/۰۵	۳۰
هود	۱	۴	۳۰	۰/۵	۲۶
رنگ روغن	۶	۳۶	۱	۱/۵	۱۲۰
کاشی	۲۱	۹۲	۰/۵۵	۰/۲۵	۳۰

طور کلی برابر با ۳۰ ثانیه در نظر گرفته می‌شود. مشخصات فیزیکی بالابر مورد استفاده در نمونه مطالعاتی به شرح زیر است:

در این نمونه امکان برنامه‌ریزی فعالیت بالابر برای هر دو شیفت کاری روز و شب وجود دارد. پارامتر Start (زمان شروع شیفت شب) برای این دو نمونه برابر با صفر و پارامتر Finish (زمان شروع شیفت روز) برابر با ۷۲۰ (۱۲×۶۰) می‌باشد. به طور مثال اگر زمان شروع شیفت شب را ۶ بعد از ظهر در نظر بگیریم، مقدار صفر پارامتر Start متناظر با ۶ بعد از ظهر می‌باشد و مقدار ۷۲۰ برای پارامتر Finish نیز متناظر با ساعت ۶ صبح است. مابقی زمان‌های به دست آمده در برنامه‌ریزی بالابر بر همین مبنا قابل محاسبه

ویندوز ۱۰، رم ۸ گیگابایت، و سی‌پی‌یو Core i7, 2.50 GHz استفاده شده است. مدل ارائه شده، در محیط نرم‌افزار OPL مدل‌سازی شد و جواب دقیق آن و به کمک حل‌کننده CPLEX<sup>1</sup> به دست آمد. اطلاعات مرتبط با مصالح مورد نیاز در جدول ۵ بیان شده است.

فاصله بین دو طبقه متوالی در ساختمان، ۴ متر می‌باشد و زمان باز و بسته شدن در بالابر نیز برابر با ۱۰ ثانیه است. بنابراین مدت زمان لازم برای جابه‌جایی بین دو طبقه متوالی توسط بالابر با سرعت ۵ متر بر ثانیه، برابر با ۲۰ ثانیه است که با احتساب زمان لازم برای بازگشایی و بسته شدن در، به

1 IBM-CPLEX

جدول ۶. مشخصات بالابر

Table 6. Lift specifications

مشخصه	مقدار
ظرفیت وزن بالابر	۱۰۰۰ کیلوگرم
ظرفیت حجم بالابر	۶ متر مربع
سرعت حرکت بالابر	۵ متر بر ثانیه

کامل برآورده نشده است. در واقع مدل پیشنهادی مصالح را تا حد امکان در شیفت روز و با افزایش میزان تقاضا آن‌ها را در شیفت شب بارگیری و تخلیه می‌کند. اما اگر مانند نمونه فوق، میزان تقاضا به قدری باشد که امکان برآوردن تقاضای طبقات در مدت زمان دو شیفت وجود نداشته باشد، مدل پیشنهادی با در نظر گرفتن مقداری جریمه به ازای هر از تقاضاهای برآورده نشده، بهترین جواب ممکن را برای مسئله به دست می‌دهد. این امر باعث می‌شود امکان به دست آوردن جواب بهینه برای مسئله افزایش یابد.

شکل ۵ روند تغییر چهار مولفه‌ی تابع هدف را نسبت به تغییرات تعداد دور فعالیت بالابر نشان می‌دهد. همانطور که بیان شد، تعداد دور بهینه برای فعالیت بالابر برابر با ۳۲ دور می‌باشد. در شکل ۵، به ازای ۲۸، ۳۰، ۳۲ و ۳۵ دور، مولفه‌های تابع هدف محاسبه شده‌اند. نمودار سبز رنگ مجموع مولفه‌های تابع هدف را نشان می‌دهد. همانطور که ملاحظه می‌شود نقطه کمینه در نمودار سبز رنگ به ازای ۳۲ دور اتفاق می‌افتد. به ازای تعداد دور بیشتر و یا کمتر از ۳۲ دور، مقدار تابع هدف بیشتر می‌شود.

۵- نتیجه‌گیری

همانطور که در ابتدا اشاره شد، تحویل به موقع مصالح و تجهیزات به طبقات یک پروژه‌ی ساختمانی مرتفع و جلوگیری از ایجاد تاخیر در اتمام پروژه دغدغه اصلی مدیران پروژه‌ها است. در بخش مقدمه مرور کوتاهی بر پژوهش‌های صورت گرفته در زمینه برنامه‌ریزی فعالیت بالابر ارائه شد. پژوهش‌های قبلی به منظور حل مسئله برنامه‌ریزی فعالیت بالابر، عمدتاً از الگوریتم‌های فراابتکاری و یا روش‌های شبیه‌سازی استفاده کرده‌اند. در صورتی که استفاده از مدل ریاضی می‌تواند گام مهمی در راستای رسیدن به جواب بهینه سراسری برای مسئله زمان‌بندی باشد. دستیابی به یک مدل

است. از آنجایی که در یک پروژه‌ی ساختمانی، فعالیت کاری در شیفت روز انجام می‌شود، فرض بر این است که جابه‌جایی مصالح از شب قبل شروع می‌شود و سپس شیفت روز پس از گذشت ۱۲ ساعت از ابتدای شیفت شب، آغاز می‌شود و شیفت روز نیز ۱۲ ساعت به طول می‌انجامد. به علت هزینه بیشتر فعالیت بالابر در شیفت شب نسبت به روز، اولویت جابه‌جایی مصالح با شیفت روز است، مگر اینکه حجم تقاضا به قدری باشد که امکان جابه‌جایی تمام مصالح در شیفت روز وجود نداشته باشد و ناچار به شروع فعالیت در شیفت شب باشیم. بنابراین مدل به گونه‌ای طراحی شده است که سعی می‌شود بارگیری و تخلیه مصالح تا حد امکان در شیفت روز انجام شود. پس از اجرای مدل ارائه شده روی نمونه مطالعاتی به یک زمان‌بندی بهینه برای حرکت بالابر بین طبقات، دست یافتیم. تعداد دور بهینه برای فعالیت بالابر برابر با ۳۲ دور به دست آمد. زمان‌بندی بهینه به دست آمده برای فعالیت بالابر نیز به شرح زیر است:

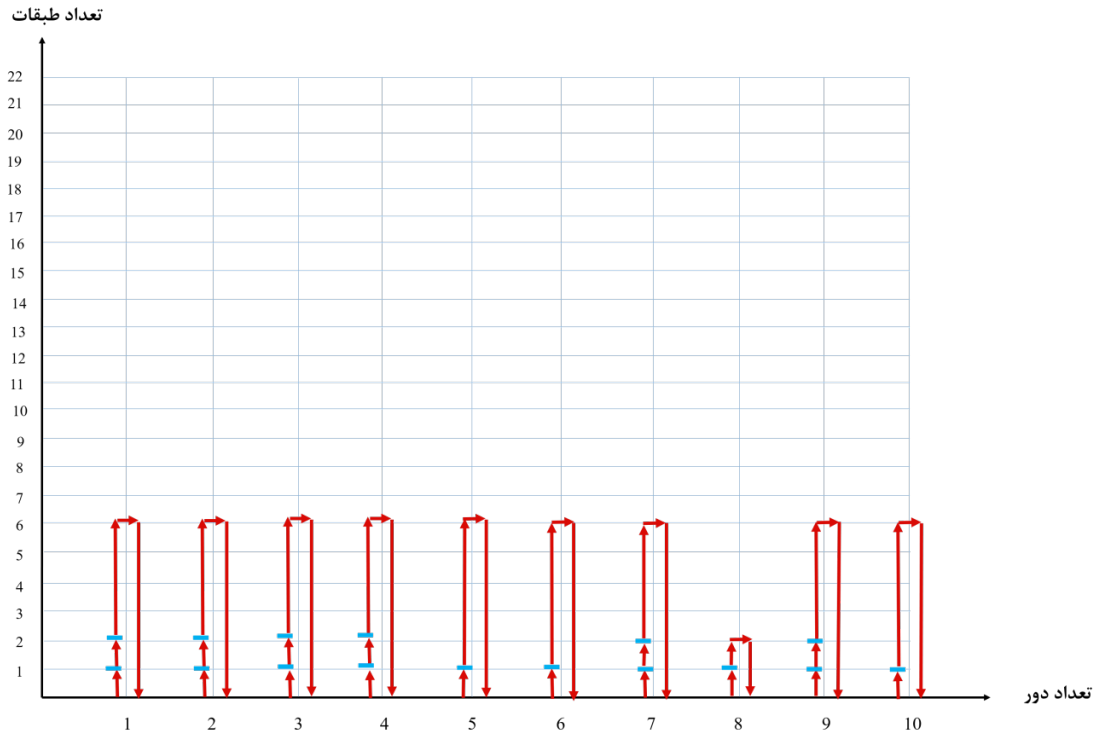
همانطور که در جدول ۷ ملاحظه می‌شود، زمان شروع دوره‌های ۱ تا ۹ از ۷۲۰ کوچک‌تر است که با توجه به توضیحات اخیر، یعنی دوره‌های ۱ تا ۹ در شیفت شب و مابقی دوره‌ها در شیفت روز انجام شده‌اند. در ادامه نحوه جابه‌جایی بالابر بین طبقات ساختمان در دوره‌های متوالی، روی نمودار نمایش داده شده است.

همانطور که در بخش ۵ بیان شد، مولفه‌ی پنجم در تابع هدف  $\sum_{i=1}^{N_i} \sum_{m=1}^{N_m} M_i \times (1 - PU_{im})$  بیانگر جریمه‌ی عدم رفع تقاضای طبقات است که این مولفه برای نمونه‌ی فوق برابر با ۰/۷۶ به دست آمد. پس از حل مدل پیشنهادی و بررسی مقدار متغیر تصمیم  $(PU_{im})$  مشخص شد که به علت اتمام زمان پایان پروژه، تقاضای طبقات ۱۲ و ۱۷ و ۲۱ به صورت

جدول ۷. زمان بندی دوره های فعالیت بالابر

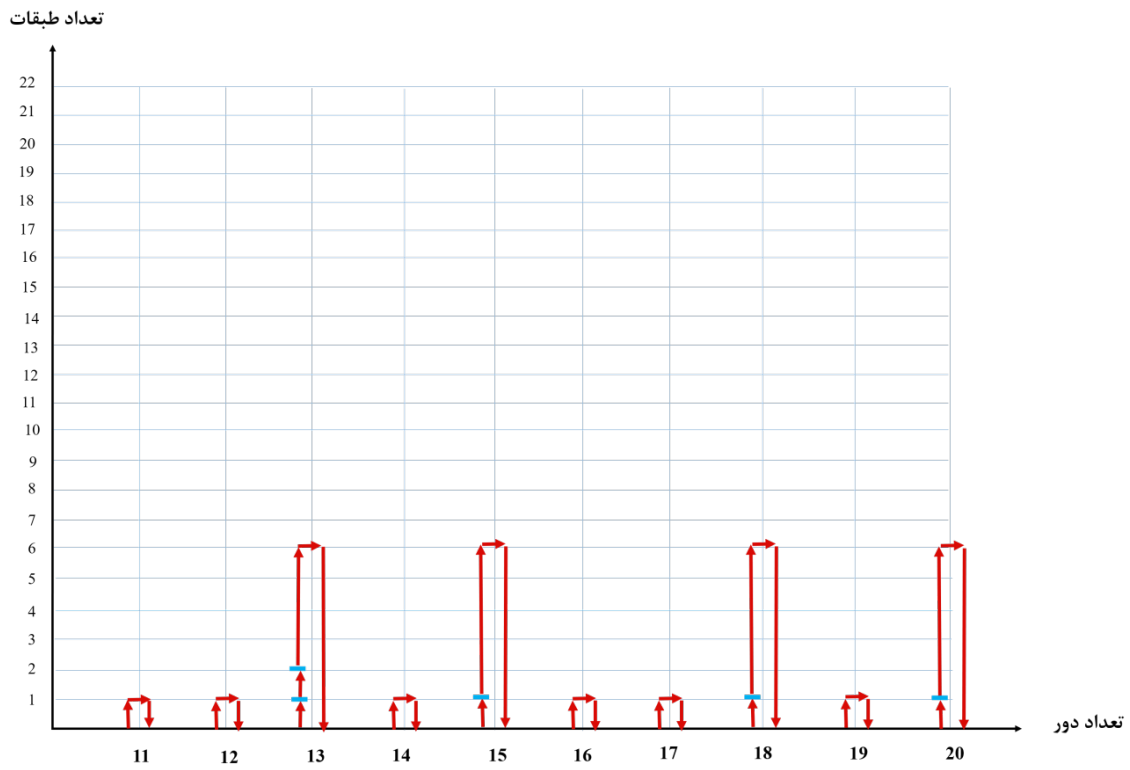
Table 7. Timing of lift activity rounds

شماره دور	زمان شروع دور ( $T_l$ )
۱	۴۴/۷۴۱
۲	۱۵۴/۹
۳	۲۲۳/۶۵
۴	۲۹۴/۸۱
۵	۳۶۰
۶	۴۰۱/۳۵
۷	۴۷۵/۹۵
۸	۵۴۲/۱۵
۹	۶۱۵/۵۵
۱۰	۷۲۰
۱۱	۷۷۶/۸۵
۱۲	۷۷۷/۸۵
۱۳	۷۸۵/۴
۱۴	۸۴۲/۲۶
۱۵	۸۵۱/۲۶
۱۶	۹۰۸/۱۲
۱۷	۹۱۰/۹۲
۱۸	۹۱۱/۹۲
۱۹	۹۱۲/۹۲
۲۰	۹۱۳/۹۲
۲۱	۹۷۰/۷۸
۲۲	۹۷۱/۷۸
۲۳	۱۰۲۸/۶۴
۲۴	۱۰۲۹/۶۴
۲۵	۱۰۵۴/۵۸
۲۶	۱,۷۷/۰۱
۲۷	۱۱۳۲/۵۸
۲۸	۱۱۸۸/۹۸
۲۹	۱۲۳۳/۹۸
۳۰	۱۲۹۶/۷۵
۳۱	۱۳۶۱/۹۲
۳۲	۱۴۱۴/۰۷۶



شکل ۲. نحوه حرکت بالابر بین طبقات در دورهای ۱ تا ۱۰

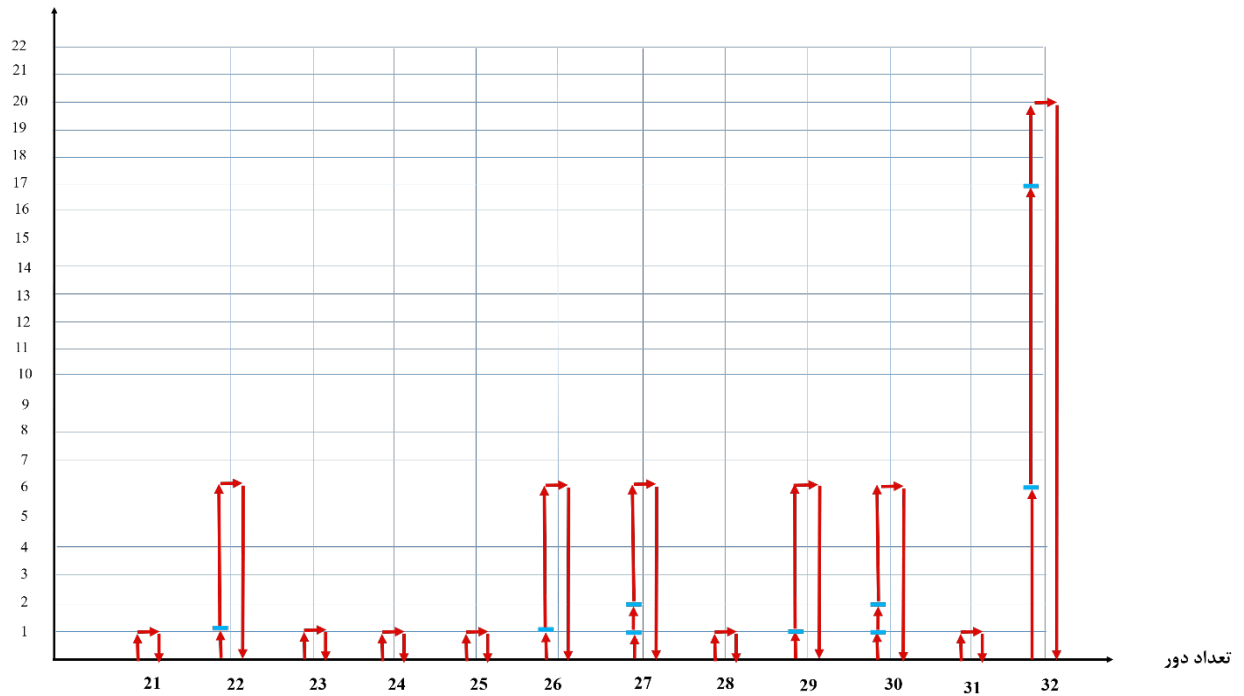
Fig. 2. Lift movement plan between floors 1 to 10



شکل ۳. نحوه حرکت بالابر بین طبقات در دورهای ۱۱ تا ۲۰

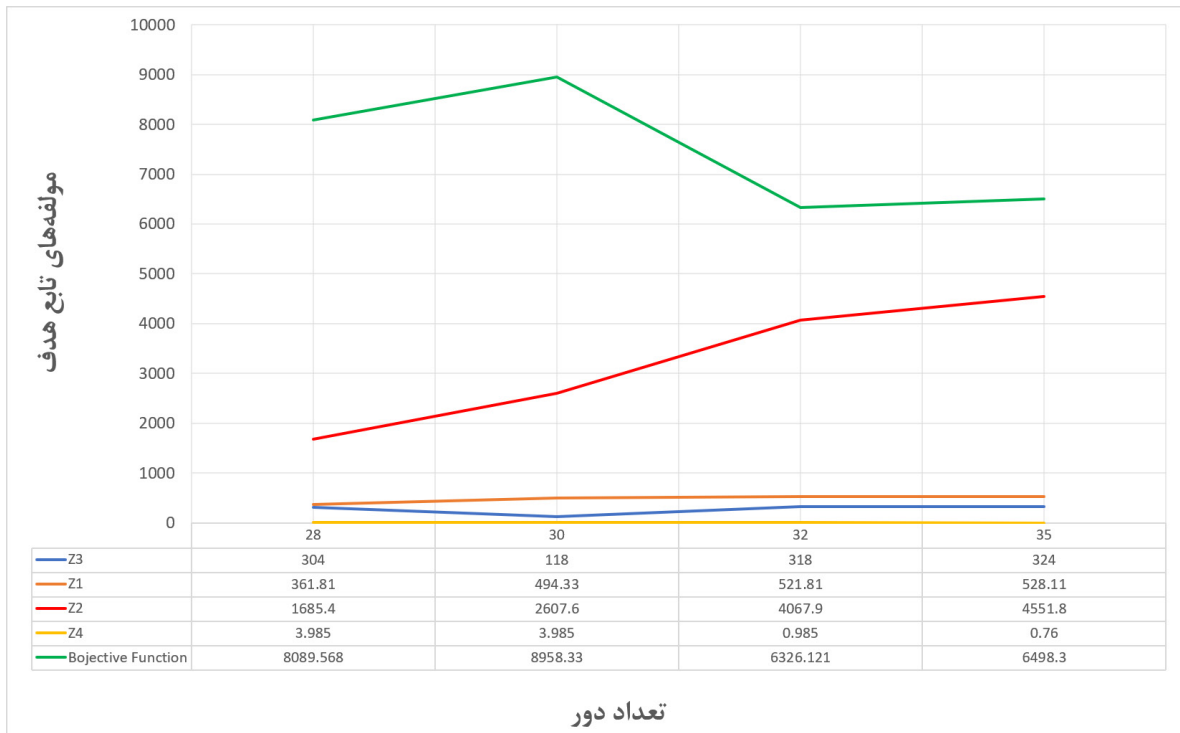
Fig. 3. Lift movement plan between floors 11 to 20

تعداد طبقات



شکل ۴. نحوه حرکت بالابر بین طبقات در دورهای ۲۱ تا ۳۲

Fig. 4. Lift movement plan between floors 21 to 32



شکل ۵. تحلیل حساسیت تغییرات تعداد دور روی تابع هدف

Fig. 5. Sensitivity analysis of changes in the number of rounds on the objective function

- History Database, KSCE Journal of Civil Engineering, 22(8) (2018) 2664-2677.
- [2] B.-J. Ahn, A vertical movement plan for labors in high-rise building construction using discrete-event simulation, Korean Journal of Construction Engineering and Management, 5(2) (2004) 47-54.
- [3] A.J. Yazdi, M. Maghrebi, J.B. Bazaz, Mathematical model to optimally solve the lift planning problem in high-rise construction projects, Automation in Construction, 92 (2018) 120-132.
- [4] M. Park, S. Ha, H.-S. Lee, Y.-k. Choi, H. Kim, S. Han, Lifting demand-based zoning for minimizing worker vertical transportation time in high-rise building construction, Automation in Construction, 32 (2013) 88-95.
- [5] M. Kamleh, Improving hoist performance during the up-peak of tall building construction, University of Toronto (Canada), 2014.
- [6] Y. Shin, H. Cho, K.-I. Kang, Simulation model incorporating genetic algorithms for optimal temporary hoist planning in high-rise building construction, Automation in construction, 20(5) (2011) 550-558.
- [7] Z. Zhang, W. Pan, Lift planning and optimization in construction: A thirty-year review, Automation in Construction, 118 (2020) 103271.
- [8] C. Huang, C.K. Wong, C.M. Tam, Optimization of tower crane and material supply locations in a high-rise building site by mixed-integer linear programming, Automation in Construction, 20(5) (2011) 571-580.
- [9] H. Taghaddos, U. Hermann, A. Abbasi, Automated Crane Planning and Optimization for modular construction, Automation in construction, 95 (2018) 219-232.
- [10] C. Koo, T. Hong, J. Yoon, K. Jeong, Zoning-based vertical transportation optimization for workers at peak time in a skyscraper construction, Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 31(11) (2016) 826-845.
- [11] M. Jung, M. Park, H.-S. Lee, S. Chi, Agent-based lift system simulation model for high-rise building construction projects, Journal of Computing in Civil

ریاضی خطی برای حل مسئله، یک جواب بهینه سراسری و دقیق را در اختیار ما قرار می‌دهد که در این مقاله پس از مدل‌سازی و حل آن به کمک حل‌کننده CPLEX به آن دست یافتیم. همچنین در میان پژوهش‌هایی که از مدل ریاضی برای ارائه زمان‌بندی فعالیت بالابر استفاده کرده‌اند، برای فعالیت بالابر تنها یک شیفت در نظر گرفته شده است. ما در اینجا با در نظر گرفتن هزینه‌ی بیشتر برای فعالیت در شیفت شب به یک برنامه‌ریزی دقیق برای نحوه حرکت بالابر دست یافتیم. این امر باعث می‌شود مدل ریاضی به واقعیت نزدیک‌تر شود. همچنین مورد دیگری که در پژوهش‌های قبلی به آن پرداخته نشده، در نظر گرفتن جریمه برای عدم رفع تمام یا بخشی از تقاضای طبقات ساختمان است. نکته‌ی قابل توجه در این مدل، به دست آوردن بهترین جواب، حتی برای نمونه‌هایی است که زمان لازم برای برآورده کردن تقاضای آن‌ها بیش از حد امکان باشد. در نظر گرفتن جریمه‌ی عدم رفع تقاضا در تابع هدف باعث می‌شود، مدل پیشنهادی تلاش کند تقاضای طبقات را تا حد امکان برآورده کند و اگر میزان تقاضا به قدری باشد که امکان رفع تقاضا در مدت زمان دو شیفت متوالی وجود نداشته باشد، با در نظر گرفتن جریمه، بهترین شیوه جابه‌جایی بالابر را در اختیار قرار دهد. این امر فضای جواب مسئله افزایش می‌دهد و حتی اگر امکان برآوردن تقاضای طبقات وجود نداشته باشد باز هم یک جواب بهینه برای مسئله وجود خواهد داشت.

در این مقاله با ارائه یک مدل ریاضی عدد صحیح مختلط زمان‌بندی بهینه فعالیت بالابر با هدف کمینه کردن زمان فعالیت بالابر به دست می‌آید. پس از خطی‌سازی مدل پیشنهادی و حل آن، زمان دقیق حرکت بالابر، مقدار مصالح جابه‌جا شده توسط بالابر در هر دور و نحوه حرکت بالابر بین طبقات مشخص شد. در نهایت با اجرای مدل پیشنهادی روی یک نمونه واقعی زمان‌بندی بهینه فعالیت بالابر ارائه شد.

به طور کلی مدل پیشنهادی را می‌توان به عنوان یک ابزار کاربردی جهت برنامه‌ریزی فعالیت بالابر در پروژه‌های بلندمرتبه‌سازی معرفی کرد. در پژوهش‌های آتی می‌توان علاوه بر حمل و نقل عمودی مصالح با جابه‌جایی نیروی کار بین طبقات و همچنین در نظر گرفتن ترکیبی از فعالیت بالابر و جرثقیل پژوهش فعلی را تکمیل تر کرد.

## منابع

- [1] J. Shin, S. Kwon, D. Moon, S. Chung, K. Lee, A Study on Method of Vertical Zoning of Construction Lift for High-rise Building based on Lift Planning & Operation



- S.F. Persada, R. Nadlifatin, A novel hybrid metaheuristic algorithm for optimization of construction management site layout planning, *Algorithms*, 13(5) (2020) 117.
- [16] P. Zhang, F.C. Harris, P. Olomolaiye, G.D. Holt, Location optimization for a group of tower cranes, *Journal of construction engineering and management*, 125(2) (1999) 115-122.
- [17] C. Tam, T.K. Tong, W.K. Chan, Genetic algorithm for optimizing supply locations around tower crane, *Journal of construction engineering and management*, 127(4) (2001) 315-321.
- [18] L.-C. Lien, M.-Y. Cheng, Particle bee algorithm for tower crane layout with material quantity supply and demand optimization, *Automation in Construction*, 45 (2014) 25-32.
- Engineering, 31(6) (2017) 04017064.
- [12] C. Huang, C.K. Wong, C.M. Tam, Optimization of material hoisting operations and storage locations in multi-storey building construction by mixed-integer programming, *Automation in Construction*, 19(5) (2010) 656-663.
- [13] C.-Y. Cho, Y. Lee, M.-Y. Cho, S. Kwon, Y. Shin, J. Lee, An optimal algorithm of the multi-lifting operating simulation for super-tall building construction, *Automation in construction*, 35 (2013) 595-607.
- [14] A.T. So, J.K. Yu, Intelligent supervisory control for lifts: dynamic zoning, *Building Services Engineering Research and Technology*, 22(1) (2001) 14-33.
- [15] D. Prayogo, M.-Y. Cheng, Y.-W. Wu, A. Redi, V.F. Yu,

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

*F. Khodatars, M. Maghrebi, Optimization of lifting time with the help of a linear mathematical model in high-rise construction projects by considering non-demand fines, Amirkabir J. Civil Eng., 54(9) (2022) 3373-3390.*

DOI: 10.22060/ceej.2022.20279.7397



