



Numerical analysis of short pile under oblique pull out in sandy soil

M. Ranji, R. Porhoseini*

Civil Engineering Department, Yazd University, Yazd, Iran

ABSTRACT: In many cases, piles have been used to counteract the pull-out force for engineering purposes. In this research, the behavior of short piles with a slenderness ratio ($\lambda = L / B$) less than 10, at oblique pull-out loading with different (inclination) angles in sandy soils was investigated using nonlinear models of Flac3D software. The Mohr-Coulomb behavioral model was selected for soil and the analyzes were performed in large strain conditions. In this study, a reinforced concrete pile with a cross-section of 1.2x1.2 m² in dense sandy soil and buried depth of 10 m was considered. According to the results of numerical analysis, the relations provided by Das and Seeley (1975) were challenged. The load-displacement curves were presented with different uplift load inclination angles. These curves showed that the uplift capacity of the pile increases with the addition of the horizontal component of force. For instance, the load inclination angle of 60°, the uplift capacity of the pile was increased by 12% higher than the net uplift state. Furthermore, vertical displacement and pile deflection versus load application angle was plotted based on the numerical results. Also, a significant relationship has been found between the coefficient β introduced by Ismael and Al-Sanad (1994), and the slenderness ratio (λ) according to other laboratory studies and numerical results of this study.

Review History:

Received: MAR. 10, 2021
Revised: Jun. 23, 2021
Accepted: Oct. 08, 2021
Available Online: Oct. 24, 2021

Keywords:

Oblique pull out
Sandy soil
Short pile
Numerical analysis
Lateral load

1- Introduction

Piles are columnar elements that transmit axial, flexural, and shear loads interacting with the layers in contact with the underlying layers. Piles can be divided into two categories: 1- Short or rigid piles with a buried depth less than 10 times its horizontal dimension ($10 > \lambda = L / B$) and 2- Long or flexible piles with a buried depth greater than or equal to 10 times its horizontal dimension ($10 \leq \lambda = L / B$). [11]

Although there are several theoretical methods for separate vertical, uplift, and lateral loads (Poulos & Davis 1980; Prakash & Sharma 1990; Chattopadhyay & Pise; Tomlinson & Woodward 2008; Shaoyun pu et al. 2020) But little research has been done on the combination of uplift and lateral loads. In the case of oblique pull-out loading, we can refer to the researches carried out by (Ismael 1989, Reddy & Ayothiraman 2014, Das & Seeley 1976 and Shanker, Basudhar & Patra 2007). These studies are based on numerical and laboratory studies.

In this paper, numerical modeling is used, so different uplift load inclination angles are included in the modeling and the results of the modeling are presented in the form of load-displacement curves and axial and lateral displacement diagrams of the pile. In this regard, the interaction of shear force and uplift force on pile displacement have been studied.

2- Methodology and assumptions

For pile modeling in Flac3D software, the following assumptions are considered:

- 1) Soil mass is considered an isotropic environment. This assumption provides sufficient ease in the calculations.
- 2) For simplicity, the elastic properties of soil such as bulk modulus and shear modulus, were assumed to be constant and independent of the stress level.
- 3) In the study of the pile-soil interaction, the body of the pile is modeled elastically with the specifications in Table 1.

4) The Mohr-Coulomb model is considered for the soil; the parameters are assumed according to reference [13], as depicted in Table 2. As Das & Seeley 1975 [2] have pointed out, considering the friction angle between the soil and the pile equal to 67° the friction angle of soil shows the best approximation in the test results. Karthigeyan, Ramakrishna & Rajagopal 2006 [13] have also used this ratio.

Nicholas Stromblad 2014 [12] investigated the effect of zero dilation angle on sandy soils, according to which small dilation angles (less than 8 degrees) have no significant effect on the results. Therefore, zero dilation angle in this calculation is considered. Das, B. M. [3] considered the relative density of dense sandy soil to be 80%.

*Corresponding author's email: r_porhoseini@yazd.ac.ir



Table 1. The pile specification [13]

Type of material	pile cross-section	Cross section dimensions (m)	Young's modulus (MPa)	Poisson's ratio	Shear modulus (MPa)	Bulk modulus (MPa)	Density (kN/m^3)
concrete	Uniform square	1.2×1.2	25000	0.15	10900	11900	25

Table 2. Properties of the sand soil [13]

Type of soil	Relative density	Friction angle (φ)	Density (kN/m^3)	Young's modulus (MPa)	Cohesion (kPa)
Dense sand	80%	36	20	50	0
Dilation angle (ψ)	Poisson's ratio	Shear modulus (MPa)	Bulk modulus (MPa)	the angle of friction between the soil contact surface and the pile ($\delta = 0.67\varphi$)	
0	0.3	19.23	41.7	24	

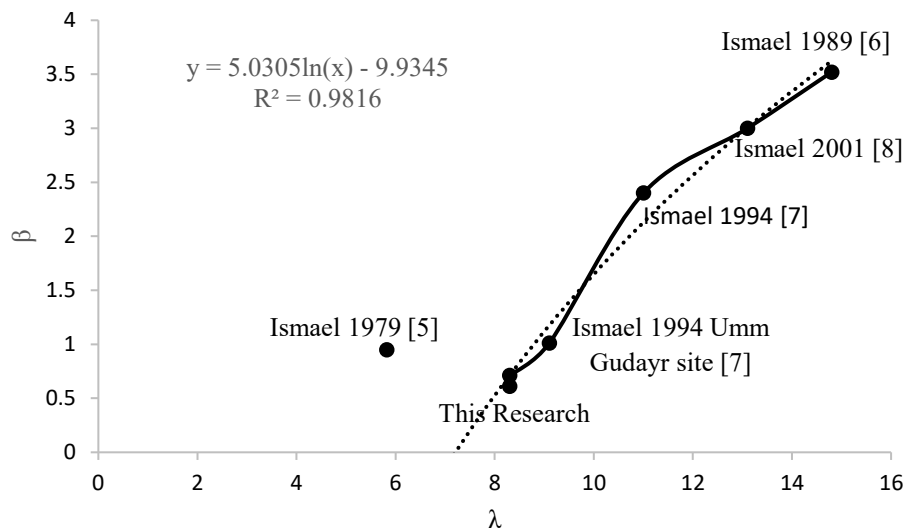


Fig. 1. “λ-β” curve

According to the point of intersection of the initial and final tangents to the load-displacement curve, the failure loads in shear and uplift were 4300 and 3300 kN, respectively. The amount of failure load in shear calculated from equation presented by Ismail 1989 [8] obtained from Broms 1964 [1] is almost the same as the failure load resulting from numerical modeling. Regarding the failure load in uplift obtained from numerical modeling and its comparison with the uplift capacity resulting from the equation presented by Das & Seeley 1975 [2], the value of the coefficient K_u obtained from numerical modeling is 1.38 and the value of the coefficient K_u obtained from the diagrams provided by Das & Seeley 1975 and the soil characteristics in Table 2 is 2. Therefore, based on this, the coefficient β is plotted against the slenderness ratio of the pile λ , which increases with increasing the slenderness ratio of the pile. Based on this, the relationship between the coefficient β and slenderness ratio is proposed according to Equation 1.

$$\beta = 5.0305 \ln(\lambda) - 99345 \tag{1}$$

Based on Equation 1 and considering that the slenderness ratio for the short pile used in numerical modeling is ($\lambda = L / D$) 8.3, the coefficient β is obtained from the diagram in Figure 1 equal to 0.711. Now, according to the soil characteristics used, the results of this modeling and the use of the Equation provided by Ismael and Al-Sanad (1994) [9], the coefficient β is equal to 0.61 and the closeness of the result indicates the accuracy of the numerical modeling results.

3- Results and Discussion

According to Equation 1, increasing the slenderness ratio for short piles causes an increase of 20% to 60% in the coefficient β , which increases with increasing slenderness

ratio. Also, in Equation 1, the minimum value of slenderness ratio 8 is considered and values less than slenderness ratio 8 are equal to this value.

Table 3 shows the failure load by considering the weight of the pile for each loading angle. The values of the failure load are selected according to the slope tangent method at the point of intersection of the initial and final tangents to the load-displacement curve. As can be seen, the load values decrease with increasing loading angle relative to the horizon line. By comparing the vertical components of failure load at different angles, it can be seen that by increasing the load angle relative to the horizon line, the uplift capacity (vertical force component) increases, which is reversed at the load angle of 90 and the amount of failure load is reduced. The reason for this process is due to the increase of more friction between the pile and the soil when there is a horizontal load component

4- Conclusions

The short concrete pile in sandy soil was modeled under oblique pull-out loading in Flac3D software. From the numerical results of the models, it can be concluded that:

Under uplift load, the coefficient K_u obtained from the diagrams provided by Das & Seeley 1975 is different from the value calculated from numerical modeling. In this study, the coefficient $\hat{a} = K_u \tan \varphi$ was introduced and it was found that the coefficient β increases with increasing slenderness ratio $\lambda = L / B$ for short piles.

The effect of the horizontal force component on the axial and lateral displacement of the pile is considerable.

The turning point of a short pile changes from 57% of the pile length to 20% of the pile length with increasing force.

The maximum resultant displacement of the head pile was observed at a load inclination angle of about 15 degrees because of the interaction of the uplift force and the shear force applied to the pile.

Table 3. Total failure load values at different inclination angles

inclination angle	90	75	60	45	30	15	0
Failure load (kN)	4300	4200	4100	4000	3700	3500	3300
Vertical component (kN)	0	1087	2050	2828	3204	3380	3300

References

- [1] B.B. Broms, Lateral resistance of piles in cohesionless soils, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 90(3) (1964) 123-156.
- [2] B.M. Das, G.R. Seeley, Uplift capacity of buried model piles in sand, *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, 101(10) (1975) 1091-1094.
- [3] D. Khaled, *Principles of Geotechnical Engineering*, in, Canada: Cengage Learning Nelson Education Ltd, 2012.
- [4] C. Itasca, *FLAC3D user's manual*, in, Minneapolis, 1997.
- [5] H. Mroueh, I. Shahrour, Numerical analysis of the response of battered piles to inclined pull-out loads, *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 33(10) (2009) 1277-1288.
- [6] G.-Q. Kong, Z.-H. Cao, H. Zhou, X.-J. Sun, Analysis of piles under oblique pull-out load using transparent-soil models, *Geotechnical Testing Journal*, 38(5) (2015) 725-738.
- [7] N.F. Ismael, T.W. Klym, Uplift and bearing capacity of short piers in sand, *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, 105(5) (1979) 579-594.
- [8] N.F. Ismael, Field tests on bored piles subject to axial and oblique pull, *Journal of Geotechnical Engineering*, 115(11) (1989) 1588-1598.
- [9] N.F. Ismael, H.A. Al-Sanad, F. Al-Otaibi, Tension tests on bored piles in cemented desert sands, *Canadian geotechnical journal*, 31(4) (1994) 597-603.
- [10] N.F. Ismael, Axial load tests on bored piles and pile groups in cemented sands, *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, 127(9) (2001) 766-773.
- [11] K. Johnson, P. Lemcke, W. Karunasena, N. Sivakugan, Modelling the load-deformation response of deep foundations under oblique loading, *Environmental Modelling & Software*, 21(9) (2006) 1375-1380.
- [12] N. Strömblad, *Modeling of soil and structure interaction subsea*, 2014.
- [13] K. Shanker, P. Basudhar, N. Patra, Uplift capacity of single piles: predictions and performance, *Geotechnical and Geological Engineering*, 25(2) (2007) 151-161.
- [14] S. Pu, Z. Zhu, W. Song, A method for calculating the ultimate bearing capacity of uplift piles in combined soil and rock mass, *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, (2020) 1-26.

HOW TO CITE THIS ARTICLE

M. Ranji, R. Porhoseini, *Numerical analysis of short pile under oblique pull out in sandy soil*, *Amirkabir J. Civil Eng.*, 54(4) (2022) 313-316.

DOI: [10.22060/ceej.2021.19734.7249](https://doi.org/10.22060/ceej.2021.19734.7249)





تحلیل عددی شمع کوتاه تحت بارگذاری کشش کج در خاک ماسه‌ای

محسن رنجی، رضا پورحسینی*

دانشکده عمران، دانشگاه یزد، یزد، ایران .

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۹/۱۲/۲۰
بازنگری: ۱۴۰۰/۰۴/۰۲
پذیرش: ۱۴۰۰/۰۷/۱۶
ارائه آنلاین: ۱۴۰۰/۰۸/۰۲

کلمات کلیدی:

کشش کج
خاک ماسه ای
شمع کوتاه
مدل سازی عددی
مقاومت کششی

خلاصه: در موارد متعددی از شمع‌ها برای مقابله با نیروی کششی در پروژه‌های مهندسی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این مقاله، رفتار شمع کوتاه، با نسبت لاغری ($\lambda=L/B$) کوچک‌تر از ۱۰، در بارگذاری کششی کج با زوایای مختلف و در محیط خاک ماسه‌ای با استفاده از مدل‌های غیرخطی نرم افزار Flac^{3D} مورد تحلیل و بررسی قرار گرفت. معیار گسیختگی خاک از نوع موهر-کلمب انتخاب شد و تحلیل‌ها در محدوده تغییر شکل‌های بزرگ انجام پذیرفت. در این مطالعه شمع از مصالح بتن مسلح با مقطع $1/2 \times 1/2$ متر در خاک ماسه‌ای متراکم و عمق مدفون شدگی ۱۰ متر در نظر گرفته شد. با توجه به نتایج تحلیل عددی، روابط داس و سیلی ۱۹۷۵ به چالش کشیده شد. منحنی‌های بار-جابجایی با زوایای مختلف برای بار کششی ارائه گردید، این منحنی‌ها نشان داد که با اضافه شدن مولفه افقی نیرو ظرفیت کششی شمع افزایش می‌یابد. به عنوان مثال در زاویه بار ۶۰ درجه نسبت به خط افق ظرفیت کششی شمع ۱۲ درصد نسبت به حالت کشش خالص بیشتر شده است. منحنی‌های خیز و جابجایی قائم سرشمع در برابر زاویه اعمال بار، بر اساس نتایج عددی مدل‌ها ارائه گردیده است. همچنین رابطه معناداری بین ضریب β که توسط اسماعیل و آل سند ۱۹۹۴ معرفی شده است و نسبت لاغری شمع (λ) با توجه به نتایج عددی این پژوهش و مطالعات آزمایشگاهی محققان دیگر به دست آمد.

۱- مقدمه

پی‌های شمعی به صورت کوبشی و یا در جا وظیفه انتقال بار از سازه‌های بالایی به لایه‌های عمیق را دارند. شمع‌ها عناصر ستونی شکلی هستند که بارهای محوری، خمشی و برشی را به صورت اندرکنش با لایه‌های در تماس به لایه‌های زیرین انتقال می‌دهند. پی‌های شمعی را می‌توان به دو دسته ۱- شمع‌های کوتاه یا صلب با عمق مدفون کوچک‌تر از ۱۰ برابر بعد افقی ($\lambda=L/B < 10$) آن و ۲- شمع‌های بلند یا انعطاف پذیر با عمق مدفون بزرگ‌تر یا مساوی ۱۰ برابر بعد افقی ($\lambda=L/B \geq 10$) تقسیم کرد [۱۶]. هر چند که روش‌های تئوریک متعددی برای بارگذاری عمودی، کششی و جانبی جداگانه موجود است (پولوس و دیویس^۱ ۱۹۸۰، پراکاش و شارما^۲ ۱۹۹۰، چادوپادهای و پیس^۳، تاملینسون و وودوارد^۴ ۲۰۰۸ و شایون پو و

همکاران^۵ ۲۰۲۰)، اما تحقیقات اندکی به صورت ترکیب بارهای کششی و جانبی انجام گرفته است. در حالت بارگذاری کشش کج می‌توان به تحقیقات صورت گرفته توسط (اسماعیل^۶ ۱۹۸۹، ردی و ایوترامان^۷ ۲۰۱۴، داس و سیلی^۸ ۱۹۷۶ و شانکار، باسودهار و پاترا^۹ ۲۰۰۷) اشاره کرد. این مطالعات بر اساس بررسی‌های عددی و آزمایشگاهی است.

در این مقاله از مدل‌سازی عددی استفاده شده، لذا زوایای مختلف بارگذاری کششی در مدل‌سازی وارد و نتایج حاصل از مدل‌سازی به صورت منحنی بار - جابجایی و نمودارهای جابجایی محوری و جانبی شمع ارائه شده است. در این راستا اندرکنش نیروی برشی و نیروی کششی و تأثیر آن بر جابجایی شمع مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به اینکه ضریب K_{II} در روابط و نمودارهای ارائه شده توسط داس و سیلی ۱۹۷۵ با مقدار

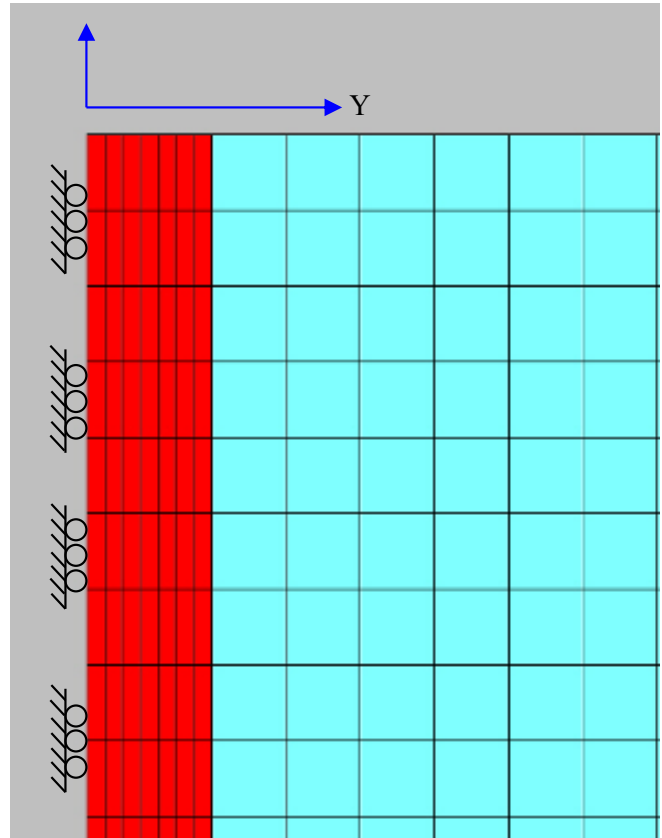
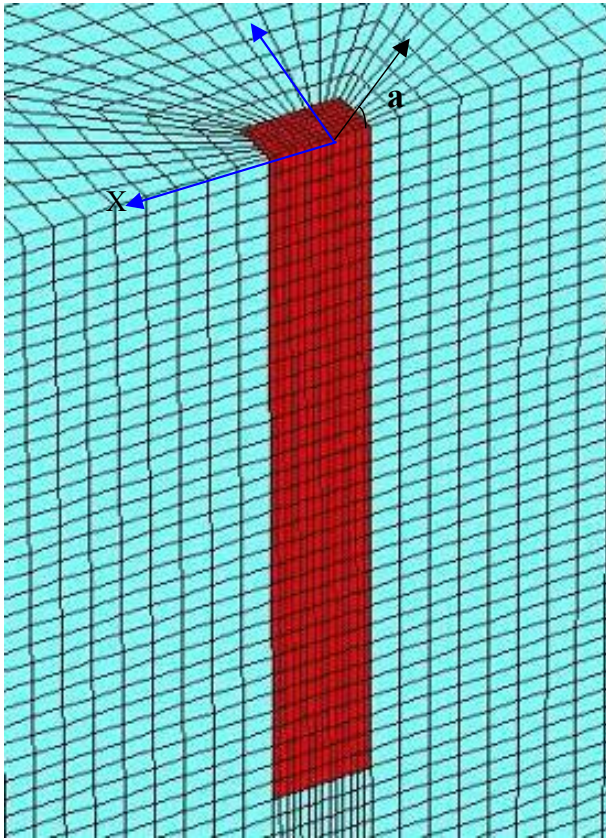
- 5 Shaoyun pu, Zhiduo zhu & Weilong wei
- 6 Ismaeal
- 7 Reddy & Ayothiraman
- 8 Das & Seeley
- 9 Shanker, Basudhar & Patra

- 1 Poulos & Davis
- 2 Prakash & Sharma
- 3 Chattopadhyay & Pise
- 4 Tomlinson & Woodward

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: r_porhoseini@yazd.ac.ir

حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس <https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode> دیدن فرمائید.





شکل ۱. تأثیر تقارن بر مدل شمع

Fig. 1. Symmetry effect on the model

تغییر مکانی عمود بر این صفحه وجود ندارد و نقاط واقع بر این صفحه فقط می‌تواند در راستای Z جابجا شوند (شکل ۱).

مروه و شاهرور^۳ [۱۰] به جهت سادگی در تحلیل شمع را با مقطع مربعی در نظر گرفتند. تحقیقات نشان می‌دهد که عکس العمل شمع‌ها به بارهای جانبی و محوری متأثر از سطح مقطع دایره‌ای یا مربعی است [۱۶] و [۲].

به کمک المان سطح امکان لغزش بین این دو محیط فراهم می‌شود. در صورت حذف این المان باعث تمرکز تنش خواهد شد. در شکل ۲ المان‌های سطح تماس در نظر گرفته شده در مدل‌سازی نشان داده شده است. این المان به صورت سطحی مثلثی شکل است که رئوس آن بر نقاط تولید شده در هندسه مدل قرار می‌گیرد. به وسیله هر مثلث که نماینده المان سطح تماس هستند یک رویه از هر المان چهاروجهی که المان پیش فرض نرم افزار است پوشانده می‌شود. مساحت المان سطح تماس به صورت وزنی در بین گوشه‌های المان متمرکز می‌گردد.

محاسبه شده از نتایج مدل‌سازی عددی تطابق نداشته، ضریب دیگری که توسط اسماعیل و ال سند^۱ ۱۹۹۴ معرفی شده (ضریب β) مورد بررسی قرار گرفت.

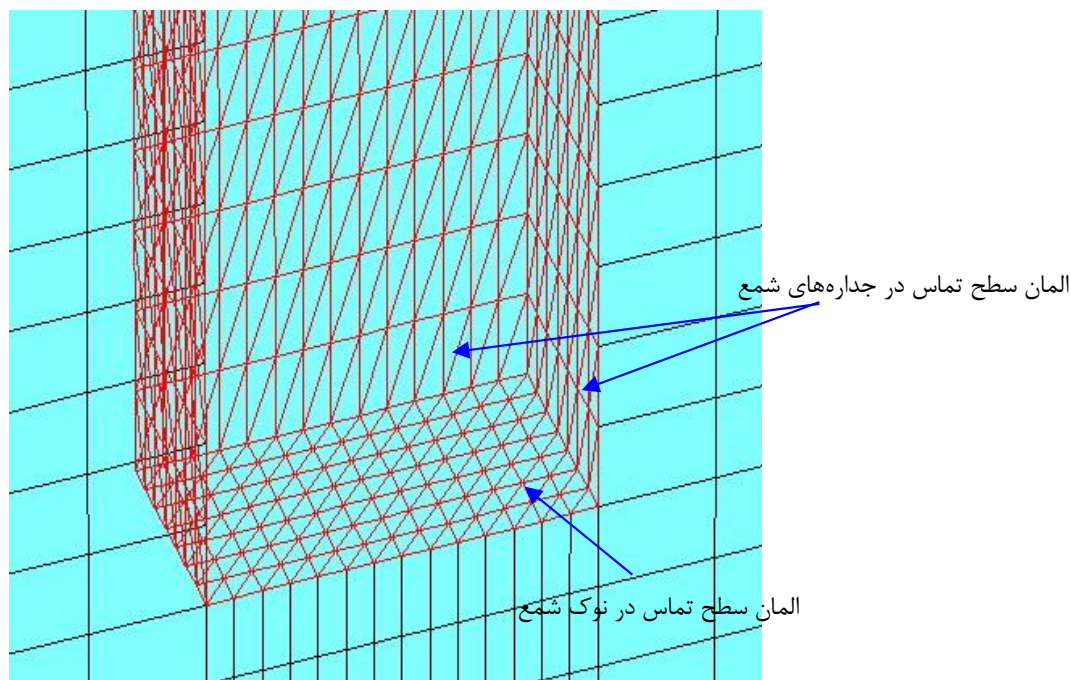
۲- مدل‌سازی عددی

نرم افزار Flac3D مبتنی بر روش تفاضلات محدود صریح عمل می‌نماید و امکان تحلیل مدل در حالت دو بعدی و سه بعدی را فراهم می‌آورد. در مدل‌سازی این پژوهش، تحلیل در محدوده تغییر شکل‌های بزرگ^۲ صورت می‌پذیرد که در این حالت مختصات گره‌ها در هر مرحله متناسب با جابجایی‌های محاسبه شده به روز می‌گردند و بنابراین غیرخطی بودن هندسه مدل امکان پذیر می‌گردد.

با توجه به تقارن شمع مورد بررسی نسبت به محور X، نیمی از هندسه مدل‌سازی شده است. در صفحه تقارن یا همان صفحه XZ هیچگونه

1 Ismael & Al-Sanad

2 Large-Strain



شکل ۲. جداسازی المان سطح تماس

Fig.2. Separation by the contact surface element

بالاتر از ۱۰ علاوه بر این که تاثیری در نتایج خروجی ندارند باعث کندی در همگرایی جواب توسط نرم افزار و افزایش مدت زمان تحلیل خواهد شد. برای مدل‌سازی شمع در نرم افزار Flac3D فرضیاتی در نظر گرفته می‌شود که به قرار زیر است:

- ۱) توده خاک یک محیط ایزوتروپ در نظر گرفته شده است. این فرض در محاسبات سهولت کافی را فراهم می‌آورد.
- ۲) جهت سادگی خواص الاستیک خاک مانند مدول بالک، مدول برشی مقادیری ثابت و مستقل از سطح تنش فرض شد.
- ۳) در بررسی اندرکنش شمع و خاک، جسم شمع به صورت الاستیک با مشخصات جدول ۱ مدل شده که در شمع کوتاه این فرض منطقی است.
- ۴) مدل موهر-کلمب برای خاک در نظر گرفته شده که پارامترهای آن با توجه به مرجع [۲۱] به شرح جدول ۲ فرض می‌گردد. همانطور که داس و سیلی [۶] ۱۹۷۵ به آن اشاره کرده‌اند، در نظر گرفتن زاویه اصطکاک سطح تماس خاک و شمع برابر $\frac{2}{3}$ زاویه اصطکاک خاک بهترین تقریب را در نتایج آزمایش نشان می‌دهد. همچنین کارتیجیان، راماکریشنا و راجاگوپال [۲۱] ۲۰۰۶ نیز از این نسبت استفاده کرده‌اند.

در هر گام محاسباتی میزان مطلق نفوذ و برش متناظر با مقدار نشست در محل گره‌های المان سطح تماس محاسبه می‌گردد و بر مبنای این دو مقدار مقادیر نیروی عمود بر سطح و بردار نیروی برشی محاسبه خواهد شد. رفتار این المان‌های مثلثی مبتنی بر معیار گسیختگی برشی موهر-کلمب تعیین می‌گردد که محدود کننده نیروی برشی وارد بر المان سطح تماس است. مقدار سختی‌های المان بر اساس خواص الاستیک جسم نرم‌تر (خاک) که باید شبکه‌بندی ریزتر یا حداکثر مساوی با جسم سخت‌تر داشته باشد تعیین می‌گردد. این مقادیر از رابطه ۱ محاسبه می‌شود. [۲۳ و ۹]

$$K_n = K_s = \frac{K + \left(\frac{4G}{3}\right)}{\Delta Z} \times \alpha \quad (1)$$

که K_n ، K_s به ترتیب سختی قائم و برشی المان سطح تماس و K مدول بالک خاک و G مدول برشی خاک است. ΔZ بعد هندسی المان در راستای عمود بر سطح تماس است. ضریب α مقداری بین ۱ تا ۱۰ دارد که مقدار ۱۰ توسط راهنمای نرم افزار به عنوان پیش فرض توصیه می‌شود. مقادیر

جدول ۱. مشخصات مصالح الاستیک شمع [۲۱]

Table 1. Elastic properties of pile material [21]

چگالی (kN/m^3)	مدول بالک (MPa)	مدول برشی (MPa)	ضریب پواسون (μ)	مدول یانگ (MPa)	ابعاد سطح مقطع شمع (m^2)	نوع سطح مقطع شمع	نوع مصالح شمع
۲۵	۱۱۹۰۰	۱۰۹۰۰	۰/۱۵	۲۵۰۰۰	۱/۲×۱/۲	مربعی یکنواخت	بتن

که Q_L ؛ مقاومت جانبی نهایی، γ' ؛ وزن مخصوص موثر خاک، D ؛ قطر یا بعد مقطع شمع، L ؛ عمق شمع و K_p ؛ ضریب فشار مقاوم زمین از تئوری رانکین هستند. ضریب K_p از رابطه (۳) به دست می‌آید:

$$K_p = \frac{l + \sin \varphi}{l - \sin \varphi} \quad (3)$$

φ ؛ زاویه مقاومت برشی موثر خاک است.

با جایگذاری $\varphi = 36^\circ$ ، $\gamma' = 20 \text{ kN/m}^3$ ، $L = 10 \text{ m}$ ، مقدار ظرفیت جانبی شمع برابر با ۴۶۲۲ کیلو نیوتن به دست می‌آید. بار گسیختگی محاسبه شده از مدل‌سازی عددی ۴۳۰۰ کیلونیوتن است.

رابطه (۴) توسط داس و سیلی ۱۹۷۵ [۶] ارائه شده است که با توجه به تراکم نسبی خاک و با استفاده از نمودارهای مربوطه وقتی که شمع در خاک دانه‌ای مدفون می‌گردد ($c = 0$) ظرفیت کششی خالص به دست می‌آید.

$$T_{um} = p \int_0^L (\sigma'_v K_u \tan \delta) dz = p \int_0^L \gamma z K_u \tan \delta dz = \frac{1}{2} p \gamma L^2 K_u \tan \delta \quad (4)$$

ظرفیت کششی کلی شمع مجموع ظرفیت کششی خالص و وزن بدنه شمع است، لذا با کسر وزن شمع به مقدار ۳۶۰ کیلونیوتن از بار گسیختگی ۳۳۰۰ کیلونیوتن، ظرفیت کششی خالص ۲۹۴۰ کیلونیوتن خواهد بود. جایگذاری مقادیر عرض مقطع شمع B ؛ ۱/۲ متر، γ ؛ 20 kN/m^3 ، طول شمع L ؛ ۱۰ متر، $\delta = \varphi$ ؛ ۳۶ درجه و محیط مقطع شمع p ؛ ۴/۸

نیکلاس استروملاد^۱ ۲۰۱۴ [۱۸] اثر زاویه اتساع صفر در خاک‌های ماسه‌ای را بررسی نمودند که بر این اساس زوایای اتساع کوچک (حداکثر ۸ درجه) تأثیر قابل توجهی بر نتایج ندارد. لذا زاویه اتساع در این مقاله صفر در نظر گرفته شده است.

براجا داس [۸] تراکم نسبی خاک ماسه‌ای متراکم را برابر ۸۰٪ در نظر گرفته است.

(۵) ابعاد محیط خاکی مرتبط با جسم شمع در راستای افقی به گونه‌ای است که با گستردگی مرزها تغییراتی در تنش به وجود نیاید. در ادامه نتایج عددی مدل‌ها بررسی خواهد شد.

۳- راستی آزمایشی مدل

در این بخش نتایج عددی مدل‌سازی شمع در نرم افزار Flac3D در قالب منحنی بار - جابجایی برای بارگذاری برشی (نیروی افقی) و بارگذاری کششی (نیروی قائم) ارائه می‌شود. بار گسیختگی در اشکال زیر به وسیله پیکان مشخص شده‌اند که با توجه به نقطه تلاقی مماس اولیه و نهایی در منحنی بار - جابجایی انتخاب گردیده است. مقدار بارهای گسیختگی در حالت بارگذاری برشی و کششی به ترتیب برابر ۴۳۰۰ و ۳۳۰۰ کیلونیوتن به دست آمدند.

اسماعیل ۱۹۸۹ [۱۳] مقدار بار گسیختگی در بارگذاری جانبی را از رابطه (۲) براز ۱۹۶۴^۲ [۴] ارائه می‌دهد:

$$Q_L = 0.5 \gamma' D L^2 K_p \quad (2)$$

1 Nicholas Stromblad
2 Broms

جدول ۲. مشخصات خاک مورد استفاده در مدل سازی [۲۱]

Table 2. Properties of the soil [21]

نوع خاک	تراکم نسبی خاک	زاویه اصطکاک (ϕ°)	وزن واحد حجم (kN/m^3)	مدول یانگ (MPa)	چسبندگی (kPa)
ماسه متراکم	٪۸۰	۳۶	۲۰	۵۰	۰
زاویه اتساع (ψ)	نسبت پواسون (μ)	مدول برشی (MPa)	مدول بالک (MPa)	زاویه اصطکاک سطح تماس ($\delta = \frac{2}{3}\phi$)	
۰	۰/۳	۱۹/۲۳	۴۱/۷	۲۴	

متر، ضریب K_u از رابطه ۴ برابر با ۱/۳۸ محاسبه خواهد شد. مقدار ضریب K_u به دست آمده از نمودارهای ارائه شده توسط داس و سیلی ۱۹۷۵ و مشخصات خاک مندرج در جدول ۲ برابر با ۲ است. اسماعیل و ال سند ۱۹۹۴ [۱۴] تنش اصطکاک جداره شمع و ظرفیت کششی آن را به صورت روابط زیر ارائه داده‌اند.

$$f_s = \sigma'_z K_u \tan \phi + c \quad (7)$$

در رابطه ۷، σ'_z ؛ میانگین تنش موثر بوده که برابر $0.5 \gamma L$ در نظر گرفته می‌شود. همچنین با منظور نمودن ضریب $\beta = K_u \tan \phi$ رابطه ۷ به صورت زیر بازنویسی می‌گردد.

$$f_s = \beta \sigma'_z + c \quad (8)$$

با توجه به داده‌های آزمایشگاهی محققین و رابطه ۸، نمودار شکل ۴ حاصل می‌گردد. در این نمودار ضریب β در برابر نسبت لاغری شمع λ رسم شده است که با افزایش نسبت لاغری شمع ضریب β نیز افزایش می‌یابد. بر این اساس رابطه بین ضریب β و نسبت لاغری مطابق رابطه شماره ۹ پیشنهاد می‌گردد.

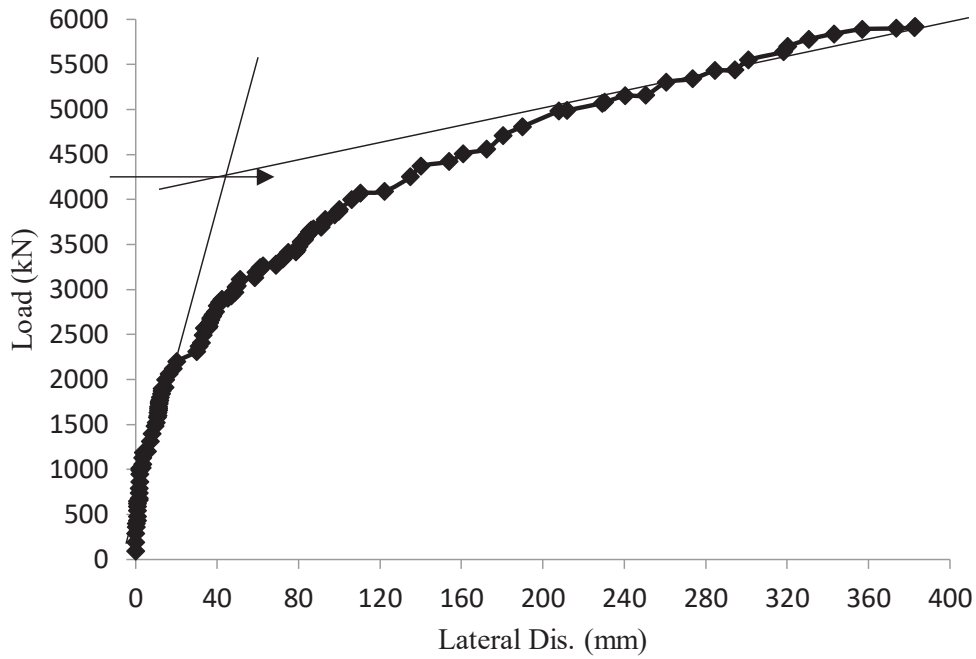
$$\beta = 5.0305 \ln(\lambda) - 9.9345 \quad (9)$$

$$Q_u = 0.5 \gamma L^2 p K_u \tan \phi + cpL + W \quad (5)$$

که c ؛ پارامتر چسبندگی خاک، ϕ ؛ پارامتر زاویه اصطکاک خاک و W ؛ وزن شمع است. همچنین میانگین مقاومت جداره در طول شمع از رابطه ۶ محاسبه می‌گردد:

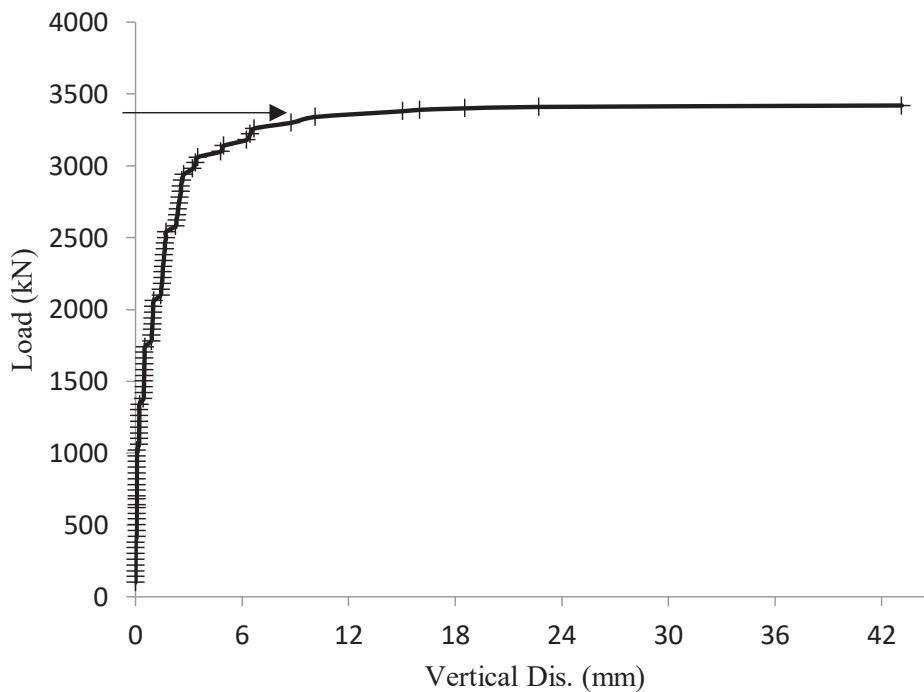
$$f_s = \frac{Q_u - W}{pL} \quad (6)$$

که f_s ؛ میانگین مقاومت جداره، Q_u ؛ ظرفیت کششی نهایی، W ؛ وزن شمع، p ؛ محیط مقطع شمع و L ؛ طول مدفون شمع است. با ترکیب روابط ۵ و ۶ رابطه ۷ به دست می‌آید:



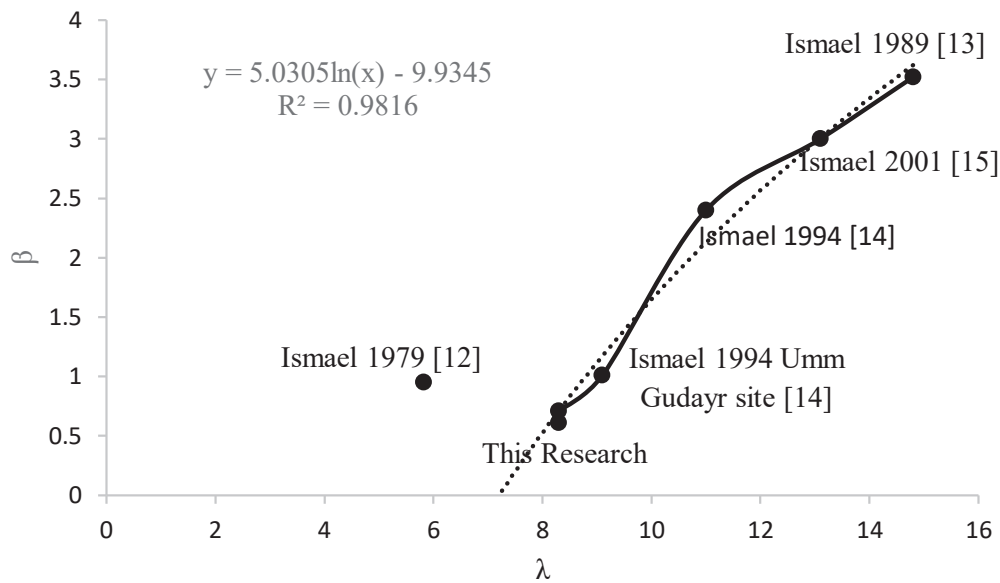
شکل ۳. الف- منحنی بار - جابجایی در بارگذاری برشی $a=0$

Fig. 3. a) Load – displacement curve for pure shear force, $a=0$



شکل ۳. ب- منحنی بار - جابجایی در بارگذاری کششی $a=90$

Fig.3. b) Load – displacement curve for uplift force, $a=90$



شکل ۴. منحنی λ - β تحقیقات صورت گرفته

Fig. 4. λ - β curve

$$\Delta = \sqrt{\delta x^2 + \delta y^2} \quad (10)$$

با افزایش زاویه بارگذاری نسبت به خط افق، منحنی بار - جابجایی از منحنی بارگذاری برشی دور و به منحنی بارگذاری کششی نزدیک می‌گردد. همانطور که در مرجع [۱۱] آمده است با ترکیب تغییر شکل افقی و قائم بر اساس رابطه ۱۰ برای شمع های نوع C توالی مذکور و ترتیب قرارگیری منحنی زوایای مختلف بارگذاری در منحنی بار - جابجایی مشهود است. در ادامه منحنی بار - جابجایی در زوایای بارگذاری ۱۵، ۴۵ و ۷۵ درجه با بارگذاری جانبی (در شکل ۶ الف تا ج) ارائه می‌گردد:

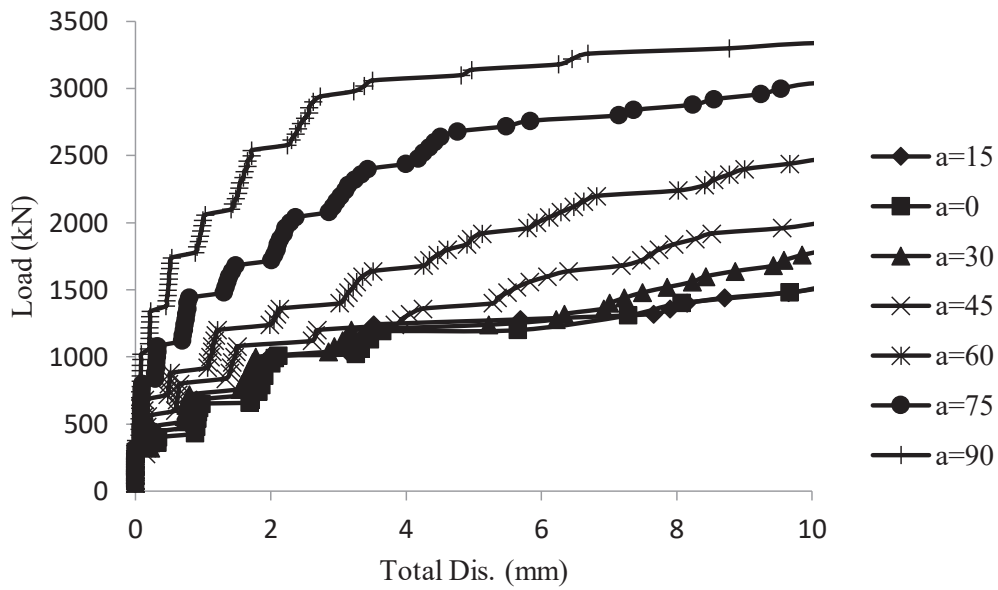
با افزایش زاویه اعمال بار نسبت به خط افق غیرخطی بودن منحنی کاهش پیدا می‌کند که با نتایج اسماعیل ۱۹۸۹ هم‌مانگی دارد.

در جدول ۳ بار گسیختگی با منظور نمودن وزن شمع برای هر یک زوایای بارگذاری ارائه شده است. مقادیر بار گسیختگی با توجه به عدم وضوح نقطه شکستگی با استفاده از نقطه تلاقی مماس اولیه و نهایی انتخاب می‌گردد. همانگونه که ملاحظه می‌گردد با افزایش زاویه بارگذاری نسبت به خط افق مقادیر بار گسیختگی کاهش دارد. با توجه به مقایسه مولفه‌های قائم

بر اساس رابطه ۹ و با توجه به اینکه نسبت لاغری برای شمع کوتاه استفاده شده در مدل‌سازی عددی برابر با $\lambda = L/D$ (۸/۳) است، ضریب β از نمودار شکل ۴ معادل ۰/۷۱۱ به دست می‌آید. حال با توجه به مشخصات خاک مورد استفاده نتایج حاصل از این مدل‌سازی و استفاده از رابطه ۸، ضریب β برابر ۰/۶۱ می‌شود. نزدیکی نتیجه حاصل از روابط ۵-۸ مقدار حاصل از شکل ۴ حاکی از دقت نتایج مدل‌سازی عددی می‌باشد. با توجه به رابطه ۹، افزایش نسبت لاغری برای شمع کوتاه موجب افزایش ۲۰٪ الی ۶۰٪ در ضریب β می‌گردد که این روند افزایشی با زیاد شدن نسبت لاغری کندتر می‌گردد. همچنین در رابطه ۹ حداقل مقدار نسبت لاغری ۸ در نظر گرفته می‌شود و مقادیر کمتر از نسبت لاغری ۸، برابر این عدد منظور می‌گردد.

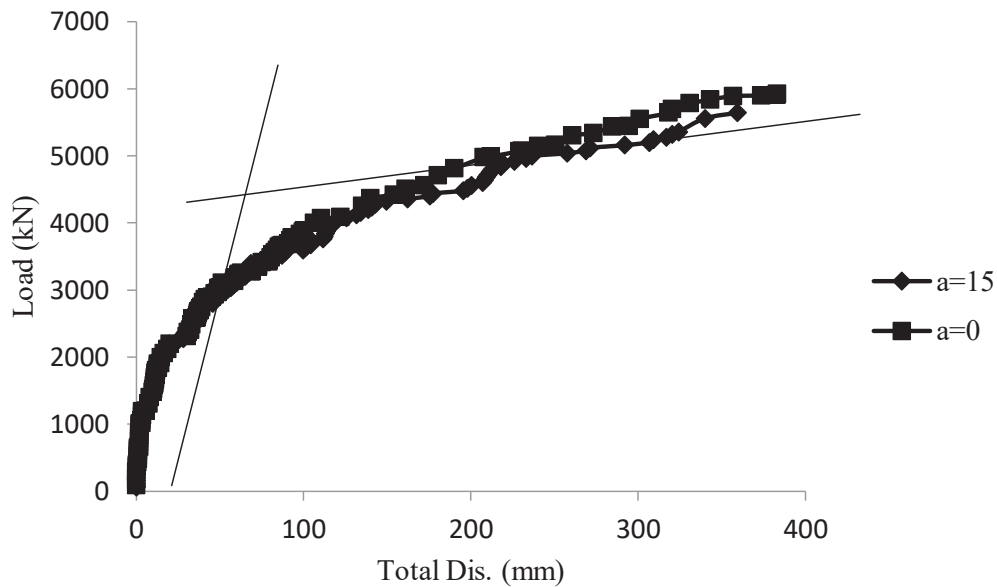
۴- بارگذاری کشش کج در زوایای مختلف

نتایج مدل‌سازی شمع در نرم افزار Flac3D در قالب منحنی بار - جابجایی برای بارگذاری کشش کج تحت زوایای مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد. به منظور وضوح نمودارهای ارائه شده، بخش ابتدایی منحنی بار - برآیند جابجایی بارگذاری کشش کج در زوایای مختلف ارائه می‌گردد. برآیند جابجایی از رابطه ۱۰ محاسبه شد.



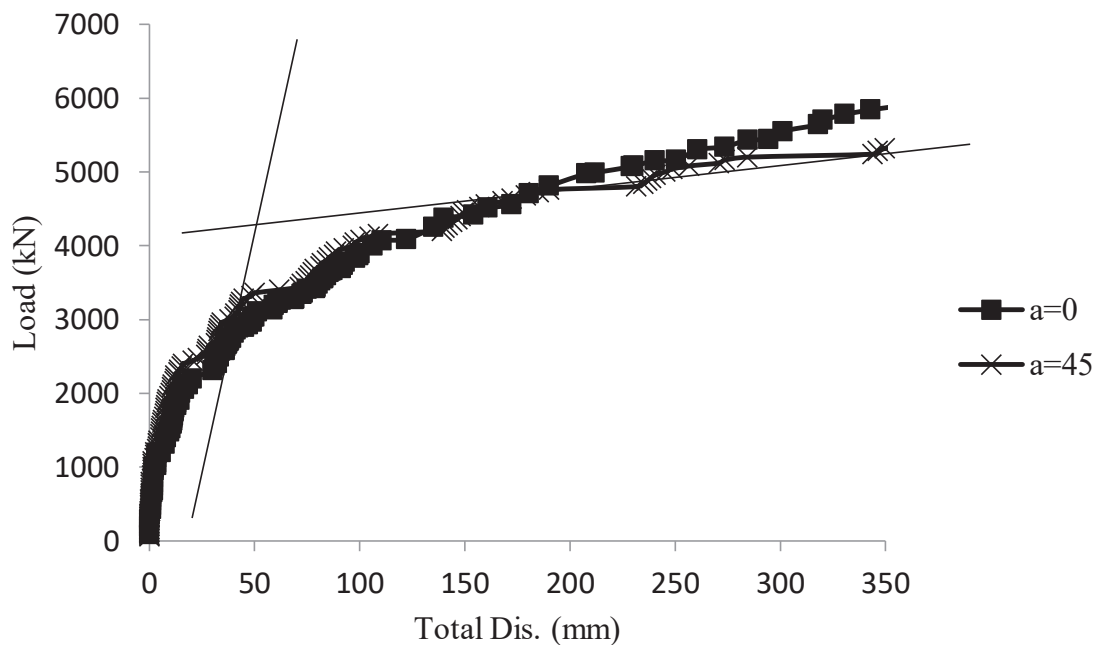
شکل ۵. منحنی بار – جابجایی برآیند سر شمع در زوایای مختلف بارگذاری

Fig. 5. Load – resultant displacement curve of the pile head in different load angles



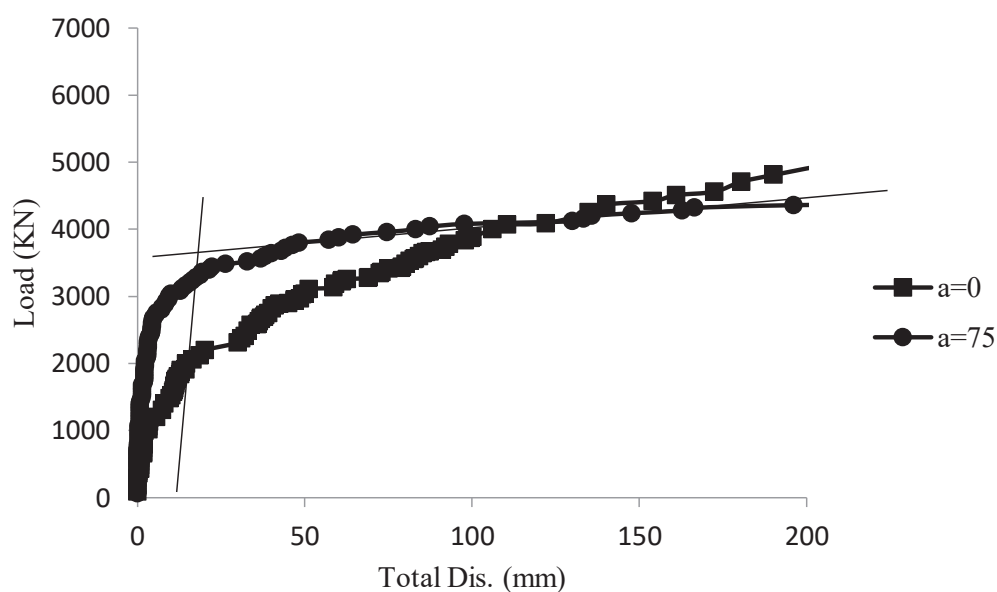
شکل ۶. الف- منحنی بار – جابجایی برآیند سر شمع در زاویه بارگذاری ۱۵ درجه

Fig. 6. a) Load – resultant displacement curve of the pile head, load angle = 15 degrees



شکل ۶. ب- منحنی بار – جابجایی برآیند سر شمع در زاویه بارگذاری ۴۵ درجه

Fig. 6. b) Load – resultant displacement curve of the pile head, load angle = 45 degrees



شکل ۶. ج- منحنی بار – جابجایی برآیند سر شمع در زاویه بارگذاری ۷۵ درجه

Fig. 6. c) Load – resultant displacement curve of the pile head, load angle = 75 degrees

گسیختگی کاهش می‌یابد. دلیل این فرآیند ناشی از افزایش اصطکاک بیشتر مابین شمع و خاک در زمان وجود مولفه افقی بار است.

بار گسیختگی در زوایای مختلف بارگذاری می‌توان دریافت که با افزایش زاویه اعمال بار نسبت به خط افق، ظرفیت کششی (مولفه قائم نیرو) افزایش پیدا می‌کند، که این روند در زاویه اعمال بار ۹۰ معکوس شده و مقدار بار

جدول ۳. مقادیر بار گسیختگی کلی در زوایای مختلف بارگذاری کشش کج

Table 3. Failure load values at different oblique loading angles

زاویه بارگذاری نسبت به خط افق	۰	۱۵	۳۰	۴۵	۶۰	۷۵	۹۰
مقدار بار (kN)	۴۳۰۰	۴۲۰۰	۴۱۰۰	۴۰۰۰	۳۷۰۰	۳۵۰۰	۳۳۰۰
مولفه قائم بار (kN)	۰	۱۰۸۷	۲۰۵۰	۲۸۲۸	۳۲۰۴	۳۳۸۰	۳۳۰۰

۵- بررسی رفتار شمع

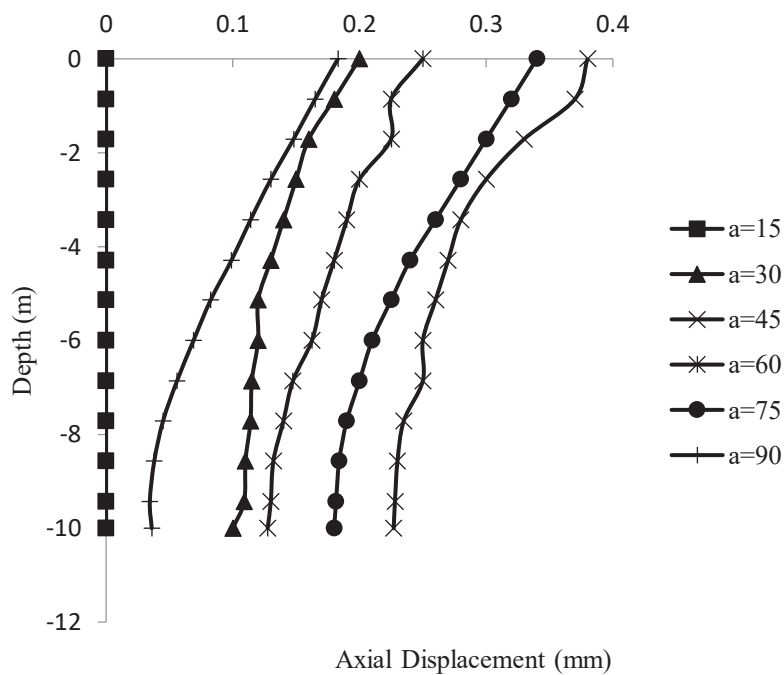
در این بخش رفتار شمع در سه حالت مورد بررسی قرار می‌گیرد. در حالت اول تنها جابجایی محوری شمع مورد بررسی قرار گرفته، در حالت دوم بررسی منوط به خیز شمع شده و در حالت آخر برآیند جابجایی سر شمع در زوایا و بارهای مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۵-۱- جابجایی محوری شمع

جهت بررسی رفتار شمع در این بخش جابجایی محوری (قائم) شمع در طول خود تحت زوایای مختلف بارگذاری در نظر گرفته می‌شود. برای حصول این تفسیر از نمودارهای ارائه شده در اشکال ۷ (الف تا ج) استفاده می‌گردد. همانطور که ملاحظه می‌شود در نیروی بارگذاری کم در حدود ۱۲۰۰ کیلونیوتن جابجایی محوری به صورت غیرخطی بوده به این صورت که به دلیل تحمل نیروی برکنش وارده توسط مقاومت اصطکاکی جداره‌های شمع، جابجایی محوری در کف شمع کمتر از سر شمع می‌باشد. ولی با افزایش نیرو و انتقال نیرو به کف شمع به دلیل خمیری شدن خاک، جابجایی محوری در سر و کف شمع تقریباً برابر شده و نمودار به صورت خطی نشان داده می‌شود. همچنین همانگونه که ملاحظه می‌گردد شیب خطوط حاصله در مقادیر مختلف بارگذاری در زوایای مختلف تقریباً یکسان است، هر چند که ترتیب قرارگیری منحنی‌ها با توجه به افزایش زاویه بارگذاری و افزایش نیروی محوری هماهنگ نمی‌باشد.

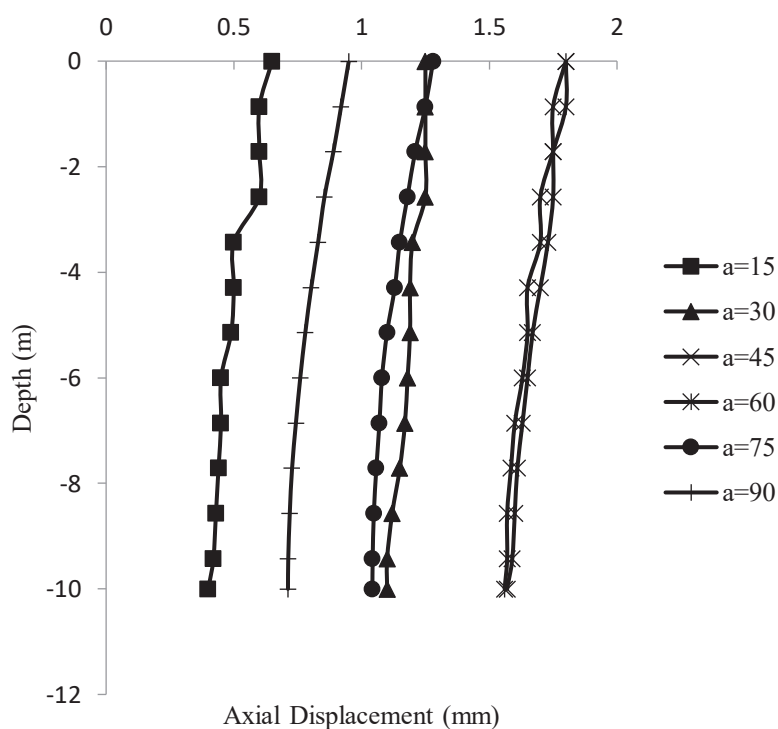
بررسی نمودار جابجایی محوری سر شمع در زوایای مختلف بارگذاری (شکل ۸) افزایش جابجایی را با افزایش زاویه بارگذاری بازگو می‌نماید. ولی آنچه که مهم است، ۱- افزایش جابجایی در زاویه اعمال بار ۷۵ درجه نسبت به سایر زوایا در بار ۳۵۰۰ کیلونیوتن، ۲- ترتیب قرارگیری منحنی با ترتیب افزایش زاویه اعمال بار در محدوده بالاتر از بار گسیختگی کششی و ۳- جایگاه قرارگیری منحنی مربوط به نیروی قائم (زاویه بارگذاری ۹۰ درجه) است. با افزایش بار اعمالی از محدوده بار گسیختگی کششی (۳۳۰۰ کیلونیوتن) ترتیب قرارگیری منحنی‌های مربوط به زوایای مختلف متناسب با افزایش زاویه بار اعمالی بوده در حالی که قبل از بار گسیختگی چنین ترتیبی مشاهده نمی‌گردد. همچنین با توجه به اینکه مولفه قائم بار اعمالی در زاویه ۷۵ درجه نسبت به سایر زوایا بیشتر است، در بار اعمالی ۳۵۰۰ کیلونیوتن، جابجایی محوری سر شمع در این زاویه تفاوت چشمگیری با سایر زوایا دارد. تأثیر مولفه افقی بار در افزایش جابجایی محوری مشهود است. حالتی که نیروی کششی محوری (نیروی قائم) اعمال می‌گردد، جابجایی محوری آن از سایر زوایای بارگذاری به جز زاویه اعمال بار ۱۵ درجه کمتر است.

در شکل‌های ۹ (الف و ب) واقعیت دیگری از جابجایی محوری سر شمع ارائه شده است. همانگونه که در این نمودارها ملاحظه می‌گردد با افزایش نیرو، ماکزیمم جابجایی محوری سر شمع از زاویه اعمال بارگذاری ۴۵ درجه نسبت به خط افق به زاویه ۷۵ درجه متمایل می‌گردد که این خود تأثیر بار گسیختگی کششی در رخداد این موضوع را بیان می‌نماید.



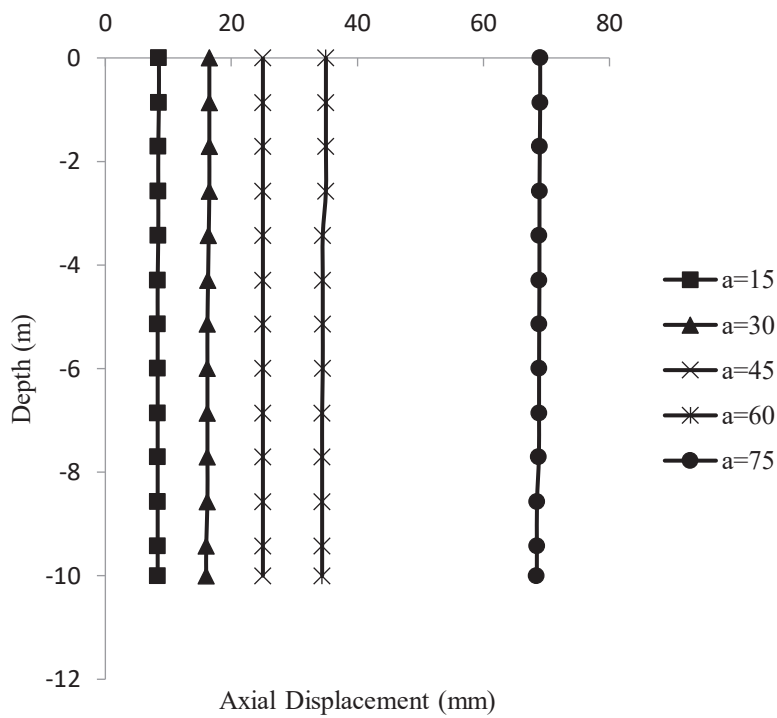
شکل ۷-الف. منحنی جابجایی قائم شمع در طول شمع تحت زوایای مختلف در بار ۱۲۰۰ کیلونیوتن

Fig. 7-a. Vertical displacement of pile shaft in different load angles, load = 1200 kN



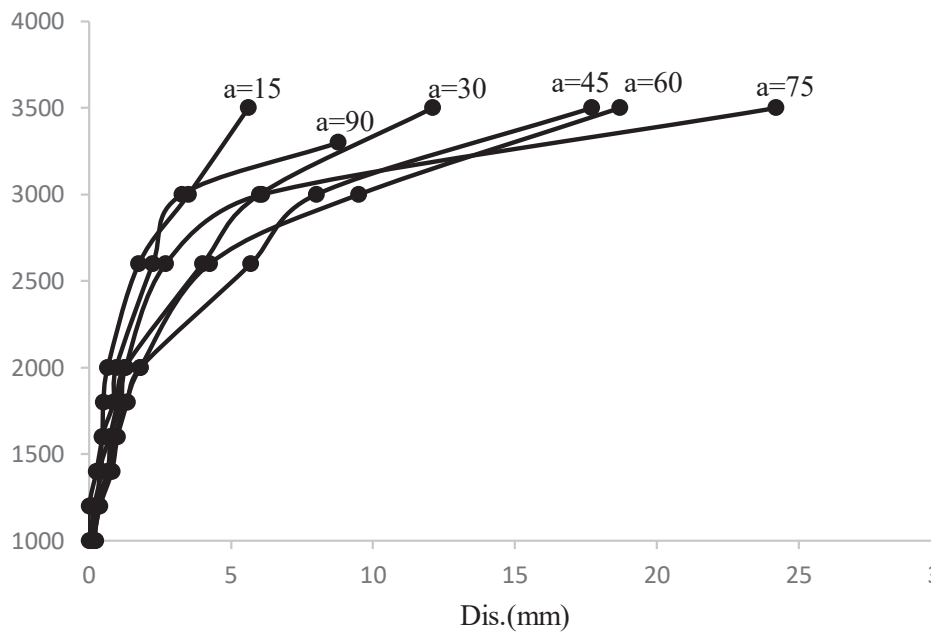
شکل ۷-ب. منحنی جابجایی قائم شمع در طول شمع تحت زوایای مختلف در بار ۲۰۰۰ کیلونیوتن

Fig. 7. b) Vertical displacement of pile shaft in different load angles, load = 2000 kN



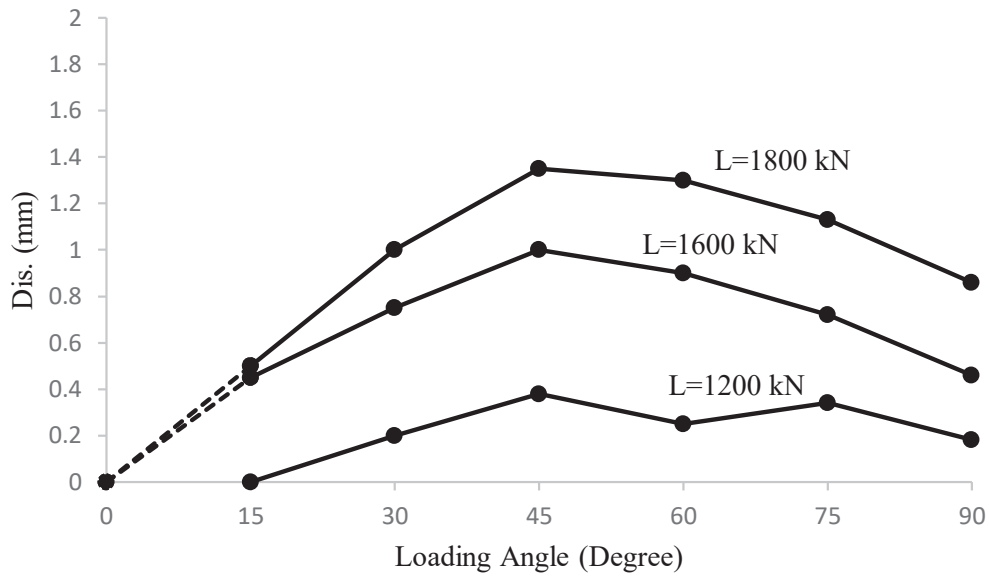
شکل ۷. ج- منحنی جابجایی قائم شمع در طول شمع تحت زوایای مختلف در بار ۳۹۵۰ کیلو نیوتن

Fig. 7. c) Vertical displacement of pile shaft in different load angles, load = 3950 kN



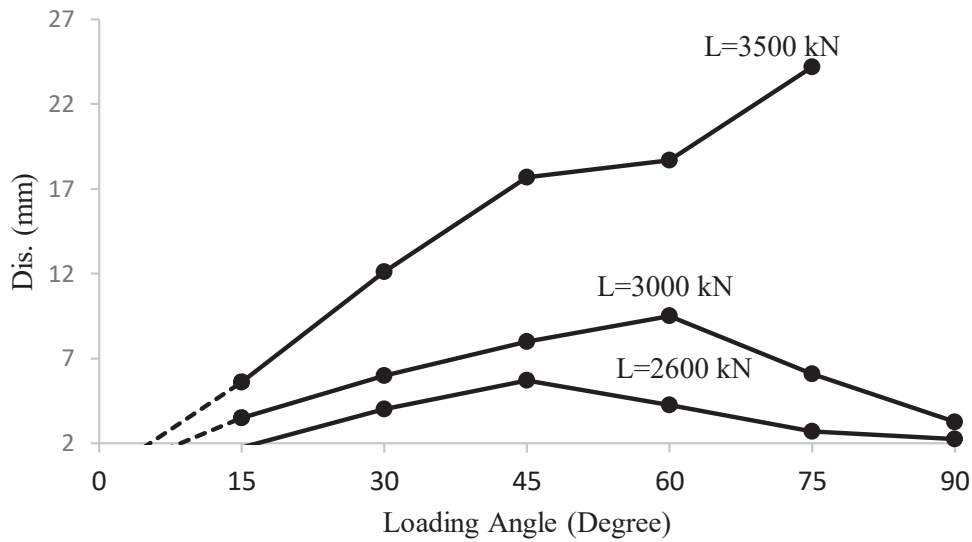
شکل ۸. منحنی بار - جابجایی محوری سر شمع در زوایای مختلف بارگذاری

Fig. 8. Load - axial displacement of the head pile in different loading angles



شکل ۹. الف- منحنی جابجایی محوری سر شمع در زوایای مختلف بارگذاری $Q \leq 1800$ kN

Fig. 9. a) Axial displacement of head pile at different loading angles, $Q \leq 1800$ kN



شکل ۹. ب- منحنی جابجایی محوری سر شمع در زوایای مختلف بارگذاری $Q \geq 2600$ kN

Fig. 9. b) Axial displacement of head pile in different loading angles, $Q \geq 2600$ kN

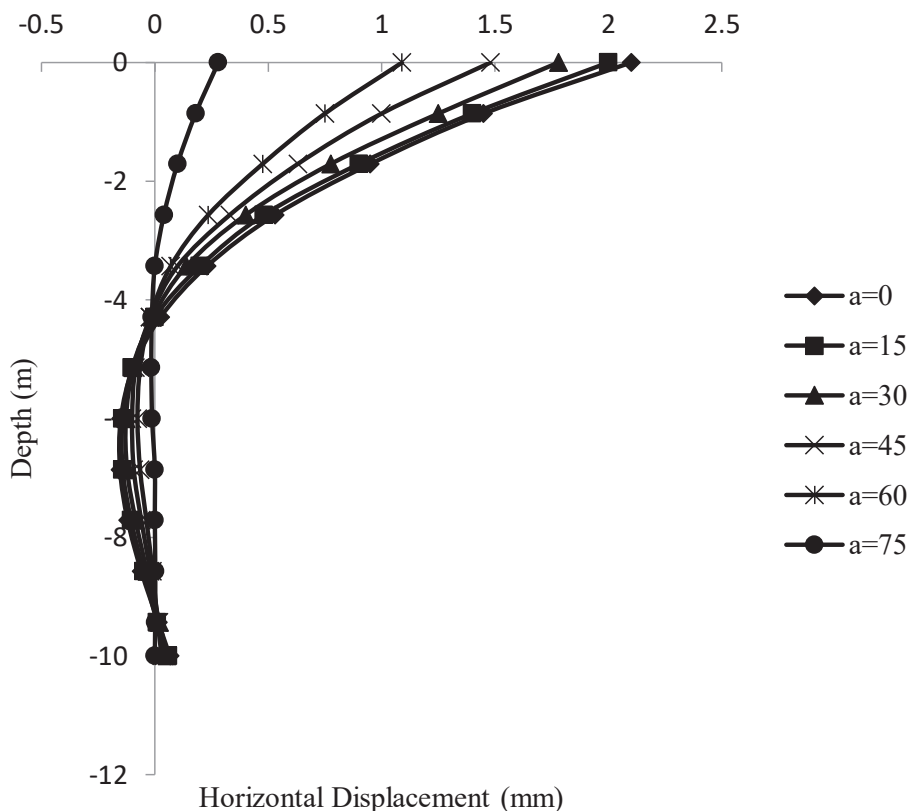
۵-۲- خیز شمع

با افزایش نیرو از محدوده ۵۷ درصد طول شمع به محدوده ۲۰ درصد طول شمع تغییر مکان می‌دهد و این نقطه در طول شمع با افزایش نیرو به سمت کف شمع متمایل می‌گردد.

رفتار شمع در شکل‌های ۱۰ (الف تا ج) توسط جابجایی جانبی آن بررسی می‌شود. از منحنی‌های مربوط به زوایای اعمال بارگذاری ۰، ۱۵ و ۳۰ درجه می‌توان دریافت که مولفه قائم نیروی اعمالی تا چه حد در خیز شمع موثر می‌باشد. در مقادیر پایین نیرو، جابجایی جانبی در حالت نیروی برشی دارای مقادیر بیشتری از سایر زوایای اعمال بار است. ولی با افزایش نیرو و تأثیر توام مولفه قائم و افقی نیروی اعمالی مقادیر جابجایی جانبی در حالت نیروی برشی از خیز شمع در زوایای بارگذاری ۱۵ و ۳۰ کمتر می‌گردد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت مقادیر منفی جابجایی در قسمت‌های پایینی شمع به وجود می‌آید که این مقادیر منفی تغییر شکل چرخشی شمع کوتاه با افزایش نیرو را به تصویر می‌کشند. با مشخصات فیزیکی و ژئوتکنیکی ارائه شده برای خاک و شمع، مدل‌سازی عددی نشان می‌دهد که نقطه چرخش شمع کوتاه

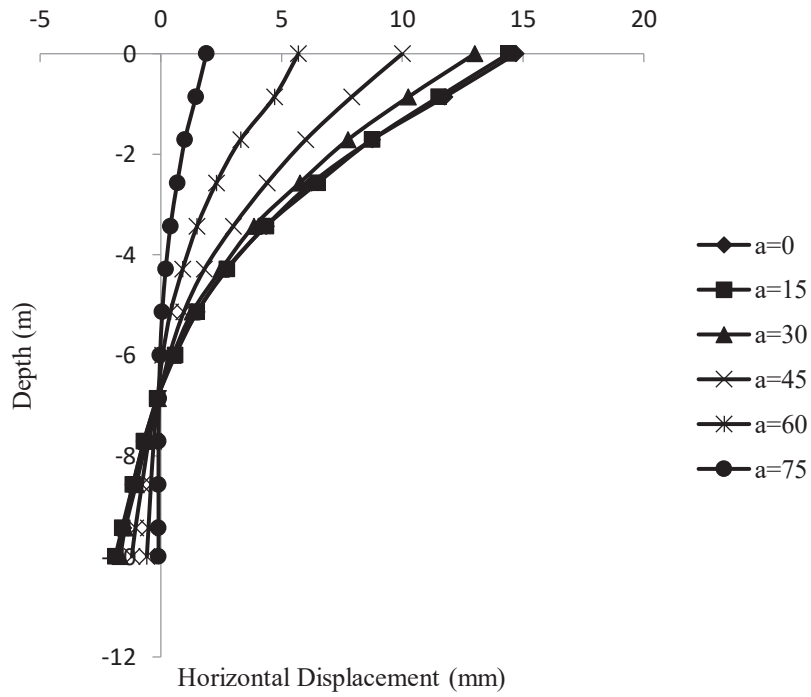
۵-۳- جابجایی برآیند سرشمع

در اشکال ۱۱ (الف و ب) جابجایی برآیند سرشمع در مقادیر مختلف بارگذاری آمده است. تأثیر همزمان نیرو در جهت محوری و جانبی باعث ایجاد نقطه اوج در ابتدای منحنی (در محدوده زاویه اعمال بار ۱۵ درجه) می‌گردد و با افزایش زاویه بارگذاری جابجایی برآیند کاهش می‌یابد. اما در نیروی ۳۵۰۰ کیلو نیوتن (نیروی بیشتر از بار گسیختگی کششی) نقطه اوج منحنی در محدوده زاویه اعمال بار ۳۰ درجه تشکیل می‌گردد.



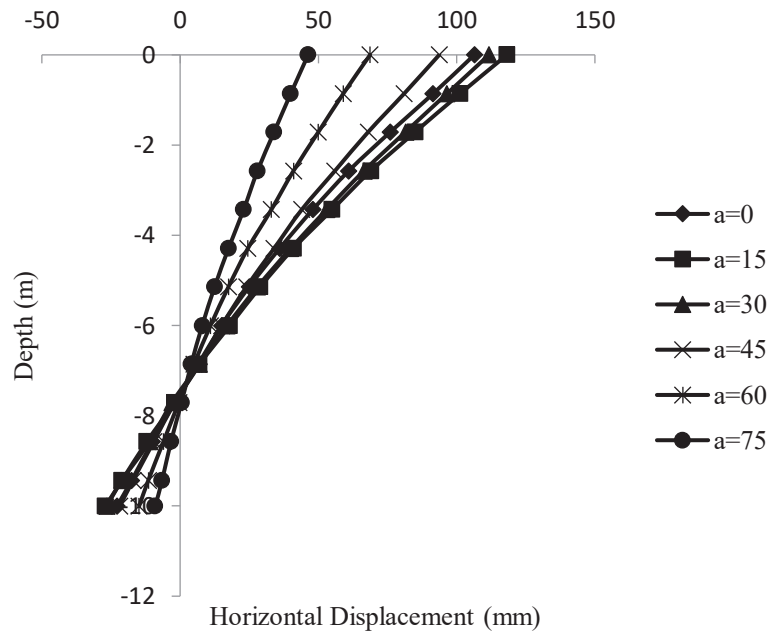
شکل ۱۰. الف- منحنی خیز شمع در زوایای مختلف بارگذاری در بار ۱۰۰۰ کیلو نیوتن

Fig. 10. a) Camber of the pile in different loading angles, load = 1000 kN



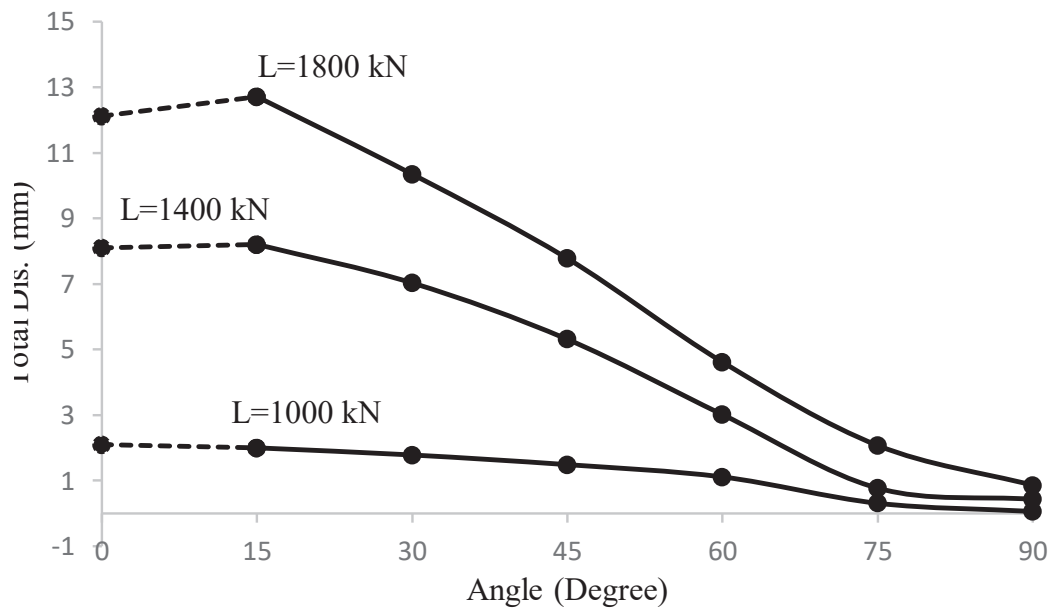
شکل ۱۰. ب- منحنی خیز شمع در زوایای مختلف بارگذاری در بار ۲۰۰۰ کیلونیوتن

Fig. 10. b) Camber of the pile in different loading angles, load = 2000 kN



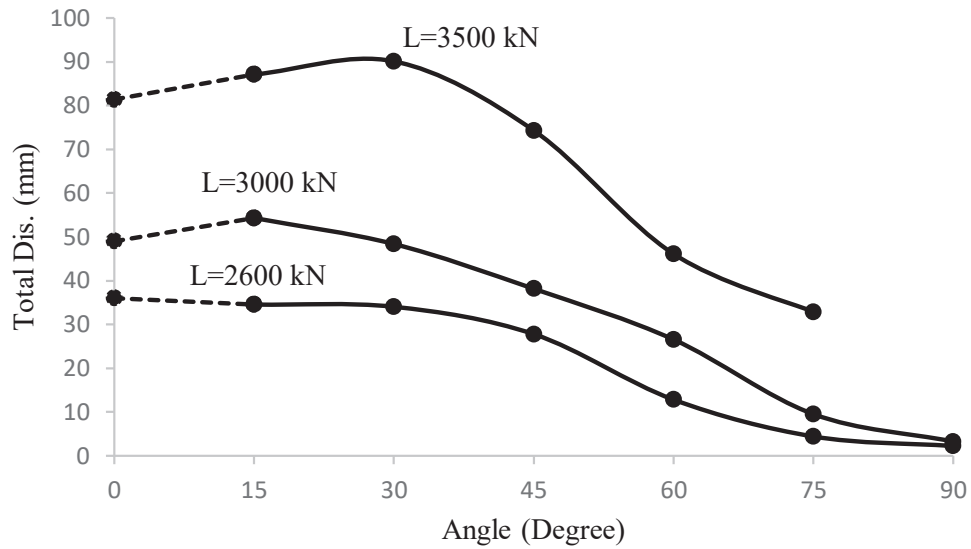
شکل ۱۰. ج- منحنی خیز شمع در زوایای مختلف بارگذاری در بار ۴۰۰۰ کیلونیوتن

Fig. 10. c) Camber of the pile in different loading angles, load = 4000 kN



شکل ۱۱. الف- منحنی جابجایی برآیند سرشمع در زوایای مختلف بارگذاری و برای مقادیر مختلف بار $Q \geq 1800$ kN

Fig. 11. a) Resultant displacement curves of the head pile in different load, $Q \leq 1800$ kN



شکل ۱۱. ب- منحنی جابجایی برآیند سرشمع در زوایای مختلف بارگذاری و برای مقادیر مختلف بار $Q \leq 2600$ kN

Fig. 11. b) Resultant displacement curves of the head pile in different load, $Q \geq 2600$ kN

۶- نتیجه‌گیری

شمع کوتاه بتنی در خاک ماسه‌ای با مدل موهر - کلمب تحت بارگذاری کشش کج در نرم افزار Flac3D مدل‌سازی شد و ظرفیت کششی و جابجایی شمع در زوایای مختلف بارگذاری تعیین گردید. از نتایج عددی مدل‌ها می‌توان دریافت که:

۱- تحت بار کششی ضریب برکنش K_{II} حاصل از نمودارهای ارائه شده توسط داس و سیلی ۱۹۷۵ با مقدار محاسبه شده از مدل‌سازی عددی متفاوت است. در این پژوهش ضریب $\beta = K_{II} \tan \varphi$ معرفی شد و مشخص گردید که ضریب β با افزایش نسبت لاغری $\lambda = L/B$ برای شمع‌های کوتاه بزرگ‌تر می‌شود. این افزایش از ۲۰٪ تا ۶۰٪ بوده که این روند افزایشی با زیاد شدن نسبت لاغری کندتر می‌گردد.

۲- با افزایش زاویه بارگذاری نسبت به خط افق مقدار بار گسیختگی کاهش می‌یابد، اما مولفه قائم آن افزایش دارد. البته روند افزایش مولفه قائم نیرو در زاویه ۹۰ درجه، با کاهش روبرو می‌گردد که می‌توان آن را به کاهش نیروی اصطکاک بین خاک و شمع با حذف مولفه افقی مرتبط دانست. مطابق با افزایش مقدار نیرو و ثابت شدن مقاومت اصطکاکی جداره، منحنی تغییرات جابجایی قائم شمع در عمق به صورت یکنواخت در می‌آید که گواهی بر ادامه برابری در انتهای شمع است.

۳- تاثیر مولفه افقی نیرو بر جابجایی محوری و جانبی شمع قابل ملاحظه است. این موضوع در اشکال 7a-b-c و 10a-b-c نشان داده شده است.

۴- نقطه چرخش شمع با افزایش بار وارده از محدوده تغییرات ۵۷ درصد طول شمع نسبت به کف شمع به ۲۰ درصد طول شمع جابجا می‌شود.

۵- بیشینه جابجایی برآیند سرشمع در محدوده زاویه اعمال بار ۱۵ درجه نسبت به خط افق روی می‌دهد که حاصل اندرکنش نیروی کششی و نیروی برشی وارده بر شمع است.

منابع

- Subject to Oblique Pull”, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 91(4) (1965) 199-205.
- [4] B.B. Broms, Lateral resistance of piles in cohesionless soils, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 90(3) (1964) 123-156.
- [5] B. Chattopadhyay, P. Pise, Uplift capacity of piles in sand, Journal of geotechnical engineering, 112(9) (1986) 888-904.
- [6] B.M. Das, G.R. Seeley, Uplift capacity of buried model piles in sand, Journal of the Geotechnical Engineering Division, 101(10) (1975) 1091-1094.
- [7] B.M. Das, D. Raghu, G.R. Seeley, Uplift capacity of model piles under oblique loads, Journal of the Geotechnical Engineering Division, 102(9) (1976) 1009-1013.
- [8] D. Khaled, Principles of Geotechnical Engineering, in, Canada: Cengage Learning Nelson Education Ltd, 2012.
- [9] C. Itasca, FLAC3D user’s manual, in, Minneapolis, 1997.
- [10] H. Mroueh, I. Shahrour, Numerical analysis of the response of battered piles to inclined pullout loads, International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, 33(10) (2009) 1277-1288.
- [11] G.-Q. Kong, Z.-H. Cao, H. Zhou, X.-J. Sun, Analysis of piles under oblique pullout load using transparent-soil models, Geotechnical Testing Journal, 38(5) (2015) 725-738.
- [12] N.F. Ismael, T.W. Klym, Uplift and bearing capacity of short piers in sand, Journal of the Geotechnical Engineering Division, 105(5) (1979) 579-594.
- [13] N.F. Ismael, Field tests on bored piles subject to axial and oblique pull, Journal of Geotechnical Engineering, 115(11) (1989) 1588-1598.
- [14] N.F. Ismael, H.A. Al-Sanad, F. Al-Otaibi, Tension tests on bored piles in cemented desert sands, Canadian geotechnical journal, 31(4) (1994) 597-603.
- [15] N.F. Ismael, Axial load tests on bored piles and pile groups in cemented sands, Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering, 127(9) (2001) 766-773.
- [16] K. Johnson, P. Lemcke, W. Karunasena, N. Sivakugan, Modelling the load-deformation response of deep
- [1] R. Ayothiraman, K.M. Reddy, Model experiments on pile behaviour in loose-medium dense sand under combined uplift and lateral loads, in: Tunneling and Underground Construction, 2014, pp. 633-643.
- [2] J.M. Abbas, Z.H. Chik, M.R. Taha, Single pile simulation and analysis subjected to lateral load, Electronic Journal of Geotechnical Engineering, 13(E) (2008) 1-15.
- [3] B.B. Broms, Discussion of “Piles in Cohesionless Soil

- in sand, *Computers and Geotechnics*, 33(2) (2006) 121-131.
- [21] K. Shanker, P. Basudhar, N. Patra, Uplift capacity of single piles: predictions and performance, *Geotechnical and Geological Engineering*, 25(2) (2007) 151-161.
- [22] S. Pu, Z. Zhu, W. Song, A method for calculating the ultimate bearing capacity of uplift piles in combined soil and rock mass, *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, (2020) 1-26.
- [23] M. Tomlinson, J. Woodward, *Pile design and construction practice*, CRC press, 2007.
- foundations under oblique loading, *Environmental Modelling & Software*, 21(9) (2006) 1375-1380.
- [17] M. Shadlou, S. Bhattacharya, Dynamic stiffness of monopiles supporting offshore wind turbine generators, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 88 (2016) 15-32.
- [18] N. Strömblad, *Modeling of soil and structure interaction subsea*, 2014.
- [19] H.G. Poulos, E.H. Davis, *Pile foundation analysis and design*, 1980.
- [20] S. Karthigeyan, V. Ramakrishna, K. Rajagopal, Influence of vertical load on the lateral response of piles

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

M. Ranji, R. Porhoseini, Numerical analysis of short pile under oblique pull out in sandy soil, Amirkabir J. Civil Eng., 54(4) (2022) 1573-1590.

DOI: 10.22060/ceej.2021.19734.7249

