



## A fuzzy approach for designing of subway lines, case study: development of the Tehran subway network

A. R. Mahdavi<sup>1</sup>, A. R. Mamdoohi<sup>1\*</sup>, M. Allahviranloo<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Faculty of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

<sup>2</sup> Groove School of Engineering, City College of New York, New York, United States of America

**ABSTRACT:** Subway network design can be classified as one of the most challenging problems in transportation planning, where different deterministic or non-deterministic approaches have been utilized for optimal design. Non-deterministic methods, having fewer limitations and representing reality with its intrinsic uncertainty, have thus been the focus of less research. This paper incorporates concepts of fuzzy set theory into the optimal design of subway networks to the case of Tehran. Two binary mathematical programming models with different objective functions are developed. The first model maximizes the covered population while minimizing construction cost, whereas the second maximizes the ratio of the covered population to construction cost. These objective functions are modeled in both a fuzzy and a deterministic state. In the fuzzy model, we use a fuzzy penalty factor instead of edge length constraints and propose a Sugeno fuzzy inference system for calculating the covered population. Results indicate that the total length of designed lines with the linear and nonlinear fuzzy approach is equal to 139.3 km (477000 billion Iranian Rials) and 144.6 km (494000 billion Iranian Rials), respectively. Considering topology improvement per construction cost index, designed lines with the linear fuzzy model are better than the nonlinear fuzzy model. In comparison to the classic deterministic approach, the proposed fuzzy approach can improve topology improvement per construction cost index by 23 percent.

### Review History:

Received: Mar. 15, 2020

Revised: Jul. 14, 2020

Accepted: Aug. 18, 2020

Available Online: Jan. 18, 2021

### Keywords:

Fuzzy mathematical programming

Fuzzy factors

Subway line design

Non-deterministic approach

Line locating

### 1- Introduction

The Subway network is known as an essential and important transit mode in huge cities. Subway networks projects are major endeavors that require long-term planning. This paper proposes a fuzzy approach for designing subway lines.

### 2- Methodology

This paper compares four mathematical programming models, described in the following, for designing subway lines:

1. Linear mathematical programming (LP)
2. Non-linear mathematical programming (NLP)
3. Linear mathematical programming, including the proposed fuzzy penalty coefficient of edge length and the proposed fuzzy approach for population coverage calculating (FLP)
4. Non-linear mathematical programming, including the proposed fuzzy penalty coefficient of edge length and the proposed fuzzy approach for population coverage calculating (FNLP)

Formally, the metro network design problem is that of embedding a set of interconnected transit lines within a larger undirected network  $G=(N,E)$ , where  $N=\{1,..,n\}$  is a node-set

and  $E=\{(i,j): i,j \in N, i < j\}$  is an edge set. The nodes correspond to population centroids in a city, while the edges correspond to potential connections to be built between vertex pairs. The objective is a linear combination of the construction cost and of the population covered by the network. Let  $x_{ij}$  be a binary variable equal to 1 if and only if edge  $(i,j)$  belongs to the network, let  $y_i$  be a binary variable equal to 1 if and only if vertex  $i$  belongs to the network, and let  $a$  be a user-controlled positive parameter. Let  $T \subset N$  be a set of nodes that must necessarily belong to the network ( $T$  may be empty) and  $d_{ij}$  is a fuzzy penalty factor utilized instead of edge length constraint.

$$\min Z = \sum_i c_i y_i + \sum_{i,j} L_{ij} c_{ij} d_{ij} x_{ij} - \sum_i P_i y_i \quad (1)$$

$$\max Z = \frac{\sum_i P_i y_i}{\sum_i C_i y_i + \sum_{ij} L_{ij} c_{ij} d_{ij} x_{ij}} \quad (2)$$

$$\min Z = \sum_i c_i y_i + \sum_{i,j} L_{ij} c_{ij} x_{ij} - \sum_i P_i y_i \quad (3)$$

$$\max Z = \frac{\sum_i P_i y_i}{\sum_i C_i y_i + \sum_{ij} L_{ij} c_{ij} x_{ij}} \quad (4)$$

$$\sum_{i,j} x_{ij} = \sum_i y_i - 1 \quad (5)$$

\*Corresponding author's email: armamdoohi@modares.ac.ir



$$\sum_{i,j \in S} x_{ij} \leq \sum_{i \in S/\{k\}} y_i, k \in S \subseteq N, |S| \geq 2 \quad (6)$$

$$\sum_{i \in V/\{i\}} x_{ij} = y_i \quad (7)$$

$$\sum_{j \in V/\{j\}} x_{ij} = y_j \quad (8)$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ij} \geq y_k, k \in S \subseteq N, |S| \geq 2 \quad (9)$$

$$500 \leq L_{ij} \leq 2000; \forall ij \in E \quad (10)$$

$$y_i = 0, 1; i \in N \quad (11)$$

$$x_{ij} = 0, 1; i, j \in N \quad (12)$$

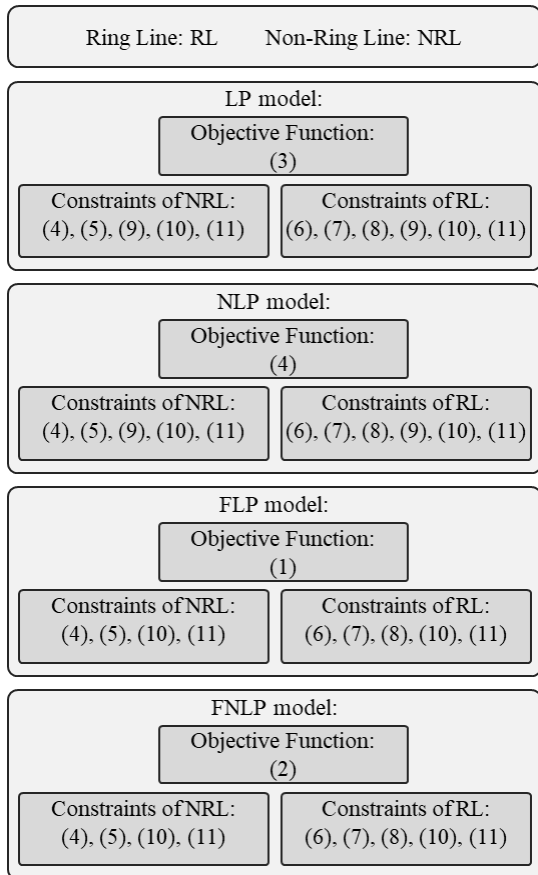


Fig. 1. Utilized mathematical programming models

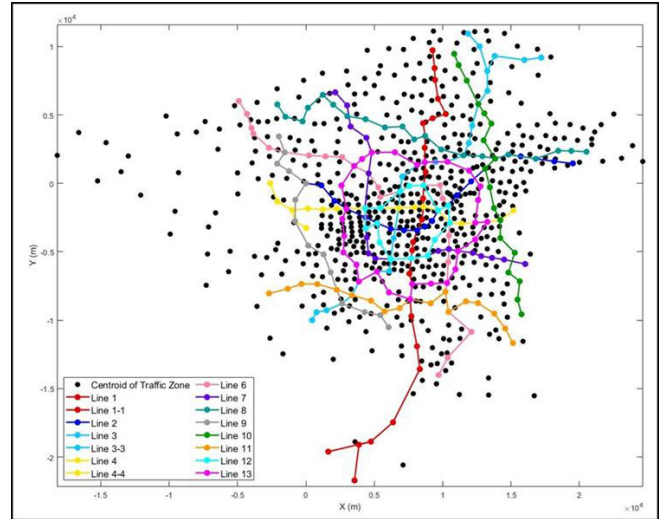


Fig. 2. Designed network based on FLP model

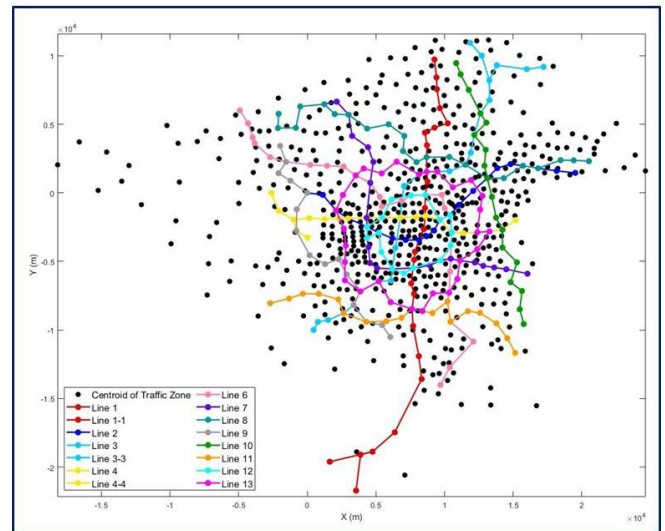


Fig. 3. Designed network based on FNLP model

Figure 1 depicts utilized models for designing subway lines. Designed networks evaluated based on assessment indices such as cycle availability, complexity, connectivity [1], population coverage, average edge length, station density (number of stations per square kilometer) and so on [2]. In this paper, the traffic zones data of Tehran is used for designing new ring or non-ring lines.

### 3- Results and Discussion

Currently, Tehran has seven subway lines and this paper proposes two new ring lines (around central regions of Tehran) and four new non-ring lines (around Tehran city).

Results of FLP and FNLP models indicate in Figures 1 and 2, respectively. The length of new lines designed based on FLP model is equal to 139.3 km (477000 billion Iranian Rials) while the length of new lines designed based on FNLP

**Table 1. Values of topology improvement per construction cost index**

<i>Model</i>	<i>TICC index</i>
<i>LP</i>	1.192
<i>NLP</i>	1.248
<i>FLP</i>	1.522
<i>FNLP</i>	1.476

model is equal to 144.6 km (494000 billion Iranian Rials)

Values of topology improvement per construction cost (TICC) index for utilized models are represented in table 1. Results indicate that FLP model has better performance than other models.

#### 4- Conclusions

In comparison to the classic deterministic approach, the proposed fuzzy approach can improve topology improvement per construction cost index by 23 percent.

#### References

- [1] G. Laporte, J. A. Mesa, F. A. Ortega, F. Perea, Planning rapid transit networks. *Socio-Economic Planning Sciences*, 45 (2011) 95-104.
- [2] A.R. Mahdavi, A.R. Mamdoohi, M. Allahviranloo, Topology evaluation of Tehran metro network utilizing a mixed index for metro networks ranking, *Amirkabir Journal of Civil Engineering*, Online Published (2019) (DOI: 10.22060/CEEJ.2019.16436.6226) (In Persian).

#### HOW TO CITE THIS ARTICLE

A. R. Mahdavi, A. R. Mamdoohi, M. Allahviranloo, A fuzzy approach for designing of subway lines, case study: development of the Tehran subway network, *Amirkabir J. Civil Eng.*, 53(9) (2021) 849-852.

DOI: 10.22060/ceej.2021.18121.6774







## ارائه رویکرد فازی برای طراحی خطوط مترو، نمونه موردی توسعه متروی تهران

امیررضا مهدوی<sup>۱</sup>، امیررضا ممدوحی<sup>۱\*</sup>، مهدیه الله‌ویرنلو<sup>۲</sup>

۱-دانشکده مهندسی عمران و محیط‌زیست، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران  
۲-دانشکده فنی و مهندسی، کالج شهر نیویورک، نیویورک، آمریکا

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۱۲/۲۵  
بازنگری: ۱۳۹۹/۰۴/۲۴  
پذیرش: ۱۳۹۹/۰۵/۲۸  
ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۱۰/۲۹

### کلمات کلیدی:

مدل برنامه‌ریزی ریاضی فازی  
ضرایب فازی  
طراحی خط مترو  
رویکرد غیرقطعی  
مکان‌یابی خط

**خلاصه:** از آنجا که احداث خطوط مترو بسیار هزینه‌بر است و همچنین ذی‌نفعان بسیاری بعضاً با اهداف متضاد نیز دارد، طراحی آن از مسائل مهم و چالشی برای برنامه‌ریزان و مهندسان حمل و نقل محسوب می‌شود. با توجه به ضعف‌های رویکرد قطعی، در این پژوهش یک رویکرد فازی برای طراحی خطوط مترو پیشنهاد و برای توسعه خطوط متروی تهران پیاده‌سازی می‌گردد. در مدل‌های پیشنهادی از دو تابع هدف ۱- بیشینه کردن پوشش شبکه و کمینه کردن هزینه ساخت و ۲- بیشینه کردن نسبت پوشش به هزینه ساخت استفاده می‌شود. برای محاسبه جمعیت جذب شده به ایستگاه یک روش فازی و برای اعمال قید حداقل و حداکثر طول کمان، یک ضریب جریمه فازی پیشنهاد می‌گردد. نتایج طراحی خطوط جدید (خط ۸ الی ۱۳) شبکه متروی تهران با رویکرد فازی خطی حاکی از طول کل ۱۳۹/۳ کیلومتر و ۱۱۸ ایستگاه است (هزینه احداث ۴۷/۷ هزار میلیارد تومان) و نسبت بهبود عملکردی (از نظر توپولوژی و پوشش) به هزینه ساخت برابر با ۱/۵۲ درصد به ازای هزار میلیارد تومان سرمایه‌گذاری است. از طرفی نتایج طراحی با رویکرد فازی غیرخطی بیانگر طول کل ۱۴۴/۶ کیلومتر و ۱۲۰ ایستگاه است که با توجه به هزینه ساخت ۴۹/۴ هزار میلیارد تومانی، نسبت بهبود به هزینه آن برابر با ۱/۴۸ درصد است. مقایسه دو رویکرد نشان می‌دهد که رویکرد فازی می‌تواند ۲۳ درصد بیشتر از رویکرد قطعی وضعیت شبکه را از لحاظ شاخص بهبود عملکردی به هزینه، ارتقا دهد. رویکرد پیشنهادی این مقاله می‌تواند مهندسان و برنامه‌ریزان حمل و نقل را در طراحی کاراتر خطوط مترو یاری نماید.

### ۱- مقدمه

با توجه به ابعاد بسیار بزرگ مسئله طراحی شبکه مترو برای یک شهر، می‌توان گفت تقریباً یافتن جواب دقیق آن با استفاده از روش‌های کلاسیک غیر ممکن است. از این‌رو معمولاً در ادبیات تخصصی برای حل چنین مسائلی از روش‌های ابتکاری یا فراابتکاری استفاده می‌گردد. در این پژوهش هدف ارائه طرحی برای توسعه شبکه متروی شهر تهران، بر مبنای یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی فازی با استفاده از یک روش ابتکاری پیشنهادی است. همچنین فرض بر آن است که خطوط ۶ و ۷ شبکه متروی شهر تهران به بهره‌داری رسیده‌اند. از طرفی دیگر فرض می‌گردد کربدورهای طراحی خطوط جدید شبکه متروی شهر تهران از پیش تعیین شده‌اند. همچنین شبکه‌های طراحی شده با رویکرد فازی پیشنهادی و رویکرد قطعی (که در مطالعات پیشین مورد توجه محققان بوده است)، با استفاده از شاخص‌های ارزیابی شبکه مقایسه می‌گردند. در ادامه مقاله به مرور ادبیات تخصصی، روش‌شناسی، مدل‌سازی و تحلیل و در نهایت به نتیجه‌گیری و پیشنهادها پرداخته می‌شود.

در بین شیوه‌های مختلف حمل و نقل همگانی، مترو با توجه به ویژگی‌های منحصر به فردی که دارد، دارای ذی‌نفعان فراوانی از سطح مدیران و برنامه‌ریزان شهری تا شهروندان است که این ذی‌نفعان دارای خواسته‌ها و انتظارات متفاوت و بعضاً متضاد هستند. از طرفی دیگر با توجه به هزینه بسیار بالای ساخت آن (۸۰ الی ۱۶۰ میلیون دلار [۱])، در ادبیات تخصصی توصیه می‌گردد که برای طراحی شبکه مترو از روش‌های تحقیق در عملیات استفاده شود. در غالب مطالعات پیشین، از مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی قطعی برای طراحی خطوط مترو استفاده شده است. یکی از بزرگترین ضعف‌های مدل‌های قطعی این است که هنگامی که یک جواب به مقدار ناپذیری یکی از قیود مسئله را نقض کند، از مجموعه جواب‌های امکان‌پذیر خارج می‌شود، حتی اگر مقدار تابع هدف را به مقدار قابل توجه بهبود دهد. از این رو یکی از راهکارهای پیشنهادی استفاده از قیدهای فازی، به جای قیدهای دقیق است.

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: armamdoohi@modares.ac.ir



## ۲- مرور ادبیات تخصصی

به طور کلی در ادبیات تخصصی برای مدل سازی شبکه های حمل و نقل ریلی شهری از یک گراف با نماد  $G(N, E)$  استفاده می شود که در آن  $N$  و  $E$  به ترتیب مجموعه ی گره ها و کمان های گراف (ایستگاه ها و فضا های بین ایستگاهی) هستند. همچنین طراحی خطوط شبکه با فرض احداث ایستگاه در مراکز نواحی ترافیکی انجام می شود [۲]. در اکثر پژوهش های پیشین، از مدل برنامه ریزی ریاضی دوتایی برای طراحی خطوط یا شبکه حمل و نقل ریلی شهری استفاده شده است. به نحوی که  $Y_i$  بیانگر متغیر تصمیم احداث ایستگاه در ناحیه ترافیکی  $i$  است که اگر در این ناحیه ایستگاه احداث گردد برابر با یک و در غیر این صورت برابر با صفر خواهد بود. همچنین  $X_{ij}$  نیز بیانگر متغیر تصمیم احداث کمان (فضای بین ایستگاهی یا تونل) بین نواحی  $i$  و  $j$  است به صورتی که اگر کمان احداث شود برابر با یک و در غیر این صورت برابر با صفر است [۲]. در ادبیات تخصصی به طور کلی بیشتر از سه معیار کمینه کردن هزینه ها (هزینه های ساخت تونل و ایستگاه و غیره)، بیشینه کردن پوشش جمعیتی و بیشینه کردن تقاضای سرویس داده شده برای طراحی شبکه حمل و نقل ریلی شهری استفاده شده است [۲]. با توجه به اینکه ابعاد مسئله طراحی شبکه مترو بسیار بزرگ است و در اغلب موارد نمی توان جواب دقیق آن را یافت، در پژوهش های پیشین برای حل آن از روش های ابتکاری و فراابتکاری متفاوتی استفاده شده است. در جدول ۱ خلاصه ای از پژوهش های پیشین ارائه می گردد.

مطالعات دیگری نیز به بررسی جنبه های دیگر شبکه های مترو پرداخته اند. به عنوان مثال در پژوهشی به ارزیابی شبکه مترو شهر تهران پرداخته شد. این مطالعه حاکی از آن بود که برای بهبود شرایط توپولوژی و پوشش شبکه، متروی تهران نیازمند احداث خطوط جدید است [۲۳]. در مطالعه ای دیگر مدل های رگرسیونی جهت تخمین اولیه تعداد ایستگاه و طول مورد نیاز شبکه مترو پیشنهاد نمودند. در مدل های پیشنهادی از متغیرهایی همانند مساحت، جمعیت و تولید ناخالص داخلی شهر و متغیر ساختگی برای قاره استفاده شده بود [۲۴].

هر یک از مطالعه ها در تابع هدف و قیده های مسئله طراحی شبکه از معیارهای مختلفی استفاده نموده اند اما مدل های برنامه ریزی ریاضی که دارای پارامترها و قیده های فازی باشند، کمتر مورد توجه پژوهشگران بوده است. از این رو در این پژوهش هدف طراحی خطوط جدید شبکه متروی تهران با کمترین هزینه ساخت و بیشترین پوشش جمعیتی ممکن با استفاده از یک مدل برنامه ریزی ریاضی فازی است که در این مدل پیشنهادی هم از

ضرایب جریمه فازی و هم از قیده های فازی استفاده می گردد. برای طراحی این خطوط از داده های ۶۲۱ ناحیه ترافیکی شهر تهران (جمعیت هر ناحیه و مختصات مرکز هندسی هر ناحیه) و داده های شبکه متروی تهران (با فرض بهره برداری از خطوط ۶ و ۷) استفاده می گردد. در بخش بعدی روش شناسی و سپس تحلیل نتایج و در نهایت جمع بندی و نتیجه گیری ارائه خواهد شد.

## ۳- روش شناسی

در ادبیات تخصصی برای جمعیت جذب شده به یک ناحیه در صورت احداث ایستگاه، روش دایره های هم مرکز (شکل ۱) پیشنهاد گردیده است [۲۲ و ۴]. در این روش حول مرکز جمعیت ناحیه مورد نظر سه دایره با شعاع های ۴۰۰، ۶۰۰ و ۸۰۰ متر ترسیم می گردد. ۱۰۰ درصد جمعیت نواحی که فاصله مرکز جمعیت آن ها از مرکز جمعیت ناحیه مورد نظر کمتر از ۴۰۰ متر است ( $M_1$ )، جذب ناحیه مورد نظر می شوند، در صورتی که این فاصله در بازه ۴۰۰ تا ۶۰۰ متر قرار بگیرد، درصد جذب برابر با ۵۰ ( $M_2$ )، در صورتی که این فاصله در بازه ۶۰۰ تا ۸۰۰ متر داشته باشد، درصد جذب برابر با ۲۵ ( $M_3$ ) و در صورتی که فاصله دو ناحیه از ۸۰۰ متر بیشتر باشد هیچ جمعیتی جذب ایستگاه نخواهد شد ( $M_4$ ).

در این مقاله جهت پیوسته کردن ضرایب جذب مطرح شده مطابق با شکل ۱، برای محاسبه ضریب جذب استفاده از سیستم استنتاج فازی که توابع عضویت آن مطابق با شکل ۲ است، پیشنهاد می گردد. برای محاسبه درصد جذب اگر  $d_{ij}$  فاصله کم محسوب شود، ۱۰۰ درصد جمعیت ناحیه  $j$  جذب ناحیه  $i$  می شوند. اگر  $d_{ij}$  فاصله متوسط باشد، ۵۰ درصد، اگر  $d_{ij}$  فاصله زیاد محسوب شود، ۲۵ درصد و در نهایت اگر  $d_{ij}$  فاصله خیلی زیاد محسوب شود، جمعیت ناحیه  $j$  اصلاً جذب ناحیه  $i$  نمی شوند.

در ادبیات تخصصی طول کمان ها در بازه ۵۰۰ تا ۲۰۰۰ متر پیشنهاد گردیده است. در حومه شهر فاصله ایستگاه ها بیشتر و در مرکز شهر فاصله ایستگاه های کمتر توصیه می گردد [۴]. از طرفی واضح است که هر چه طول کمان کوتاه تر باشد، ایستگاه ها به یکدیگر نزدیک تر می شوند و پوشش شبکه بهتر خواهد بود اما اگر طول کمان ها بیش از حد کوتاه باشد، عملکرد قطارها و سرویس دهی شبکه می تواند دچار مشکل شود [۴].

با توجه به داده های گردآوری شده برای ۵۰ شهر جهان مشخص می گردد که ۱۴ شهر دارای متوسط طول کمان ۵۰۰ الی ۹۰۰ متر، ۲۲ شهر دارای متوسط طول ۹۰۰ الی ۱۳۰۰ متر و ۱۴ شهر دارای متوسط طول کمان ۱۳۰۰ الی ۱۸۰۰ متر هستند. در این پژوهش پیشنهاد می گردد به

جدول ۱. برخی پژوهش‌ها در زمینه طراحی شبکه مترو

Table 1. Some researches on subway network design problem

پژوهشگر (سال)	موضوع	تابع هدف	قیدهای مهم	روش حل
Dufourd و همکاران [۳] (۱۹۹۶)	مکان‌یابی خط	بیشینه کردن پوشش جمعیتی شبکه	حداقل و حداکثر طول کمان	جست و جوی ممنوع
Bruno و همکاران [۴] (۲۰۰۲)	طراحی شبکه و ارائه روش حل ابتکاری	بیشینه کردن پوشش جمعیتی شبکه	حداقل و حداکثر طول کمان	الگوریتم ابتکاری ارائه شده در مقاله
Labbe و همکاران [۵] (۲۰۰۴)	مکان‌یابی خط حلقه‌ای	کمینه کردن هزینه ساخت	حداقل و حداکثر طول کمان	شاخه و بریدن
Marin [۶] (۲۰۰۷)	مدل طراحی شبکه مترو	بیشینه کردن پوشش سفرهای حمل و نقل همگانی و کمینه کردن هزینه ساخت	حداقل و حداکثر طول کمان و حداقل تقاضای پوشش داده شده	شاخه و کرانه
Marin & Jaramillo [۷] (۲۰۰۸)	افزایش ظرفیت شبکه مترو	بیشینه کردن پوشش تقاضا و کمینه کردن هزینه ساخت	در نظر گرفتن بودجه و تقاضای سرویس‌داده شده	روش ابتکاری ارائه شده در مقاله
Marin & Jaramillo [۸] (۲۰۰۹)	طراحی شبکه مترو	بیشینه کردن پوشش تقاضا با استفاده از زیرساخت جدید	در نظر گرفتن بودجه و تعداد خطوط جدید	تجزیه بندرز
کرمانشاهی و همکاران [۹] (۲۰۱۰)	طراحی شبکه مترو	بیشینه کردن پوشش شبکه	قید بودجه	تبرید
Laporte و همکاران [۱۰] (۲۰۱۱)	طراحی شبکه مترو تقویت‌شده	کمینه کردن تاثیر خرابی‌ها بر تقاضای پوشش داده شده	قید بودجه، در نظر گرفتن مسیرهای متفاوت بین تمامی مبدا - مقصدها، قید حداقل تقاضا	شاخه و کرانه
افندی‌زاده و همکاران [۱۱] (۲۰۱۱)	طراحی شبکه مترو	کمینه کردن اختلاف بین طول کل شبکه و طول تمامی کوتاه‌ترین مسیرها و کمینه کردن زمان سفر و تقاضای پوشش نداده شده	حداقل و حداکثر طول کمان و زاویه بین کمان‌های متوالی	الگوریتم ژنتیک
Gutierrez Jarpa و همکاران (۲۰۱۳) [۱۲]	طراحی شبکه متر	کمینه کردن هزینه ساخت و بیشینه کردن تعداد سفرهای قابل سرویس‌دهی	قیدهای توپولوژی شبکه	شاخه و بریدن
Laporte & Pascoal [۱۳] (۲۰۱۵)	طراحی شبکه مترو	بیشینه کردن پوشش جمعیتی و کمینه کردن هزینه ساخت	حداقل و حداکثر طول کمان	الگوریتم مسیر مبنا
Martins de Sa [۱۴] (۲۰۱۵)	تعیین موقعیت ایستگاه‌های تبادلی	کمینه کردن زمان سفر وزن‌دار تمامی مبدا-مقصدها	قید بودجه	شاخه و بریدن بندرز
Conca و همکاران [۱۵] (۲۰۱۶)	طراحی شبکه، طراحی خط و	بیشینه کردن کل سود شبکه	در نظر گرفتن بودجه، تقاضا و ظرفیت ناوگان	ترکیب بهینه‌سازی

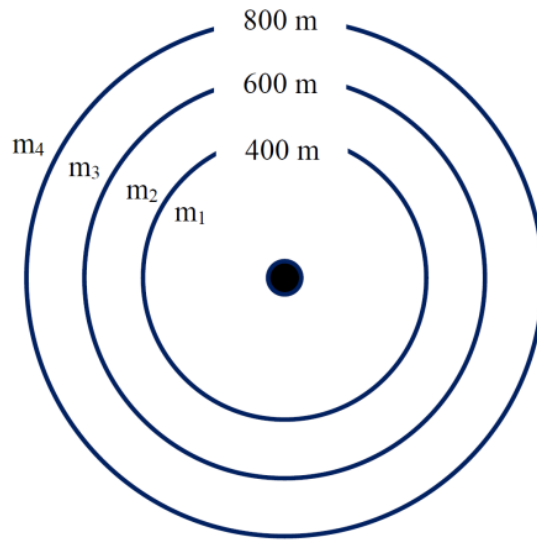
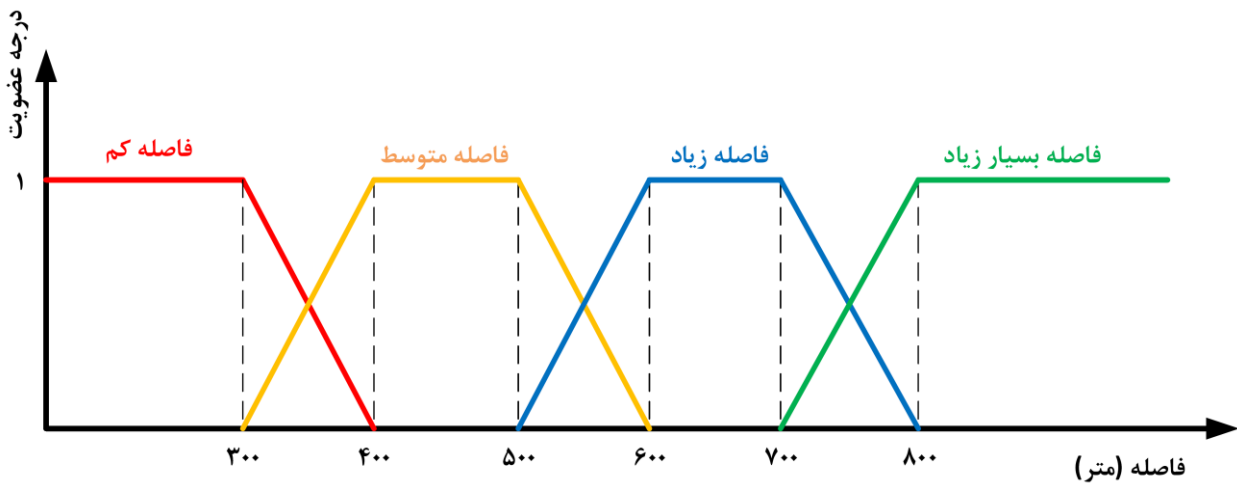


Fig. 1. Catchment area of station represented by three concentric circles

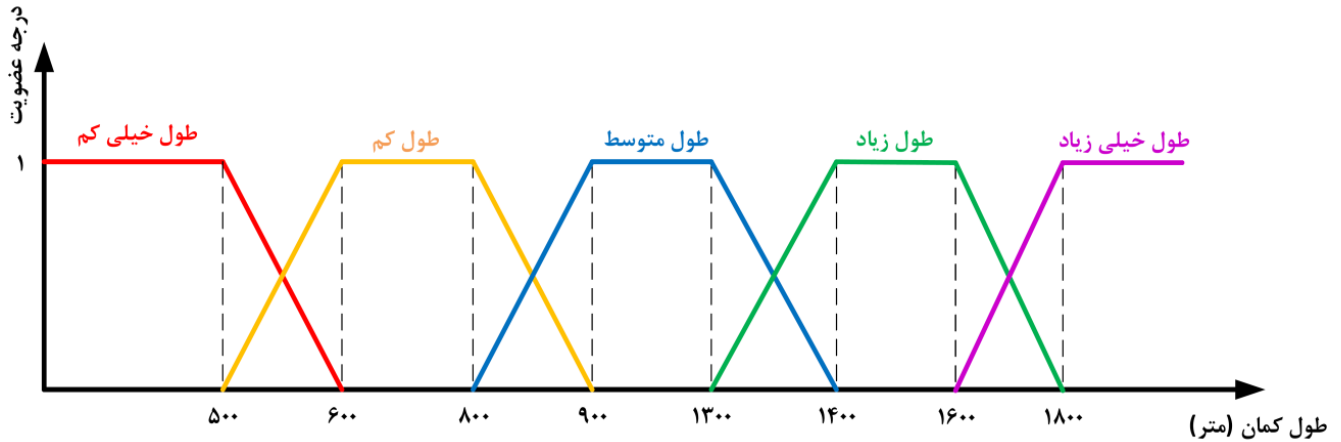
شکل ۱. دواير هم مرکز برای محاسبه جمعیت جذب شده به ناحیه در صورت احداث ایستگاه



شکل ۲. توابع عضویت سیستم استنتاج فازی سوگنو برای محاسبه ضریب جذب جمعیت

Fig. 2. Membership function of Sugeno fuzzy inference system for calculating population attraction coefficient





شکل ۳. توابع عضویت سیستم استنتاج فازی سوگنو برای محاسبه ضریب جریمه طول کمان

Fig. 3. Membership function of Sugeno fuzzy inference system for calculating penalty coefficient of edge length

$$\sum x_{ij} = \sum y_i - 1 \quad (2)$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ij} \leq \sum_{i \in S / \{k\}} y_i \quad k \in S \subseteq N, |S| \geq 2 \quad (3)$$

$$y_i = 0, 1 \quad i \in N \quad (4)$$

$$x_{ij} = 0, 1 \quad (i,j) \in E \quad (5)$$

همچنین برای طراحی خطوط حلقه‌ای مدل برنامه‌ریزی ریاضی دوتایی فازی مطرح شده در روابط (۶) الی (۱۱) پیشنهاد می‌گردد:

$$\min Z = \sum C_i y_i + \sum L_{ij} C_{ij} d_{ij} x_{ij} - \sum p_i y_i \quad (6)$$

s.t.

جای استفاده از قیدهای حداقل و حداکثر طول کمان، از یک ضریب جریمه فازی در محاسبه هزینه احداث کمان استفاده شود. این ضریب جریمه فازی با استفاده از یک سیستم استنتاج فازی که دارای توابع عضویت مطابق با شکل ۳ است، محاسبه می‌گردد. اگر  $d_{ij}$  طول خیلی کم محسوب شود، مقدار  $L_{ij}$  برابر با ۲۰ خواهد بود. اگر  $d_{ij}$  طول کم باشد، مقدار  $L_{ij}$  برابر با ۱، اگر  $d_{ij}$  طول متوسط محسوب شود، مقدار  $L_{ij}$  برابر با ۰/۸۵، اگر  $d_{ij}$  طول زیاد باشد، مقدار  $L_{ij}$  برابر با ۲ و در نهایت اگر  $d_{ij}$  طول خیلی زیاد محسوب شود، مقدار  $L_{ij}$  برابر با ۲۰ خواهد بود. همچنین لازم به ذکر است برای تبدیل اعداد فازی به اعداد حقیقی در هر دو سیستم استنتاج فازی سوگنو از روش مرکز سطح استفاده می‌شود.

خطوط شبکه مترو با یک گراف  $G(N,E)$  معادل‌سازی می‌گردد که در آن  $N$  مجموعه گره‌ها و  $E$  مجموعه کمان‌های گراف هستند. در این پژوهش برای طراحی خطوط غیرحلقه‌ای از مدل برنامه‌ریزی ریاضی دوتایی فازی مطرح شده در روابط (۱) الی (۵) استفاده می‌شود:

$$\min Z = \sum C_i y_i + \sum L_{ij} C_{ij} d_{ij} x_{ij} - \sum p_i y_i \quad (1)$$

s.t.

در این پژوهش برای مقایسه رویکرد فازی با رویکرد قطعی، در توابع هدف ارائه شده در روابط (۱۳) و (۱۴) ضرایب  $L_{ij}$  و  $d_{ij}$  حذف شده و قید حداقل و حداکثر طول کمان ( $I_{min}$  و  $I_{max}$ ) به مدل برنامه‌ریزی ریاضی اضافه می‌گردد (رابطه ۱۵). بر اساس ادبیات تخصصی حداقل و حداکثر طول کمان به ترتیب برابر با ۵۰۰ و ۲۰۰۰ متر در نظر گرفته می‌شود [۴]. همچنین در رویکرد قطعی برای محاسبه جمعیت جذب شده به ناحیه در صورت احداث ایستگاه، از روش دوایر هم مرکز (شکل ۱) استفاده می‌گردد.

$$\min Z = \sum C_i y_i + \sum C_{ij} d_{ij} x_{ij} - \sum p_i y_i \quad (13)$$

$$\max Z = \frac{\sum p_i y_i}{\sum C_i y_i + \sum C_{ij} d_{ij} x_{ij}} \quad (14)$$

$$I_{min} \leq d_{ij} \leq I_{max} \quad (15)$$

برای دید بهتر نسبت به مدل‌های مورد استفاده در این مقاله، این چهار مدل مطابق با شکل ۴ دسته‌بندی شده‌اند.

در این پژوهش مسائل برنامه‌ریزی ریاضی پیشنهادی، با استفاده از روش مطرح شده توسط برونو و همکاران [۴] حل می‌گردد. برای این کار ابتدا هر کریدور به صورت جداگانه با استفاده از روش برونو و همکاران طراحی می‌شود و خط بهینه در هر کریدور تعیین می‌گردد. سپس فاصله ایستگاه‌های خط جدید از ایستگاه‌های شبکه متروی فعلی محاسبه می‌شود. در صورتی که فاصله ایستگاه جدید طراحی شده، از ایستگاه موجود کمتر از ۵۰۰ متر باشد، ایستگاه جدید حذف و ایستگاه موجود جایگزین آن می‌گردد.

در رابطه با کنترل لزوم احداث خطوط حلقه‌ای، در ادبیات تخصصی رابطه رگرسیون لجستیک (۱۶) و (۱۷) پیشنهاد گردیده است [۲۵]:

$$y = 0.015R + 0.058Age + 0.221Pop - 0.001Area - 6.792 \quad (16)$$

$$P_C = \frac{1}{1 - e^{-y}} \quad (17)$$

که در آن،  $P_C$  احتمال وجود خط حلقه‌ای در شبکه،  $R$  طول خطوط غیرحلقه‌ای شبکه،  $Age$  سن شبکه،  $Pop$  جمعیت شهر و  $Area$  مساحت شهر است. همچنین در مطالعه‌ای دیگر با استفاده از رگرسیون خطی رابطه

$$\sum_{i \in \mathcal{I} \setminus \{i\}} x_{ij} = y_i \quad (7)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{J} \setminus \{j\}} x_{ij} = y_j \quad (8)$$

$$\sum_{i,j \in \delta-S} x_{ij} \geq y_k \quad k \in S \subseteq N, |S| \geq 2 \quad (9)$$

$$y_i = 0, 1 \quad i \in N \quad (10)$$

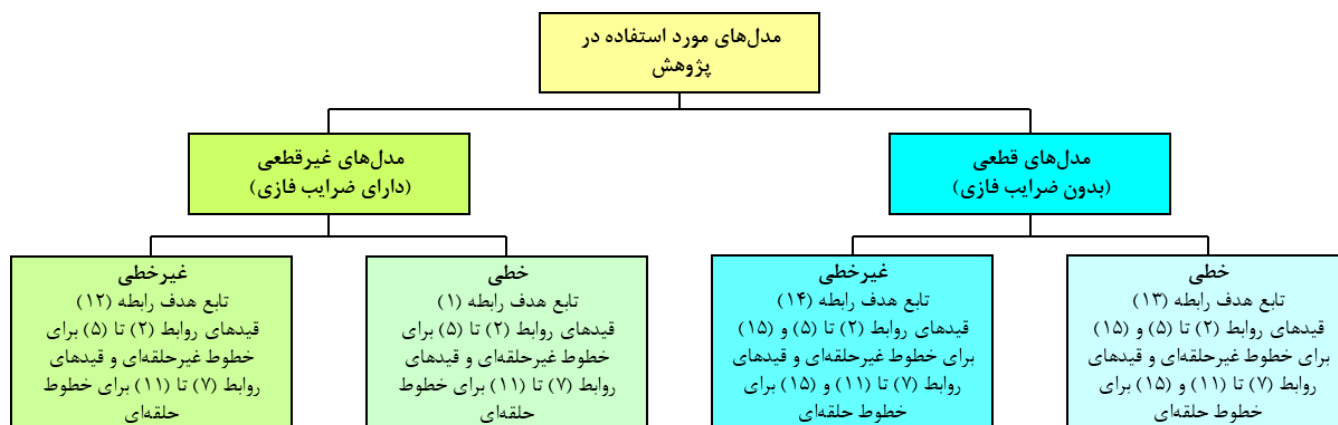
$$x_{ij} = 0, 1 \quad (i,j) \in E \quad (11)$$

در روابط مطرح شده،  $C_i$  هزینه احداث ایستگاه در ناحیه  $i$ ،  $C_{ij}$  هزینه احداث واحد طول کمان بین ناحیه  $i$  و  $j$ ،  $p_i$  جمعیت جذب شده به ناحیه  $i$  در صورت احداث ایستگاه،  $d_{ij}$  فاصله ناحیه  $i$  و  $j$ ،  $L_{ij}$  ضریب جریمه فازی (شکل ۳)،  $x_{ij}$  متغیر تصمیم دوتایی احداث کمان بین ناحیه  $i$  و  $j$  و  $y_i$  متغیر تصمیم دوتایی احداث ایستگاه در ناحیه  $i$  هستند.

رابطه‌های (۱) و (۶) بیانگر تابع هدف مدل هستند که دنبال کمینه کردن هزینه و بیشینه کردن پوشش هستند. رابطه (۲) برای طراحی خطوط غیر حلقه‌ای شرط لازم برای درختی بودن گراف معادل است. رابطه (۳) برای جلوگیری از تشکیل زیرشاخه<sup>۱</sup> تعریف شده است. روابط (۴) و (۵) برای تعریف متغیرهای تصمیم دوتایی هستند. رابطه‌های (۷) و (۸) مشخص‌کننده مسیر حلقه‌ای بسته هستند و رابطه (۹) برای حذف زیرشاخه‌ها تعریف شده‌اند. روابط (۱۰) و (۱۱) نیز برای تعریف متغیرهای تصمیم دوتایی هستند.

همچنین در این پژوهش برای طراحی خطوط جدید شبکه مترو علاوه بر تابع هدف مطرح شده در روابط (۱) و (۶)، از رابطه (۱۲) نیز به عنوان تابع هدف استفاده خواهد شد. لازم به ذکر است که در این حالت قیده‌های (۲) الی (۵) برای طراحی خطوط غیرحلقه‌ای و قیده‌های (۷) الی (۱۱) برای طراحی خطوط حلقه‌ای باید در نظر گرفته شود. رابطه (۱۲) به دنبال بیشینه کردن نسبت پوشش جمعیتی به هزینه ساخت خطوط است.

$$\max Z = \frac{\sum p_i y_i}{\sum C_i y_i + \sum L_{ij} C_{ij} d_{ij} x_{ij}} \quad (12)$$



شکل ۴. دسته‌بندی مدل‌های مورد استفاده در این مقاله

Fig. 4. Classification of utilized models in this article

$$\beta = \frac{N_{ISS}}{N_S} \quad (20)$$

$$\gamma = \frac{N_{ISS}}{3N_S - 2} \quad (21)$$

$$S_D = \frac{N_S}{A} \quad (22)$$

(۱۸) برای تخمین طول مورد نیاز برای خطوط حلقه‌ای پیشنهاد گردیده است که در آن  $L_c$  طول مورد نیاز خطوط حلقه‌ای،  $D_p$  تراکم جمعیتی شهر بر حسب هزار نفر بر کیلومتر مربع و  $R$  طول خطوط غیرحلقه‌ای شبکه است [۲۶].

$$L_C = 2.22D_p + 0.053R_d \quad (18)$$

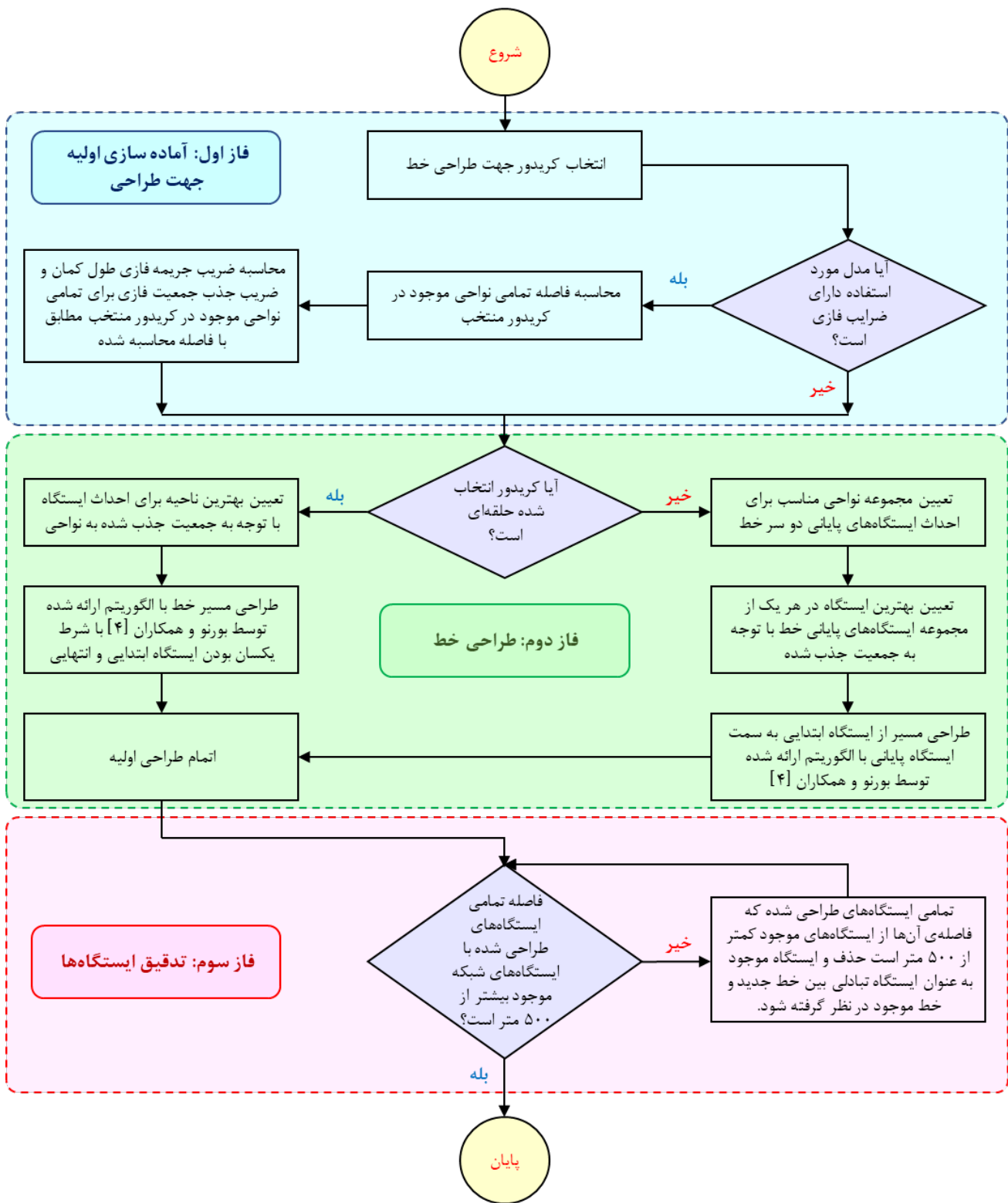
برای حل مسائل برنامه‌ریزی ریاضی مطرح شده در این پژوهش ابتدا در هر کریدور، با استفاده از روش مطرح شده توسط برونو و همکاران [۴] خط مترو به طور آزادانه و بدون در نظر گرفتن خطوط موجود شبکه طراحی می‌گردد. در گام بعدی موقعیت خط جدید طراحی شده با توجه به شبکه موجود اصلاح می‌گردد. بدین صورت که چنانچه فاصله ایستگاه جدید از ایستگاه موجود کمتر از ۵۰۰ متر باشد، محل ایستگاه جدید به محل ایستگاه موجود منتقل می‌گردد. برای درک بهتر فلوچارت روند حل مسئله در شکل ۵ نشان داده شده است.

با توجه به اینکه در این پژوهش خطوط جدید شبکه مترو، با استفاده از دو تابع هدف مختلف طراحی می‌شوند، مقایسه دو شبکه طراحی شده از شاخص‌های ارزیابی که در ادبیات تخصصی ارائه شده‌اند استفاده می‌گردد. این شاخص‌ها شامل در دسترس بودن حلقه  $(\alpha)$  [۲۷]، پیچیدگی شبکه  $(\beta)$  [۲۷] و اتصال شبکه  $(\gamma)$  [۲۸ و ۲۷] و تراکم ایستگاه  $(S_D)$  [۲۴] است. برای محاسبه این شاخص‌ها از روابط (۱۹) الی (۲۲) استفاده می‌شود که در آن‌ها  $N_{ISS}$  و  $N_S$  به ترتیب بیانگر تعداد گره‌ها و کمان‌های گراف معادل شبکه و  $A$  مساحت شهر بر حسب کیلومتر مربع است.

#### ۴- مدل‌سازی و تحلیل

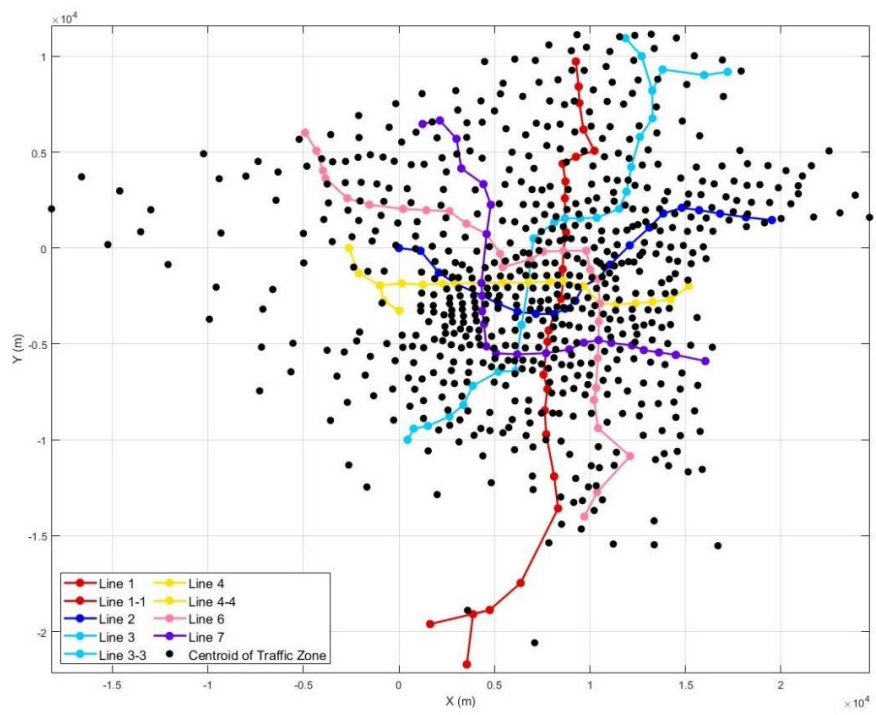
در شرایط کنونی شهر تهران دارای جمعیت ۹/۰۳۳ میلیون نفر، مساحت ۷۳۰ کیلومتر مربع و شبکه مترویی با ۷ خط است اما شایان ذکر است که

$$\alpha = \frac{N_{ISS} - N_S + 1}{2N_S - 5} \quad (19)$$



شکل ۵. روند حل مدل برنامه ریزی ریاضی طراحی شبکه مترو

Fig. 5. Flowchart of solution of subway network design mathematical programming model



شکل ۶. نقشه فعلی خطوط متروی شهر تهران

Fig. 6. Map of current Tehran subway network

یکی حول محدوده طرح ترافیک و دیگری تقریباً دور تا دور محدوده کنترل آلودگی هوا) مطابق با شکل ۸ فرض می‌گردد. در واقع می‌توان گفت این دو خط حلقه‌ای به نوعی باعث پوشش بهتر شبکه مترو در محدوده‌های مرکزی شهر می‌گردد.

برای حل هر چهار مدل برنامه‌ریزی ریاضی ارائه شده در بخش روش‌شناسی از روش ابتکاری برونو و همکاران [۴] استفاده می‌گردد اما بعد از آن که خط به طور آزادانه در کریدور طراحی گردید، مطابق با فلوجارت شکل ۵، چنانچه فاصله ایستگاه‌های جدید از ایستگاه‌های موجود کمتر از ۵۰۰ متر باشد، ایستگاه جدید حذف و ایستگاه قبلی به عنوان ایستگاه تبادلی در نظر گرفته می‌شود. ورودی‌های مدل مثل جمعیت و هزینه ساخت برای آنکه بتوانند تاثیر گذاری لازم را داشته باشند به ترتیب بر حسب نفر و میلیارد تومان در مدل لحاظ می‌گردند. همچنین برای حل مدل‌ها در نرم افزار Matlab برنامه نویسی شده است.

نتایج طراحی خطوط جدید شبکه (خطوط ۸ الی ۱۳) با رویکرد فازی و با هدف بیشینه کردن پوشش شبکه و کمینه کردن هزینه ساخت (تابع هدف رابطه‌های (۱) و (۶)) مطابق با شکل ۹ خواهد بود. مطابق با جدول ۳، و با

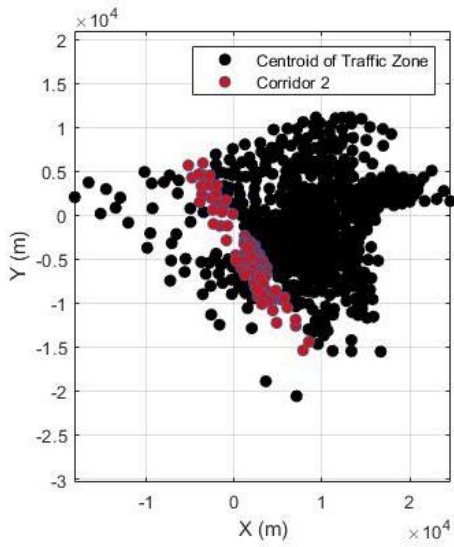
خط ۵ (صادقیه - گلشهر) به حومه تهران سرویس‌دهی می‌کند. با صرف نظر کردن از خط ۵، نقشه خطوط فعلی شبکه مترو تهران مطابق با شکل ۶ و مشخصات آن مطابق با جدول ۲ است. با توجه به آنکه مختصات شهر تهران بر اساس UTM اعداد ۶ و ۷ رقمی است، برای ساده‌سازی مختصات ایستگاه‌های مترو با فرض منطبق بودن مبدا مختصات بر ایستگاه متروی صادقیه محاسبه شده است.

برای محاسبه مختصات مرکز هندسی نواحی ترافیکی، مبدا مختصات بر روی ایستگاه متروی صادقیه فرض گردیده است. برای طراحی خطوط غیر حلقه‌ای، ۴ کریدور (شرقی، غربی، شمالی و جنوبی) مطابق با شکل ۷ فرض می‌شود. با توجه به طول کریدورها مشخص می‌گردد که حدود ۸۰ کیلومتر خط غیر حلقه‌ای به شبکه اضافه خواهد شد. با فرض آن که افق طرح ۱۵ ساله (تا سال ۱۴۱۰) باشد، جمعیت شهر تهران در آن سال برابر با ۹/۷۳۴ میلیون نفر تخمین زده شده است [۲۹]. بنابراین با استفاده از رابطه (۱۶) و (۱۷) مشخص می‌گردد که شهر تهران نیازمند احداث خطوط حلقه‌ای نیز است. با استفاده از رابطه (۱۸) طول تخمین زده شده برای خطوط حلقه‌ای برابر با ۴۱ کیلومتر نیاز دارد. از این رو دو کریدور حلقه‌ای پیرامون مرکز شهر

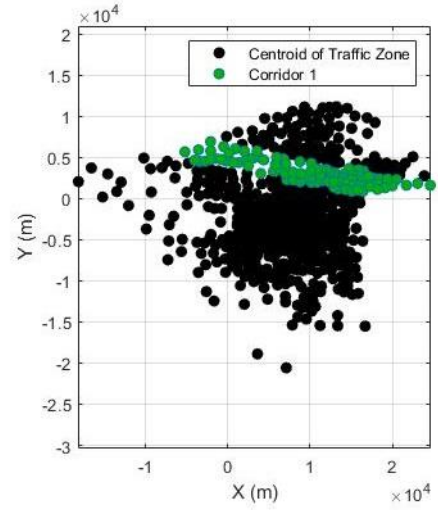
جدول ۲. مشخصات شبکه متروی شهر تهران

Table 2. Properties of Tehran subway network

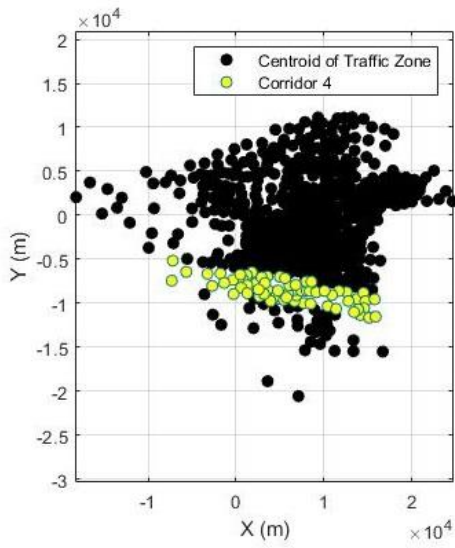
محلّی غیر خطّی با شاخه و کرانه			تخصیص ناوگان به طور هم‌زمان	
روش ابتکاری ارائه شده در مقاله	قید تقاضا	کمینه کردن تأثیرات بدترین سناریو خرابی	طراحی شبکه مترو با در نظر گرفتن خطرات احتمالی	Cadarso & Marin (۲۰۱۷) [۱۶]
روش فراابتکاری تطبیقی جست و جوی همسایگی	قید بودجه، حداقل و حداکثر تعداد ایستگاه در هر خط و حداقل تقاضا	بیشینه کردن درآمد و کمینه کردن هزینه‌های ساخت و خرید ناوگان و نگهداری آن	طراحی شبکه مترو	Canca و همکاران (۲۰۱۷) [۱۷]
روش ابتکاری ارائه شده در مقاله	حداقل و حداکثر طول کمان و قید تقاضا	کمینه کردن هزینه ساخت شبکه و بیشینه کردن زمان ذخیره شده در صورت سفر با مترو	طراحی شبکه مترو با در نظر گرفتن رقابت بین شیوه‌های مختلف سفر	Gutierrez Jarpa و همکاران (۲۰۱۷) [۱۸]
شاخه و کرانه	قید تقاضا و بودجه	کمینه کردن هزینه ساخت شبکه و کمینه کردن تعداد تعویض خط	طراحی شبکه مترو با حداقل تعویض خط	Cadarso & Marin (۲۰۱۷) [۱۹]
الگوریتم کریدور مینا	قید بودجه و قید زاویه داخلی بین کمان‌های متوالی	بیشینه کردن تعداد سفرهای قابل سرویس‌دهی	طراحی شبکه مترو کریدور مینا	Gutierrez Jarpa و همکاران (۲۰۱۸) [۲۰]
روش ابتکاری ارائه شده در مقاله	قید بودجه و قید تقاضا	کمینه کردن هزینه ساخت خطوط جدید و بیشینه کردن تقاضای پوشش داده شده	توسعه شبکه متر	Wei و همکاران (۲۰۱۹) [۲۱]
روش ابتکاری ارائه شده در مقاله	قید حداقل و حداکثر طول کمان	کمینه کردن هزینه ساخت و بیشینه کردن پوشش جمعیتی	طراحی خطوط شبکه مترو	مهدوی و همکاران (۲۰۱۹) [۲۲]



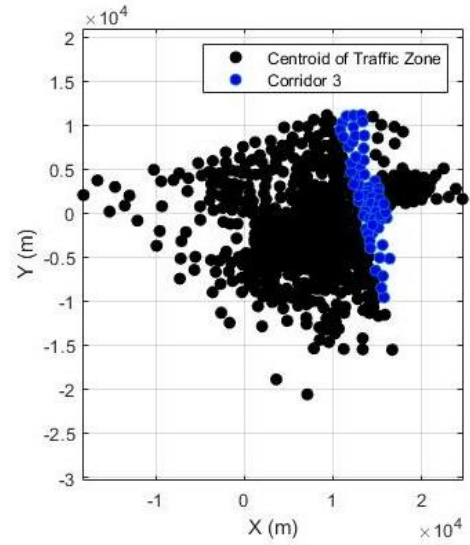
ب) کریدور غربی



الف) کریدور شمالی



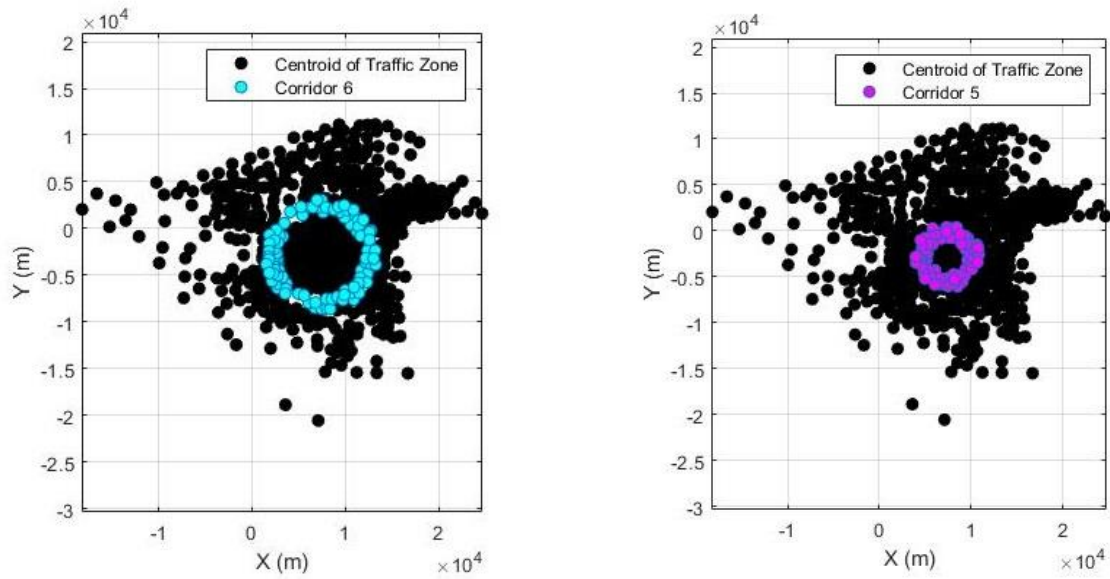
د) کریدور جنوبی



ج) کریدور شرقی

شکل ۷. کریدورهای فرض شده خطوط غیرحلقه‌ای

Fig. 7. Corridors of non-ring lines



الف) کریدور حلقه‌ای دور تا دور محدوده طرح ترافیک      ب) کریدور حلقه‌ای دور تا دور محدوده کنترل آلودگی هوا

شکل ۸. کریدورهای فرضی خطوط حلقه‌ای

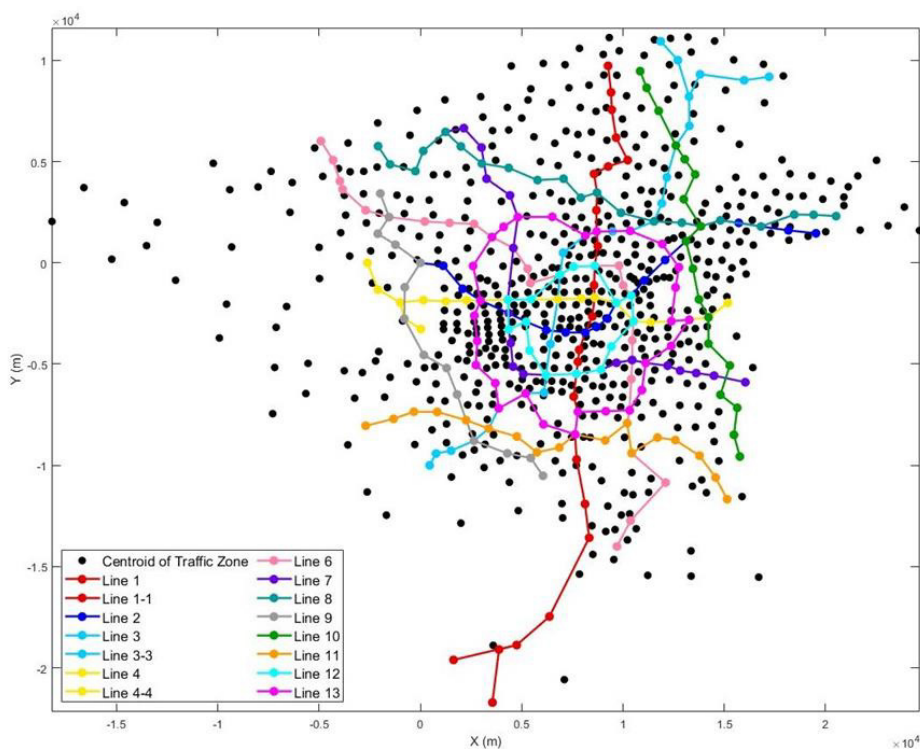
Fig. 8. Corridors of ring lines

جدول ۳. مشخصات خطوط طراحی شده با رویکرد فازی و تابع هدف خطی

Table 3. Results of designed lines with fuzzy approach and linear objective function

مقدار	شاخص ارزیابی
۱۳۹	تعداد کل ایستگاه‌ها ( $N_s$ )
۱۴۶	تعداد کل کمان‌ها ( $N_{iss}$ )
۱۷۵/۲	طول کل شبکه (کیلومتر)
۰/۰۲۹۳	دسترسی حلقه ( $\alpha$ )
۱/۰۵۰۴	پیچیدگی شبکه ( $\beta$ )
۰/۳۵۱۸	اتصال شبکه ( $\gamma$ )
۰/۱۹۰	تراکم ایستگاه ( $S_D$ ) (ایستگاه بر کیلومتر مربع)
۱۲۰۰	متوسط طول کمان‌ها (متر)
۳/۵۶	پوشش شبکه (میلیون نفر)





شکل ۹. نتایج طراحی شبکه با رویکرد فازی و تابع هدف خطی

Fig. 9. Results of network design with fuzzy approach and linear objective function

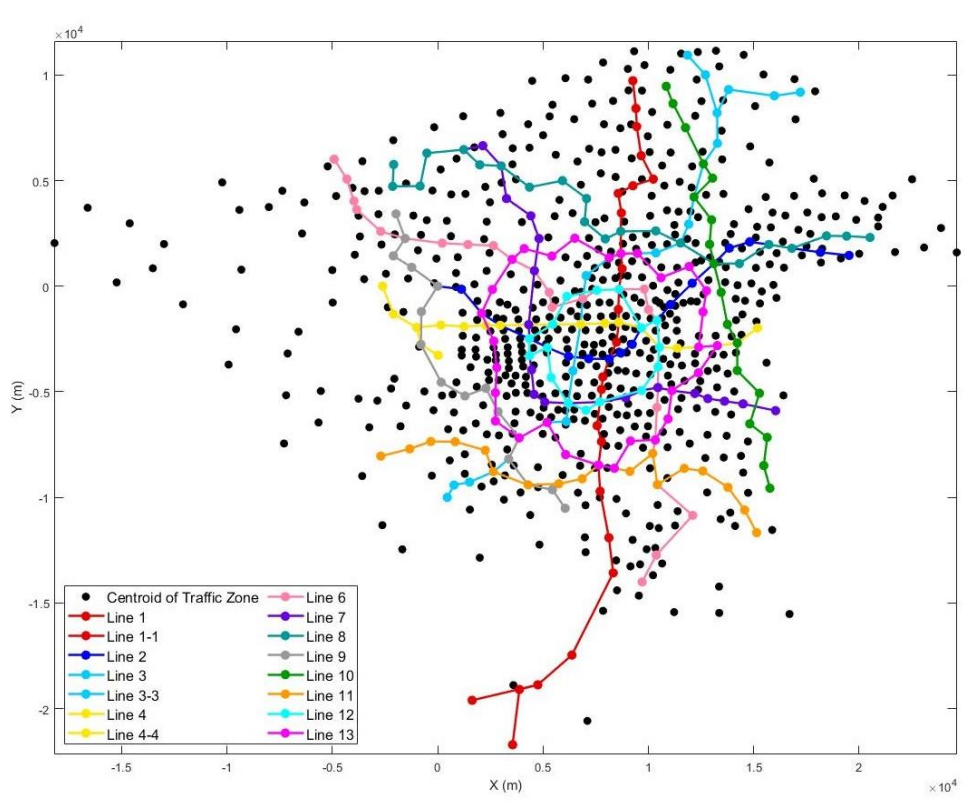
رابطه (۱۳) حاکی از آن است که طول خطوط و تعداد ایستگاه‌های جدید به ترتیب برابر با  $۱۳۰/۳$  کیلومتر و ۶۳ ایستگاه است (شکل ۱۱). همچنین برای احداث این خطوط بودجه‌ای معادل با  $۴۳/۷$  هزار میلیارد تومان لازم است. نتایج طراحی شبکه با رویکرد قطعی و با استفاده از تابع هدف غیرخطی رابطه (۱۴) بیانگر آن است که طول خطوط و تعداد ایستگاه‌های جدید به ترتیب برابر با  $۱۴۰/۲$  کیلومتر و ۶۷ ایستگاه است (شکل ۱۲) که برای احداث آن‌ها بودجه‌ای معادل با  $۴۷/۲$  میلیارد تومان مورد نیاز است.

با توجه به فرض‌های اولیه پژوهش و مطابق با جدول ۵ و شکل ۱۳ مشخص می‌گردد، طراحی خطوط جدید با استفاده از هر دو مدل با رویکرد فازی تقریباً به یک میزان و بیشتر از هر دو رویکرد قطعی، وضعیت توپولوژی و پوشش شبکه را بهبود می‌دهد. اما با در نظر گرفتن هزینه ساخت خطوط، می‌توان گفت شبکه طراحی شده با رویکرد فازی با هدف بیشینه کردن پوشش و کمینه کردن هزینه ساخت با متوسط میزان بهبود  $۱/۵۲$  درصد

فرض آن که هزینه ساخت یک کیلومتر مترو و یک ایستگاه به طور میانگین به ترتیب برابر با ۳۰۰ و ۵۰ میلیارد تومان باشد (هزینه‌ها به طور حدودی از طریق مهندسان با تجربه این زمینه تعیین گردیده است)، هزینه ساخت آن‌ها برابر با  $۴۷/۷$  هزار میلیارد تومان خواهد بود. این خط جدید طراحی شده در مجموع ۴۴ ایستگاه تبادلی با خطوط فعلی و خودشان دارند. همچنین خط ۱۳ (حلقه دور محدوده کنترل آلودگی هوا) طولانی‌ترین خط است که با اکثر خطوط ایستگاه تبادلی دارد.

در شکل ۱۰ نتایج طراحی خطوط جدید (خطوط ۸ الی ۱۳) با رویکرد فازی و با هدف بیشینه کردن نسبت پوشش شبکه به هزینه ساخت (رابطه ۱۲) آورده شده است. با در نظر گرفتن ویژگی‌های خطوط جدید (جدول ۴) مشخص می‌گردد که برای احداث آن‌ها هزینه برابر با  $۴۹/۴$  هزار میلیارد تومان خواهد بود. در این حالت ۴۸ ایستگاه تبادلی به شبکه مترو اضافه می‌گردد.

نتایج طراحی شبکه با رویکرد قطعی و با استفاده از تابع هدف خطی



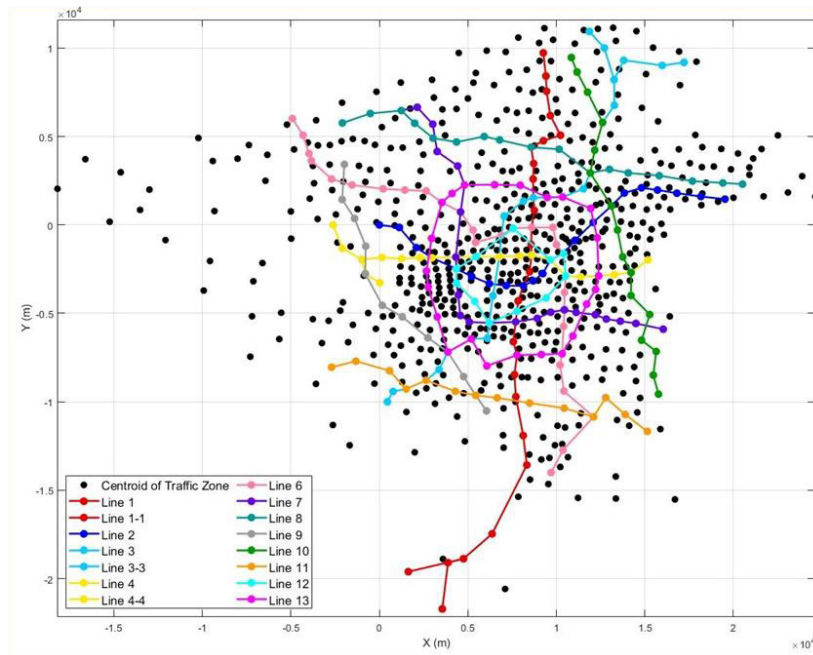
شکل ۱۰. نتایج طراحی شبکه با رویکرد فازی و تابع هدف غیرخطی

Fig. 10. Results of network design with fuzzy approach and non-linear objective function

جدول ۴. مشخصات خطوط طراحی شده با رویکرد فازی و تابع هدف غیرخطی

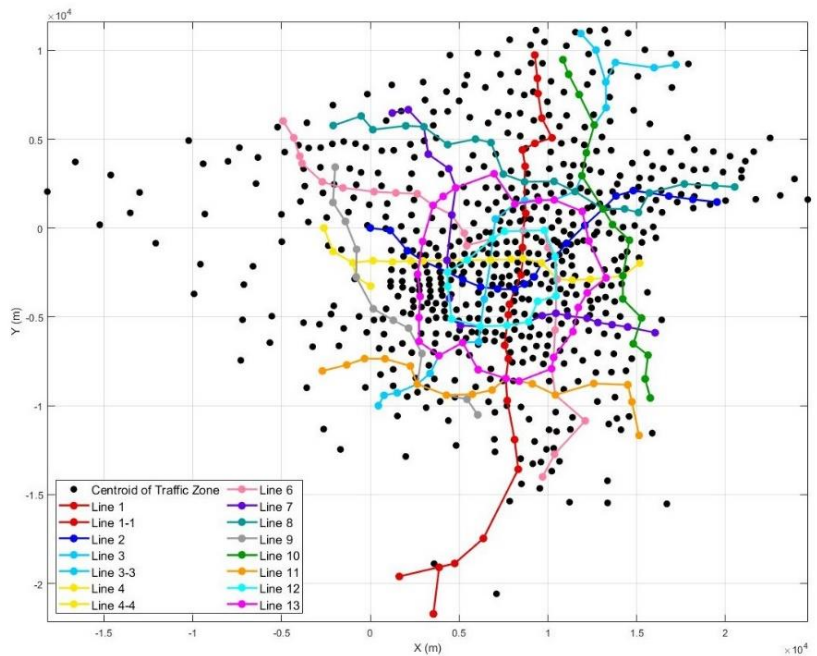
Table 4. Properties of designed lines with fuzzy approach and non-linear objective function

تعداد ایستگاه تبادلی	تعداد کمان	تعداد ایستگاه	طول (کیلومتر)	نام خط
۶	۲۲	۲۳	۲۵/۵	خط ۸
۵	۱۴	۱۵	۱۸/۴	خط ۹
۴	۱۷	۱۸	۲۱/۱	خط ۱۰
۵	۱۷	۱۸	۲۰/۳	خط ۱۱
۱۲	۱۵	۱۵	۱۸/۲	خط ۱۲
۱۲	۲۹	۲۹	۳۵/۸	خط ۱۳
۴۴	۱۱۴	۱۱۸	۱۳۹/۳	مجموع



شکل ۱۱. نتایج طراحی شبکه با رویکرد قطعی و تابع هدف خطی

Fig. 11. Results of network design with deterministic approach and linear objective function



شکل ۱۲. نتایج طراحی خطوط شبکه با رویکرد قطعی و تابع هدف غیرخطی

Fig. 12. Results of network design with deterministic approach and non-linear objective function

جدول ۵. ارزیابی شبکه‌های متروی طراحی شده

Table 5. Assessment of designed subway network

میزان بهبود شاخص‌ها نسبت به وضع موجود								شاخص ارزیابی
رویکرد قطعی غیر خطی		رویکرد قطعی خطی		رویکرد فازی غیر خطی		رویکرد فازی خطی		
مقدار	درصد	مقدار	درصد	مقدار	درصد	مقدار	درصد	
۴۸/۲	۲۰۶	۴۵/۳	۲۰۲	۵۳/۲	۲۱۳	۵۱/۸	۲۱۱	تعداد کل ایستگاه‌ها (Ns)
۶۷/۱	۲۴۴	۶۱/۰	۲۳۵	۷۹/۵	۲۶۲	۷۸/۱	۲۶۰	تعداد کل کمان‌ها (N <sub>ISS</sub> )
۸۰/۰	۳۱۵/۴	۷۴/۴	۳۰۵/۵	۸۲/۵	۳۱۹/۷	۷۹/۵	۳۱۴/۵	طول کل شبکه (کیلومتر)
۲۲۷/۰	۰/۰۹۶	۱۹۰/۸	۰/۰۸۵	۳۰۵/۳	۰/۱۱۹	۳۰۹/۲	۰/۱۲۰	دسترسی حلقه (α)
۱۲/۸	۱/۱۸۵	۱۰/۸	۱/۱۶۳	۱۷/۱	۱/۲۳۰	۱۷/۳	۱/۲۳۲	پیچیدگی شبکه (β)
۱۲/۶	۰/۳۹۶	۱۰/۶	۰/۳۸۹	۱۶/۹	۰/۴۱۱	۱۷/۱	۰/۴۱۲	اتصال شبکه (γ)
۴۸/۲	۰/۲۸۲	۴۵/۳	۰/۲۷۷	۵۳/۲	۰/۲۹۲	۵۱/۸	۰/۲۸۹	تراکم ایستگاه (S <sub>D</sub> ) (ایستگاه بر کیلومتر مربع)
۷/۷	۱۲۹۳	۸/۳	۱۳۰۰	۱/۷	۱۲۲۰	۰/۸	۱۲۱۰	متوسط طول کمان‌ها (متر)*
۴۲/۴	۵/۰۷	۳۹/۳	۴/۹۶	۵۰/۶	۵/۳۶	۴۹/۲	۵/۳۱	پوشش شبکه (میلیون نفر)
۵۸/۹		۵۲/۱		۷۲/۹		۷۲/۶		متوسط میزان بهبود (/)

جدول ۶. مقایسه نسبت بهبود به هزینه شبکه‌های طراحی شده

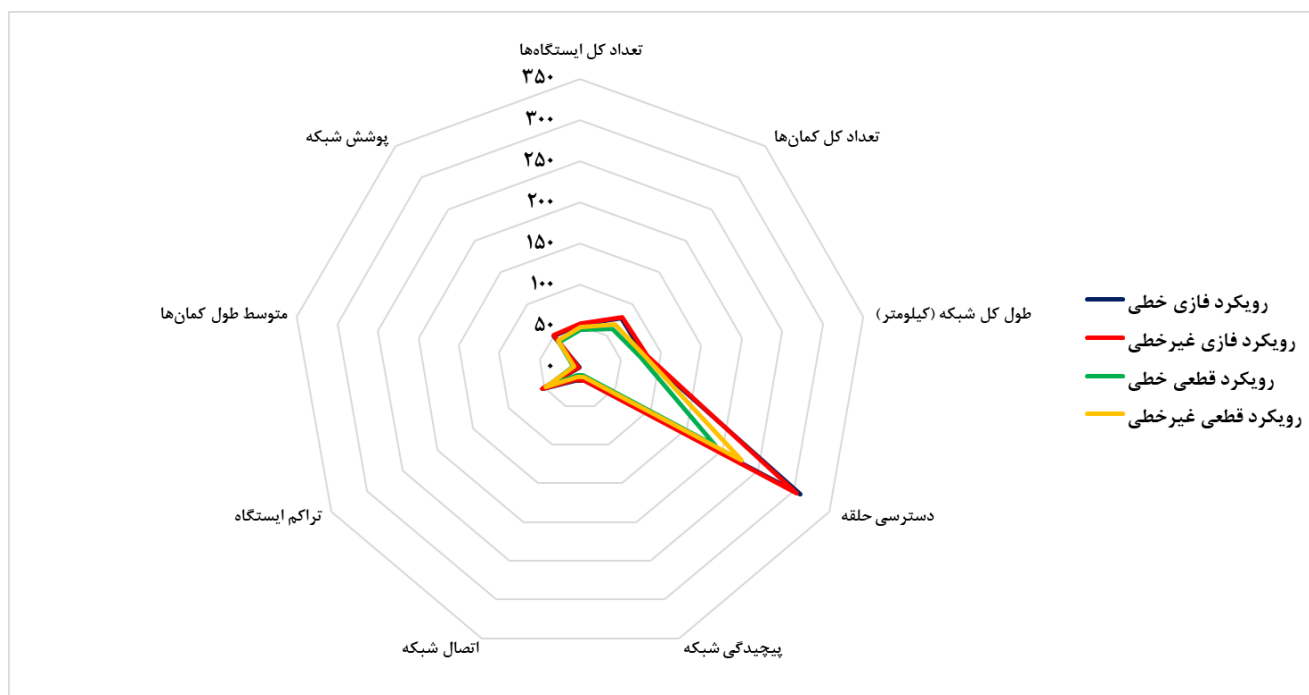
Table 6. Comparison of improvement per cost ratio of designed network

نسبت بهبود به هزینه	هزینه ساخت (هزار میلیارد تومان)	متوسط بهبود شاخص‌های ارزیابی شبکه (%)	رویکرد طراحی
۱/۱۹۲	۴۳/۷	۵۲/۱	قطعی خطی
۱/۲۴۸	۴۷/۲	۵۸/۹	قطعی غیر خطی
۱/۵۲۲	۴۷/۷	۷۲/۶	فازی خطی
۱/۴۷۶	۴۹/۴	۷۲/۹	فازی غیر خطی

می‌توان گفت استفاده از رویکرد فازی برای طراحی خطوط جدید شبکه مترو، توانسته به طور متوسط ۲۳ درصد بیشتر از رویکرد قطعی، وضع موجود شبکه را از لحاظ شاخص نسبت بهبود به هزینه، بهبود دهد.

\* با توجه به اینکه هر چه متوسط طول کمان بیشتر باشد، فاصله بین ایستگاه‌ها بیشتر و میزان دسترسی کمتر خواهد بود، این شاخص در محاسبه متوسط میزان بهبود با علامت منفی لحاظ می‌گردد.

به ازای هزار میلیارد تومان سرمایه‌گذاری نسبت به شبکه طراحی شده با رویکرد فازی با هدف بیشینه کردن نسبت پوشش به هزینه ساخت با متوسط میزان بهبود ۱/۴۸ درصد به ازای هزار میلیارد تومان سرمایه‌گذاری شبکه بهتری است (جدول ۶). این در حالی است که طراحی خطوط جدید با استفاده از رویکرد قطعی خطی و غیرخطی به ترتیب دارای متوسط بهبود ۱/۱۹ و ۱/۲۵ درصد به ازای هزار میلیارد تومان سرمایه‌گذاری هستند. به طور کلی



شکل ۱۳: مقایسه تغییرات شاخص‌های ارزیابی شبکه در هر یک از مدل‌ها

Fig. 13. Comparison of change of network evaluation indices in each model

که دارای دو تابع هدف: ۱- بیشینه کردن پوشش شبکه و کمینه کردن هزینه ساخت و ۲- بیشینه کردن نسبت پوشش به هزینه ساخت است. برای محاسبه جمعیت جذب شده به ایستگاه مترو از یک روش فازی پیشنهادی و برای اعمال کردن قید حداقل و حداکثر طول کمان استفاده از ضرایب جریمه فازی پیشنهادی و برای حل آن از روش پیشنهاد شده توسط برونو و همکاران استفاده گردید. در ادامه به برخی نتایج حاصل از پژوهش جاری پرداخته می‌شود.

۲- مجموع طول خطوط جدید طراحی شده (خط ۸ الی ۱۳) با رویکرد فازی و هدف بیشینه کردن پوشش و کمینه کردن هزینه ساخت، برابر با  $139/3$  کیلومتر و تعداد ایستگاه‌های آن برابر با ۱۱۸ است. برای احداث این خطوط هزینه‌ای بالغ بر  $47/7$  هزار میلیارد تومان لازم است که در این حالت نسبت بهبود (از نظر توپولوژی و پوشش) به هزینه برابر با  $1/52$  درصد به ازای هر هزار میلیارد تومان سرمایه گذاری است.

۳- در صورتی که خطوط جدید با رویکرد فازی و هدف بیشینه کردن نسبت پوشش به هزینه ساخت طراحی شوند، مجموع طول و تعداد ایستگاه

با توجه به توضیحات ارائه شده مشخص می‌گردد که شبکه شکل ۹ از نظر معیار میزان بهبود به هزینه ساخت، شبکه بهتری است. در این شبکه اولویت اول بهره‌برداری خطوط با توجه به میزان بهبود به هزینه با خط ۱۲ و بعد از آن به ترتیب خطوط ۱۳، ۹، ۱۱، ۱۰ و ۸ قرار می‌گیرند. برای به دست آوردن ترتیب بهره‌برداری خطوط ۶۴ حالت شبکه مختلف (۲<sup>۶</sup> حالت: ۶ خط و هر خط دو حالت بهره‌برداری شده و بهره‌برداری نشده) در نظر گرفته شده است و در تمامی ۶۴ شبکه نسبت بهبود به هزینه ساخت مشابه با جدول ۵ محاسبه شده است.

#### ۵- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

طراحی شبکه‌های حمل و نقل مترو همواره یکی از مسائل پرچالش مهندسان و برنامه‌ریزان بوده است و هر یک از آن‌ها از جنبه‌های متفاوتی به مسئله نگاه نموده و راه‌های مختلفی را جهت طراحی آن پیشنهاد نموده‌اند. در این پژوهش با توجه به ضعف‌هایی که روش قطعی دارد، طراحی خطوط جدید شبکه مترو با استفاده از مدل برنامه‌ریزی ریاضی فازی انجام شد

- problem. *Top*, 15(2) (2007) 231-241.
- [7] A. Marin, P. Jaramillo. Urban rapid transit network capacity expansion. *European Journal of Operational Research*, 191(1) (2008) 45-60.
- [8] A. Marin, P. Jaramillo. Urban rapid transit network design: accelerated Benders decomposition. *Annals of Operations Research*, 169(1) (2009) 35-53.
- [9] S. Kermansshahi, M. Shafahi, Y. Mollanejad, M. Zangui. Rapid transit network design using simulated annealing. In *12th World conference of transportation research* (2010) 11-15.
- [10] G. Laporte, A. Marin, J.A. Mesa, F. Perea. Designing robust rapid transit networks with alternative routes. *Journal of advanced transportation*, 45(1) (2011) 54-65.
- [11] S. Afandizadeh, M. Ahmadinejad, M. Hashemi. A genetic algorithm approach to metro design problem. *Journal of transportation research*, 8(1) (2011) 1-10 (In Persian).
- [12] G. Gutiérrez-Jarpa, C. Obreque, G. Laporte, V. Marianov. Rapid transit network design for optimal cost and origin-destination demand capture. *Computers & Operations Research*, 40(12) (2013) 3000-3009.
- [13] G. Laporte, M.M. Pascoal. Path based algorithms for metro network design. *Computers & Operations Research*, 62 (2015) 78-94.
- [14] E.M. de Sá, I. Contreras, J.F. Cordeau. Exact and heuristic algorithms for the design of hub networks with multiple lines. *European Journal of Operational Research*, 246(1) (2015) 186-198.
- [15] D. Canca, A. De-Los-Santos, G. Laporte, J.A. Mesa. A general rapid network design, line planning and fleet investment integrated model. *Annals of Operations Research*, 246(1-2) (2016) 127-144.
- [16] L. Cadarso, A. Marín. Rapid transit network design considering risk aversion. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 52 (2016) 29-36.
- [17] D. Canca, A. De-Los-Santos, G. Laporte, J.A. Mesa. An adaptive neighborhood search metaheuristic for the integrated railway rapid transit network design and line
- آن‌ها به ترتیب برابر با ۱۴۴/۶ کیلومتر و ۱۲۰ ایستگاه است و با توجه به هزینه ۴۹/۴ هزار میلیارد تومانی، دارای نسبت بهبود به هزینه ۱/۴۸ درصد به ازای هر هزار میلیارد تومان سرمایه گذاری است.
- ۴- با مقایسه رویکرد فازی و رویکرد قطعی در طراحی خطوط جدید مشخص می‌گردد، رویکرد فازی ۲۳ درصد بیشتر از رویکرد قطعی می‌تواند وضعیت شبکه را از لحاظ شاخص بهبود به هزینه، بهتر نماید.
- ۵- اولویت بهره‌برداری در شبکه طراحی شده با هدف بیشینه کردن پوشش و کمینه کردن هزینه ساخت با توجه به معیار میزان بهبود (از نظر توپولوژی و پوشش) به هزینه ساخت، با خط ۱۲ است و بعد از آن به ترتیب خطوط ۱۳، ۹، ۱۱، ۱۰ و ۸ باید به بهره‌برداری برسند.
- ۶- در این پژوهش کریدورهای طراحی از پیش تعیین شده فرض شد، برای ادامه کار پیشنهاد می‌گردد که مطالعه‌ای جهت تعیین مکان کریدورهای بهینه خطوط جدید مترو تهران انجام گردد. همچنین پیشنهاد می‌شود برای بهبود نتایج طراحی خطوط جدید با در نظر گرفتن تقاضای سفر شهر تهران انجام شود. همچنین پیشنهاد می‌گردد سایر انواع توابع عضویت فازی نیز برای ضرایب جریمه طول و ضریب جذب جمعیت در نظر گرفته شود و نتایج آن با نتایج ارائه شده در این مقاله مقایسه گردد.

## منابع

- [1] D. Pulido, G. Darido, R. Munoz-Raskin, J. Moody. *The urban rail development handbook*. World Bank Group Press, (2018).
- [2] G. Laporte, J. A. Mesa, F. A. Ortega, F. Perea. Planning rapid transit networks. *Socio-Economic Planning Sciences*, 45(3) (2011) 95-104.
- [3] H. Dufourd, M. Gendreau, G. Laporte. Locating a transit line using tabu search. *Location Science*, 4(1-2) (1996) 1-19.
- [4] G. Bruno, M. Gendreau, G. Laporte. A heuristic for the location of a rapid transit line. *Computers & Operations Research*, 29(1) (2002) 1-12.
- [5] M. Labbé, G. Laporte, I.R. Martín, J.J.S. González. The ring star problem: Polyhedral analysis and exact algorithm. *Networks: An International Journal*, 43(3) (2004) 177-189.
- [6] A. Marín. An extension to rapid transit network design

- [24] A.R. Mahdavi, A.R. Mamdoohi, M. Allahviranloo, Topology Evaluation of Tehran metro network utilizing a mixed index for metro networks ranking, *Amirkabir Journal of Civil Engineering*, Online Published (2019) (DOI: 10.22060/CEEJ.2019.16436.6226) (In Persian).
- [25] S. Saidi. Long Term Planning and Modeling of Ring-Radial Urban Rail Transit Networks. PhD Dissertation, University of Calgary (2016).
- [26] S. Saidi, S. Wirasinghe, L. Kattan. Rail Transit: Exploration with Emphasis on Networks with Ring Lines. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2419 (2014) 23-32.
- [27] J. Zhang, M. Zhao, H. Liu, X. Xu. Networked characteristics of the urban rail transit networks. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 392(6) (2013) 1538-1546.
- [28] N. Sharav, S. Bekhor, Y. Shiftan. Network Analysis of the Tel Aviv Mass Transit Plan. *Urban Rail Transit*, 4(1) (2018) 23-34.
- [29] J. Mahdianpoor, H. Saremi. Analysis of quantitative and economic indicators of housing and forecasting of population structure, housing prices and houses required till 1410 in Tehran, *Urban management studies*, 9(31) (2017) 37-57 (In Persian).
- planning problem. *Computers & Operations Research*, 78 (2017) 1-14.
- [18] G. Gutiérrez-Jarpa, G. Laporte, V. Marianov, L. Moccia. Multi-objective rapid transit network design with modal competition: The case of Concepción, Chile. *Computers & Operations Research*, 78 (2017) 27-43.
- [19] L. Cadarso, A. Marín. Improved rapid transit network design model: considering transfer effects. *Annals of Operations Research*, 258(2) (2017) 547-567.
- [20] G. Gutiérrez-Jarpa, G. Laporte, V. Marianov. Corridor-based metro network design with travel flow capture. *Computers & Operations Research*, 89, (2018) 58-67.
- [21] Y. Wei, J.G. Jin, J. Yang, L. Lu. Strategic network expansion of urban rapid transit systems: A bi-objective programming model. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 34(5) (2019) 431-441.
- [22] A.R. Mahdavi, A.R. Mamdoohi, M. Allahviranloo, Application of a mathematical programming model for development of Tehran metro network, 6th International Conference on Recent Advances in Rail Engineering, (2019) 1-10 (In Persian).
- [23] A.R. Mahdavi. An evaluation and development model of Urban Rail Transit Network case study: Tehran metropolitan area, MSc Thesis, Tarbiat Modares University, (2019) (In Persian)

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

A. R. Mahdavi, A. R. Mamdoohi, M. Allahviranloo, A fuzzy approach for designing of subway lines, case study: development of the Tehran subway network, *Amirkabir J. Civil Eng.*, 53(9) (2021) 3847-3866.

DOI: 10.22060/ceej.2021.18121.6774



