



## A Macro-element Model for Nonlinear Analysis of Masonry Structures

B. Yousefi, M. Soltani\*

Faculty of Civil & Environmental Engineering Department, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

**ABSTRACT:** In this study, the macro modeling of masonry structures is used based on homogenous models, and an equivalent planar-frame model-based analytical method is proposed for masonry structure assessment. The equivalent frame model is a simple applicable approach that is almost accurate and time-saving. Also, it holds proper convergence compared to the exact analytical and experimental methods. In the formulation of beam-column elements, the distribution of nonlinearity is chosen. The nonlinear constitutive model is simulated in the cross-sections and also along the length by the usage of fiber elements. For the consideration of shear behavior, bed joint sliding mode of failure, and diagonal tension mode, a smeared crack approach-based interface element is developed in the MATLAB framework. To consider the seismic assessment of masonry walls, constitutive models are considered according to Instruction for seismic rehabilitation of existing buildings (No. 360) through a subroutine in the main program. The accuracy of the suggested approach is verified through a comparison of experimental results and existing analytical methods.

### Review History:

Received: Oct. 24, 2019

Revised: Jul. 25, 2019

Accepted: Dec. 05, 2019

Available Online: Dec. 12, 2019

### Keywords:

Fiber Frame Element

Smeared Crack Approach

Equivalent Frame Model

Lagrangian Approach

### 1- Introduction

Due to the limited experimental and analytical information on the nonlinear behavior of masonry structures and the complexity of their behavior due to the probability of occurrence of different failure modes, more research with more detailed and comprehensive studies is needed. Various methods have been proposed or developed for modeling masonry members, among which, macro element modeling such as the fiber-element method has been considered by many researchers [1-5]. The fiber-element method uses the formulation of beam-column elements and enables axial and flexural interaction effects. Although fiber-element methods have sufficient simplicity in modeling the nonlinearity, due to not considering the effects of shear deformation, in cases where shear deformation modes govern the behavior of the structure, are not accurate enough in estimating stiffness, strength, and failure modes.

This study aims to provide a comprehensive but practical method for nonlinear simulation of unreinforced masonry structures as well as masonry members strengthened with a reinforced concrete layer. For this purpose, a fiber element-based model is proposed for equivalent frame modeling of the masonry structure. To consider shear behaviors including shear slip failure mode and diagonal tensile failure in masonry elements, as well as nonlinear shear behavior of reinforced concrete layer, an interface element based on smeared-cracking approach has been introduced and developed. The

\*Corresponding author's email: msoltani@modares.ac.ir

proposed method can describe different failure mechanisms with relatively appropriate accuracy and acceptable computational cost.

### 2- Methodology

In this research, the weak formulation of the updated Lagrangian (UL) method is used to derive the finite element equations of a two-node Timoshenko plane beam element. The suggested approach evolves from cubic Hermitian polynomials, which has been well established by Bazoune *et al.* [6]. The main advantage of the developed expressions of shape functions over the classical shape functions is the shear deformation factors that can account for shear effects.

Also, two types of interface elements have been implemented in the main program. The first element is based on the shear analysis of membrane elements using the fixed smeared crack approach. The second element is implemented based on the behavioral model of Instruction for Seismic Rehabilitation of Existing Buildings (Code No. 360) [7].

### 3- Constitutive models

The elastoplastic fracture model of Maekawa and Okamura [8] has been used for concrete and masonry elements under compression. After cracking, the stiffness and strength of the element in the direction of compressive stress decrease. This is applied by applying a modification factor to the uniaxial behavior.



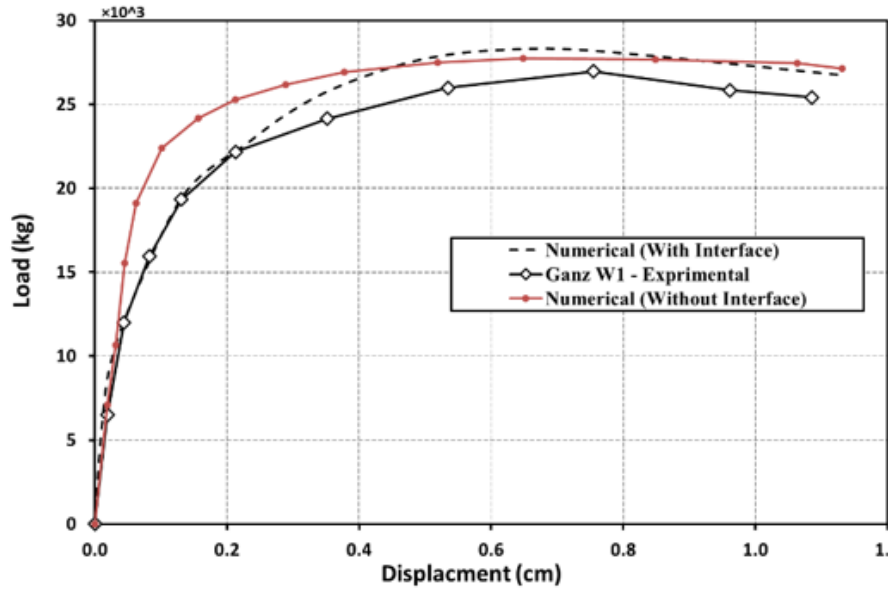


Fig. 1. Comparison of load-displacement diagram of the wall W1 tested by Ganz and Thürlimann

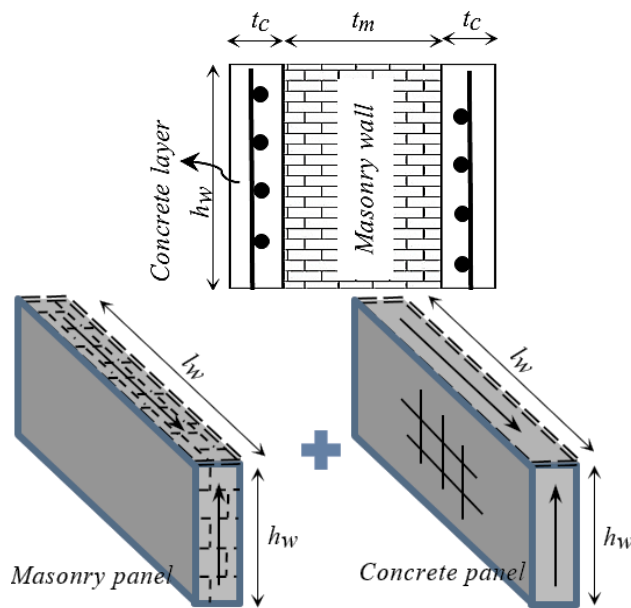


Fig. 2. Proposed procedure for masonry wall strengthening with reinforced concrete layer placed

The tensile behavior model has been considered in such a way that according to the governing failure mode with less strength, the sliding-tensile mode or the diagonal-tensile mode controls the tensile behavior of the element. If cracks occur in the joint between the mortar and the brick, a sliding ductile mode will form and if it passes between the brick and mortar, a diagonal tensile mode with low ductility will occur.

The shear behavior of the element is based on the contact density model of Li *et al.* [9]. This model, which was originally developed for the cracked concrete surface, can simulate the behavior of the stress transfer mechanism through aggregates

interlock. The model is modified for masonry to simulate shear sliding along the mortar-brick interface.

#### 4- Numerical Results and Solution

To validate and test the proposed method, several different experimental works have been selected for simulation, including unreinforced masonry walls tested by Ganz and Thürlimann [10] (Fig. 1) and Shah and Abrams [11] and also masonry wall with RC layers tested by Yaghoubifar [12] (Fig. 3). The iterative-incremental method (Arc-Length method) with a variable stiffness scheme was applied to analyze structures.

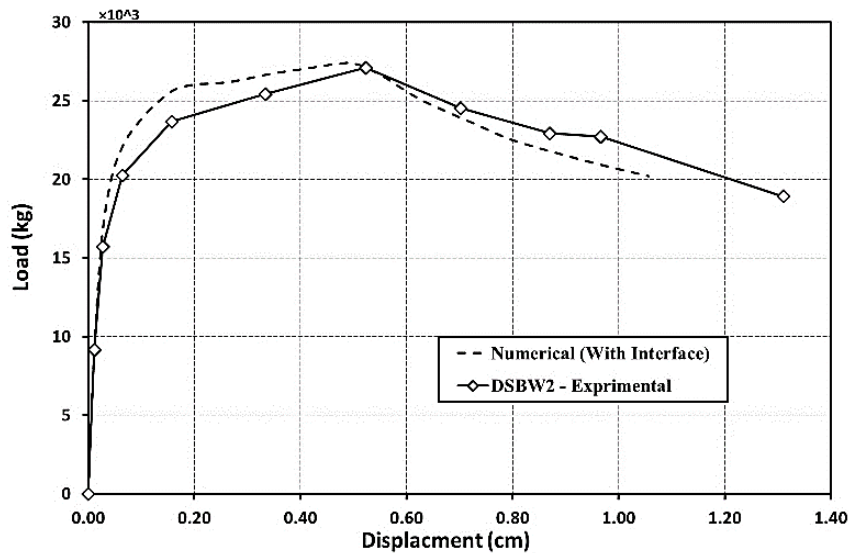


Fig. 3. Comparison of load-displacement diagram of the wall DSBW2 tested by Yaghoubifar

Based on the aforementioned aspects, the contribution of a masonry panel beside a concrete panel is obtained by definition of variable  $\zeta_m$  for a masonry panel, and  $\zeta_c$  for a concrete panel as Eqs. (1) and (2), and Fig. 2. These parameters can control the participation of each panel in the shear capacity evaluation.

$$\zeta_m = \frac{t_m}{t_m + t_c} \therefore \zeta_c = 1 - \zeta_m$$

$$\begin{cases} \sigma_{Gm} \\ \sigma_G \end{cases} = T_m^T \zeta_m \{ \sigma_{lm} \} \therefore \begin{cases} \sigma_{Gc} \\ \sigma_G \end{cases} = T_c^T \zeta_c \{ \sigma_{lc} \} \quad (1)$$

$$\sigma_G = \{ \sigma_{Gm} \} + \{ \sigma_{Gc} \}$$

$$[E_{eq}]_G = T_m^T \begin{bmatrix} E_{1m} \zeta_m & 0 & 0 \\ 0 & E_{2m} \zeta_m & 0 \\ 0 & 0 & E_{12m} \zeta_m \end{bmatrix} T_m + T_c^T \begin{bmatrix} E_{1c} \zeta_c & 0 & 0 \\ 0 & E_{2c} \zeta_c & 0 \\ 0 & 0 & E_{12c} \zeta_c \end{bmatrix} T_c \quad (2)$$

$t_m$  and  $t_c$  are the thickness of masonry, and concrete panel, respectively. The components  $T_m$  and  $T_c$  are transformation matrix of the global and local coordinates for masonry panel and concrete panel.  $E_{1m}$ ,  $E_{2m}$ , and  $E_{12m}$  are respectively local secant stiffness of masonry panel based on related constitutive models. Also,  $\sigma_{Gm}$  and  $\sigma_{Gc}$  are stress vectors in global coordination for a masonry panel and a concrete panel, respectively.

### 5- Conclusion

In this study, a macro model based on the equivalent frame method was introduced to simulate the nonlinear behavior of masonry structures. The proposed method in this research is based on the formulation of a fiber model with the effects of axial, flexural, and shear interactions in the domain of each element. Also, the method mentioned in the Code No. 360 was implemented in the interface elements. According

to the results of the analysis, the proposed equivalent frame method, in addition to being applicable in concrete, masonry, or a combination of both, in linear and nonlinear ranges, has appropriate accuracy and acceptable convergence.

### References

- [1] F. Taucer, E. Spacone, and F. C. Filippou, A fiber beam-column element for seismic response analysis of reinforced concrete structures (no. 17). Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California Berkeley, California, 1991
- [2] E. Spacone, F. C. Filippou, and F. F. Taucer, "Fibre Beam-Column Model For Non-Linear Analysis Of R/C Frames: Part I. Formulation," *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, vol. 25, no. 7, pp. 711-725, 1996.
- [3] E. Spacone, F. C. Filippou, and F. F. Taucer, "Fibre Beam-Column Model for Non-Linear Analysis of R/C Frames: Part II. Applications," *Earthquake engineering & structural dynamics*, vol. 25, no. 7, pp. 727-742, 1996.
- [4] M. H. Scott and G. L. Fenves, "Plastic hinge integration methods for force-based beam-column elements," *Journal of Structural Engineering*, vol. 132, no. 2, pp. 244-252, 2006.
- [5] K. Demirioglu, S. Gonen, S. Soyoz, and M. P. Limongelli, "In-Plane Seismic Response Analyses of a Historical Brick Masonry Building Using Equivalent Frame and 3D FEM Modeling Approaches," *International Journal of Architectural Heritage*, pp. 1-19, 2018.
- [6] Bazoune, Y. Khulief, and N. Stephen, "Shape functions of three-dimensional Timoshenko beam element," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 259, no. 2, pp. 473-480, 2003.
- [7] P. FEMA, "Commentary for the seismic rehabilitation of buildings," FEMA-356, Federal Emergency Management Agency, Washington, DC, 2000.
- [8] K. Maekawa, H. Okamura, and A. Pimanmas, Non-linear

- mechanics of reinforced concrete. Spon Press, 2003.
- [9] B. Li, "Contact density model for stress transfer across cracks in concrete," *Journal of the Faculty of Engineering, the University of Tokyo*, no. 1, pp. 9-52, 1989.
- [10] H. Ganz and B. Thürlimann, "Tests on the biaxial strength of masonry," Rep. No. 7502, vol. 3, 1982.
- [11] N. Shah and D. Abrams, "Cyclic load testing of unreinforced masonry walls," in "Advanced Construction Technology Center, University of Illinois at Urbana-Champaign," University of Illinois at Urbana-Champaign 1992.
- [12] Yaghoubifar, "Experimental and analytical investigation on the behavior of strengthened brick walls by steel bars and concrete," M. Sc. thesis, Dept. of Civil Engineering, Tarbiat Modares Univ., Tehran, Iran, 2008.

**HOW TO CITE THIS ARTICLE**

*B. Yousefi, M. Soltani., A Macro-element Model for Nonlinear Analysis of Masonry Structures. Amirkabir J. Civil Eng., 53 (5) (2021) 451-454*

**DOI:** [10.22060/ceej.2020.17278.6510](https://doi.org/10.22060/ceej.2020.17278.6510)





## ارائه یک مدل بزرگ مقیاس برای تحلیل غیرخطی ساختمان‌های بنایی

بهروز یوسفی، مسعود سلطانی محمدی\*

دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۰۸/۰۲  
بازنگری: ۱۳۹۹/۰۵/۰۳  
پذیرش: ۱۳۹۹/۰۹/۱۴  
ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۰۹/۲۱

### کلمات کلیدی:

المان قابی فایبری  
روش ترک پخشی  
تیر تیموشنکو  
قاب معادل  
سازه بنایی

**خلاصه:** در این پژوهش، روشی محاسباتی مبتنی بر قاب معادل برای ارزیابی ساختمان‌های بنایی ارائه می‌شود. روش قاب معادل یک روش کاربردی به منظور مدل‌سازی سازه‌های بنایی می‌باشد که در محدوده‌های خطی و غیرخطی دقت و سرعت مناسبی در مقایسه با روش‌های عددی دیگر دارد. در فرمول‌بندی المان‌های تیرستونی، مدل‌سازی غیرخطی گسترده انتخاب شده است و با استفاده از المان فایبر، رفتار غیرخطی مصالح به صورت گسترده در طول و مقطع هر عضو شبیه‌سازی گردیده است. همچنین به منظور اعمال رفتار برشی، مود خرابی لغزشی ملات و مود کششی قطری در المان‌های بنایی، یک المان تماسی مبتنی بر روش ترک پخشی معرفی و توسعه یافته که در قالب کد نرم‌افزاری در MATLAB پیاده‌سازی شده است. مدل پیشنهادی قابلیت ارزیابی اعضاء بنایی تقویت شده با پوشش بتن مسلح را نیز داراست. بدین منظور رفتار غیرخطی پوشش بتن مسلح در قالب المان فایبر و همچنین المان تماسی معرفی شده است. به منظور ارزیابی لرزه‌ای دیوارهای بنایی، مدل‌های رفتاری پیشنهاد شده در دستورالعمل نشریه ۳۶۰ نیز در قالب یک زیربرنامه در برنامه اصلی در نظر گرفته شده و با روش پیشنهادی سنجیده می‌شود. همچنین، بازنویسی فرمولی المان پیشنهادی بر مبنای تئوری تیر تیموشنکو به همراه اثرات اندرکنش نیروهای محوری، خمشی و برشی در دامنه هر المان معرفی شده است. بر همین اساس، با استفاده از فاکتور اصلاح برشی مبتنی بر روش ترک پخشی در توابع هرمیتی، حل غیرخطی مستقیم تکراری برای هر گام بارگذاری انجام می‌گیرد. صحت روش ارائه شده از طریق مقایسه با مطالعات آزمایشگاهی موجود مورد آزمون و ارزیابی قرار گرفته که نتایج حاصل از تحلیل، نشان از دقت مناسب روش پیشنهادی و همگرایی قابل قبول در مسائل دارد.

### ۱- مقدمه

کاربرد را داشته و مورد توجه پژوهشگران بسیاری قرار گرفته است [۱-۵]. این المان‌ها، از فرمول بندی المان‌های تیرستونی بهره گرفته و اثرات اندرکنشی محوری و خمشی را میسر می‌کند، ولی اثرات تغییرشکل‌های برشی باید با رویکردهای دیگری در ساختار تحلیلی لحاظ گردد. علت این امر را باید در این دانست که اکثر المان‌های تیرستونی از نوع فایبر بر مبنای تئوری تیر اویلر-برنولی، جایی که تغییرشکل‌های برشی مورد توجه قرار نگرفته است، فرمول‌بندی گردیده‌اند. روش‌های مبتنی بر المان فایبر اگرچه از سادگی کافی در مدل‌سازی رفتار غیرخطی المان‌های تیرستون برخوردار می‌باشند، ولی به دلیل عدم در نظر گرفتن اثرات تغییرشکل برشی، در مواردی

با توجه به گستردگی سازه‌های بنایی موجود در کشور، ارزیابی آسیب پذیری لرزه‌ای و بهسازی این گونه سازه‌ها از اهمیت قابل توجهی برخوردار است. محدود بودن اطلاعات آزمایشگاهی و تحلیلی در زمینه رفتار غیرخطی این سازه‌ها و پیچیدگی رفتار آن‌ها با توجه به احتمال بودن وقوع مودهای خرابی مختلف، مستلزم تحقیقات بیشتر و مطالعات دقیق‌تر و جامع‌تر می‌باشد. از منظر روش‌های عددی در قالب اجزاء محدود، المان‌های متعددی تاکنون ارائه و یا توسعه داده شده است که از آن میان المان‌های قابی از نوع فایبر بیشترین

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: msoltani@modares.ac.ir



## ۲-۱- کلیات

در این پژوهش برای توسعه روش قاب معادل از المان‌های تیر-ستونی فایبری برای مدل‌سازی اعضاء بنایی و پوشش بتن مسلح استفاده شده است. در فرمول‌بندی اجزا محدود سیستم سازه‌ای از روش لاگرانژی به‌روز شده<sup>۲</sup> استفاده شده است. به عبارت دیگر پیکربندی مرجع، پیکربندی گام قبل بوده و روش پیشنهادی توانایی تغییر فرمولاسیون به لاگرانژی کل<sup>۳</sup> منطبق با الگوریتم حاکم بر مسأله را دارد.

## ۲-۲- المان غیرخطی بنایی

المان پیشنهادی از تئوری تیر تیموشنکو تبعیت کرده و فرآیند تحلیل غیرخطی به کمک توسعه فرمول‌بندی المان تیرستونی فایبری اویلر- برنولی Orakcal et al [۲۰] با احتساب توزیع غیریکنواخت تنش برشی در مقطع انجام می‌گیرد. لازم به ذکر است که در روش مدل فایبر، المان اتصال به صورت مجزا مدل‌سازی شده و هر قاب به صورت مجموعه‌ای از المان‌های تیرستونی در نظر گرفته می‌شود. در این تئوری، صفحه مقطع بعد از خمش به صورت صفحه در نظر گرفته می‌شود. بر این اساس معادلات کار مجازی در تحلیل غیرخطی نمودی به صورت معادله (۱) نوشته می‌شود:

$$\int E \varepsilon_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV + \int \tau_{ij} \delta \eta_{ij} dV + {}_1R = {}_1R$$

$$e(x) = I(x) d(x) \therefore d(x) = \begin{Bmatrix} \varepsilon(x) \\ \gamma(x) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$= \begin{Bmatrix} \frac{\partial(u - y\theta)}{\partial x} \\ \frac{\partial(u - y\theta)}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix}$$

که در این رابطه،  $\varepsilon_{ij}$  تانسور نمو کرنش گرین-لاگرانژ در آخرین پیکربندی معلوم،  $\delta \eta_{ij}$  ترم مرتبه دوم تانسور کرنش در آخرین پیکربندی معلوم،  $\tau_{ij}$  تانسور تنش کوشی در آخرین پیکربندی معلوم،  ${}_1R$  کار مجازی انجام شده توسط بار خارجی در پیکربندی کنونی مجهول و  ${}_1R$  کار مجازی انجام شده توسط بار خارجی در آخرین

که مودهای تغییرشکلی برشی بر رفتار سازه حاکم باشند در تخمین سختی، مقاومت و مود خرابی از دقت کافی برخوردار نیستند. به منظور لحاظ نمودن اثرات اندرکنشی خمشی- برشی، رویکردهای متعددی در ادبیات پژوهشی پیشنهاد شده که جزئیات این روش‌ها در [۶، ۷] مورد ارزیابی قرار گرفته است. بر این اساس، فرمول‌بندی و رویکردهایی بر مبنای الگوریتم‌های کنترل جابه‌جایی [۸-۱۰] و یا کنترل نیرویی [۱۱-۱۴] ارائه شده‌اند که بسته به نوع مدل و مفروضات آن، دارای پیچیدگی‌های محاسباتی زیادی می‌باشند. در کنار مدل‌های مذکور، همچنین مدل‌های چندمقیاسی با مشارکت رفتارهای محلی در فرمول‌بندی بسط و توسعه داده شده که از دقت نسبتاً بالایی برخوردار هستند [۱۵، ۱۶]. با این حال جهت بهبود رفتار برشی این مدل‌ها، روش‌های متعددی در حال ارائه و توسعه است. از جمله می‌توان به روش تعبیه دو فنر قطری [۱۷]، مدل خرابی<sup>۱</sup> [۱۸]، روش ارتفاع مؤثر و نوار صلب [۱۹] اشاره نمود. بنابراین، ارائه روشی که بتواند اثرات مودهای برشی را با رویکرد کاربردی‌تر و با دقت نسبتاً مناسب منظور نماید همچنان قابل بررسی و آزمون است.

هدف پژوهش حاضر ارائه روشی جامع و کاربردی جهت شبیه‌سازی غیرخطی سازه‌های بنایی غیرمسلح و همچنین سازه‌های بنایی تقویت شده با پوشش بتن مسلح می‌باشد. بدین منظور از مدل درشت مقیاس بر پایه مدل‌های همگن استفاده شده و روشی تحلیلی با رویکرد قاب معادل جهت ارزیابی سازه ارائه می‌شود. به منظور اعمال رفتارهای برشی شامل مود خرابی لغزشی ملات و کششی قطری در المان‌های بنایی و همچنین رفتار غیرخطی برشی پوشش بتن مسلح، یک المان تماسی مبتنی بر روش ترک پخشی معرفی و توسعه داده شده که جهت شبیه‌سازی سازه‌های بنایی در قالب برنامه نرم‌افزاری مستقل در MATLAB پیاده‌سازی شده است. روش قاب معادل پیشنهادی یک روش کاربردی و جامع به منظور مدل‌سازی سازه‌های بنایی بوده که قادر به تخمین مناسبی از سه معیار اصلی مقاومت نهایی، بیشینه جابه‌جایی و مود شکست می‌باشد. از جمله مزایای روش پیشنهادی، توانایی توصیف مکانیزم‌های مختلف شکست با تقریب نسبتاً مناسب مبتنی بر معیارهای ساده شده مقاومت اعضاء است.

## ۲- فرمول‌بندی المان تیرستونی

2 Update Lagrangian

3 Total Lagrangian

1 Strut and Tie model

پیکربندی معلوم می‌باشد.

$$a_i(x) = \begin{bmatrix} \varphi_1(x) & 0 & 0 & \varphi_2(x) & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_3(x) & \varphi_4(x) & 0 & \varphi_5(x) & \varphi_6(x) \\ 0 & \varphi_{3,x}(x) & \varphi_{4,x}(x) & 0 & \varphi_{5,x}(x) & \varphi_{6,x}(x) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \varphi_1(x) &= 1 - \frac{x}{L} \quad \therefore \quad \varphi_2(x) = \frac{x}{L} \\ \varphi_3(x) &= \frac{1}{\Phi_z} \left( 2 \left( \frac{x}{L} \right)^3 - 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 + \Phi_z \right) \quad \therefore \\ \varphi_4(x) &= \frac{1}{2\Phi_z} \left( 2L \left( \frac{x}{L} \right)^3 - (3 + \Phi_z)L \left( \frac{x}{L} \right)^2 + (1 + \Phi_z)(x) \right) \quad (4) \\ \varphi_5(x) &= \frac{1}{\Phi_z} \left( -2 \left( \frac{x}{L} \right)^3 + 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 + (\Phi_z - 1) \left( \frac{x}{L} \right) \right) \quad \therefore \\ \varphi_6(x) &= \frac{1}{2\Phi_z} \left( 2L \left( \frac{x}{L} \right)^3 + (\Phi_z - 3)L \left( \frac{x}{L} \right)^2 + (1 - \Phi_z)(x) \right) \end{aligned}$$

در این روابط، متغیر  $\Phi_z$  پارامتر تغییرشکل برشی و یا لاغری برشی<sup>۱</sup> و  $EI_z$  صلبیت المان فایبری قابی می‌باشد که به صورت رابطه (۵) تعریف می‌گردد:

$$\begin{aligned} \Phi_z &= 1 + \frac{12EI_z}{\kappa_y GAL^2} \quad \therefore \\ EI_z &= \sum_{n_f=1}^{n_f(x)} E_{n_f} y_{n_f}^2 \quad (5) \end{aligned}$$

که در این روابط،  $y_{n_f}$  فاصله فایبر  $n$ ام از محور خنثی مقطع و متغیر  $\kappa_y$  ضریب اصلاح تنش برشی جهت احتساب توزیع غیریکنواخت این تنش در مقطع تعریف می‌گردد. بحث تفصیلی ارزیابی این ضریب در پژوهش‌های متعددی عنوان گردیده است (Puchegger et al. [۲۲]، Yu و Hodges [۲۳]، Hutchinson [۲۴]، Dong et al. [۲۵]، Chan et al. [۲۶]). فصل مشترک این پژوهش‌ها بر مبنای مطالعات کلاسیک تیموشنکو [۲۷] برای مقاطع مستطیلی شکل با نسبت پواسون ( $\nu$ ) دلخواه،  $\kappa_y = (5 + 5\nu)/(6 + 5\nu)$  بوده است که در این پژوهش با توجه به سازگاری نسبتاً مناسب با نتایج آزمایشگاهی [۲۴]،  $\kappa_y = 0.833$  در نظر گرفته شده است. همچنین، متغیر  $G$  مدول برشی مقطع نسبت به پیکربندی پیشین تغییرشکل بوده که جهت محاسبه این پارامتر از روش ترک پخشی ارائه شده توسط Maekawa و Okamura [۲۸] بهره گرفته شده است. در ادامه، جابه‌جایی‌های متعامد و چرخش‌های گرهی بر مبنای درون‌یابی

پس از تقسیم‌بندی هر مقطع به چند فیبر، برای فیبر  $i$  ام مشخصه‌هایی از قبیل سطح مقطع، موقعیت مرکز فیبر در مختصات مقطع محاسبه شده و سپس با توجه به میزان کرنش محوری هر فیبر میدان تنش در فیبرها مطابق با معادلات (۲) حاصل می‌گردد. بردار مقادیر کرنش فیبرها در مقطع با موقعیت  $x$  در راستای المان با نام  $e(x)$  معرفی می‌شود. همچنین با حصول میدان‌های برداری جابه‌جایی و کرنش‌ها، بردار تنش ( $\sigma(x)$ ) با در نظر گرفتن مدل‌های رفتاری اختصاصی مصالح به هر فیبر بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} I(x) &= \begin{bmatrix} -h_{1f} & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -h_{nf} & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -h_{nf} & 1 \end{bmatrix} \\ \therefore e(x) &= \begin{Bmatrix} \varepsilon_{1f} \\ \vdots \\ \varepsilon_{nf} \\ \vdots \\ \varepsilon_{nf} \end{Bmatrix} \quad \therefore \quad \sigma(x) = \begin{Bmatrix} \sigma_{1f} \\ \vdots \\ \sigma_{nf} \\ \vdots \\ \sigma_{nf} \end{Bmatrix} \quad (2) \end{aligned}$$

که در این روابط،  $x$  محور طولی المان،  $h_{nf}$  فاصله فایبر  $n$  ام از محور خنثی مقطع،  $\varepsilon_{nf}$  کرنش فایبر  $n$  ام و  $\sigma_{nf}$  تنش فایبر  $n$  ام می‌باشد. در ادامه با استفاده از توابع شکل المان مرجع، گسسته‌سازی متغیرها انجام شده است.

در این پژوهش، با استفاده از توابع شکل المان مرجع، گسسته‌سازی متغیرها انجام شده است. روش‌های متعددی برای تعیین معادلات توابع شکل تاکنون معرفی گردیده است که از بارزترین آن‌ها می‌توان به روش مستقیم، چند جمله‌ای‌های لاگرانژ، روش آبرون، حاصل ضرب خطوط، توابع هرمیتی، برهم نهی و ... اشاره نمود. در این راستا، تابع‌های شکل جزء تیر دو گرهی با چهار درجه آزادی درجه سوم معرفی شده توسط Bazoune et al. [۲۱] مطابق با معادلات (۳) و (۴) در نظر گرفته شده است. شایان ذکر است با توجه به محدود بودن گسترش این توابع، از توابعی استفاده شده است که کارایی و سازگاری در اجزای مستوی محوری- خمشی را داشته باشند.

1 shear slenderness

محور خنثی مقطع،  $K_s(x_i)$  ماتریس سختی المان در فاصله گوسی  $x_i$  و همچنین  $N$ ،  $V$  و  $M$  به ترتیب نیروی محوری، برشی و لنگر خمشی المان فایبری می‌باشند. لازم به ذکر است در هر سعی از هر گام، براساس وضعیت تنش‌های موجود در فیبرهای بتنی بنایی، بردار نیروهای مقاوم مقطع در هر المان محاسبه شده تا در مراحل بعد بتوان براساس آن‌ها بردار نیروهای مقاوم المان را محاسبه نمود.

### ۳-۲- اتصال

در این بخش فرمول‌بندی المان‌های اتصال یا تماسی<sup>۱</sup> جهت تخمین رفتار برشی المان تشریح می‌گردد. این المان‌ها همراه با اعضای تیر-ستونی فایبری منطبق بر درجات آزادی دو انتهای هر عضو بر روی سازه سوار می‌شود. بنابراین استفاده از المان‌های اتصال مناسب و سرهم‌بندی آنها با المان تیرستونی، می‌تواند دقت مدل‌سازی عددی سازه را بهبود دهد. در این تحقیق، دو نوع المان اتصال در برنامه اصلی پیاده‌سازی گردیده است که در ادامه عنوان می‌گردد. المان نخست مبتنی بر تحلیل برشی درون برنامه‌ای المان با نام اتصال پانل است که به منظور انجام عملیات تحلیل در هر گام بارگذاری، از روش جابه‌جایی کنترل مستقیم ارائه شده توسط Bazant و Jirásek [۲۹] بهره گرفته شده است. روش مورد استفاده همان روش ترک پخشی ثابت بوده و تمام حوزه هر مقطع از المان به دو منطقه متفاوت با نام‌های ناحیه بنایی غیرمسلح (PL) و ناحیه بتن مسلح (RC) تقسیم‌بندی می‌گردد. ناحیه PL از خود رفتار نرم‌شدگی کششی همراه با جداسازی موضعی و ناحیه RC رفتار سخت‌شدگی کششی به همراه ترک‌های توزیع شده، نشان می‌دهد. در این مدل به نوعی هر دو منطقه پوشش داده شده و اثر بتن تقویت شده بر روی المان بنایی به صورت همزمان در برنامه لحاظ شده است. به عبارت دیگر مدل المان دو بعدی بنایی از ترکیب مدل‌های رفتاری بنایی، بتن و میلگرد تشکیل می‌شود. در جریان حل غیرخطی، با استفاده از معادلات تعادل و سازگاری، تحلیل موضعی المان بتنی/بنایی ترک‌خورده به طوری انجام می‌شود که این تنش‌های موضعی به صورت استاتیکی با تنش‌های اعمالی در تعادل باشند. همچنین تنش‌ها با استفاده از ماتریس دوران به سیستم مختصات اصلی منتقل می‌شوند. نهایتاً برای هر کرنش برشی مقدار تنش برشی و سختی سکانتی برشی پانل المان

هرمیتی درجات آزادی هر المان مطابق روابط (۶) تعیین می‌گردد.

$$\bar{d}(x) = \begin{Bmatrix} u(x) \\ v(x) \\ \theta(x) \end{Bmatrix} = a_d(x) \bar{q} \quad \therefore \quad (6)$$

$$d(x) = \begin{Bmatrix} \varepsilon(x) \\ \gamma(x) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial(u - y\theta)}{\partial x} \\ \frac{\partial(u - y\theta)}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

که در این رابطه،  $u(x)$  جابه‌جایی محوری در صفحه مورد نظر،  $v(x)$  جابه‌جایی جانبی در صفحه مورد نظر،  $\varepsilon(x)$  و  $\gamma(x)$  به ترتیب کرنش‌های محوری و برشی المان،  $a_d(x)$  ماتریس درون‌یاب هرمیتی،  $\bar{q}$  بردار جابه‌جایی گرهی متناظر با  $(u_1 \ v_1 \ \theta_1 \ u_2 \ v_2 \ \theta_2)$  می‌باشد. بنابراین، ماتریس سختی المان ( $K_{elem}$ ) به همراه بردار نیروهای داخلی ( $F_{int}$ ) با انتخاب تعداد نقاط انتگرال‌گیری (GP) قابل بازنویسی و محاسبه می‌باشد:

$$K_{elem} = \int_0^L B^T K_s B \, dx = \sum_{i=1}^{GP} w_i B(x_i)^T K_s(x_i) B(x_i) \quad \therefore \quad (7)$$

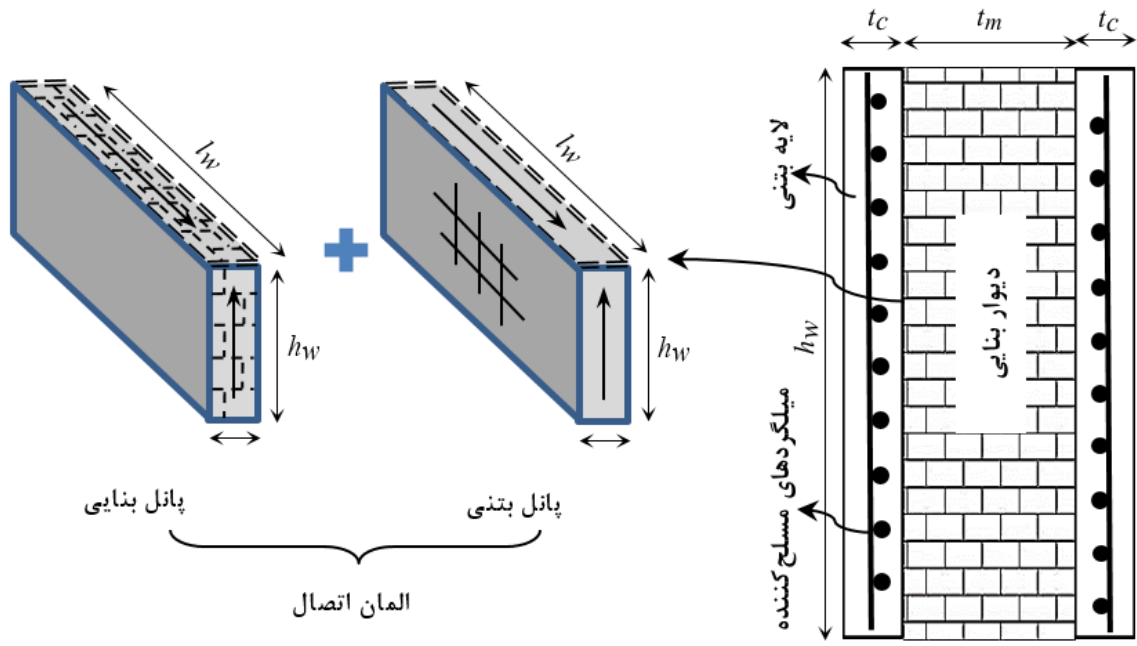
$$F_{int} = \int_0^L B^T F_s \, dx = \sum_{i=1}^{GP} w_i B(x_i)^T F_s(x_i)$$

$$K_s(x_i) = \begin{bmatrix} \sum_{n_f=1}^{n_{tf}(x)} E_{n_f} A_{n_f} & 0 & -\sum_{n_f=1}^{n_{tf}(x)} E_{n_f} A_{n_f} y_{n_f} \\ 0 & \sum_{n_f=1}^{n_{tf}(x)} G_{n_f} A_{n_f} & \sum_{n_f=1}^{n_{tf}(x)} G_{n_f} A_{n_f} y_{n_f} \\ -\sum_{n_f=1}^{n_{tf}(x)} E_{n_f} A_{n_f} y_{n_f} & \sum_{n_f=1}^{n_{tf}(x)} G_{n_f} A_{n_f} y_{n_f} & \sum_{n_f=1}^{n_{tf}(x)} E_{n_f} A_{n_f} y_{n_f}^2 \end{bmatrix} \quad \therefore \quad \mathcal{F}_s = \begin{Bmatrix} N \\ V \\ M \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{Bmatrix} \sum_{n_f=1}^{n_f(x)} E_{n_f} A_{n_f} e \\ \sum_{n_f=1}^{n_f(x)} G_{n_f} A_{n_f} \gamma \\ \sum_{n_f=1}^{n_f(x)} E_{n_f} y_{n_f}^2 \kappa \end{Bmatrix}$$

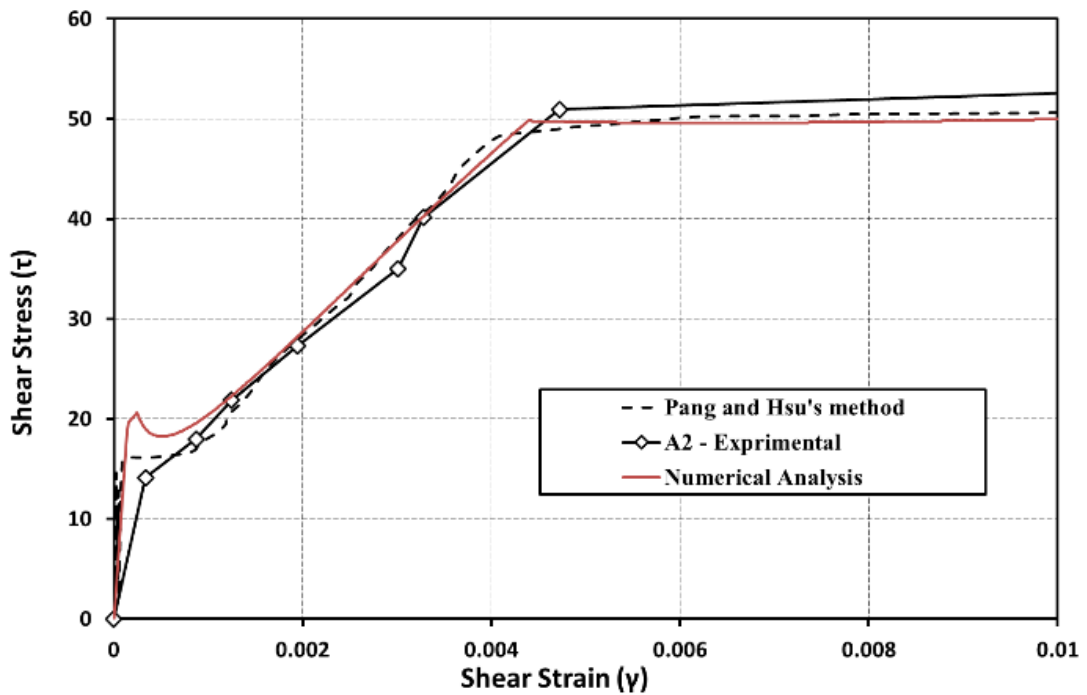
که در روابط فوق،  $E_{n_f}$  مدول الاستیسیته فیبر  $n$ ام،  $G_{n_f}$  مدول برشی فیبر  $n$ ام،  $A_{n_f}$  سطح مقطع فیبر  $n$ ام،  $y_{n_f}$  فاصله فیبر  $n$ ام از





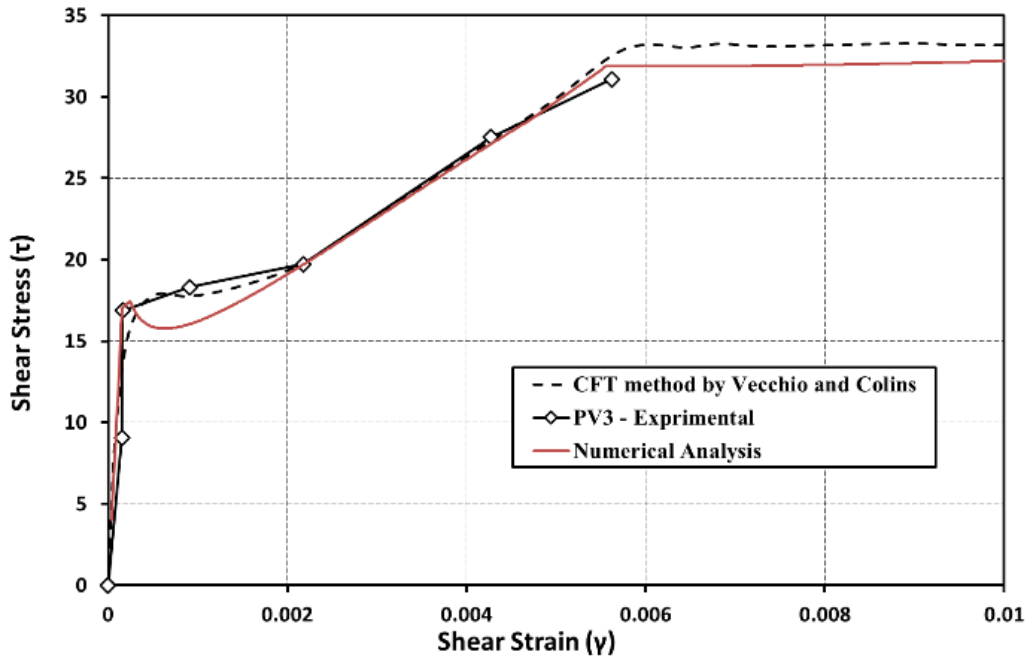
شکل ۱. دیوار بنایی تقویت شده با بتن شاتکریتی

Fig. 1. Proposed procedure for masonry wall strengthening with reinforced concrete layer placed



شکل ۲. مقایسه تحلیل پانل برشی و آزمایشگاهی A2

Fig. 2. A2 panel analysis



شکل ۳. مقایسه تحلیل پانل برشی و آزمایشگاهی PV3  
Fig. 3. PV3 panel analysis

$$\{\sigma_G\} = \{\sigma_{Gm}\} + \{\sigma_{Gc}\}$$

$$[E_{eq}]_G = T_m^T \begin{bmatrix} E_{1m}\zeta_m & 0 & 0 \\ 0 & E_{2m}\zeta_m & 0 \\ 0 & 0 & E_{12m}\zeta_m \end{bmatrix} T_m + \quad (9)$$

$$T_c^T \begin{bmatrix} E_{1c}\zeta_c & 0 & 0 \\ 0 & E_{2c}\zeta_c & 0 \\ 0 & 0 & E_{12c}\zeta_c \end{bmatrix} T_c$$

در ماتریس‌های فوق، متغیرهای  $E_{1m}$ ،  $E_{2m}$  و  $E_{12m}$  میزان سختی سکانتی المان بنایی و  $E_{1c}$ ،  $E_{2c}$  و  $E_{12c}$  میزان سختی سکانتی المان بتنی در جهات اصلی بوده که با توجه به مدل‌های رفتاری ذکر شده در بخش ۲-۴ تعیین می‌شوند. جهت بررسی صحت زیربرنامه، مجموعه‌ای از پانل‌های آزمایش شده توسط Vecchio و Colins [۲۸] و Pang و Hsu [۳۰] تحت تنش‌های یکنواخت داخل صفحه مورد تحلیل قرار گرفته است. تشریح مشخصات پانل‌های آزمایشگاهی بکار گرفته شده در تحلیل المان بتن مسلح در [۲۸] و [۳۰] آورده شده است. نتایج تحلیل سکانتی و انطباق آن‌ها با داده‌های آزمایشگاهی دو نمونه انتخابی با توجه به مدل‌های رفتاری مواد در شکل ۲ و شکل ۳ نشان داده شده است.

بتنی بنایی ( $G$ ) استخراج می‌گردد.

اثر مشارکت بتن تقویتی بر روی المان بنایی غیرمسلح مطابق شکل ۱ به ترتیب با متغیرهای  $\zeta_m$  و  $\zeta_c$  قابل تعریف است. بنابراین، با توجه به میزان ضخامت نسبی لایه بتنی ( $t_m$ ) و بنایی ( $t_c$ )، این ضرایب تعیین شده و به ترتیب بردار تنش در مختصات کلی برای المان بتنی ( $\sigma_{Gc}$ ) و بنایی ( $\sigma_{Gm}$ ) حاصل می‌گردد.

$$\zeta_m = \frac{t_m}{t_m + t_c} \therefore \zeta_c = 1 - \zeta_m$$

$$\{\sigma_{Gm}\} = T_m^T \zeta_m \{\sigma_{tm}\} \therefore \{\sigma_{Gc}\} = T_c^T \zeta_c \{\sigma_{tc}\} \quad (8)$$

$$\{\sigma_G\} = \{\sigma_{Gm}\} + \{\sigma_{Gc}\}$$

در روابط فوق،  $\sigma_G$  مجموع بردارهای تنش بتنی و بنایی در مختصات کلی،  $T_m$  و  $T_c$  به ترتیب ماتریس انتقال مختصات محلی به اصلی المان بتنی و بنایی می‌باشند.

ناشی از بار گرانش،  $f_m'$  تنش فشاری کران پایین می با  $(u_{upp}, v_{upp})$  مود حاکم و مقاومت برشی دیوار براساس کمینه مقادیر مقاومت‌های فوق مطابق با رابطه (۱۵) بدست می‌آید. با توجه به اینکه سه مود خرابی پنجه، حرکت گهواره‌ای و خرابی فشاری توسط المان تیرستونی فایبری به صورت خودکار در نظر گرفته می‌شود، بنابراین لزومی به در نظر گرفتن این سه مود برای المان مذکور نخواهیم داشت:

$$Q_y = V = \min(V_{bjs}, V_{dt}) \quad (15)$$

در ادامه، جهت اعمال اثرات برشی در فرمول‌بندی المان، المان اتصال چهار گره‌ای ایزوپارامتریک پیشنهاد شده توسط Herrmann [۳۲] مورد استفاده قرار گرفته است. این المان با چهار گره بصورت سازگار با المان‌های تیر-ستونی با ضخامت صفر معرفی شده است و تنش‌های محل اتصال بوسیله تنش برشی و نرمال مطابق رابطه (۱۶) توصیف می‌شوند. تنش‌های نرمال ( $\sigma$ ) و تنش‌های برشی ( $\tau$ ) براساس قانون مشخصه برای این المان‌ها و کرنش طولی المان ( $\epsilon_y$ ) و برشی المان اتصال ( $\gamma_{yx}$ ) به وسیله جابجایی نسبی بالا و جابجایی پائین المان‌ها ( $u_{low}, v_{low}$ ) بدست می‌آیند. جزئیات بیشتر و فرضیات مربوط به مدل در [۳۲] تشریح شده است.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \tau \\ \sigma \end{Bmatrix} &= [D] \{ \epsilon \} \quad \therefore \\ \{ \epsilon \} &= \begin{Bmatrix} \gamma_{yx} \\ \epsilon_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{u_{upp} - u_{low}}{h} & \frac{v_{upp} - v_{low}}{h} \end{Bmatrix}^T \end{aligned} \quad (16)$$

#### ۲-۴- خواص مواد و مدل‌های رفتاری بنایی

##### ۲-۴-۱- مدل رفتاری المان بنایی تحت تنش فشاری

مدل اتخاذ شده در اینجا برای المان بنایی تحت تنش فشاری، بر پایه مدل پیشنهاد شده توسط Zhuge et al. [۳۳] است. در این مدل، رفتار دو محوره مصالح بنایی با اعمال اصلاحاتی بر رفتار یک محوره ارائه شده توسط Maekawa و Okamura [۲۸]، مطابق شکل ۴، قابل دست‌یابی است. پس از ترک‌خوردگی، سختی و مقاومت المان بنایی در جهت تنش فشاری در مقایسه با بتن ترک‌خورده کاهش می‌یابد.

المان دوم مبتنی بر مدل رفتاری دستوراتعمل نشریه ۳۶۰ [۳۱] پیاده‌سازی شده است و تحلیل با توجه به رفتار این مدل صورت می‌گیرد. در این نوع، با استفاده از منحنی رفتاری دستوراتعمل نشریه ۳۶۰ و پارامترهای ظرفیت برشی، سختی اولیه و مقادیر شکل‌پذیری ارائه شده برای سطوح عملکردی عنوان شده در دستوراتعمل، برای هر کرنش برشی مقدار تنش برشی المان بتنی / بنایی استخراج می‌گردد و سختی سکانتی برشی المان بدست خواهد آمد. طبق دستوراتعمل، ظرفیت مودهای خرابی به قرار روابط (۱۰) تا (۱۴) در نظر گرفته است:

$$Q_{CE} = V_r = 0.9 \alpha P \left( \frac{L}{h_{eff}} \right) \quad \begin{matrix} \text{حرکت} \\ \text{گهواره‌ای} \end{matrix} \quad (10)$$

$$Q_{CE} = V_{bjs} = v_{ml} A_n = A_n \left[ \frac{0.75 \left( 0.75 v_{tl} + \frac{P}{A_n} \right)}{1.5} \right] \quad \begin{matrix} \text{لغزش} \\ \text{برشی} \end{matrix} \quad (11)$$

$$Q_{CL} = V_{dt} = A_n f_{dt} \frac{L}{h_{eff}} \sqrt{\frac{f_a}{f_{dt}} + 1} \quad \begin{matrix} \text{کشش} \\ \text{قطری} \end{matrix} \quad (12)$$

$$Q_{CL} = V_{tc} = \alpha P \left( \frac{L}{h_{eff}} \right) \left( 1 - \frac{f_a}{0.7 f_m'} \right) \quad \begin{matrix} \text{خرابی} \\ \text{پنجه} \end{matrix} \quad (13)$$

$$Q_{CL} = V_{comp} = 0.8 (0.85 f_m' A_n) \quad \begin{matrix} \text{خرابی} \\ \text{فشاری} \end{matrix} \quad (14)$$

که در این روابط،  $Q_{CE}$  مقاومت مورد انتظار برای مود کنترل شونده توسط تغییرشکل،  $Q_{CL}$  مقاومت کران پایین برای مود کنترل شونده توسط نیرو،  $V_{bjs}$  مقاومت برشی لغزش درز ملات،  $V_r$  مقاومت برشی حرکت گهواره‌ای،  $V_{dt}$  مقاومت برشی کشش قطری،  $V_{tc}$  مقاومت برشی خرابی پنجه،  $v_{me}$  تنش برشی مورد انتظار ملات،  $v_{te}$  تنش چسبندگی مورد انتظار ملات،  $A_n$  مساحت خالص برشی،  $P_{CE}$  نیروی فشاری محوری مورد انتظار ناشی از بار گرانش،  $\alpha$  ضریب شرایط مرزی (وابسته به شرایط تکیه گاهی ۰/۵ یا ۱/۰)،  $L$  طول دیوار،  $h_{eff}$  ارتفاع مؤثر دیوار،  $f_{dt}$  تنش کشش قطری کران پایین،  $f_a$  تنش فشاری محوری ناشی از بار ثقلی،  $P_L$  نیروی محوری کران پایین

که در این روابط، کرنش تک محوره معادل در جهت  $\epsilon_{iu}$ ،  $\epsilon_{ic}$  جهت  $i$ ، کرنش متناظر با نقطه تسلیم در جهت  $i$ ،  $\sigma_{ic}$  تنش تسلیم در جهت  $i$ ،  $E_0$  شیب اولیه منحنی فشاری،  $\sigma_{cc}$  تنش تک محوره معادل در جهت  $i$  می‌باشند. همچنین ضریب نرم‌شدگی  $\beta$  برای اعمال اثرات ترک خوردگی با اعمال آن در تنش بدست آمده از منحنی تنش کرنش فشاری به صورت شکل ۵ تعریف می‌گردد.

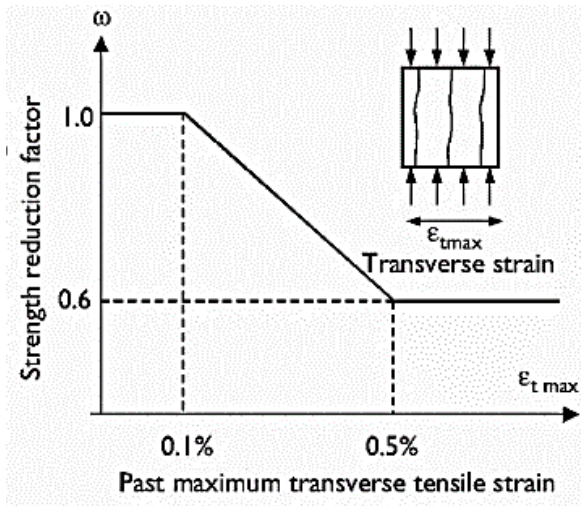
برای حالت بارگذاری یکنوا تنش فشاری تک محوری به صورت روابط (۱۷) تعریف می‌گردد.

$$\sigma_{cc} = \sigma_{ic} \left( \frac{\epsilon_{iu}}{\epsilon_{ic}} \right) \exp \left( 1 - \frac{\epsilon_{iu}}{\epsilon_{ic}} \right) \quad (17)$$

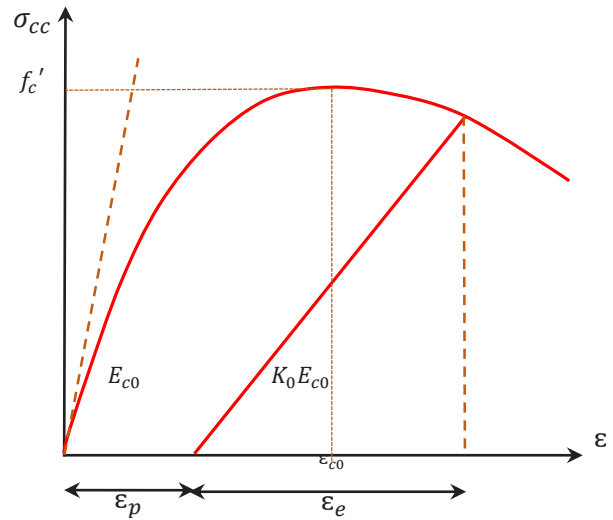
$$E_0 = \frac{d\sigma_{cc}}{d\epsilon_{iu}} = \exp(1) \frac{\sigma_{ic}}{\epsilon_{ic}}$$

1 Monotonic

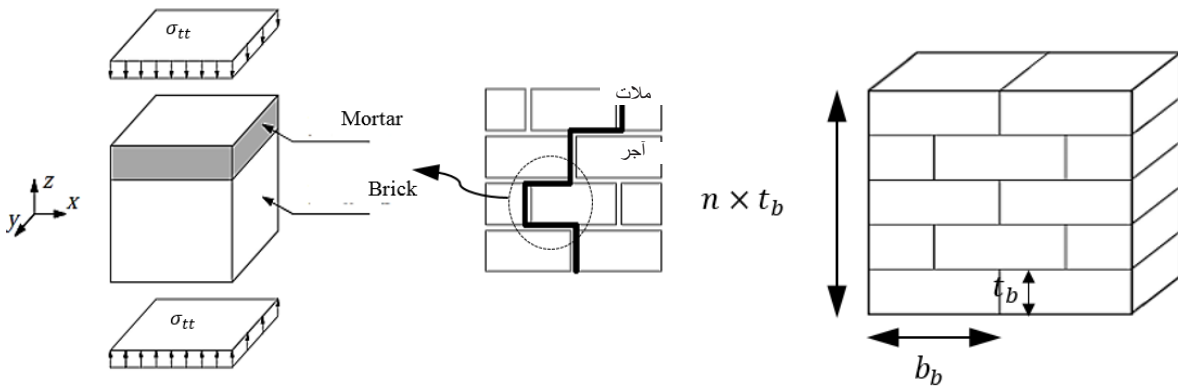
$$\beta = \begin{cases} 1.0 & ; \epsilon_1 \leq 0.0012 \\ 1 - 1.25(\epsilon_1 - 0.002) & ; 0.0012 < \epsilon_1 < 0.0014 \\ 0.6 & ; 0.0014 \leq \epsilon_1 \end{cases}$$



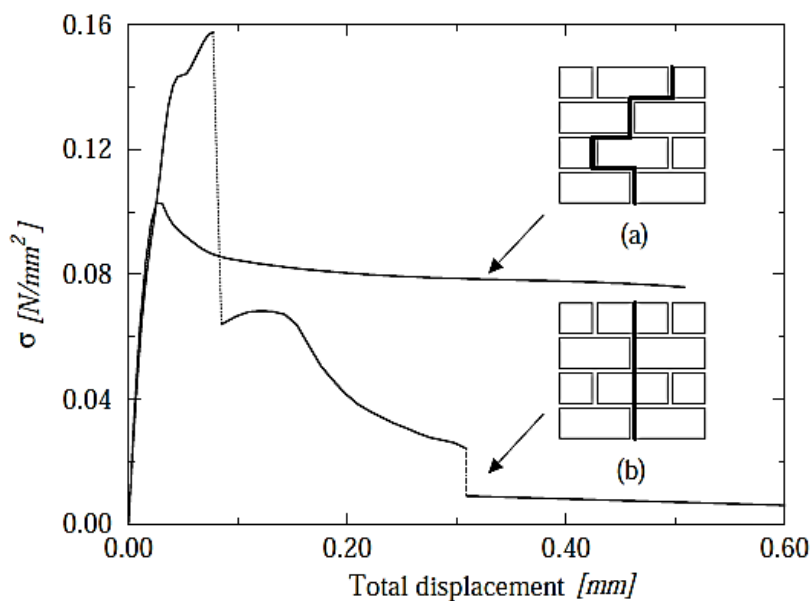
شکل ۵. متغیر نرم‌شدگی فشاری ناشی از ترک‌خوردگی جانبی [۲۸]  
Fig. 5. Strength reduction factor



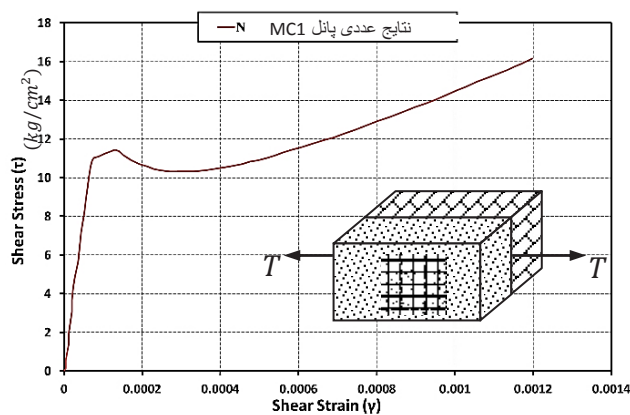
شکل ۴. مدل رفتاری فشاری بنایی  
Fig. 4. Constitutive model for biaxial compression stress state.



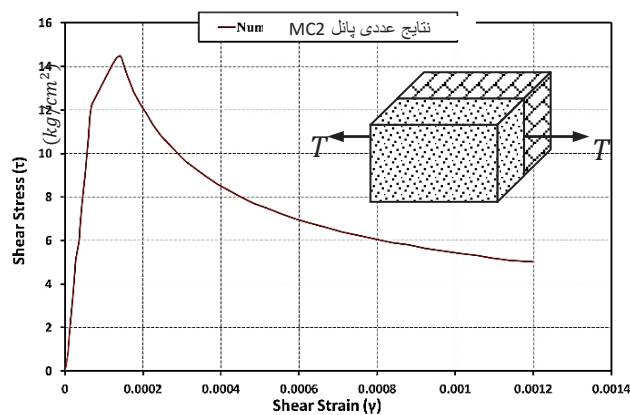
شکل ۶. مجموعه واحد بنایی آجر و ملات  
Fig. 6. Proposed detail for a masonry unit



شکل ۷. مقاومت کششی هر یک از مودهای لغزشی و قطری [۳۴]  
 Fig. 7. Tension strength model for sliding failure mode



شکل ۹. تحلیل پانل MC1  
 Fig. 9. MC1 panel analysis



شکل ۸. تحلیل پانل MC2  
 Fig. 8. MC2 panel analysis

صورتی که ترک در درز بین ملات و آجر به وجود آید، مود کششی لغزشی شکل‌پذیر و در صورتی که از میان آجر و ملات عبور کند، مود کششی قطری با شکل‌پذیری پایین رخ خواهد داد. مدل رفتاری پیشنهادی با استفاده از واحد بنایی نشان داده در شکل ۶ به صورت روابط (۱۸) قابل استخراج است:

#### ۲-۴-۲- مدل رفتاری المان بنایی تحت تنش کششی

مدل رفتاری کششی مورد استفاده به صورتی انتخاب گردیده است که با توجه به مود گسیختگی حاکم، مود کششی لغزشی یا مود کششی قطری کنترل‌کننده رفتار کششی المان بنایی خواهد بود. در

مقاومت کششی آجر تعریف می‌شود.

مقدار مقاومت برشی ملات براساس معیار مورکولمب محاسبه می‌گردد. این معیار به صورت رابطه (۱۹) در نظر گرفته می‌شود:

$$\sigma = c + |\sigma_{cc}| \tan \phi \quad (19)$$

چنانچه مطابق شکل ۶،  $n$  ردیف آجر با عرض  $b_b$  و ضخامت  $t_b$  داشته باشیم، تعداد درزهای ملات  $n-1$  خواهد بود. بنابراین معیار برشی مورکولمب به صورت رابطه (۲۰) بازنویسی خواهد شد.

$$\sigma = \frac{(c + |\sigma_{cc}| \tan \phi) * \frac{b_b}{2} * (n-1)}{n * t_b} \quad (20)$$

نحوه شناسایی هر یک از مودهای لغزشی و قطری به این صورت است که در زمان انجام عملیات تحلیل و با انتقال کرنش‌ها به جهت اصلی، مقاومت کششی درز در جهات اصلی با مقاومت کششی قطری مقایسه می‌شود به طوری که اگر  $f_{tb} < \sigma_A$  ترک کششی قطری رخ

$$\begin{cases} \sigma_c = |\sigma_{cc}| \tan \phi \cos(\theta)^2 & \therefore \sigma_{cc} < 0 \\ \sigma_c = 0 & \therefore \sigma_{cc} \geq 0 \end{cases}$$

$$\sigma_{cn} = \min \{ \sigma_c, E_m \varepsilon_t \}$$

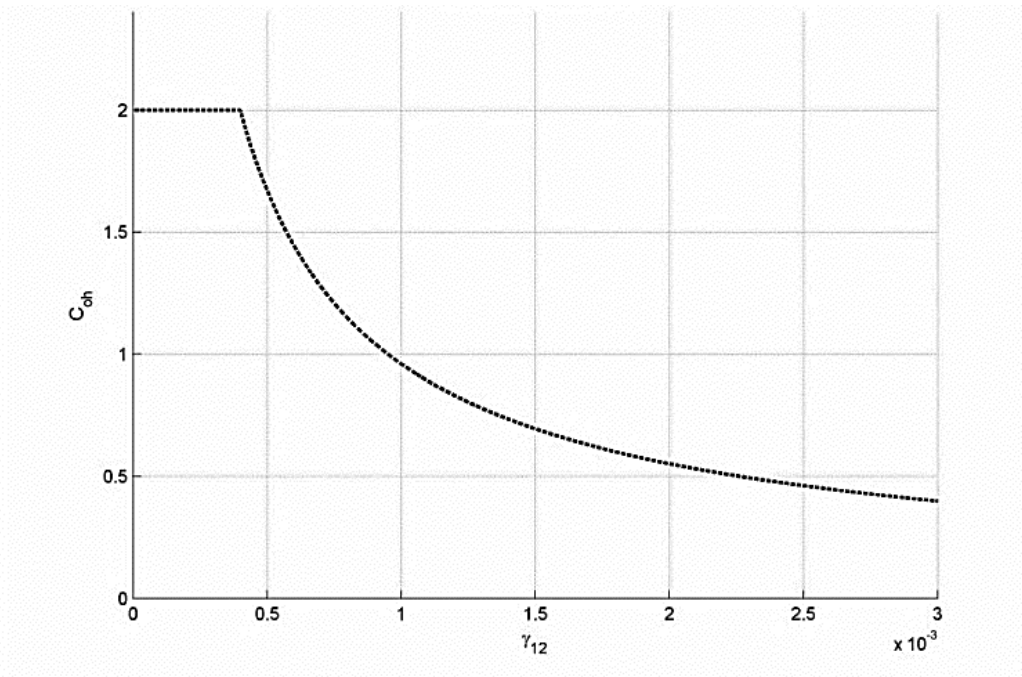
$$\varepsilon_{cr_m} = \frac{f_{tm}}{E_m} \therefore \varepsilon_{cr_b} = \frac{f_{tb}}{E_m} \quad (18)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma'_A = E_m \varepsilon_t + \sigma_{cn} \quad \therefore \varepsilon_t < \varepsilon_{cr_m} \\ \sigma'_A = f_{tm} \left( \frac{\varepsilon_{cr_m}}{\varepsilon_t} \right)^{0.8} + \sigma_{cn} \quad \therefore \varepsilon_t < \varepsilon_{cr_m} \end{array} \right\} \rightarrow \sigma_A = \alpha * \sigma'_A$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_B = E_m \varepsilon_t \quad \therefore \varepsilon_t < \varepsilon_{cr_b} \\ \sigma_B = f_{tb} \left( \frac{\varepsilon_{cr_b}}{\varepsilon_t} \right)^{0.8} \quad \therefore \varepsilon_t < \varepsilon_{cr_b} \end{array} \right\}$$

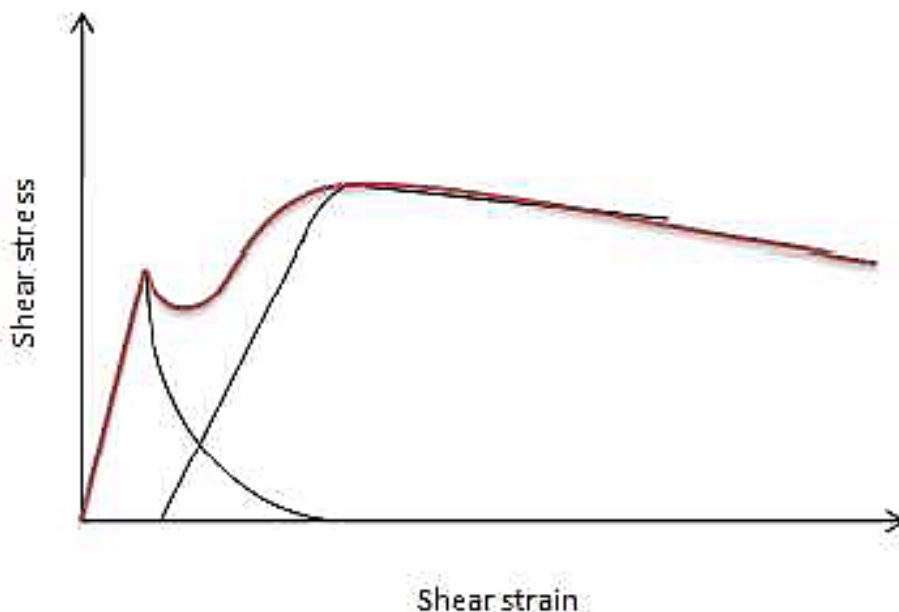
$$\sigma_t = \min \{ \sigma_A, \sigma_B \}$$

که در این روابط، مقدار تنش محوری وارد بر المان، مقدار  $\sigma_c$  مقدار مقاومت برشی ملات،  $\sigma_{cn}$  مقدار مقاومت برشی حاکم،  $E_m$  مدول الاستیسیته واحد بنایی،  $\phi$  زاویه اصطکاک،  $\theta$  زاویه ترک،  $f_{tm}$  مقدار مقاومت کششی ملات،  $f_{tb}$  مقدار مقاومت کششی آجر، ضریب  $\alpha$  جهت در نظر گرفتن توزیع غیریکنواخت برشی در مقطع که مقدار ۰/۷ اختیار می‌گردد،  $\sigma_A$  مقدار مقاومت کششی ملات،  $\sigma_B$  مقدار



شکل ۱۰. مدل پیشنهادی کاهش میزان چسبندگی

Fig. 10. Proposed variation of cohesion due to the shear strain.



شکل ۱۱. مدل برشی پیشنهادی المان بنایی

Fig. 11. Proposed shear constitutive model for masonry element.

از بین می‌رود. در این پژوهش جهت در نظر گرفتن این اثر، تغییرات ضریب چسبندگی ( $C_{oh2}$ ) در برابر میزان کرنش برشی ( $\gamma_{12}$ ) به صورت رابطه (۲۱) مطابق با شکل ۱۰ محاسبه می‌شود.

$$\begin{cases} C_{oh2} = C_{oh} & \therefore \gamma_{12} < 0.0004 \\ C_{oh2} = C_{oh} \left( \frac{0.0004}{\gamma_{12}} \right)^{0.8} & \therefore \gamma_{12} \geq 0.0004 \end{cases} \quad (21)$$

مدول برشی ( $G_{sh\_uncrack}$ ) را می‌توان به صورتی دیگر در قالب رابطه (۲۲) بین تنش برشی ( $\sigma_{sh}$ ) و کرنش برشی ( $\gamma_{12}$ ) بیان نمود:

$$\sigma_{sh} = G_{sh\_uncrack} \gamma_{12} \quad (22)$$

با توجه به این معیار، در صورتی که  $\sigma_{sh} > \sigma_c$  آنگاه مود برشی ترک لغزشی حاکم گردیده و  $\sigma_{sh}$  برابر  $\tau$  انتخاب می‌گردد. سپس مدول برشی قبل از ایجاد مود ترک قطری ( $G_{sh}$ ) به صورت رابطه (۲۳) محاسبه می‌شود:

$$G_{sh2} = \frac{\sigma_{sh}}{\gamma_{12}} \therefore G_{sh} = \frac{1}{\frac{1}{G_{sh\_uncrack}} + \frac{1}{G_{sh2}}} > 1 \quad (23)$$

خواهد داد (شکل ۷). بنابراین، ارزیابی مدل پیشنهادی برای دو حالت المان بنایی تقویت شده با رویه بتنی مسلح (MC۱) و غیرمسلح (MC۲) به ترتیب مطابق شکل ۸ و شکل ۹ حاصل می‌گردد.

#### ۲-۴-۴- مدل رفتاری المان بنایی تحت تنش برشی

مطابق با ساختار تحلیلی در زیربرنامه، مدل رفتاری برشی المان بر اساس تابع چگالی تماس ارائه شده توسط Li [۳۵] انجام می‌گیرد. این مدل که اصولاً برای سطح ترک‌خورده بتنی توسعه یافته، توانایی شبیه‌سازی رفتاری مکانیزم انتقال تنش از جمله اصطکاک سنگدانه‌های بتن، رفتار الاستوپلاستیک سطوح تماس و شکست واحد تماس جهت کنترل مسیر انتقال تنش در طول ترک را دارد. این مدل به طور گسترده در مدل‌سازی رفتارهای برشی بتن مسلح مورد استفاده قرار می‌گیرد که جزئیات آن در مرجع [۳۶] بیان گردیده است. مدل مذکور برای بنایی به گونه‌ای اصلاح شده است که رفتار لغزشی در سطح ملات را معرفی نماید [۱۵]. در آغاز ترک‌خوردگی میزان چسبندگی و زاویه اصطکاک داخلی برابر مقادیر اولیه خود می‌باشد. همراه با توسعه ترک و زمانی که ترک به صورت کامل رشد پیدا کرد و دو سر ترک از یکدیگر کاملاً جدا شده باشند، چسبندگی





## ۲-۵- الگوریتم حل غیرخطی

ارائه شده است که در این تحقیق، الگوریتم طول قوس خطی هم مرتبه ارائه شده توسط Schweizerhof و Wriggers [۴۱] مورد استفاده قرار می‌گیرد (روابط (۲۸)، (۲۹) و (۳۰)):

$$\delta d^i = -K_t^{-1} r^i + \delta \lambda^i \delta d_t^i \quad (28)$$

$$\delta d^i = \delta \bar{d}^i + \delta \lambda^i \delta d_t^i \quad (29)$$

$$\delta \bar{d}^i = -K_t^{-1} r^i \quad \therefore \quad \delta d_t^i = K_t^{-1} q_e \quad (30)$$

با جایگزینی روابط ارائه شده در فوق در رابطه (۲۶)، میزان افزایش طول قوس هر گام در هر تکرار  $\delta \lambda^i$  مطابق رابطه (۳۱) در نظر گرفته می‌شود.

$$\delta \lambda^i = \frac{-\left(\frac{a^i}{2}\right) - (\Delta d^i)^T (\delta \bar{d}^i)}{(\Delta d^i)^T (\delta d_t^i) + \Delta \lambda^i \psi^2 q_e^T q_e} \quad (31)$$

سپس بردار تغییر مکان  $\delta d$  و سطح بار متناظر با آن  $\delta \lambda$  در گام  $i$  ام مطابق رابطه (۳۲) و (۳۳) به روز می‌گردد:

$$\Delta d^{i+1} = \Delta d^i + \delta d^i \quad (32)$$

$$\Delta \lambda^{i+1} = \Delta \lambda^i + \delta \lambda^i \quad (33)$$

## ۳- ارزیابی روش توسعه یافته و اعتبارسنجی نتایج عددی

در این بخش براساس تئوری‌های حاکم و فرمول‌بندی‌های پیشنهادی در این پژوهش، نتایج عددی برنامه توسعه یافته با نمونه‌های مختلف آزمایشگاهی موجود مورد آزمون و قیاس واقع شده است. در تمامی تحلیل‌ها از روش غیرخطی استاتیکی با استفاده از المان کامل تیرستونی فایبری به همراه المان اتصال استفاده شده است.

به منظور صحت‌سنجی و راستی‌آزمایی روش پیشنهادی، چندین دسته متفاوت از نمونه‌های آزمایشی تجربی جهت شبیه‌سازی انتخاب

جهت انجام تحلیل غیرخطی اصلی برنامه، از روش طول قوس که یکی از فرآیندهای پرکاربرد برای تحلیل غیرخطی سازه‌ها است، بهره گرفته شده است. روش حل طول قوس با افزودن یک معادله اضافی به مجموعه معادلات حاکم، یک قید اضافی مطابق رابطه (۲۴) ایجاد می‌نماید.

$$r(s) = q_i(d(s)) - \lambda(s) q_e = 0 \quad \therefore$$

$$s = \int ds \quad \therefore \quad ds = \sqrt{dd^T dd + d \lambda^2 \psi^2 q_e^T q_e} \quad (24)$$

که در این روابط،  $ds$  شعاع قوس،  $\psi$  پارامتر مقیاس‌کننده مشخصه میزان درصد مشارکت بار و جابه‌جایی بین صفر و یک می‌باشد که برای تحلیل بر مبنای کنترل جابه‌جایی این متغیر به سمت صفر میل می‌کند. با در نظر گرفتن فرم دیفرانسیلی کلی با استفاده از رابطه (۲۵) و در نظر گرفتن شعاع ثابت دلخواه برای تقاطع قوس و معادله تعادلی  $\Delta l$  خواهیم داشت:

$$a^i = (\Delta d^i)^T \Delta d^i + (\Delta \lambda^i)^2 \psi^2 q_e^T q_e - \Delta l^2 = 0 \quad (25)$$

سپس حل همزمان دستگاه معادلات به روش نیوتن رافسون به روش تکراری صورت می‌پذیرد. ایده حل ابتدا توسط Riks [۳۹] و سپس توسط Wempner [۳۹] با احتساب معادله اضافی متفاوتی توسعه یافته است. با استفاده از بسط سری تیلور مطابق رابطه (۲۶) و ساختار ماتریسی نمایش داده شده توسط Felippa [۴۰]، رابطه (۲۷) حاصل می‌شود.

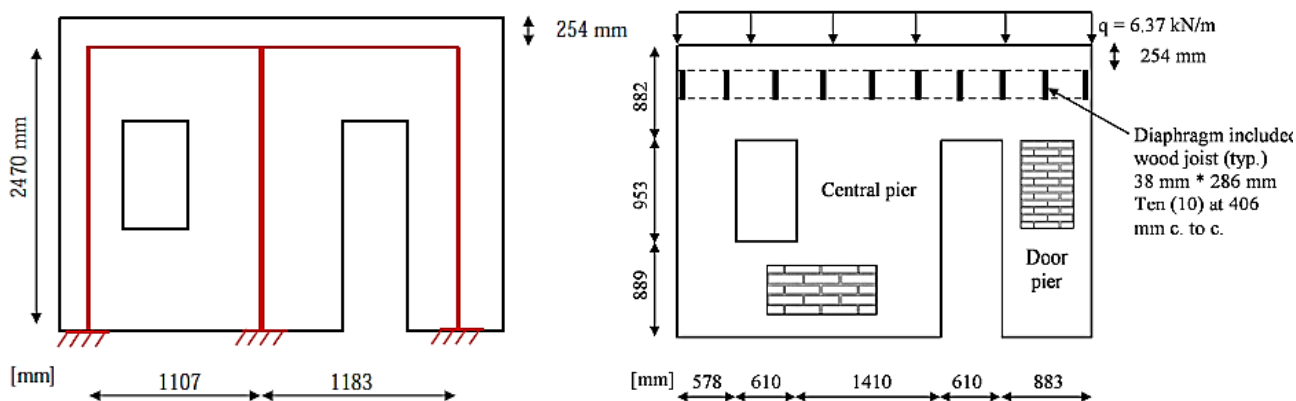
$$a^{i+1} = a^i + \frac{\partial a}{\partial d} \delta d^i + \frac{\partial a}{\partial \lambda} \delta \lambda^i = \quad (26)$$

$$a^i + 2(\Delta d^i)^T \delta d^i + 2\Delta \lambda^i \delta \lambda^i \psi^2 q_e^T q_e = 0$$

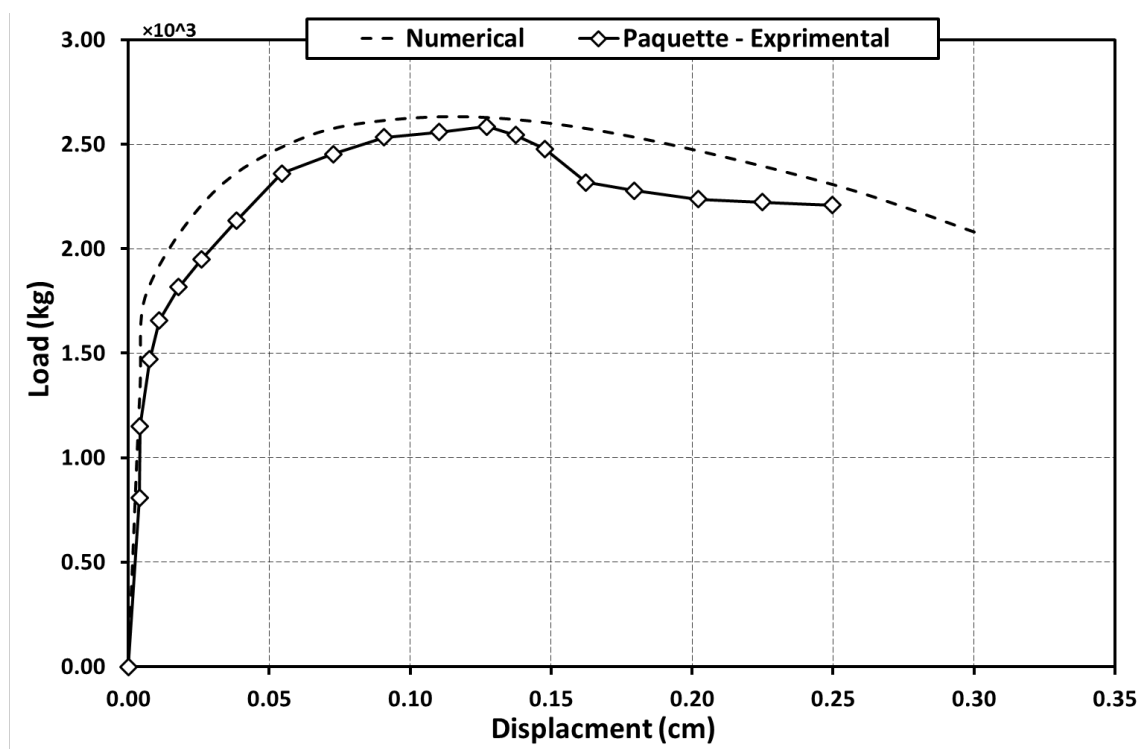
$$\begin{pmatrix} \delta d^i \\ \delta \lambda^i \end{pmatrix} = - \begin{bmatrix} K_t & -q_e \\ 2(\Delta d^i)^T & 2\Delta \lambda^i \delta \lambda^i \psi^2 q_e^T q_e \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} r^i \\ a^i \end{pmatrix} \quad (27)$$

در ادبیات پژوهشی روش‌های متعددی جهت حل رابطه (۲۷)





شکل ۱۹. نمونه تست شده توسط Paquette و Bruneau [۴۳]  
Fig. 19. Geometry of the wall tested by Paquette and Bruneau [43]



شکل ۲۰. منحنی رفتاری تحلیلی نمونه دیوار Paquette و Bruneau  
Fig. 20. Comparison of load-displacement diagram of the wall tested by Paquette and Bruneau

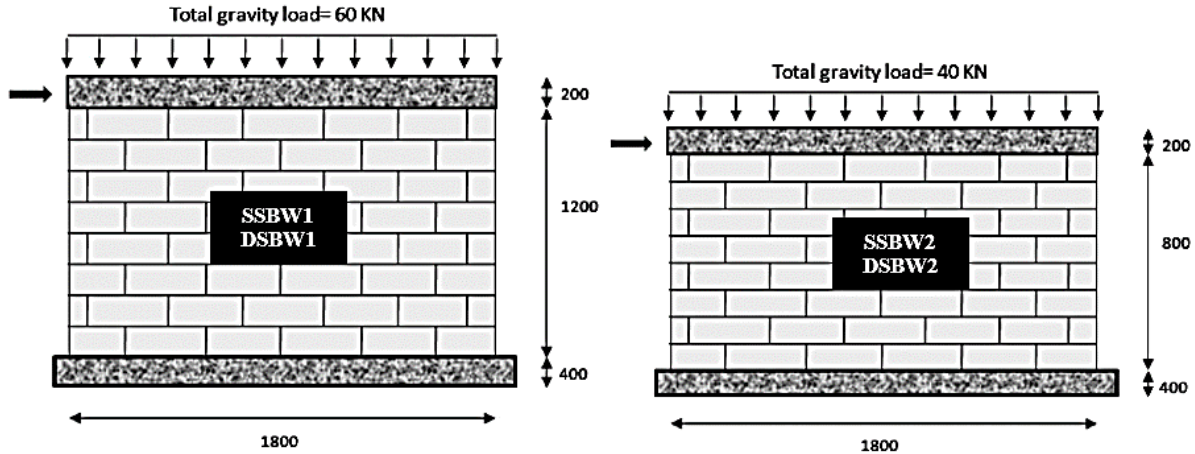
نمایش داده شده است.

در ادامه منحنی رفتاری بدست آمده از تحلیل با بهره‌گیری از المان قابی پیشنهادی، با نتایج آزمایشگاهی موجود و مدل المان اتصال دستورالعمل نشریه ۳۶۰ برای دیوار W1 مطابق شکل ۱۷ و برای دیوار W2 مطابق شکل ۱۸ مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

دیوار W1 تحت بار گسترده قائم  $6.1 \text{ kg/cm}^2$  قرار گرفته است که برابری آن برابر با  $41500 \text{ kg}$  می‌باشد. مطابق نتایج آزمایشگاهی

شده است. در ابتدا دیوارهای بنایی غیرمسلح آزمایش شده توسط Ganz و Thürlimann [۴۲] با رویکرد حاضر تحلیل شده است. هندسه مدل و جزئیات مربوط به این دیوارها در شکل ۱۶ تشریح شده است. در این مدل، هندسه دیوارها یکسان بوده ولی با شرایط بارگذاری متفاوت، تحت بارگذاری محوری و برشی مورد آزمایش قرار گرفته‌اند.

مشخصات مصالح بنایی و شرایط بارگذاری این نمونه در جدول ۱



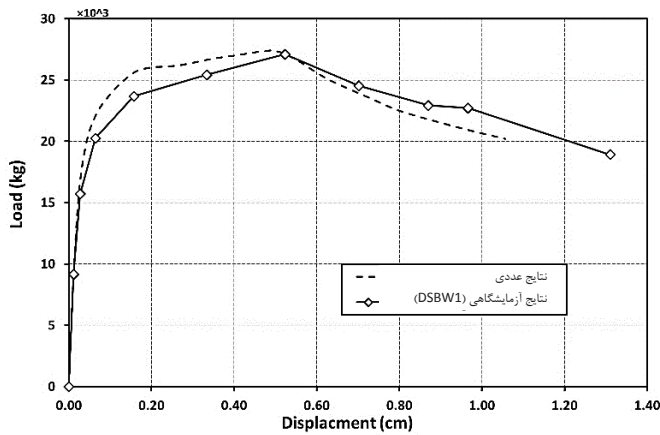
شکل ۲۱. نمونه تست شده توسط یعقوبی فر [۴۴]

Fig. 21. The geometry of strengthened specimens (Yaghoubifar 2008) [44]

جدول ۲. مشخصات دیوار تست شده توسط یعقوبی فر

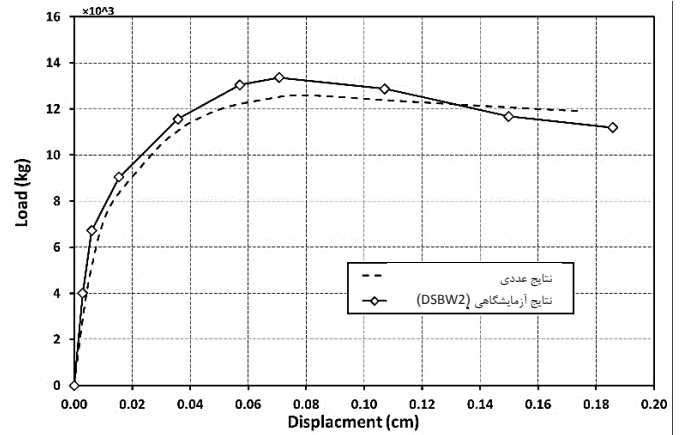
Table 2. Characteristics of the wall tested by Yaghoubifar

Wall	Masonry wall characteristics					Concrete		Vertical reinforcement				Horizontal reinforcement			
	$l_w$ (m)	$h_w$ (m)	$t_m$ (m)	$f'_m$ (MPa)	$P$ (KN)	$t_c$ (m)	$f'_c$ (MPa)	$\rho_y$	$d$ (m)	Dist. (m)	$f_y$ (MPa)	$\rho$	$d$ (m)	Dist. (m)	$f_y$ (MPa)
SSBW2	1.8	0.8	0.2	5	60	0.04	28	0.0063	0.004	50	309.6	0.0063	0.004	0.05	309.6
DSBW2	1.8	0.8	0.2	5	60	0.04	28	0.0063	0.004	50	309.6	0.0063	0.004	0.05	309.6
SSBW1	1.8	1.2	0.2	5	40	0.04	28	0.0028	0.004	100	650	0.003	0.004	0.10	650
DSBW1	1.8	1.2	0.2	5	40	0.04	28	0.0028	0.004	100	650	0.003	0.004	0.10	650



شکل ۲۳. منحنی رفتاری تحلیلی نمونه دیوار DSBW2

Fig. 23. Comparison of experimental results of DSBW2 with the proposed approach



شکل ۲۲. منحنی رفتاری تحلیلی نمونه دیوار SSBW2

Fig. 22. Comparison of experimental results of SSBW2 with the proposed approach

قرار گرفته است که برآیند آن برابر با  $128700 \text{ kg}$  می باشد. مطابق نتایج حاصل از آزمایشگاه نیز این دیوار در ابتدا شکل پذیری مناسبی داشته ولی در ادامه بارگذاری، شکست ناگهانی ترد رخ داده و مود

گزارش شده این دیوار شکل پذیری بالایی داشته و مود خرابی برشی حاکم شکست کششی و برشی در امتداد ترک های پله ای قطری می باشد. همچنین، دیوار W2 تحت بار گسترده قائم  $19.1 \text{ kg/cm}^2$

لازم به ذکر است مود حاکم شکست برای دیوار DSBW2 مود خمشی (حرکت گهواره‌ای) و برای دیوار SSBW2 مود حاکم مود برشی (کشش قطری) بوده است. مود رفتاری کششی قطری رفتاری هنگامی رخ می‌دهد که بعد از جاری شدن آرماتورهای خمشی، مقاومت برشی از مقاومت خمشی کمتر می‌شود. نوع عملکرد دیوارها با توجه به کمینه رفتار المان اتصال حاصل از تحلیل برشی درون المانی و مجموعه المان‌های فایبر (رفتار خمشی) بدست آمده است.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر یک مدل درشت مقیاس مبتنی بر روش قاب معادل جهت ارزیابی سازه‌های بنایی معرفی گردید. روش پیشنهادی در این تحقیق بر مبنای فرمول‌بندی مدل فایبری با رویکرد لاگرانژی به‌روز شده است و بازنویسی فرمولی این المان بر مبنای تئوری تیر تیموشنکو به همراه اثرات برهم‌کنش محوری، خمشی و برشی در دامنه هر المان صورت گرفت. همچنین روش عنوان شده در دستورالعمل نشریه ۳۶۰ در مدل‌های المان اتصال سازه به عنوان یک زیربرنامه پیاده‌سازی گردید و با نتایج آزمایشگاهی موجود مورد قیاس قرار گرفت. مطابق نتایج حاصل از تحلیل، روش قاب معادل پیشنهادی علاوه بر کاربردی بودن در ساختمان‌های بتنی، بنایی و یا تلفیقی از هر دو، در محدوده‌های خطی و غیرخطی نیز دارای دقت مناسب و همگرایی قابل قبولی بوده و تطابق قابل قبولی در مقایسه با روش‌های دقیق و آزمایشگاهی می‌تواند نتیجه دهد.

#### مراجع

- [1] F. Taucer, E. Spacone, F.C. Filippou, A fiber beam-column element for seismic response analysis of reinforced concrete structures, Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California Berkeley, California, 1991.
- [2] E. Spacone, F.C. Filippou, F.F. Taucer, Fibre Beam-Column Model for Non-Linear Analysis of R/C Frames: Part II. Applications, Earthquake engineering & structural dynamics, 25(7) (1996) 727-742.
- [3] M.H. Scott, G.L. Fenves, Plastic hinge integration methods for force-based beam-column elements, Journal of Structural Engineering, 132(2) (2006) 244-252.

خرابی خردشدگی ناحیه فشاری حاکم می‌گردد. قابل به ذکر است نتایج حاصل از تحلیل مطابق انتظار، با احتساب المان اتصال مبتنی بر دستورالعمل نشریه ۳۶۰ در جهت اطمینان بوده و میزان ظرفیت‌های پایینی را در حالت ترک‌های پله‌ای قطری نسبت به روش‌های دقیق و آزمایشگاهی گزارش می‌دهد.

در ادامه، روش قاب معادل در یک دیوار بنایی با بازشو مورد ارزیابی واقع می‌گردد. بدین منظور نمونه تست شده توسط Paquette و Bruneau [۴۳] مطابق شکل ۱۹ انتخاب شده است که دارای طول ۴۰۹ سانتی‌متر، ارتفاع ۲۴۷ سانتی‌متر و ضخامت ۱۹ سانتی‌متر بوده است. همچنین، نیروی محوری وارد بر آن برابر  $637 \text{ kg/m}$ ، مقاومت فشاری ملات به طور متوسط برابر  $92.4 \text{ kg/cm}^2$ ، مقاومت فشاری آجر نیز به طور متوسط برابر  $109 \text{ kg/cm}^2$  در نظر گرفته شده است. ضریب چسبندگی و زاویه اصطکاک نیز به ترتیب  $0.78 \text{ kg/cm}^2$  و  $31.9^\circ$  فرض شده است.

منحنی رفتاری دیوار عنوان شده با استفاده از روش تحلیلی و مقایسه آن با نتایج آزمایشگاهی در شکل ۲۰ نمایش داده شده است. مود حاکم گسیختگی در این نمونه، مود خمشی حاصل از المان‌های فایبر بوده است و عملکرد المان اتصال تأثیری بر روی رفتار دیوار نداشته است.

در ادامه، مجموعه‌ای از دیوارهای بنایی تست شده توسط یعقوبی‌فر [۴۴] مورد ارزیابی قرار گرفته و رفتار دیوارهای آجری تقویت شده با پوشش بتن مسلح نیز مورد آزمون واقع شده است. هندسه مدل و مشخصات ابعادی آن در شکل ۲۱ آورده شده است.

نمونه‌های SSBW دیوارهای تقویت شده با بتن پاشی یک طرفه و نمونه‌های DSBW دیوارهای تقویت شده با بتن پاشی دوطرفه می‌باشد. نیروی محوری اعمالی وارد بر SSBW2 و DSBW2 برابر  $6000 \text{ kg}$  و نیروی محوری وارد بر SSBW1 و DSBW1 برابر  $4000 \text{ kg}$  است. مقاومت فشاری مصالح بنایی نیز به طور متوسط برابر  $100 \text{ kg/cm}^2$  می‌باشد. مشخصات مصالح بنایی و شرایط بارگذاری این نمونه در جدول ۲ نمایش داده شده است.

منحنی رفتاری بدست آمده از تحلیل با بهره‌گیری از المان قابی پیشنهادی، با نتایج آزمایشگاهی موجود برای دو حالت تقویت دیوار بنایی با بتن شاتکریتی یک‌طرفه (SSBW۲) در شکل ۲۲ و دوطرفه (DSBW۲) در شکل ۲۳ مورد مقایسه قرار گرفته است.

- [14] E. Raka, E. Spacone, V. Sepe, G. Camata, Advanced frame element for seismic analysis of masonry structures: model formulation and validation, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 44(14) (2015) 2489-2506.
- [15] B. Ghiassi, M. Soltani, A.A. Tasnimi, Seismic evaluation of masonry structures strengthened with reinforced concrete layers, *Journal of Structural Engineering*, 138(6) (2011) 729-743.
- [16] L. Salvatori, P. Spinelli, A Continuum-Discrete Multiscale Model for In-Plane Mechanical Modeling of Masonry Panels, *Journal of Multiscale Modelling*, 9(03) (2018) 1840004.
- [17] I. Calì, M. Marletta, B. Pantò, A new discrete element model for the evaluation of the seismic behaviour of unreinforced masonry buildings, 2012.
- [18] F. Vanin, D. Zaganelli, A. Penna, K. Beyer, Estimates for the stiffness, strength and drift capacity of stone masonry walls based on 123 quasi-static cyclic tests reported in the literature, *Bulletin of Earthquake Engineering*, 15(12) (2017) 5435-5479.
- [19] R. Marques, P.B. Lourenço, Unreinforced and confined masonry buildings in seismic regions: Validation of macro-element models and cost analysis, *Engineering Structures*, 64 (2014) 52-67.
- [20] K. Orakcal, L.M.M. Sanchez, J.W. Wallace, Analytical modeling of reinforced concrete walls for predicting flexural and coupled-shear-flexural responses, *Pacific Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, Berkeley*, 2006.
- [21] A. Bazoune, Y. Khulief, N. Stephen, Shape functions of three-dimensional Timoshenko beam element, *Journal of Sound and Vibration*, 259(2) (2003) 473-480.
- [22] S. Puchegger, S. Bauer, D. Loidl, K. Kromp, H. Peterlik, Experimental validation of the shear correction factor, *Journal of sound and vibration*, 261(1) (2003) 177-184.
- [23] W. Yu, D.H. Hodges, Elasticity solutions versus asymptotic sectional analysis of homogeneous, isotropic, prismatic beams, *Journal of Applied Mechanics*, 71(1) (2004) 15-23.
- [24] J. Hutchinson, Shear coefficients for Timoshenko beam
- [4] K. Demirlioglu, S. Gonen, S. Soyoz, M.P. Limongelli, In-Plane Seismic Response Analyses of a Historical Brick Masonry Building Using Equivalent Frame and 3D FEM Modeling Approaches, *International Journal of Architectural Heritage*, (2018) 1-19.
- [5] D. Manojlović, D. Jovanovic, V. Vukobratovic, PUSHOVER ANALYSIS OF A FOUR-STOREY MASONRY BUILDING DESIGNED ACCORDING TO EUROCODE, 2018.
- [6] R. Siano, P. Roca, G. Camata, L. Pelà, V. Sepe, E. Spacone, M. Petracca, Numerical investigation of non-linear equivalent-frame models for regular masonry walls, *Engineering Structures*, 173 (2018) 512-529.
- [7] E. Quagliarini, G. Maracchini, F. Clementi, Uses and limits of the Equivalent Frame Model on existing unreinforced masonry buildings for assessing their seismic risk: A review, *Journal of Building Engineering*, 10 (2017) 166-182.
- [8] P. Ceresa, L. Petrini, R. Pinho, R. Sousa, A fibre flexure–shear model for seismic analysis of RC-framed structures, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 38(5) (2009) 565-586.
- [9] Z.-X. Li, Y. Gao, Q. Zhao, A 3D flexure–shear fiber element for modeling the seismic behavior of reinforced concrete columns, *Engineering Structures*, 117(Supplement C) (2016) 372-383.
- [10] R.S. Stramandinoli, H.L. La Rovere, FE model for nonlinear analysis of reinforced concrete beams considering shear deformation, *Engineering structures*, 35 (2012) 244-253.
- [11] T. Mullapudi, A. Ayoub, Analysis of reinforced concrete columns subjected to combined axial, flexure, shear, and torsional loads, *Journal of Structural Engineering*, 139(4) (2012) 561-573.
- [12] M. Sasani, A. Werner, A. Kazemi, Bar fracture modeling in progressive collapse analysis of reinforced concrete structures, *Engineering Structures*, 33(2) (2011) 401-409.
- [13] H.R. Valipour, S.J. Foster, Finite element modelling of reinforced concrete framed structures including catenary action, *Computers & structures*, 88(9) (2010) 529-538.

- [35] B. Li, Contact density model for stress transfer across cracks in concrete, Journal of the Faculty of Engineering, the University of Tokyo, (1) (1989) 9-52.
- [36] M. Soltani, X. An, K. Maekawa, Computational model for post cracking analysis of RC membrane elements based on local stress-strain characteristics, Engineering structures, 25(8) (2003) 993-1007.
- [37] H.M.M. Salem, Enhanced tension stiffening model and application to nonlinear dynamic analysis of reinforced concrete, 1998.
- [38] C. Jin, M. Soltani, X. An, Experimental and numerical study of cracking behavior of openings in concrete dams, Computers & structures, 83(8) (2005) 525-535.
- [39] E. Ramm, The Riks/Wempner approach-An extension of the displacement control method in nonlinear analysis, nonlinear computational mechanics, (1982) pp. 63-86.
- [40] C.A. Felippa, Nonlinear finite element methods, Department of Aerospace Engineering Sciences and Center for Space Structures and Controls, 2001.
- [41] K. Schweizerhof, P. Wriggers, Consistent linearization for path following methods in nonlinear FE analysis, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 59(3) (1986) 261-279.
- [42] H. Ganz, B. Thürlimann, Tests on the biaxial strength of masonry, Rep. No. 7502, 3 (1982).
- [43] J. Paquette, M. Bruneau, Pseudo-dynamic testing of unreinforced masonry building with flexible diaphragm, Journal of structural engineering, 129(6) (2003) 708-716.
- [۴۴] یعقوبی فر، ا، بررسی رفتار دیوارهای آجری تقویت شده با شبکه فولادی و پوشش بتن به روش آزمایشگاهی و تحلیلی، پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی عمران - سازه، دانشکده عمران محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس، شهریور ۱۳۸۷.
- theory, TRANSACTIONS-AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS JOURNAL OF APPLIED MECHANICS, 68(1) (2001) 87-92.
- [25] S. Dong, C. Alpdogan, E. Taciroglu, Much ado about shear correction factors in Timoshenko beam theory, International Journal of Solids and Structures, 47(13) (2010) 1651-1665.
- [26] K. Chan, K. Lai, N. Stephen, K. Young, A new method to determine the shear coefficient of Timoshenko beam theory, Journal of Sound and Vibration, 330(14) (2011) 3488-3497.
- [27] S.P. Timoshenko, X. On the transverse vibrations of bars of uniform cross-section, The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 43(253) (1922) 125-131.
- [28] K. Maekawa, H. Okamura, A. Pimanmas, Non-linear mechanics of reinforced concrete, Spon Press, 2003.
- [29] M. Jirásek, Z.P. Bazant, Inelastic analysis of structures, John Wiley & Sons, 2002.
- [30] X.-B.D. Pang, T.T. Hsu, Behavior of reinforced concrete membrane elements in shear, Structural Journal, 92(6) (1995) 665-679.
- [۳۱] دستورالعمل بهسازی لرزه ای ساختمان‌های موجود نشریه ۳۶۰، ۱۳۹۲.
- [32] L.R. Herrmann, Finite element analysis of contact problems, Journal of the Engineering Mechanics Division, 104(5) (1978) 1043-1057.
- [33] Y. Zhuge, D. Thambiratnam, J. Corderoy, Nonlinear dynamic analysis of unreinforced masonry, Journal of structural engineering, 124(3) (1998) 270-277.
- [34] P.J.B.B. Lourenço, Computational strategies for masonry structures, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, 1997.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

B. Yousefi, M. Soltani., (2021). A Macro-element Model for Nonlinear Analysis of Masonry Structures. *Amirkabir J. Civil Eng.*, 53(5): 2003-2022.

DOI: [10.22060/ceej.2020.17278.6510](https://doi.org/10.22060/ceej.2020.17278.6510)



