



ارزیابی تغییرات تراز و غلظت نیترات آب‌های زیرزمینی دشت کبودرآهنگ با استفاده از سری‌های زمانی

مجید احتشامی*، محمد خراسانی، حامد قدیمی، نگین حیات‌بینی

دانشکده مهندسی عمران و محیط‌زیست، دانشگاه خواجه‌نصیرالدین طوسی، تهران، ایران
دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۷ دی ۱۳۹۳
بازنگری: ۱۹ اسفند ۱۳۹۳
پذیرش: ۴ خرداد ۱۳۹۴
ارائه آنلاین: ۶ مهر ۱۳۹۳

کلمات کلیدی:

سری زمانی
مدل‌سازی
تراز آب زیرزمینی
نیترات
کبودرآهنگ

چکیده: منابع آب‌های زیرزمینی یکی از مهم‌ترین و با ارزش‌ترین منابع آب‌ها به شمار می‌روند. شناخت صحیح و بهره‌برداری اصولی از آن‌ها به‌خصوص در مناطق خشک و نیمه‌خشک می‌تواند در توسعه پایدار بسیاری از فعالیت‌های کشاورزی، اجتماعی و اقتصادی آن منطقه تأثیر بسزایی داشته باشد. برای آگاهی از وضعیت نوسانات سطح و غلظت نیترات آب زیرزمینی در دشت کبودرآهنگ از مدل‌های سری زمانی برای پیش‌بینی وضعیت سطح آب زیرزمینی در طی سال‌های ۱۳۶۷ تا ۱۳۸۶ و غلظت نیترات در سال‌های ۱۳۸۵ تا ۱۳۸۹ استفاده گردید. توسط مدل‌های باکس-جنکینز، پیش‌بینی هیدروگراف ۲ ساله و کموگراف یک‌ساله تهیه گردید. مدل‌های باکس-جنکینز، حالت وینترز و برون‌یابی محوری، برای واسنجی و پیش‌بینی داده‌ها استفاده گردید. تحلیل خطای باقیمانده‌ها و صحت‌سنجی مدل باکس-جنکینز از طریق روش پرت مانو و آکائیک صورت گرفت. نتایج مدل باکس-جنکینز نشان داد که سطح آب زیرزمینی دشت در ۳ سال آینده ۵ متر افت خواهد داشت. مقدار متوسط غلظت نیترات در طی ماه‌های سال برابر با $48/08 \text{ mg/l}$ است. نتایج تحلیل خطاهای مدل‌های کمی و کیفی (باکس-جنکینز و حالت وینترز و برون‌یابی محوری) که شامل SSE و RMSE و MAE بود، نشان‌دهنده پتانسیل بهینه‌یابی توسط مدل باکس-جنکینز است.

۱- مقدمه

به‌منظور مدیریت صحیح سیستم‌های منابع آب که طبیعتی پویا و پیچیده دارند، تحلیل مقادیر مختلف پارامترهای هیدرولوژیکی موردنیاز است. نوسانات سطح آب زیرزمینی نیاز اولیه برای ارزیابی و طراحی یک برنامه توسعه آب زیرزمینی مناسب است. تراز آب در آبخوان، متغیری مهم در هیدرولوژی آب زیرزمینی است و تحلیلی دقیق از تغییرات زمانی و مکانی آن اطلاعات مفیدی از رفتار سیستم آبخوان فراهم می‌سازد [۱]. ارزیابی تراز آب زیرزمینی یک منبع اصلی اطلاعات درباره پتانسیل استرس هیدرولوژیکی یک سیستم آب زیرزمینی به شمار می‌رود [۲،۳].

سیستم‌های آب زیرزمینی نه‌تنها طبیعتی دینامیک دارند بلکه در واکنش به استرس‌های اقلیمی و فعالیت‌های انسانی، متغیر می‌باشند [۴]. به‌منظور ارزیابی پتانسیل کمی و کیفی آب‌های زیرزمینی اغلب یک رویکرد سیستماتیک برای ارزیابی‌های محلی و منطقه‌ای موردنیاز است که قابلیت تجزیه روندها، تحلیل سری‌های زمانی و تحلیل فرکانس و مقایسه مابین انواع داده‌ها و فرکانس‌ها، در چیدمان هیدرولوژیکی و مابین حوزه‌های مختلف را داشته باشد [۵]. یک روش

تجزیه منسجم و منطقی می‌تواند اثرات عوامل منفرد بر آب زیرزمینی را جداسازی و به‌طور کمی ارزیابی نموده و نیز ارتباط و پیچیدگی‌های مابین این عوامل مانند فرایندهای هیدرولوژیکی و تغییرات اقلیمی را تعیین کند [۶].

در مناطقی که داده‌های دقیق هیدرولوژیکی در دسترس نیست می‌توان توسط روش‌های آماری، مانند تحلیل مؤلفه پایه و تحلیل همبستگی متقابل، تغییرات تراز آب زیرزمینی را پیش‌بینی کرد [۷]. اگرچه مدل‌سازی فیزیکی در شرایط کمبود داده‌ی مناسب معمول است، وجود عوامل گوناگون مانند دخالت‌های انسانی تعیین دقیق پارامترهای هیدرولوژیکی و شرایط مرزی حوزه را بسیار دشوار می‌سازد، بنابراین استفاده از مدل‌های سری زمانی در این محیط‌ها ارجح است [۸،۹].

مدل‌های سری زمانی احتمالاتی، ابزارهای مفید و پرطرفداری برای پیش‌بینی‌های میان‌مدت و تولید داده‌های ترکیبی هستند. برخی از مدل‌های سری‌های زمانی احتمالاتی مانند مارکو، باکس-جنکینز (BJ)، اتورگرسیو تفاضلی میانگین متحرک فصلی (SARIMA) [۱]، اتورگرسیو میانگین متحرک غیرفصلی (ARMA) [۲]، اتورگرسیو دوره‌ای (PAR) [۳]، نویز تابع

¹ Seasonal ARIMA

² Seasonal ARIMA

³ Periodic Auto-Regressive

* نویسنده عهده دار مکاتبات: Maehatesh@gmail.com

این پژوهش قصد دارد با استفاده از پارامترهای مدل‌های ARIMA^۵ و تعمیم معادلات، مدل‌های SARIMA را به منظور کاربرد در برنامه‌های مدل‌سازی نوسانات سطح آب زیرزمینی و پارامترهای کیفی مانند غلظت نیترات توسعه دهد.

۲-۲- منطقه مورد مطالعه

معرفی محدوده دشت کبودآهنگ یکی از محدوده‌های مطالعاتی حوزه رودخانه قره‌چای است که با وسعت ۳۴۴۸ کیلومترمربع در شمال استان همدان واقع شده و از شمال با دشت زنجان، از جنوب با دشت بهار، از شرق با دشت‌های رزن و فامنین و از غرب با محدوده مطالعاتی گل‌تپه در ارتباط است. وسعت آبخوان اصلی دشت، ۱۱۸۶ کیلومترمربع است. شهرستان کبودآهنگ در فاصله ۶۰ کیلومتری از مرکز استان و به ارتفاع ۱۶۸۰ متر از سطح دریا و دارای مختصات جغرافیایی ۲۶° ۴۳' ۴۸" طول شرقی و ۳۵° ۱۲' ۳۰" عرض شمالی است. این دشت، در محدوده‌های زمین‌شناسی بزرگ ایران مرکزی و منطقه متامورفیکی سنندج- سیرجان واقع شده و قسمتی از محدوده این شهرستان نیز در سرشاخه رودخانه قزل‌اوزن قرار دارد.

این محدوده دارای آب‌وهوای نیمه‌خشک تا خشک و سرد است. منشأ عمده ریزش‌های جوی این منطقه، مدیترانه‌ای بوده و رطوبت هوا و بارندگی اغلب توسط جبهه‌های غربی تأمین می‌گردند. متوسط بارندگی دشت کبودآهنگ، بر اساس آمار درازمدت (۳۶ساله) ایستگاه پایگاه نوژه، ۳۳۲/۷ میلی‌متر است. در دشت کبودآهنگ سالیانه به‌طور متوسط ۸۲ میلیون مترمکعب اضافه‌برداشت از منابع آب زیرزمینی صورت می‌گیرد و نزدیک به یک میلیارد و ۸۰۰ میلیون مترمکعب کسری مخزن ایجادشده، بنابراین به علت منفی شدن بیلان و بروز افت مداوم در سطح آب در حال حاضر این دشت جزء مناطق ممنوعه بحرانی طبقه‌بندی می‌گردد.

۳-۳- روش تحقیق

انتخاب مدل مناسب برای ارزیابی از وجوه مختلف استراتژی مدیریت آب زیرزمینی اهمیت قابل‌توجهی دارد که در یک مسئله خاص به عوامل زیادی مانند تعداد سری‌هایی که مدل می‌شوند، دقت موردنیاز، سهولت استفاده از مدل‌ها، سهولت درک نتایج و غیره وابسته است.

مدل‌سازی یک سری زمانی یا به عبارتی توصیف رفتار یک سری زمانی به زبان ریاضی شامل سه مرحله کلی شامل: تشخیص مدل آزمایش، تخمین پارامترهای مدل (برازش) و بررسی مناسبت مدل است (شکل ۱).

تبدیل (TFN)^۱ و نویز تابع تبدیل دوره‌ای (PTFN)^۲ مورد استفاده در پیش‌بینی تغییرات پارامترها بوده‌اند [۱۰-۱۲]. مدل‌های مطرح در شبیه‌سازی نوسانات آب زیرزمینی شامل روش من-کندال، آزمون t و آزمون‌های کرادوک، رویکرد شبکه عصبی مصنوعی [۱۳] و تحلیل سری‌های زمانی همچون تحلیل همبستگی و طیفی [۱، ۳، ۷، ۱۴، ۱۵] و میانگین متحرک (MA)^۳ می‌باشند [۴، ۱۶].

روش‌های سری‌های زمانی در بسیاری از مطالعات آب زیرزمینی برای تحلیل اطلاعات آب زیرزمینی در واکنش به استرس‌های مستقل استفاده شده‌اند [۱، ۱۷، ۱۸]. استفاده‌های متعدد از همه این مدل‌ها برای تحلیل نوسانات سطح و نیترات آب زیرزمینی در طول زمان برای کاربردهای گوناگون هیدرولوژی آب زیرزمینی بسیار مفید شناخته‌شده است [۱۹، ۲۰]. سامانی و همکاران [۲۱] با استفاده از تحلیل خودهمبستگی، چگالی طیفی، همبستگی متقابل و طیف متقابل، سری‌های زمانی بارندگی، تبخیر و سطح آب زیرزمینی دشت بهشهر-نکا را تحلیل کردند. تحلیل تغییرات عمق آب زیرزمینی و شوری در آبخوان ساحلی بریزین استرالیا به روش مشابه انجام شد [۲۲].

پیش‌بینی دقیق و مناسب تغییرات کیفی آب می‌تواند نقش مهمی در مدیریت منابع آبی و سیاست‌گذاری‌های مربوط به کشاورزی و توسعه پایدار داشته باشد. پژوهشگران در گذشته مطالعاتی را پیرامون نظارت و پیش‌بینی غلظت نیترات در آب زیرزمینی با استفاده از کنترل فرایند آماری و تحلیل سری‌های زمانی را مورد مطالعه قرار داده‌اند [۲۳]. ویلسون و همکاران [۲۴] تغییرات کیفی آب زیرزمینی ناشی از فعالیت‌های انسانی مانند غلظت نیترات و کلر را با کمک تحلیل سری زمانی داده‌های کیفیت آب زیرزمینی بررسی کردند. لوفتیس [۲۵] روش‌های تحلیل روند تغییرات کیفی آب زیرزمینی را در مطالعات موردی ارزیابی‌های ملی، کشاورزی، شهری، منبع نقطه‌ای^۴ و زباله خطرناک بررسی نمود.

هرگاه تعداد به نسبت کمی از سری‌ها مدل شوند روش SARIMA به‌طورکلی ارجحیت دارد. یک مزیت ذاتی مدل‌های خانواده SARIMA این است که تعداد کمی پارامتر برای توصیف سری‌های زمانی که نا ایستایی را در درون و نیز مابین فصول نمایش می‌دهند مورد نیاز است [۱۲، ۲۶]. مدل SARIMA برای پیش‌بینی بارش [۲۷]، جریان فصلی [۲۸] و نیز غلظت آلاینده‌های [۲۹] رودخانه بهترین برازش را با داده‌های مشاهداتی داشت. همچنین با شبیه‌سازی نوسانات آب زیرزمینی در شمال یونان توسط مدل SARIMA و تحلیل همبستگی، روندهای ناشی از عوامل اقلیمی و انسانی به‌خوبی شناسایی و وزن‌دهی شد [۳۰].

¹ Transfer Function-Noise model

² Periodic TFN

³ Moving Average

⁴ Point Source

⁵ Auto-Regressive Integrated Moving Average

می‌گردد. همبستگی نگار در حقیقت تغییرات ضرایب خودهمبستگی یک سری زمانی را در تأخیرهای مختلف نشان می‌دهد. این ضریب برای تأخیر k به صورت r_k مطابق رابطه ۱ محاسبه می‌گردد [۱۱]:

$$r_k = \frac{C_k}{C_0} = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X})}{\sum_{t=1}^N (X_t - \bar{X})^2} \quad (1)$$

سه روش اصلی بررسی استقلال در زمان سری‌های زمانی سالیانه عبارت‌اند از: روش اندرسون، روش نقطه بازگشت و روش پورته‌مانتیو برای بررسی استقلال در زمان سری‌های دوره‌ای از روش تناوب‌نگار جمعی استفاده می‌گردد [۳۱].

۳-۲-۱ روش اندرسون

در این روش حدود اطمینان ۹۵ و ۹۹ درصد برای ضریب خودهمبستگی r_k به صورت‌های زیر تعریف می‌گردد [۳۱]:

$$r_k (\%95) = \frac{-1 \pm 1.645 \sqrt{N-k-1}}{N-k} \quad (2)$$

$$r_k (\%99) = \frac{-1 \pm 2.326 \sqrt{N-k-1}}{N-k} \quad (3)$$

که در آن‌ها N تعداد نمونه و k نشان‌دهنده گام تأخیر زمانی^{۱۵} است. توابع خودهمبستگی که در داخل این حدود قرار گیرند، دارای استقلال زمانی بوده و اگر خارج از این حدود قرار گیرند، دارای وابستگی زمانی هستند. گفتنی است اگر سری زمانی به ازای هر k دارای $r_k = 0$ باشد، آنگاه سری زمانی کاملاً مستقل است.

۳-۳-۱ آزمون نرمال بودن

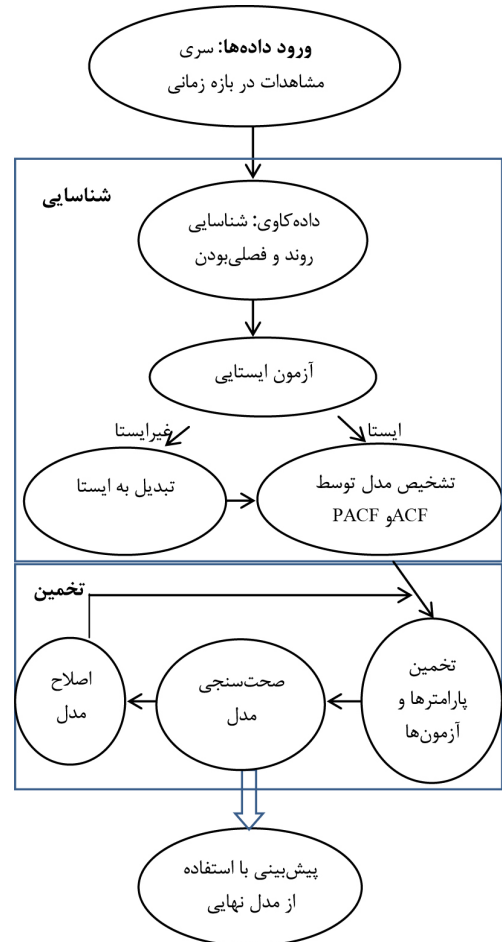
آزمون‌های گوناگونی برای بررسی نرمال بودن سری‌های زمانی وجود دارد. در این مطالعه آزمون مربع کای^{۱۶} و آزمون چولگی استفاده گردید.

۳-۳-۲ آزمون مربع کای

این روش برای داده‌های دسته‌بندی شده به کار می‌رود. در ابتدا تابع توزیع احتمالاتی نرمال را بر روی سری زمانی نمونه برازش داده و برای آزمون نرمال بودن سری زمانی نمونه، توزیع مربع کای با درجه آزادی $(k-2)$ با در نظر گرفتن حدود احتمالاتی α با رابطه ۴ مقایسه می‌شود [۳۲]:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{\left(N_i - \frac{N}{k} \right)^2}{(N/k)} \quad (4)$$

اگر مقدار $\chi_{1-\alpha}^2 (K-2)$ به دست آمده از جدول مربع کای بزرگ‌تر از مقدار χ^2 محاسبه شده از رابطه بالا باشد، آنگاه فرض نرمال بودن توزیع سری زمانی χ_t صحیح است و در غیر این صورت این فرض باطل است.



شکل ۱: دیاگرام عملکردی استراتژی مدل‌سازی به روش باکس-جنکینز [۱۱]

Fig.1. Functional diagram of the Box-Jenkins modeling strategy

۳-۳-۱-۱ تشخیص مدل

برای تشخیص یک مدل آزمایشی باید حداقل ۵۰ مشاهده از سری موردنظر در بررسی‌ها به کار رود [۱۱].

اولین گام در مدل‌سازی یک سری زمانی رسم نمودار آن است. نمودار سری زمانی به شناسایی روند، نا ایستایی در واریانس، فصلی بودن و شناسایی داده‌های ناخواسته کمک زیادی می‌کند.

از آنجاکه بسیاری از سری‌های زمانی نرمال نبوده، بنابراین نیاز است قبل از هرگونه تحلیل و مدل‌سازی آن‌ها را نرمال نمود. این کار توسط توابع تبدیل صورت می‌گیرد. بدین منظور توابع تبدیل گوناگونی مورد استفاده قرار می‌گیرد که شامل تبدیل باکس کاکس^۱ و نا ایستایی در میانگین و آزمون‌های آماری است.

۳-۳-۲ آزمون‌های استقلال زمانی

برای مدل‌سازی جز تصادفی سری زمانی از همبستگی نگار^۲ استفاده

¹ Box-Cox

² Correlogram

$$\hat{\phi}_{k+1,j} = \hat{\phi}_{kj} - \hat{\phi}_{k+1,k+1} \hat{\phi}_{k,k+1-j} \quad (7)$$

بنابراین نمودارهای ACF و PACF بر اساس سری نوسانات سطح آب زیرزمینی دشت ترسیم شدند (شکل ۲). همچنین توابع خودهمبستگی برای سری داده‌های مشاهداتی، سری تفاضل اول داده‌ها و تفاضل فصلی داده‌ها با استفاده از نرم‌افزار مینی‌تب ترسیم شد.

به همین ترتیب توابع همبستگی جزئی برای سری‌های فوق ترسیم شد. نظر به اینکه تابع خودهمبستگی قطع شده است و تابع خودهمبستگی جزئی آهسته‌تر کاهش می‌یابد مدل دارای میانگین متحرک می‌باشد. شکل ۳ فرایند تحلیل اجزای تغییرات غلظت نیترات، شامل مراحل گام‌به‌گام شناسایی روندها و رفتار فصلی داده‌ها را نشان می‌دهد. در نهایت بهترین مدل را بر اساس معیارهای ارزیابی موجود انتخاب کرده و برای پیش‌بینی مقادیر آینده به کار می‌گیریم (جدول ۱).

۳-۴- رسم توابع خودهمبستگی

وسیله مهم در تشخیص مدل، تابع خودهمبستگی (ACF) و تابع خودهمبستگی جزئی (PACF) است. رسم این نمودارها در تعیین نوع و مرتبه فرایند مفید است. برای تشخیص بهتر مدل، تعداد داده‌های سری نمونه باید حداقل ۵۰ عدد باشد و ACF و PACF حداقل تا تأخیر $K = n/4$ محاسبه و رسم شوند [۱۱]. برای یک سری زمانی مشاهده‌شده معلوم Z_1, Z_2, \dots, Z_n ، ACF نمونه به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۱]:

$$\rho_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0} = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^n (Z_t - \bar{Z})^2} \quad (5)$$

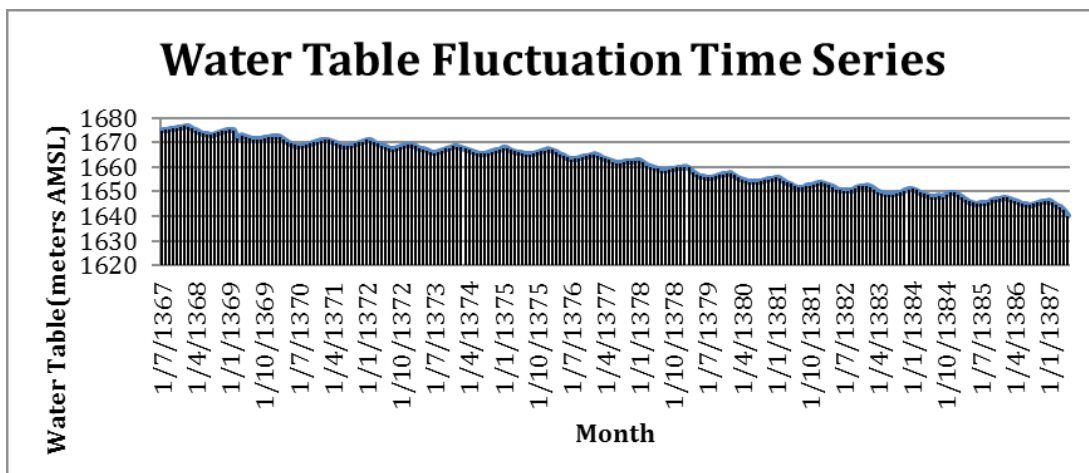
نمودار $\hat{\rho}_k$ در برابر k را گاهی اوقات، یک همبستگی نگار نمونه می‌نامند. برای محاسبه تابع PACF نمونه‌ای، $\hat{\phi}_{kk}$ به صورت زیر داده شده است [۳۳]:

$$\hat{\phi}_{k+1,k+1} = \frac{\hat{\rho}_{k+1} - \sum_{j=1}^k \hat{\phi}_{kj} \hat{\rho}_{k+1-j}}{1 - \sum_{j=1}^k \hat{\phi}_{kj} \hat{\rho}_j} \quad (6)$$

جدول ۱: راهنمای انتخاب مدل‌های باکس-جنکینز

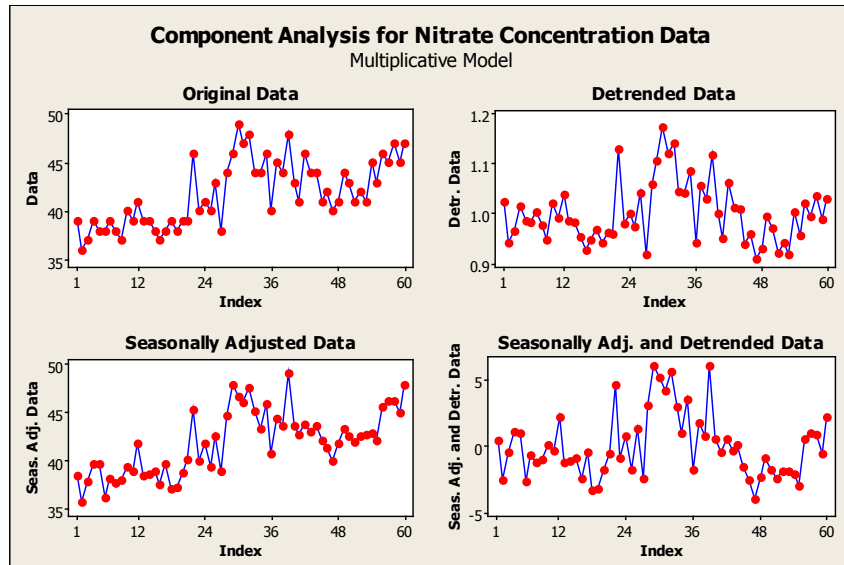
Table 1. Box-Jenkins model selection guide

ARMA (p,q)	MA (q)	AR (p)	
$w_t = \phi_1 w_{t-1} + \dots + \phi_p w_{t-p} - \theta_1 a_{t-1} + \dots - \theta_q a_{t-q} + a_t$	$w_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}$	$w_t = \phi_1 w_{t-1} + \dots + \phi_p w_{t-p} + a_t$	مدل
نامحدود؛ نمایی میرا و یا موج‌های سینوسی میرا؛ دنباله نزولی است	محدود؛ پس از تعداد q تأخیر زمانی قطع می‌شود	نامحدود؛ نمایی میرا و یا موج‌های سینوسی میرا؛ دنباله نزولی است	تابع خودهمبستگی (ACF)
نامحدود؛ نمایی میرا و یا موج‌های سینوسی میرا؛ دنباله نزولی است	نامحدود؛ نمایی میرا و یا موج‌های سینوسی میرا؛ دنباله نزولی است	محدود؛ پس از تعداد p تأخیر زمانی قطع می‌شود	تابع خودهمبستگی جزئی (PACF)



شکل ۲: سری زمانی نوسانات تراز آب زیرزمینی دشت کبودرآهنگ بر حسب متر نسبت به سطح دریا

Fig.2. Water table fluctuation time series of Kaudarahang plain



شکل ۳: تحلیل اجزای تغییرات غلظت نیترات آب زیرزمینی (mg/l)

Fig.3. Component analysis of groundwater Nitrate concentration data

شامل روند و تغییرات فصلی می‌باشند تعمیم داد که روش هلت-وینترز نامیده می‌شود. چنانچه فرض شود مشاهدات ماهانه بوده و m_t برآورد میانگین، r_t برآورد روند و S_t برآورد عامل فصلی ماه t را نشان دهند؛ در این صورت چون هر مشاهده جدید میسر می‌باشد، هر سه جمله به هنگام هستند. در صورتی که تغییرات فصلی ضریبی باشند، معادلات به هنگام عبارت‌اند از [۳۵]:

$$m_t = \alpha x_t / s_{t-1,2} + (1 - \alpha)(m_{t-1} + r_{t-1}) \quad (8)$$

$$s_t = \beta x_t / m_t + (1 - \beta)s_{t-1,2} \quad (9)$$

$$r_t = \gamma(m_t - m_{t-1}) + (1 - \gamma)r_{t-1} \quad (10)$$

که x_t جدیدترین مشاهده و α و β و γ ثابت‌هایی هستند که $\gamma < 1$ ، $\alpha, \beta < 0$ ، در این صورت پیش‌بینی‌ها، از زمان t عبارت‌اند از:

$$\hat{X}_t(\dots)_{t-1,2+h} \quad (11)$$

اگر تغییرات، فصلی جمعی باشند، معادلات به هنگام عبارت‌اند از:

$$m_t = \alpha(x_t - s_{t-1,2}) + (1 - \alpha)(m_{t-1} + r_{t-1}) \quad (12)$$

$$s_t = \beta(x_t - m_t) + (1 - \beta)s_{t-1,2} \quad (13)$$

$$r_t = \gamma(m_t - m_{t-1}) + (1 - \gamma)r_{t-1} \quad (14)$$

برای ملاحظه این‌که اثر فصلی جمعی یا اثر فصلی ضریبی مناسب‌تر است، باید نمودار داده‌ها را امتحان کنیم. مقادیر اولیه S_t ، r_t ، m_t می‌توان از داده‌های مربوط به دو سال اول با در نظر گرفتن سه ثابت هموارسازی α و β و γ انتخاب کرد، با این تفاوت که کمیتی که در اینجا کمینه می‌شود، است.

$$\sum_{i=2,5}^N e_i^2$$

۴- بررسی نتایج

مدل‌سازی سری زمانی تغییرات سطح آب زیرزمینی و تغییرات غلظت نیترات دشت کبودرآهنگ به شرح زیر انجام شد.

۴-۱ روش پیش‌بینی خودهمبسته میانگین متحرک تلفیقی فصلی از آنجاکه در استفاده از مدل‌های خودهمبستگی باید فرآیند ایستایی برقرار باشد، در شرایط نایستایی مدل ARIMA را برای تحلیل داده‌های فصلی تعمیم دادند و یک مدل ARIMA عمومی ضریبی فصلی با عنوان مدل آریمای فصلی تعریف کردند. مدل ARIMA فصلی به شکل $SARIMA(p,d,q) \times (P,D,Q)_s$ بیان می‌شود که در آن (p,d,q) قسمت غیر فصلی مدل و (P,D,Q) قسمت فصلی با مؤلفه فصلی S بوده و با معادله زیر تعریف می‌شود [۳۴]:

$$\Phi_p(B) \Theta_p(B^s) \nabla^d \nabla_s^D z_t = \theta(B) \theta_q(B^s) \alpha_t \sum_{i=2,5}^N e_i^2$$

که در آن $\Phi(B)$ و $\Theta(B)$ چندجمله‌ای‌های از مرتبه به ترتیب p و q ؛ $\theta(B^s) \alpha_t$ و $\Theta(B^s)$ چندجمله‌ای‌هایی از B^s با درجه به ترتیب P و Q ؛ p مرتبه عملگر اتورگرسیو غیر فصلی؛ d مرتبه تفاضلی عادی؛ q مرتبه میانگین متحرک غیر فصلی؛ P مرتبه خودهمبستگی فصلی و Q مرتبه میانگین متحرک فصلی می‌باشند. مؤلفه‌های تفاضلی ساده و فصلی به صورت $\nabla^d = (1-B)^d$ و $\nabla^D = (1-B^s)^D$ از مرتبه‌های d و D تعیین می‌شوند؛ B عملگر انتقال پس‌رو؛ d عدد تفاضلی عادی؛ D عدد تفاضلی فصلی و S مؤلفه فصلی می‌باشند.

۴-۲ روش پیش‌بینی حالت-وینترز

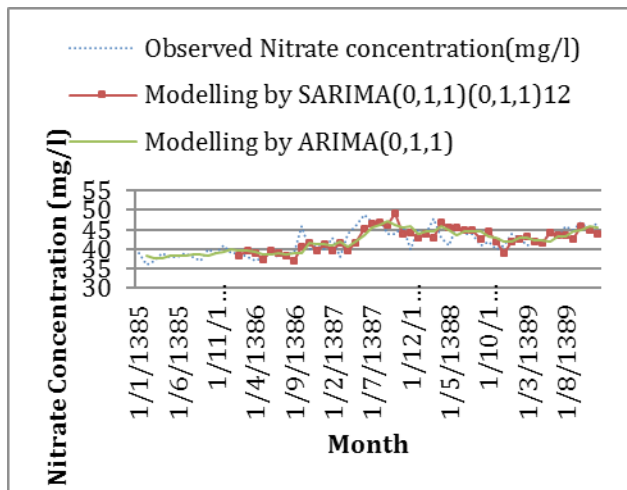
هموار کردن نمایی را به آسانی می‌توان به سری‌های زمانی که

جدول ۲: ارزیابی مدل‌ها در برازش داده‌ها

Table 2. Model verification results

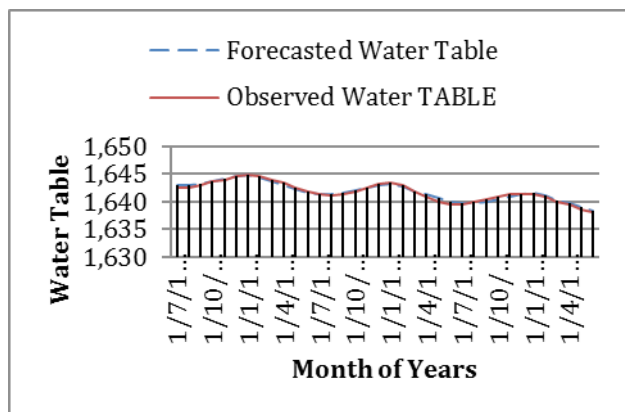
Model	SSE	RMSE	MAE
SARIMA((1,1,0,12)(1,1,1))	۸۵۴/۲۹۸	۵۲۱۶۳/۲	۰۲۴۸۱/۲
ARIMA(0,1,1)	۷۵۳/۲۹۳	۵۰۰۰۱/۲	۹۵۲۶۹/۱
Holt-Winters	۱۵۴/۳۵۷	۷۵۶۶۳/۲	۱۴۴۶۲/۲
Decomposition	۴۶۵/۳۲۱	۶۱۵۲۸/۲	۱۰۶۱۹/۲

همان‌طور که ملاحظه می‌شود کمترین مانده‌ها را مدل ARIMA (0,1,1) دارد که می‌توان گفت بهترین برازش را با داده‌های مشاهداتی داشته است که نمودار برازش شده این مدل در مقایسه با مدل فصلی منتخب در شکل ۴ قابل مشاهده است.



شکل ۴: نمودار داده‌های مشاهداتی و نمودار برازش شده با مدل SARIMA (0,1,1) و مدل ARIMA (0,1,1)

Fig. 4. Forecasts from SARIMA and ARIMA models along with observed values



شکل ۵: تراز آب (متر از سطح دریا) پیش‌بینی شده با مدل SARIMA

Fig.5. Predicted water table using SARIMA model

۴-۳- روش برون‌یابی منحنی روند^۱

با توجه به اینکه داده‌ها علاوه بر روند ماهانه یک رفتار فصلی را نشان می‌دهند برای تجزیه سری به روند مستقل و عامل فصلی می‌توان از روش‌های جداسازی^۲ استفاده کرد. این روش هر سیگنال را به سه بخش پایه به نام روند، خصلت تناوبی و جزء تصادفی یا بی‌قاعده جدا می‌سازد:

$$AIC = n \times \ln \hat{\sigma}^2 + 2(K+1), \hat{\sigma}^2 = \frac{SSE}{n}$$

$$x_t = m_t + s_t + y_t$$

x_t داده‌های سری، m_t مؤلفه روند، s_t مؤلفه فصلی و y_t مؤلفه تصادفی یا بی‌قاعده می‌باشند [۳۵].

در روش برون‌یابی منحنی روند برای تجزیه سری‌ها ابتدا با استفاده از رگرسیون کم‌ترین مربعات یک خط روند به داده‌ها برازش می‌یابد، سپس در مدل ضربی با تقسیم داده‌ها بر عامل روند و در مدل جمعی با تفریق روند از داده‌ها، داده‌ها بدون روند می‌شوند. در ادامه با استفاده از میانگین متحرک مرکزی (با طولی برابر با طول دوره فصلی)، داده‌های بدون روند هموار می‌شوند. پس از محاسبه میانگین متحرک، در مدل ضربی با تقسیم داده‌ها بر آن و در مدل جمعی با تفریق داده‌ها از آن، مقادیر خام فصلی حاصل می‌شود. در هر دوره فصلی میانه مقادیر فصلی خام محاسبه شده و سپس تعدیل می‌شود. این میانه‌های تعدیل شده را شاخص‌های فصلی می‌نامند از این شاخص‌های فصلی برای تبدیل داده‌های فصلی تعدیل شده استفاده می‌شود. برای ساخت این مدل‌ها، چهار مرحله شناسایی مدل، برازش الگو، تشخیص درستی از الگو و پیش‌بینی باید انجام گیرد. در پایان تمامی مدل‌ها آزمون می‌شوند تا بهترین مدل برای پیش‌بینی انتخاب شده و نتیجه دقیق‌تری ارائه شود.

۵- ارزیابی مدل‌ها

به منظور ارزیابی مدل‌سازی‌های صورت گرفته از پارامترهای زیر

استفاده می‌شود [۱۱]:

$$SSE = \sum_{i=1}^n (T_{actual} - T_{forecast})^2$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (T_{actual} - T_{forecast})^2}{n}}$$

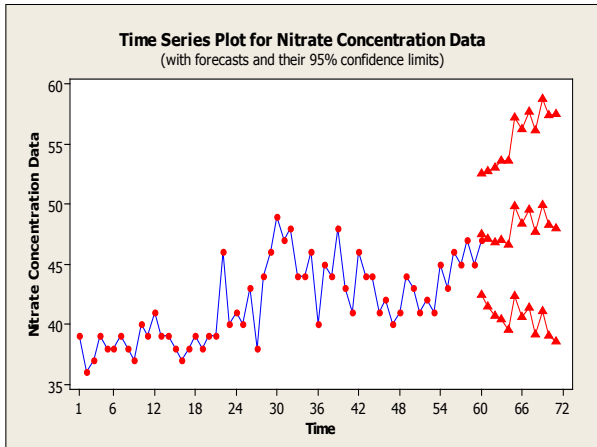
$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |T_{actual} - T_{forecast}|}{n}$$

جدول ۲ نشان‌دهنده تجزیه و تحلیل باقیمانده مدل‌های برازش شده بر روی هیدروگراف و کموگراف نترات دشت کبودآهنگ می‌باشد.

¹ Trend Extrapolation

² Decomposition

مدل $(1,1,0)(1,1,1)_{12}$ SARIMA در بین مدل‌های فصلی برای تغییرات تراز آب زیرزمینی و $(0,1,1)(0,1,1)_{12}$ SARIMA در بین مدل‌های فصلی برای تغییرات نیترات آب زیرزمینی دارای معیار آکائیک کوچک‌تری نسبت به سایر مدل‌ها بوده و بنابراین به‌عنوان مدل برتر نسبت به سایر مدل‌های فصلی باکس-جنکینز انتخاب شدند.



شکل ۶: نمودار سری زمانی داده‌های مشاهده‌ای برای تغییرات غلظت نیترات آب زیرزمینی همراه با پیش‌بینی حاصل از مدل

$SARIMA(0,1,1)(0,1,1)_{12}$

Fig.6. Time series diagram of observed and predicted groundwater Nitrate concentration values using the SARIMA model

۶- نتیجه‌گیری

در این پژوهش از مدل‌های باکس-جنکینز و حالت-وینترز و برون‌یابی منحنی روند برای مدل‌سازی سری‌های زمانی به‌منظور ارزیابی نوسانات سطح و نیترات آب زیرزمینی در دشت کبودرآهنگ استفاده شد. نتایج حاصل از ارزیابی مدل‌ها بین مقادیر واقعی تراز آب زیرزمینی (۱۳۷۶ تا ۱۳۸۷) و پیش‌بینی‌شده (۱۳۸۷ تا ۱۳۸۹) و تغییرات نیترات (۱۳۸۵ تا ۱۳۸۹) و پیش‌بینی‌شده (۱۳۸۹ تا ۱۳۹۲)، سه مدل حالت، برون‌یابی روند و مدل باکس-جنکینز نشان می‌دهد که برای تغییرات سطح (شکل ۵)، مدل $SARIMA(1,1,0)(1,1,1)_{12}$ و برای تغییرات نیترات (شکل ۴، ۶)، مدل $SARIMA(0,1,1)(0,1,1)_{12}$ حاکی از همبستگی بیشتر بین مقادیر واقعی و پیش‌بینی‌شده داده‌ها است. نتایج حاصل از مدل‌های برگزیده نشان می‌دهد میانگین تراز آب زیرزمینی در روندی نزولی در دوره سه‌ساله پیش‌بینی به میزان ۵ متر کاهش داشته و نیز متوسط غلظت نیترات در دوره پیش‌بینی $48/08 \text{ mg/l}$ است که در ماه‌های بهمن و شهریور به حداکثر مقدار خود (۵۰ mg/l) خواهد رسید (شکل ۶).

نتایج حاصل از برازش مدل‌های SARIMA در جداول مربوط به مدل‌سازی نوسانات سطح آب و غلظت نیترات ارائه شده است. با توجه به مقدار آماره t و P-Value مربوطه فرض صفر بودن جمله ثابت (Constant, SAR, AR) قابل‌پذیرش است.

بر اساس نتایج حاصل از مرحله ارزیابی، برخی مدل‌های SARIMA مقدار P-Value بزرگ‌تر از ۰/۰۵ دارند. بنابراین فرضیه $H_0: \theta_1 = 0, H_1: \theta_1 \neq 0, H_0: \theta_2 = 0, H_1: \theta_2 \neq 0$ را می‌توان با ۹۵ درصد اطمینان پذیرفت. برای سایر مدل‌ها نیز فرض صفر بودن جمله‌های ثابت و ضرایب SAR, AR صادق است. برای بررسی مناسبت مدل به تجزیه و تحلیل باقیمانده‌های مدل برازش شده پرداختیم. با توجه به نمودار احتمال نرمال و هیستوگرام باقیمانده‌ها می‌توان فرض نرمال بودن باقیمانده‌ها را پذیرفت. برای سایر مدل‌ها نیز این ارزیابی صورت گرفت. همچنین روش رسمی‌تری برای مناسبت مدل که بر مبنای خودهمبستگی‌های باقیمانده می‌باشد، آزمون پرت-مانتو است. از آنجاکه مقدار P-Value برای تأخیرهای مدل موردنظر بیشتر از ۰/۰۵ می‌باشد در نتیجه می‌توان فرض صفر بودن خودهمبستگی‌ها تا تأخیر ۴۸ را پذیرفت ($H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_{48} = 0$). در نهایت از معیار آکائیک برای انتخاب مدل استفاده شد (جدول ۳).

جدول ۳: ارزیابی مدل‌ها با معیار آکائیک

Table 3. Model evaluation based on the AIC-value

model	n	SSE	k	AIC-Value
$SARIMA(0,1,1)(1,1,0)_{12}$	۴۷	۳۳,۸۳۲	۲	۹,۴۵۰۸-
$SARIMA(1,1,0)(1,1,0)_{12}$	۴۷	۳۲,۹۴۳۵	۲	۱۰,۷۰۱۶-
$SARIMA(1,1,1)(1,1,1)_{12}$	۴۷	۲۳,۰۷۱	۴	۲۳,۴۴۳۸-
$SARIMA(1,1,1)(1,1,0)_{12}$	۴۷	۳۲,۹۰۶۷	۳	۸,۷۵۴۱۵-
$SARIMA(1,1,0)(0,1,1)_{12}$	۴۷	۲۳,۲۰۴	۲	۲۷,۱۷۳۷-
$SARIMA(0,1,1)(0,1,1)_{12}$	۴۷	۶,۱۷۴۴	۲	۸۹,۳۹۷۶-
$SARIMA(1,1,1)(0,1,1)_{12}$	۴۷	۲۵,۸۲۷	۳	۲۰,۱۴۰۲-
$SARIMA(0,1,1)(1,1,1)_{12}$	۴۷	۲۳,۱۵۵۲	۳	۲۵,۲۷۲۶-
$SARIMA(1,1,0)(1,1,1)_{12}$	۴۷	۲۳,۰۲۷۲	۳	۲۵,۵۳۳۲-
$ARIMA(1,1,0)$	۵۹	۲۸,۲۲۱۱	۱	۳۹,۵۱۰۶-
$ARIMA(0,1,1)$	۵۹	۲۷,۴۰۶۵	۱	۴۱,۲۳۸۷-
$ARIMA(1,1,1)$	۵۹	۲۷,۳۷۴۴	۲	۳۹,۳۰۷۸-

با توجه به معیار آکائیک $AIC = n \times \ln \hat{\sigma}^2 + 2(K+1)$, $\hat{\sigma}^2 = \frac{SSE}{n}$

- [13] C.P. Nayak, Y.R. Satyajirao, K.P. Sudheer, Groundwater level forecasting in a shallow aquifer using artificial neural network approach, *Water Resources Management*, (2006) 20, 77–90.
- [14] J.Y. Lee, M.J. Choi, Y.Y. Kim, K.K. Lee, Evaluation of hydrologic data obtained from a local groundwater monitoring network in a metropolitan city, Korea, *Hydrological Processes*, (2005) 19, 2525–2537.
- [15] N. Rajmohan, A. Al-Futaisi, A. Jamrah, Evaluation of long-term groundwater level data in regular monitoring wells, Barka, Sultanate of Oman, *Hydrological Processes*, (2007) 21, 3367–3379.
- [16] R. Reghunath, T. Murthy, B. Raghavan, Time series analysis to monitor and assess water resources: a moving average approach., *Environmental Monitoring and Assessment*, (2005) 65-72.
- [17] J. Ganoulis, H. Morel-Seytoux, Application of stochastic methods to the study of aquifer systems, *UNESCO Technical Documents in Hydrology*, (1985).
- [18] H.L. Yu, H.J. Chu, Recharge signal identification based on groundwater level observations, *Environmental Monitoring and Assessment*, (2012) 184, 5971-5982.
- [19] A. Padilla, A. Pulido-Bosch, M.L. Calvache, A. Vallejos, The ARMA models applied to the flow of karstic springs, *JAWRA Journal of the American Water Resources Association*, 32(5) (1996) 917-928.
- [20] J.D. Salas, J. Obeysekera, ARMA Model Identification of Geophysical Time Series, *Water Resources Research*, (1982) 18 : 1011-1021.
- [21] N. Samani, M. Yakhkeshi, Stochastic analysis of groundwater level fluctuation in response to hydrologic factors in Behshahr-Neka plain, in: *CONFERENCE SECRETARIAT, ISFAHAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY, ISFAHAN (IRAN)*. 1995, pp. 67-68.
- [22] G. Tularam, H. Keeler, The study of coastal groundwater depth and salinity variation using time-series analysis, *Environmental Impact Assessment Review*, 26(7) (2006) 633-642.
- [23] J.C. García-Díaz, Monitoring and forecasting nitrate concentration in the groundwater using statistical process control and time series analysis: a case study, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 25(3) (2011) 331-339.
- [1] M. Aflatooni, M. Mardaneh, Time series analysis of groundwater table fluctuations due to temperature and rainfall change in Shiraz plain, *International Journal of Water Resources and Environmental Engineering*, (2011) 3(9), 176–188. [1]
- [2] I.S.H. Ahmadi, A. Sedghamiz, Geostatistical analysis of spatial and temporal variations of groundwater level, *Environmental monitoring and assessment*, 129(1-3) (2007) 277-294.
- [3] S.K. Moon, N.C. Woo, K.S. Lee, Statistical analysis of hydrographs and water-table fluctuation to estimate groundwater recharge, *Journal of Hydrology*, (2004) 292, 198–209.
- [4] J. Moustadraf, M. Razack, M. Sinan, Evaluation of the impacts of climate changes on the coastal Chaouia aquifer, Morocco, using numerical modeling, *Hydrogeology Journal*, (2008) 16, 1411–1426.
- [5] R. Hanson, M. Newhouse, M. Dettinger, A methodology to assess relations between climatic variability and variations in hydrologic time series in the southwestern United States, *Journal of Hydrology*, 287(1) (2004) 252-269.
- [6] T.D. Mayer, R.D. Congdon, Evaluating Climate Variability and Pumping Effects in Statistical Analyses, *Ground Water*, (2008) 46(42), 212-227.
- [7] Z. Chen, S. Grasby, K.G. Osadetz, Relation between climate variability and groundwater levels in the upper carbonate aquifer, southern Manitoba, Canada, *Journal of Hydrology*, (2004) 290, 243–262.
- [8] S.J. Kim, Y. Hyun, K.K. Lee, Time series modeling for evaluation of groundwater discharge rates into an urban subway system, *Geosciences Journal*, (2005) 15-22.
- [9] A. Kurunc, K. Yurekli, O. Cevik, Performance of two stochastic approaches for forecasting water quality and stream flow data from Yesilirmak River, Turkey, *Environmental Modelling & Software*, 20(9) (2005) 1195-1200.
- [10] P.J. Brockwell, R.A. Davis, *Introduction to time series and forecasting*, Taylor & Francis, 2002.
- [11] G.E.P. Box, G.M. Jenkins, G.C. Reinsel, Time Series Analysis: Forecasting and Control, 4th Edition, *Prentice Hall, Englewood Cliffs*, NJ, 2008.
- [12] K.W. Hipel, A.I. Mcleod, Time Series Modelling of Water Resources and Environmental Systems, Amsterdam: Elsevier Science, (1994).

- Turkey, *Environmental monitoring and assessment*, 169(1-4) (2010) 687-701.
- [30] A. Gemitzi, K. Stefanopoulos, Evaluation of the effects of climate and man intervention on ground waters and their dependent ecosystems using time series analysis, *Journal of hydrology*, 403(1) (2011) 130-140.
- [31] M. Karamouz, S. Nazif, M. Falahi, *Hydrology and Hydroclimatology: Principles and Applications*, *Taylor & Francis CRC Press*, 2012.
- [32] J.D. Salas, *Applied modeling of hydrologic time series*, *Water Resources Publication*, 1980.
- [33] J. Durbin, The fitting of time-series models, *Revue de l'Institut International de Statistique*, (1960) 233-244.
- [34] D.C. Montgomery, C.L. Jennings, M. Kulahci, *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting*, 2nd ed., *Wiley & Sons*, 2008.
- [35] C. Chatfield, *The analysis of time series: an introduction*, *CRC press*, 2016.
- [24] T. Wilson, A. Ogden, H. Mills III, Time-series analysis of groundwater chemistry in the west Tennessee sand aquifers, *Journal of the Tennessee Academy of Science; (United States)*, 67(3) (1992).
- [25] J.C. Loftis, Trends in groundwater quality, *Hydrological processes*, 10(2) (1996) 335-355.
- [26] M. Mondal, S. Wasimi, Choice of model type in stochastic river hydrology, in: *1st International Conference on Water & Flood Management (ICWFM-2007)*, Dhaka, 2007.
- [27] H. Wang, C. Wang, X. Lin, J. Kang, An improved ARIMA model for precipitation simulations, *Nonlinear Processes in Geophysics*, 21(6) (2014) 1159-1168.]
- [28] M. Mondal, S. Wasimi, Forecasting of seasonal flow of the Ganges River in Bangladesh with SARIMA model, in: *Second Annual Paper Meet and International Conference on Civil Engineering*, Dhaka, 2003.
- [29] Ö.F. Durdu, Stochastic approaches for time series forecasting of boron: a case study of Western

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Please cite this article using:

M. Ehteshami, M. Khorasani, H. Ghadimi, N. Hayatbini, "Analysis of Temporal and Periodic Changes of Groundwater Depth and Nitrate Concentration Using Time Series Modeling (Case Study: Kabudarahang Plain)". *Amirkabir J. Civil Eng.*, 49(2) (2017) 285-293.

DOI:10.22060/ceej.2015.415



