



Effect of Feed Rate on Comminution Products by Fractal Geometry

I. Moradi, M. Irannajad*

Department of Mining & Metallurgical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran.

ABSTRACT: The effect of feed rate on the particle size distribution of crushing products was investigated by fractal dimension. The particle size distribution was calculated based on the cumulative particle weight to particle size ratio. An evaluation has been made between laboratory results and the fractal model by the root mean square error (RMSE) method. A comparison between fractal geometry and Rosin-Rammler methods has been made for the particle size distribution description. The comminution of the ore was performed by three-jaw, cone, and roll crushers. Each of the crushers was fed with rates of 0.5, 1, 1.5, 2, 3, 4, and 4.5 kilograms per minute. The fractal dimension of the particle size distribution for jaw, cone, and roll crushers was (from 2.18 to 2.32), (from 2.12 to 2.27), and (from 2.30 to 2.43), respectively. The smallness of the fractal dimension of the particles crushed by the cone crusher is due to the uniformity of product particles. The bigness of fractal dimension of the materials crushed by roll crusher is due to the limited range of particle sizes. The limited range of particle sizes causes the uniformity of product weight distribution. A 2 mm opening sieve was selected as a target sieve, from which the weight percentage of the passing particles to the post-crushing stage was calculated. The results show that by increasing the feed rate, the amount of material passing from the target sieve is decreased. The RMSE, in the fractal model, for jaw, cone, and roll crushers were obtained (between 7.87 and 9.31), (between 3.50 and 4.17), and (between 0.83 and 2.62), respectively. The RMSE results, in the Rosin-Rammler method, for jaw, cone, and roll crushers were obtained (between 7.87 and 9.31), (between 3.50 and 4.17), and (between 0.83 and 2.62), respectively. Based on the results, for the particle size distribution description, the fractal geometry is a quantitative and more suitable manner than the Rosin-Rammler method.

Review History:

Received: Feb. 02, 2020

Revised: Aug. 23, 2020

Accepted: Sep. 28, 2020

Available Online: Oct. 04, 2020

Keywords:

Fractal Geometry

Feed Rate

Particle Size Distribution

Crushing

Choke Feeding

Rosin-Rammler

1- Introduction

The feed rate is one of the effective parameters in ore crushing, stabilizing the operation. The amount of required production is achieved by the feed rate control [1]. The feed rate is affected by the energy consumption and dispersion of particle size distribution [2]. The comminution may account for 30-50% of the total cost in mineral processing operations [3]. About 3% of the total energy consumed in the world is spent on comminution operations, only 1% of which is used properly for comminution [4]. The amount of crushed material can be examined by the particle size distribution. Logarithmic diagrams are the most common way of displaying the particle size distribution [5, 6]. Fractal geometry is a statistical method in which the particle size distribution of fragmented ores can be quantified by calculating their fractal dimensions [7]. The finer the particle size, the greater the fractal dimension [8]. The fractal dimension of the crushed particle size distribution depends on the ore type, the amount of energy consumption, the comminution mechanism, and the input feed particle size [9].

2- Materials and Methods

2.1. Material

The studied sample was copper ore, with a particle size of (-50 +16) mm, obtained from Ghalezari mine, Khorasan province, Iran. The minerals constituting the ore can be sorted as quartz, microcline, kaolinite, talc, chlorite, and chalcopryrite based on their frequencies. The chemical analysis indicated a CuO content of 0.64%, on which the stoichiometry calculations showed a grade of 1.5 % for chalcopryrite content in the sample.

2.3. Fractal Dimension Calculation

To calculate the fractal dimension, a correlation can be established between the size and cumulative weight of the particles, as Eq. (1) [10-14]:

$$\frac{M(k < K_L)}{M_T} = c \left(\frac{k}{K_L} \right)^{3-D_f} \quad (1)$$

*Corresponding author's email: irannajad@aut.ac.ir



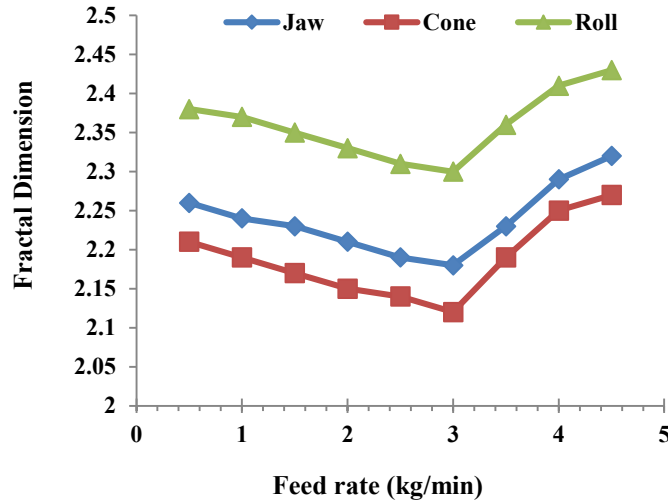


Fig. 1. Fractal dimension variations of crushing products relative to feed rates

where M , M_p , k , K_L , and D_f are the cumulative particle weights passing the defined fractions, the total weight of the particles, the size of the defined fraction, the size of the largest fraction, and the fractal dimension, respectively. Taking the logarithm of Eq. (1) yields Eq. (2), by which D_f can be obtained as:

$$\ln \frac{M(K_L > k)}{M_T} = (3 - D_f) \ln \left(\frac{k}{K_L} \right) + Lnc \quad (2)$$

2.3. Rosin Rammler (R-R)

The R-R distribution is a conventional method for the particle size distribution description, as given in Eq. (3) [15]:

$$\frac{100}{W_r} = \exp\left[\left(\frac{x}{x'}\right)^b\right] \quad (3)$$

Where x is the screen aperture size, W_r is the cumulative mass (in %) retained on size x , x' is the size parameter, and b is a measure of the spread of particle sizes. Small and large values of b indicate scattered and uniform distributions, respectively [16, 17].

3- Results and Discussion

The feed rate influences the comminution efficiency. The fractal dimension of the particle size distribution was calculated using Eq. (2). The fractal dimensions for jaw, cone, and roll crushers of the feed rates of 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 4, and 4.5 kg/min were obtained (as 2.18-2.32, 2.12-2.27, and 2.30-2.43), respectively. An increase in the feed rate in the permitted capacity reduces the fractal dimension (D_f), while D_f is increased by an increase in the feed rate in unpermitted capacity. There is usually a direct relationship between the dispersion rate of particle size distribution and the fractal dimension.

In jaw and cone crushers, the Rosin-Rammler index b increases with increasing the feed rate at the permitted capacity, becoming the particle size distribution of the crushed products more uniform. However, the index b is decreased with the feed rate reaching the maximum capacity (from 3.5 kg/min upwards), thereby increasing the dispersion of the particle size distribution. In the case of roll crusher, this index is decreased at the permitted capacity and increased in the unpermitted capacity.

Fig. 1 shows the fractal dimension variations of crushing products relative to feed rate.

4- Conclusion

The results of this research can be summarized as follows:

The fractal dimensions for the crushed product particles are between 2.12 and 2.43, being under the general principles of fractal geometry related to the particle size distribution (to be between 2 and 3).

As the feed rate increases at the permitted capacity of the crushers, the fractal dimension of the products decreases due to the reduced dispersion of the particle size distribution and the reduced particle size of the crushed fine particles, having an inverse relationship between the feed rate at the permitted capacity and the fractal dimension of the crushed product.

As the feed rate is exceeded the permitted capacity of the crushers, the fractal dimension of the products is increased due to the choke feeding, by creating a significant amount of fine, soft, and irregular particles. Therefore, there is a direct relationship between the feed rate in the unpermitted capacity and the fractal dimension of the particles.

References

- [1] P. Airikka, Automatic Feed Rate Control with Feed-forward for Crushing and Screening Processes, IFAC- papers online, 48 (17) (2015) 149-154.

[2] B. B. Manohar, S. Sridhar, Size and Shape Characterization of Conventionally and Cryogenically Ground Turmeric (*Curcuma Domestica*) Particles, *Powder Technol.*, 120 (2001) 292–297.

[3] M. D. Flavel, Method of Controlling Feed Rate to Crushing Plant while Crushers are adjusted to Continually Operate at Full Power, US Patent, US4179074A (1979).

[4] P. Radziszewski, Developing an experimental procedure for charge media wear prediction, *J Miner Eng.*, 13(8–9) (2000) 949–61.

[5] D. W. Fuerstenau, J. J. Lutch, A. De, The effect of ball size on the energy efficiency of hybrid high-pressure roll mill/ball mill grinding, *J Powder Technol*, 105 (1–3) (1999) 199–204.

[6] S. Sadrai, J. A. Meech, M. Ghomshei, F. Sassani, D. Tromans, Influence of impact velocity on fragmentation and the energy efficiency of comminution, *Int. J. Impact Eng.*, 33 (2006) 723–734.

[7] T. Allen, Particle size measurement, *Powder Sampling and Particle Size Measurement, Powder Technology Series, Vol. 1, Chapman and Hall, (1997).*

[8] H. A. M. Ahmed, J. Drrzymala, Two-dimensional fractal linearization of distribution curves, *Physicochem. Probl. Miner. Process*, 39 (2005) 129–139.

[9] L. O. Filippov, R. Joussemet, M. Irannajad, R. Houot, A. Thomas, An approach of the whiteness quantification of

crushed and floated talc concentrate, *Powder Technol.* 105 (1999) 106–112.

[10] T. G. Blenkinsop, Cataclasis and Processes of Particle Size Reduction, *Pure Appl. Geophys.* 136 (1991) 1–33.

[11] A. G. Flook, The use of dilation logic on the quantimet to achieve fractal dimension characterization of textured surfaces, *Powder Technology*, 21 (1978) 295-298.

[12] B. B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature*, Freeman, New York, (1982).

[13] D. L. Turcotte, Fractals and fragmentation, *J. Geophys. Res.*, 91 (1986) 1921–1926.

[14] J. Hyslip, L. E. Vallejo, Fractal analysis of the roughness and size distribution of granular materials, *Eng. Geol.*, 48 (1997) 231–244.

[15] S. W. Tyler, S. W. Wheatcraft, Fractal scaling of soil particle-size distribution: analyses and limitations, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 56 (1992) 362–369.

[16] Y. Wang, W. Dan, Y. Xu, Y. Xi, Fractal and Morphological Characteristics of Single Marble Particle Crushing in Uniaxial Compression Tests, *Hindawi Publishing Corporation, Advances in Materials Science and Engineering*, (2015).

[17] Tasdemir, T. Tasdemir, A Comparative Study on PSD Models for Chromite Ores Comminuted by Different Devices, *Part. Part. Syst. Charact.* 26 (2009) 69–79.

HOW TO CITE THIS ARTICLE

I. Moradi, M. Irannajad., Effect of Feed Rate on Comminution Products by Fractal Geometry . Amirkabir J. Civil Eng., 53 (5) (2021)459-462

DOI: [10.22060/ceej.2020.17281.6513](https://doi.org/10.22060/ceej.2020.17281.6513)





بررسی تأثیر دبی خوراک‌دهی بر محصول خردایش با هندسه فرکتال

ایمان مرادی، مهدی ایران نژاد*

دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۰۸/۰۴
بازنگری: ۱۳۹۹/۰۶/۰۲
پذیرش: ۱۳۹۹/۰۷/۰۷
ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۰۷/۱۳

کلمات کلیدی:

هندسه فرکتال
دبی خوراک‌دهی
توزیع ابعاد ذرات
سنگ‌شکنی
خوراک‌دهی خفه‌کننده
رازین-راملر

خلاصه: در عملیات خردایش دبی خوراک‌دهی بر روی توزیع ابعاد ذرات خرد شده تأثیرگذار است. در این تحقیق اثرات تغییرات دبی خوراک‌دهی بر توزیع ابعاد ذرات حاصل از خردایش با استفاده از هندسه فرکتال بررسی شد که در آن برای محاسبه توزیع ابعاد ذرات از نسبت وزن تجمعی ذرات به ابعاد آن‌ها استفاده شده است. نتایج آزمایشگاهی توصیف توزیع ابعاد ذرات با روش‌های هندسه فرکتال و رازین-راملر از طریق مجذور میانگین مربعات خطا (RMSE) مورد تجزیه-تحلیل و مقایسه قرار گرفت. خردایش ماده مورد مطالعه با سنگ‌شکن‌های فکی، مخروطی و غلطکی آزمایشگاهی انجام شد. هر کدام از سنگ‌شکن‌ها با دبی‌های خوراک‌دهی ۰/۵، ۱، ۱/۵، ۲، ۲/۵، ۳، ۴ و ۴/۵ کیلوگرم بر دقیقه خوراک‌دهی شده‌اند. دیمانسیون فرکتال توزیع ابعاد ذرات خرد شده با سنگ‌شکن‌های فکی، مخروطی و غلطکی به ترتیب بین ۲/۱۸ تا ۲/۳۲، بین ۲/۱۲ تا ۲/۲۷ و بین ۲/۳۰ تا ۲/۴۳ به دست آمد. دیمانسیون فرکتال با افزایش دبی خوراک‌دهی در ظرفیت مجاز سنگ‌شکن‌ها کاهش می‌یابد. بنابراین رابطه دیمانسیون فرکتال با دبی خوراک‌دهی معکوس می‌باشد. با افزایش دبی خوراک‌دهی و عبور از ظرفیت مجاز سنگ‌شکن‌ها، دیمانسیون فرکتال به دلیل خوراک‌دهی خفه‌کننده، افزایش می‌یابد. کاهش دیمانسیون فرکتال مواد خرد شده با سنگ‌شکن مخروطی می‌تواند ناشی از یکنواخت‌تر بودن توزیع ابعاد ذرات محصول آن باشد. افزایش دیمانسیون فرکتال مواد خرد شده با سنگ‌شکن غلطکی می‌تواند ناشی از کوچک‌تر شدن بازه دانه‌بندی محصولات آن باشد که منجر به یکنواخت‌تر شدن توزیع وزن ذرات محصولات مختلف می‌شود. سرند ۲ میلی‌متر به عنوان سرند هدف برای عبور مواد به مرحله بعد از سنگ‌شکنی انتخاب شد و میزان مواد عبور کرده از آن مورد بررسی قرار گرفت. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که با افزایش دبی خوراک‌دهی میزان مواد عبور کرده از سرند هدف کاهش می‌یابد. مقادیر مجذور میانگین مربعات خطا با روش هندسه فرکتال برای سنگ‌شکن‌های فکی، مخروطی و غلطکی به ترتیب بین ۸/۰۱ تا ۸/۵۹۶، بین ۳/۵۰ تا ۴/۱۷ و بین ۰/۸۳ تا ۲/۶۲ به دست آمد. این مقادیر با روش رازین-راملر برای سنگ‌شکن‌های فکی، مخروطی و غلطکی به ترتیب بین ۸/۱۱ تا ۸/۵۹۹، بین ۴/۵۰ تا ۴/۹۳ و بین ۳/۹۱ تا ۷/۹۱ به دست آمده است. مقایسه این مقادیر نشان می‌دهد که روش هندسه فرکتال نسبت به روش رازین-راملر بهتر می‌تواند توزیع ابعاد ذرات حاصل از خردایش با سنگ‌شکن‌ها را توصیف کند.

۱- مقدمه

به دست می‌آید [۱]. دبی خوراک‌دهی به دلیل حساسیت و تأثیرگذاری آن بر روی مصرف انرژی خردایش، میزان خردایش مواد، پراکندگی توزیع ابعاد ذرات و غیره در فرآوری مواد معدنی سال‌هاست که توسط سیستم‌های الکترونیکی و کامپیوتری کنترل می‌شود [۲]. در طول دهه‌های اخیر در صنایع معدنی تلاش بر آن بوده است که هزینه‌های

دبی خوراک‌دهی به عنوان یکی از پارامترهای عملیات خردایش در فرآوری مواد معدنی است که باعث تثبیت عملیات می‌شود. میزان تولید مورد نظر در کارخانه فرآوری از طریق کنترل دبی خوراک‌دهی

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: iranajad@aut.ac.ir



پدیده‌های نامنظم و پیچیده طبیعی را ندارد، لذا از هندسه فرکتال برای توصیف و اندازه‌گیری ابعاد این پدیده‌ها و اشیاء استفاده می‌شود. اشیاء و پدیده‌های فرکتالی توسط جزءهای کوچکی ساخته شده‌اند که این جزءهای کوچک مشابه کل مجموعه هستند. از طرف دیگر پدیده‌ها و اشیاء فرکتالی دارای یک الگوی ثابت هستند که این الگو در تمام مراحل با مقیاس ثابت تکرار می‌شود. این نحوه تغییرات الگوی تکرارشونده از جزء به کل توسط دیمانسیون فرکتال اندازه‌گیری می‌شود. اندازه‌گیری دیمانسیون فرکتال یک جسم یا پدیده توسط روش‌های مختلفی از جمله: دیمانسیون‌های توپولوژیکی، هوسدورف، تشابهی، ظرفیت، اطلاعاتی، همبستگی و لیاپانوف صورت می‌گیرد. بعد توپولوژیکی بدین معنی است که در اثر تبدیلات یک جسم هندسی تغییری در پیوستگی آن رخ ندهد. در بحث دیمانسیون توپولوژیکی همیشه ابعاد پدیده یا شیئی با عدد صحیح بیان می‌شوند. دیمانسیون هوسدورف همواره با یک مقیاس تعریف می‌شود که این مقیاس اجزا کوچک را به گونه‌ای تقسیم می‌کند که مجموع آن‌ها برابر کل پدیده یا شیئی باشد. با استفاده از این مقیاس می‌توان یک مقدار عددی به کل شیئی یا پدیده نسبت داد. به هر پدیده یا شیئی فرکتال می‌گویند که دیمانسیون هوسدورف آن به مراتب بزرگ‌تر از دیمانسیون توپولوژیکی آن باشد. دیمانسیون هوسدورف اغلب مفهوم کسری دارد که به آن دیمانسیون فرکتال می‌گویند [۱۴، ۱۵ و ۱۶]. در هندسه اقلیدسی نقطه، خط، سطح و حجم به ترتیب دارای دیمانسیون صفر، یک، دو و سه می‌باشند. در حالی که در هندسه فرکتال ابعاد پدیده‌ها و اشیاء علاوه بر عدد صحیح می‌توانند دارای مقادیر گویا هم باشند. دامنه تغییرات دیمانسیون در هندسه فرکتال بین ۰ تا ۳ می‌باشد. دیمانسیون بزرگ‌تر از ۳ به لحاظ فیزیکی برای هیچ پدیده‌ی امکان‌پذیر نمی‌باشد [۱۷]. برای محاسبه دیمانسیون فرکتال باید یک رابطه توانی بین پارامترهای مورد مطالعه برقرار کرد که توان این رابطه در واقع همان دیمانسیون فرکتال است. دیمانسیون فرکتال عددی غیرمنفی است که می‌تواند دارای مقادیر گویا و صحیح باشد [۱۴].

بین میزان مصرف انرژی و میزان خردایش مواد معدنی می‌توان رابطه‌ای توانی به دست آورد. از این رابطه‌ی توانی می‌توان دیمانسیون فرکتال ذرات خرد شده را به دست آورد. نتایج تحقیقات مختلف نشان داده است که دیمانسیون فرکتال مرتبط با انرژی خردایش بین ۲ تا ۳

عملیاتی استحصال کانی‌های با ارزش کاهش یابد. عملیات خردایش معمولاً بین ۳۰ تا ۵۰ درصد هزینه‌های فرآوری مواد معدنی را به خود اختصاص می‌دهد [۳]. تحقیقات نشان داده است که حدود ۳ درصد از کل انرژی مصرفی در جهان صرف عملیات خردایش مواد می‌شود. با توجه به اینکه از کل انرژی مصرفی در خردایش عملاً تنها یک درصد آن صرف خردایش می‌شود و بقیه به طرق مختلف اتلاف می‌شود، لذا استفاده بهینه از انرژی بکار گرفته شده اهمیت می‌یابد [۴]. از طرف دیگر هدف از عملیات‌های خردایش رسیدن به دانه‌بندی مورد نظر برای مراحل بعدی است. از این رو توجه به هر پارامتری که بتواند با صرف انرژی کمتری برای خرد کردن مواد به دانه‌بندی مورد نظر برسد، ضروری می‌باشد. یکی از این پارامترها دبی خوراک‌دهی می‌باشد [۵].

میزان مواد خرد شده پس از خردایش را می‌توان توسط توزیع ابعاد ذرات مورد بررسی قرار داد. برای توصیف توزیع ابعاد ذرات خرد شده معمولاً از روش‌های آماری (از جمله: توزیع نرمال، توزیع گیتس-گودن-شومان و توزیع رازین-راملر و غیره) استفاده می‌شود. رایج‌ترین روش نمایش توزیع ابعاد ذرات نمودارهای لگاریتمی هستند [۵، ۶]. نشان داده شده که از توابع لگاریتمی-لگاریتمی فرکتال هم می‌توان برای توصیف توزیع ابعاد ذرات خرد شده استفاده کرد [۷]. از هندسه فرکتال به عنوان یک روش نوین برای خطی‌سازی منحنی توزیع اندازه ذرات استفاده می‌شود [۸، ۹]. ترکیب این روش نوین با روش‌های قدیمی می‌تواند منجر به یک رویکرد مؤثر جهت تعیین مورفولوژی ذرات خرد شده و ویژگی‌های مکانیکی خرد کردن ذرات شود [۱۰]. دیمانسیون فرکتال یک شاخص خوب برای ارزیابی عملیات خردایش می‌باشد و تفسیری بهتر از مکانسیم‌های خردایش ارائه می‌دهد که منجر به یک پایه نظری برای کنترل توزیع ابعاد ذرات خرد شده می‌شود [۱۱]. استفاده از مدل نظری در هر عملیات خردایش مواد این امکان را می‌دهد که توزیع‌های احتمال خردایش را به یک مدل شبیه‌سازی واقعی از عملیات تبدیل کرد [۱۲]. با بررسی تعداد زیادی نمونه و توصیف توزیع ابعاد ذرات آن‌ها توسط دیمانسیون فرکتال مشخص شد پارامترهای دیمانسیون فرکتال دارای ساختار فضایی خوبی هستند و می‌توانند تغییرات فضایی بافت مواد مورد مطالعه را به بهترین شکل توصیف کنند [۱۳]. از آنجایی که هندسه اقلیدسی قابلیت توصیف و اندازه‌گیری دقیق ابعاد اشیاء و

مشخص شد هر کدام از مکانیزم‌های خردایش دارای دامنه‌ی مشخص و منحصر به فرد خود می‌باشد که تابع انرژی خردایش هستند. از طرف دیگر اندازه ذرات بار ورودی و نوع کانسنگ نیز تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر توزیع ابعاد ذرات دارد [۲۹]. با بررسی مواد زیست‌محیطی مشخص شد که دارای رفتاری فرکتالی هستند. دیمانسیون فرکتال این مواد بین ۲/۲۵ تا ۳/۱۲۵ متغیر است. همچنین مشخص شد توزیع غیریکنواخت اندازه ذرات تأثیر چشمگیری بر دیمانسیون فرکتال‌های به دست آمده می‌گذارد [۳۰]. با جمع‌آوری تعدادی نمونه از مناطق تخریب شده توسط سیل و بررسی توزیع ابعاد ذرات آن‌ها توسط دیمانسیون فرکتال مشخص شد که دیمانسیون فرکتال آن‌ها بیشتر در دامنه‌ی از حدود ۲/۲۵۰ تا ۲/۷۹۸ به دست آمده است [۳۱]. مواد آغشته به مواد آلی، بدون مواد آلی، آغشته به کلسیم کربنات و بدون کلسیم کربنات مورد خردایش و بررسی قرار گرفتند. دیمانسیون‌های فرکتال به دست آمده در حالت‌هایی که ماده آغشته به مواد آلی، بدون مواد آلی و آغشته به کلسیم کربنات بود تفاوت چندانی نداشت، اما با حذف کلسیم کربنات تغییرات چشمگیری ملاحظه شد [۳۲]. با بررسی شیل‌های نفتی در محیط‌های احتراق و اکسیداسیون و بررسی توزیع ابعاد ذرات آن‌ها بعد از خردایش مشخص شد که این کانسنگ رفتار فرکتالی خود را حفظ می‌کند. در حالتی که دمای احتراق پایین بوده و زمان اکسیداسیون کم بوده است، دیمانسیون فرکتال بین ۲/۷ تا ۲/۹ به دست آمده و با افزایش دمای احتراق و زمان اکسیداسیون، دیمانسیون فرکتال بین ۲/۲ تا ۲/۴ به دست آمده است [۳۳]. در یک تحقیق بر روی ضایعات باقی مانده از تخریب ساختمان‌ها که با استفاده از چکش ارتعاشی خرد شده‌اند، دیمانسیون فرکتال توزیع ابعاد خرد شده ۲/۵ تا ۲/۶ به دست آمد. در تست‌های مختلف با فرکانس‌های مختلف چکش ارتعاشی، دیمانسیون فرکتال از ۲ تا ۲/۹ تغییر کرده است [۳۴]. در تحقیقی دیگر با بررسی نمونه‌هایی با لیتوگرافی متفاوت نشان داده شد که توزیع ابعاد ذرات خرد شده از این نمونه‌ها رفتاری فرکتالی دارند و هر چه میزان فشار وارده بر نمونه‌ها بیشتر شود، میزان پراکندگی توزیع ابعاد ذرات بیشتر شده و به تبع آن میزان دیمانسیون فرکتال نیز افزایش می‌یابد [۳۵].

همان‌گونه که اشاره شد، برای توصیف توزیع ابعاد ذرات از روش‌های آماری نظیر رازین-راملر، گیتس-گودن-شومان، هندسه فرکتال و غیره استفاده می‌شود. در روش‌های رازین-راملر و گیتس-

تغییر می‌کند [۱۸]. تمامی روش‌های استفاده شده برای توصیف رابطه انرژی مصرفی و خردایش مواد معدنی از جمله: ریتینگر، کیک، باند و غیره بر اساس ابعاد موادی که ۸۰ درصد آن از یک اندازه مشخص ریزتر هستند و لذا تمامی مواد مورد خردایش قرار گرفته را در نظر نمی‌گیرند. بنابراین لازم است تمامی مواد مورد بررسی قرار گیرند تا به درستی مصرف انرژی برای مواد خرد شده به نمایش گذاشته شود، این امر توسط هندسه فرکتال قابل انجام می‌باشد [۱۹]. تجزیه و تحلیل‌های تجربی نشان می‌دهد که دیمانسیون فرکتال استفاده شده برای یک نمونه خاص در هر مقیاسی از خردایش رفتاری خودمتشابه و یکسان دارد. از طرف دیگر مفاهیم فرکتال این اجازه را می‌دهد تا میزان همبستگی بین توزیع ابعاد ذرات خرد شده و انرژی مصرفی برای خردایش ذرات را به دست آورد [۲۰]. هر چه ذرات یک ماده معدنی ریزتر شوند انرژی مصرفی نیز بیشتر می‌شود. از طرف دیگر با ریزتر شدن یک ماده معدنی دیمانسیون فرکتال آن نیز افزایش می‌یابد [۲۱].

طبق نظرات محققان با افزایش دبی خوراک‌دهی در ظرفیت غیر مجاز، بدلیل ایجاد خوراک‌دهی خفه کننده، میزان خردایش مواد و میزان ذرات دانه‌ریز افزایش می‌یابد [۲۲، ۲۳]. بر اساس بررسی‌های صورت گرفته مشخص شد که با افزایش دبی خوراک‌دهی و عبور از ظرفیت مجاز در سنگ‌شکن غلطکی محصول آن دارای پراکندگی توزیع ابعاد ذرات و شکل‌های نامنظم است [۲۴]. نتایج تحقیقات انجام شده نشان می‌دهد که با استفاده از دیمانسیون فرکتال توزیع ابعاد ذرات حاصل از خردایش می‌توان مراحل بعدی خردایش و درجه آزادی مواد را پیش‌بینی و کنترل کرد [۲۵]. برای محاسبه دیمانسیون فرکتال توزیع ابعاد ذرات موادی که رفتار فرکتالی دارند معمولاً از دو پارامتر وزن تجمعی ذرات خرد شده و ابعاد فراکسیون‌های مختلف آن‌ها استفاده می‌شود [۲۶]. نتایج نشان داده است که تغییرات دیمانسیون فرکتال توزیع ابعاد ذرات خرد شده به نوع کانسنگ، میزان انرژی مصرفی، مکانیزم خردایش، دانه‌بندی بار ورودی و غیره بستگی دارد [۲۷]. با بررسی پنج نوع کرومیت از معادن مختلف که توسط مکانیزم‌های خردایش مختلف خرد شدند، مشخص شد با تغییر ژنز کانسنگ‌ها و مکانیزم‌های خردایش دیمانسیون‌های فرکتال نیز تغییر می‌کند [۲۸]. با بررسی دو نوع کانسنگ کوارتز و مرمریت در مکانیزم‌های خردایش مختلف با استفاده از روش رگرسیون خطی

از سنگ‌شکن‌ها بر توزیع ابعاد ذرات محصولات آن‌ها با استفاده از هندسه فرکتال می‌باشد. همچنین روش هندسه فرکتال با روش رازین-راملر نیز مورد مقایسه قرار گرفته است. دبی خوراک‌دهی برای هر سه سنگ‌شکن ۰٫۵، ۱، ۱٫۵، ۲، ۲٫۵، ۳، ۳٫۵، ۴ و ۴٫۵ کیلوگرم بر دقیقه می‌باشد. برای انجام آزمایش‌ها، نمونه‌هایی با وزن‌های یکسان (۱۰ کیلوگرم) تهیه شده و سپس با توجه به دبی خوراک‌دهی در زمان‌های مختلفی نمونه‌ها به سنگ‌شکن‌ها خوراک‌دهی شده است. پس از اتمام عملیات خردایش تمامی محصول توسط ریفل تقسیم شده و نمونه‌ی معرف جهت انجام آنالیز سرنندی به دست آمده است.

۲- مواد و روش‌ها

۲-۱- شناسایی نمونه مورد مطالعه

۲-۱-۱- نمونه‌برداری

ماده معدنی مورد مطالعه در این پژوهش از معدن مس قلعه‌زری تهیه شده است. ماده معدنی استخراج شده از تونل‌های معدن بعد از انتقال به سطح زمین توسط یک فیدر بر روی سرنند گریزی با دهانه ۸۰ سانتی‌متر ریخته می‌شود که مواد مانده بر روی سرنند، خوراک سنگ‌شکن فکی مرحله اول می‌باشد. محصول این سنگ‌شکن بر روی سرنندی دو طبقه ریخته می‌شود که مواد را به سه فراکسیون (+۵)، (-۲٫۵) و (-۵+۲٫۵) سانتی‌متر تقسیم می‌کند. فراکسیون (+۵) به همراه مواد عبور کرده از سرنند گریزی قبل از سنگ‌شکن فکی مرحله اول جهت خوراک‌دهی به سنگ‌شکن فکی مرحله دوم انتقال داده می‌شود. محصول سنگ‌شکن فکی مرحله دوم بر روی سرنندی با دهانه ۲٫۵ سانتی‌متر ریخته شده و مواد بزرگ‌تر از دهانه به همراه فراکسیون (-۵+۲٫۵) جهت خوراک‌دهی به سنگ‌شکن مخروطی استفاده می‌شود. محصول سنگ‌شکن مخروطی با مواد فراکسیون (-۲٫۵) جهت خوراک‌دهی به آسیابها منتقل می‌شود. نمونه مورد مطالعه قبل از سنگ‌شکن مخروطی نمونه‌گیری شده است.

۲-۱-۲- کانی‌شناسی نمونه مورد مطالعه

از آنجایی که رفتار فرکتالی کانسنگ مدنظر بوده است، لذا نمونه مورد مطالعه با دو روش پراش اشعه ایکس (XRD) و مطالعات میکروسکوپی مورد آنالیز کانی‌شناسی قرار گرفته است. نتایج حاصل از پراش اشعه ایکس در جدول ۱ نشان داده شده است. بر اساس این

گودن-شومان شیب خط برازش شده بر نقاط به دست آمده به عنوان شاخص پراکندگی یا یکنواختی محصولات شناخته می‌شود که معمولاً این عدد برای هر دو روش در تحقیقات صورت گرفته بین ۰/۶ تا ۱/۲ به دست می‌آید. بر اساس قوانین انرژی ریتینگر و کیک، انرژی خردایش معمولاً در حال تولید سطوح بیشتر (دو بعدی) و در حال کاهش حجم (سه بعدی) می‌باشد. در روش گیتس-گودن-شومان فقط می‌توان پراکندگی و یکنواختی محصولات خردایش را بررسی کرد؛ در حالی که با استفاده از روش هندسه فرکتال می‌توان تغییرات مورفولوژیکی ذرات هم را بررسی کرد. برای اینکه بتوان توسط روش‌های آماری شناخت دقیق‌تری از تغییرات مورفولوژیکی ذرات در عملیات مختلف خردایش به دست آورد، تورکات تغییراتی در معادله گیتس-گودن-شومان ایجاد کرده و با تلفیق آن با اصول اولیه هندسه فرکتال توانست مدلی را ارائه دهد که مقادیر حاصل از آن همواره بین ۲ (سطح) و ۳ (حجم) به دست می‌آید. از این‌رو، نتایج به دست آمده از هندسه فرکتال به واقعیت عملیات‌های خردایش نزدیک‌تر بوده و می‌توان با استفاده از داده‌های حاصل از آن شبیه‌سازی‌های واقعی‌تری از عملیات خردایش به دست آورد. در روش هندسه فرکتال از نسبت ابعاد هر فراکسیون به ابعاد بزرگ‌ترین فراکسیون استفاده می‌شود که باعث نزدیک بودن داده‌ها به داده‌های واقعی شده و لذا تغییرات جزئی را می‌توان به دقت مورد مطالعه قرار داد. از طرف دیگر در هندسه فرکتال با استفاده از مفاهیم تک فرکتالی و چند فرکتالی برای محصولات سنگ‌شکن‌هایی مانند سنگ‌شکن ضربه‌ای، که با سایر روش‌های آماری به سختی می‌توان خط مناسبی بر نقاط حاصل از آن‌ها برازش کرد، با استفاده از روش‌های چند فرکتالی به راحتی می‌توان خطوط مناسبی بر نقاط برازش کرده و توزیع ابعاد ذرات آن‌ها را مورد مطالعه قرار داد. در این تحقیق نتایج آزمایشگاهی توصیف توزیع ابعاد ذرات با روش‌های هندسه فرکتال و رازین-راملر، برای بررسی داده‌های به دست آمده و نزدیکی آن‌ها به نتایج واقعی، از طریق مجذور میانگین مربعات خطا ($RMSE$) مورد بررسی و مقایسه شدند.

در این پژوهش ماده مورد مطالعه توسط سه سنگ‌شکن فکی، مخروطی و غلطکی مورد خردایش قرار گرفته است. هدف از این پژوهش بررسی رفتار فرکتالی کانسنگ مورد مطالعه و تأثیر تغییرات دبی خوراک‌دهی در ظرفیت‌های مجاز و غیرمجاز هر کدام

از روی نمودار مشخص می‌باشد ۸۰ درصد مواد دارای ابعادی ریزتر از ۳۷ میلی‌متر هستند (میکرون $d_{80} = 3700$).

۲-۲- روش تحقیق

۲-۲-۱- شمای عملیات سنگ‌شکنی

توزیع ابعاد ذرات حاصل از خردایش تحت تأثیر چندین پارامتر از جمله: دبی خوراک‌دهی، مکانیزم خردایش، مورفولوژی قطعات کانسنگ، دانه‌بندی بار ورودی و غیره می‌باشد. با تغییر هر کدام از این پارامترها و با توجه به رفتار کانسنگ در مراحل خردایش، توزیع ابعاد ذرات دارای پراکندگی‌های متفاوتی می‌شود. هر کدام از تجهیزاتی که برای عملیات خردایش استفاده می‌شود دارای یک مکانیزم غالب (از جمله: فشاری، ضربه‌ای، برشی و سایشی) می‌باشد [۳۶]. در این پژوهش، هر سه سنگ‌شکن مورد استفاده دارای مکانیزم یکسانی بوده و نیروی غالب برای خرد کردن مواد در آن‌ها، نیروی فشار می‌باشد. دبی‌خوراک‌دهی به عنوان اصلی‌ترین پارامتر تثبیت کننده عملیات خردایش در این پژوهش مورد مطالعه قرار گرفته است. در شکل ۲ طرح‌واره‌ی عملیات خرد کردن ماده مورد مطالعه نشان داده شده است. مطابق این شکل محصول خرد شده توسط سنگ‌شکن فکی به فراکسیون‌های مختلفی تقسیم شده و فراکسیون $(16 - 4/76 +)$ میلی‌متر) آن وارد سنگ‌شکن مخروطی می‌شود. سپس محصول خرد شده توسط سنگ‌شکن مخروطی نیز به فراکسیون‌های مختلفی تقسیم شده و فراکسیون $(9/52 - 2/38 +)$ آن وارد سنگ‌شکن غلطکی می‌شود.

ظرفیت بیشینه خوراک‌دهی به هر سه سنگ‌شکن ۳٫۵ کیلوگرم بر دقیقه می‌باشد. برای بررسی تأثیر دبی خوراک‌دهی بر روی عملکرد هر سه سنگ‌شکن، خوراک‌دهی به آن‌ها در ظرفیت مجاز (۱، ۲ و ۳ کیلوگرم بر دقیقه) صورت گرفته است.

نتایج کانی‌های تشکیل‌دهنده نمونه مورد مطالعه از نظر فراوانی به ترتیب کوارتز، میکروکلین، کائولنیت، تالک و کلریت می‌باشند.

برای بررسی مورفولوژی ذرات (بافت، ساخت، تخلخل، نحوه درگیری کانی‌ها، دانه‌بندی و توزیع ابعاد ذرات) از نمونه مورد مطالعه مقاطع نازک و صیقلی تهیه شد. این مقاطع توسط مطالعات میکروسکوپ نوری مورد بررسی قرار گرفتند. نتایج کانی‌شناسی حاصل از مطالعات میکروسکوپی با نتایج به دست آمده از پراش اشعه ایکس کاملاً منطبق بوده است. از طرف دیگر آنالیز پراش اشعه ایکس کانی‌هایی را که به لحاظ فراوانی از یک میزان مشخص (به‌طور مثال ۳٪ وزنی) کمتر باشند را در نتایج نشان نمی‌دهد. مطابق مطالعات میکروسکوپی مقاطع مشخص شد که ماده معدنی علاوه بر کانی‌های ذکر شده در جدول ۱ حاوی کانی‌های کالکوپیریت، پیریت و اولوژنیت نیز می‌باشد.

۲-۱-۳- آنالیز شیمیایی نمونه مورد مطالعه

برای تعیین ترکیب شیمیایی نمونه مورد مطالعه از روش فلورسانس اشعه ایکس (XRF) استفاده شده است. نتایج در جدول ۲ آورده شده است. طبق این نتایج، بیشترین میزان ترکیبات موجود در نمونه به ترتیب: SiO_2 ، Al_2O_3 ، Fe_2O_3 و CaO و غیره بوده است. با توجه به اینکه کانی با ارزش نمونه مورد مطالعه کالکوپیریت می‌باشد و از طرفی با توجه به نتیجه آنالیز شیمی که میزان CuO برابر ۰٫۶۴ می‌باشد لذا طبق محاسبات استوکیومتری میزان کالکوپیریت موجود در نمونه ۱٫۵ درصد می‌باشد.

۲-۱-۴- دانه‌بندی نمونه مورد مطالعه

نمونه مورد مطالعه بعد از آماده‌سازی از نظر دانه‌بندی مورد آنالیز سرندهی قرار گرفت. نتایج در شکل ۱ آورده شده است. همان‌طور که

جدول ۱. نتایج کانی‌شناسی (XRD)

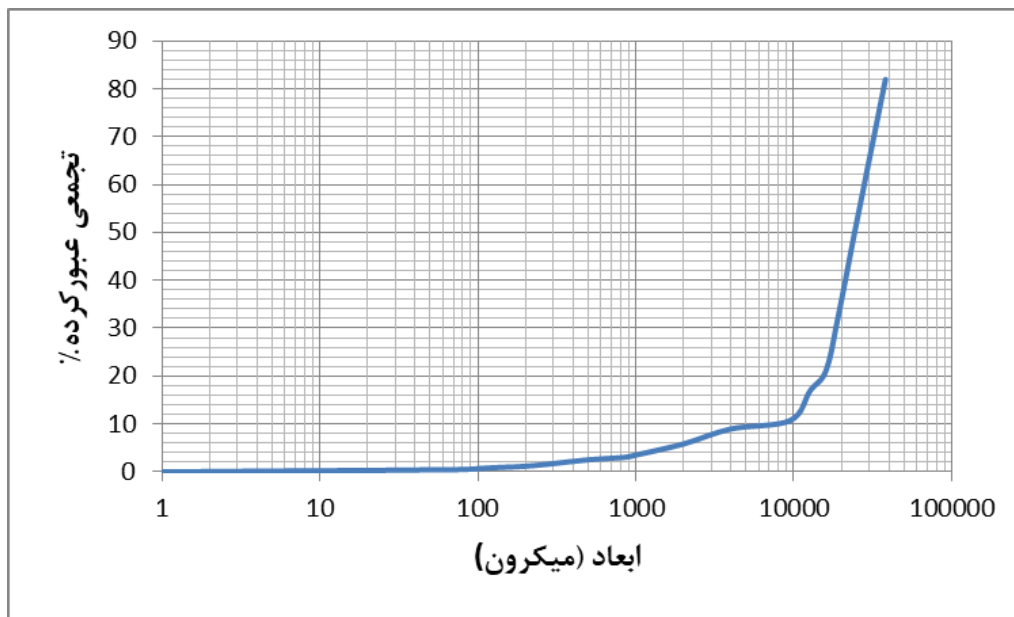
Table 1. Mineralogical Results of the ore by XRD

فرمول شیمیایی	نام کانی
SiO_2	کوارتز
$KAlSi_3O_8$	میکروکلین
$Al_4[(OH)_8Si_4O_{10}]$	کائولنیت
$Mg_3(OH)_2Si_4O_{10}$	تالک
$(Mg, FeAl)_6(OH)_8[Si_4O_{10}]$	کلریت

جدول ۲. نتایج آنالیز شیمیایی (XRF)

Table 2. Chemical Analysis Results of the ore by XRF

K ₂ O	S	SiO ₂	Al ₂ O ₃	MgO	عنصر
۲,۶۳	۲,۶۹	۶۲,۷	۱۰,۶	۲,۲۰	درصد
سایر	L.I.O	CaO	CuO	Fe ₂ O ₃	عنصر
۱,۳۵	۵,۱۸	۳,۶۱	۰,۶۴	۸,۴	درصد



شکل ۱. نمودار آنالیز دانه‌بندی نمونه مورد مطالعه

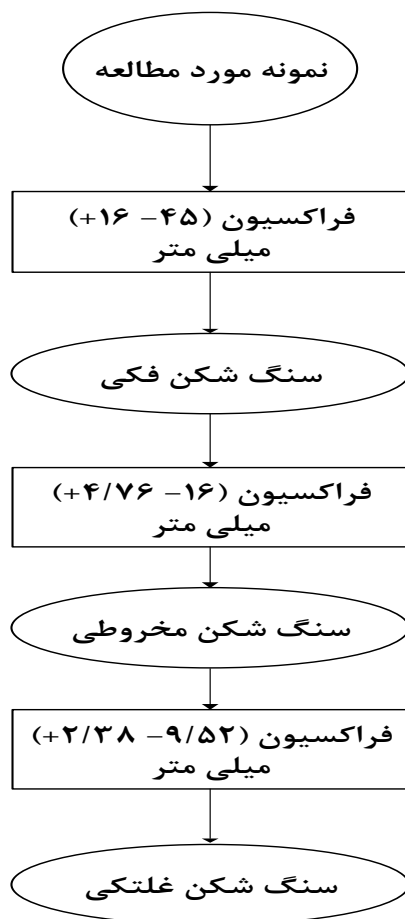
Fig. 1. Particle size analysis of the ore

محصولات هرکدام از سنگ‌شکن‌ها از طریق آنالیز سرندهی و محاسبات دیمانسیون فرکتال مورد بررسی قرار گرفت. هر سه سنگ‌شکن در مدار باز کار می‌کنند. ابعاد خوراک سنگ‌شکن‌های فکی، مخروطی و غلطکی به ترتیب (۴۵-۱۶)+، (۹۵۲-۲۳۸)+ میلی‌متر بوده که با توجه به ابعاد گلوگاه سنگ‌شکن و نسبت خردایش آنها در نظر گرفته شده است. از طرف دیگر، ابعاد مواد خرد شده (یعنی d_p آنها) توسط این سنگ‌شکن‌ها نیز به ترتیب زیر ۱۹، ۹۵۲ و ۳ میلی‌متر می‌باشند. برای تعیین توزیع ابعادی ذرات خرد شده توسط هر کدام از سنگ‌شکن‌ها، محصولات خرد شده آنها توسط سری سرندهای

ASTM مورد آنالیز دانه‌بندی قرار گرفتند. برای سنگ‌شکن فکی این سری شامل سرندهای: ۱۶۰۰۰، ۱۲۷۰۰، ۹۵۲۰، ۴۷۶۰، ۴۰۰۰، ۲۳۸۰، ۲۰۰۰، ۱۰۰۰، ۸۵۰، ۶۰۰، ۵۰۰، ۴۲۵، ۳۰۰، ۲۰۰، ۱۵۰، ۱۰۶، ۷۵ و ۵۳ میکرون، برای سنگ‌شکن مخروطی این سری از ۴۷۶۰ تا ۵۳ میکرون و برای سنگ‌شکن غلطکی از ۲۳۸۰ تا ۵۳ میکرون بوده است.

۲-۲-۲-۲- دیمانسیون فرکتال

برای توصیف توزیع ابعاد ذرات معمولاً از روش‌های آماری استفاده می‌شود. روش‌های معمول برای توصیف توزیع ابعاد ذرات شامل



شکل ۲. شمای عملیات خردایش ماده مورد مطالعه

Fig. 2. Flow diagram of crushing operations of the ore

D : دیمانسیون فرکتال می باشد. استفاده از رابطه (۱) که بر مبنای تعداد و اندازه ذرات هر فراکسیون می باشد، معمولاً در عمل به دلیل اینکه ذرات دارای شکل و چگالی یکسانی نمی باشند، با خطا همراه است [۳۸]. به منظور رفع این مشکل، رابطه تناسبی بین اندازه و وزن ذرات، مانند رابطه (۲) برقرار شده است [۲۶، ۳۹]:

$$\frac{M(k < K_L)}{M_T} \alpha \left(\frac{k}{K_L}\right)^{3-D_f} \quad (2)$$

که در آن:

$M(k < K_L)$: وزن تجمعی عبوری از هر فراکسیون
 M_T : وزن کل نمونه

رازین-راملر، گیتس-گودن-شومان، برادبنت-کالکت، گادین-ملوی، لگاریتم احتمالی و هاریس می باشد [۷]. یکی از روش هایی که با استفاده از آن می توان داده های توزیع ابعاد ذرات را خطی کرد هندسه فرکتال می باشد [۳۷]. چنانچه ذرات حاصل دارای شکل و چگالی یکنواختی باشند تناسبی بین اندازه و تعداد ذرات مانند رابطه (۱) به دست می آید [۲۶، ۱۴]:

$$N \propto R^{-D} \quad (1)$$

که در آن:

N : تعداد ذرات هر فراکسیون
 R : اندازه بزرگترین فراکسیون ابعادی

$$y = ax + b \quad (۵)$$

که در آن:

$$y = Ln \frac{M(k < K_L)}{M_T} \quad (۶)$$

$$x = Ln\left(\frac{k}{K_L}\right) \quad (۷)$$

$$a = 3 - D_f \quad (۸)$$

$$b = Lnc$$

عرض از مبدا خط (عدد ثابت)

باتوجه به معادله (۸) دیمانسیون فرکتال از رابطه (۹) به دست

می‌آید:

$$D_f = 3 - a \quad (۹)$$

از معادله (۴) تعدادی نقطه بر روی نمودارهای لگاریتمی- لگاریتمی توزیع ابعاد ذرات خرد شده به دست می‌آید. تعداد این نقاط با تعداد فراکسیون‌های موجود در آنالیز سرندی برابر است. به طور مثال در سنگ‌شکن‌های فکی، مخروطی و غلطکی به ترتیب ۱۸، ۱۵ و ۱۳ فراکسیون جهت تعیین توزیع ابعاد ذرات حاصل از خردایش آن‌ها استفاده شده است، بنابراین تعداد نقاط به دست آمده بر روی نمودارهای لگاریتمی- لگاریتمی آن‌ها به ترتیب ۱۸، ۱۵ و ۱۳ نقطه بوده است.

k : اندازه ابعاد هر فراکسیون

K_L : اندازه ابعاد بزرگ‌ترین فراکسیون

D_f : دیمانسیون فرکتال

با تبدیل رابطه (۲) به تساوی، معادله‌ای مانند رابطه (۳) به دست

می‌آید:

$$\frac{M(k < K_L)}{M_T} = c \left(\frac{k}{K_L}\right)^{3-D_f} \quad (۳)$$

که در آن c عدد ثابت است. بدین ترتیب در رابطه (۳) برای

محاسبه دیمانسیون فرکتال بجای تعداد ذرات هر فراکسیون از وزن

تجمعی عبوری ذرات از هر فراکسیون استفاده می‌شود. با لگاریتم‌گیری

از طرفین رابطه (۳)، رابطه (۴) به دست می‌آید:

$$Ln \frac{M(k < K_L)}{M_T} = (3 - D_f) Ln\left(\frac{k}{K_L}\right) + Lnc \quad (۴)$$

با مقایسه رابطه (۴) با معادلات روش‌های معمول توصیف توزیع

ابعاد ذرات مشخص می‌شود که این معادله با تابع گیتس- گودن-

شومان مشابه است. از این‌رو می‌توان نتیجه گرفت که تابع گیتس-

گودن- شومان یک معادله فرکتالی بوده که شیب آن n است. به

عبارتی دیگر $n = 3 - D_f$ است [۷].

رابطه (۴) یک معادله خطی است که می‌توان آن را به صورت

رابطه (۵) نوشت:

جدول ۳. نحوه محاسبه دیمانسیون فرکتال برای توزیع ابعاد ذرات محصول سنگ‌شکن فکی

Table 3. Fractal dimension calculation of the PSD on jaw crusher product

(۹)	(۸)	(۷)	(۶)	(۵)	(۴)	(۳)	(۲)	(۱)
$Ln(\gamma)$	$Ln(\epsilon)$	$\frac{k}{K_L}$	$\frac{M(K_L < k)}{M_T}$	$M(K_L < k) = M_T - \text{Sum}(m)$ (گرم)	K_L (میکرون)	M (گرم)	M_T (گرم)	K (میکرون)
.	-۰٫۳۷۲	۱	۰٫۶۸۹	۶۲۰	۱۶۰۰۰	۲۷۹٫۶	۸۹۹٫۶	۱۶۰۰۰
-۰٫۲۳۰	-۰٫۸۸۱	۰٫۷۹۳	۰٫۴۱۴	۳۷۲٫۲	۱۶۰۰۰	۲۴۷٫۳	۸۹۹٫۶	۱۲۷۰۰
:	:	:	:	:	:	:	:	:
-۵٫۷۱۰	-۵٫۳۶۶	۰٫۰۰۳۳	۰٫۰۰۴۶	۴٫۲	۱۶۰۰۰	۱٫۲	۸۹۹٫۶	۵۳
-	-	-	-	.	۱۶۰۰۰	۴٫۲	۸۹۹٫۶	Pan

می‌آید:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_r)^2}{n}} \quad (11)$$

که در آن (x_r) مقدار واقعی داده‌ها (که در این تحقیق مقدار آزمایشگاهی درصد تجمعی مواد عبور کرده از هر فراکسیون می‌باشد)، (x_i) مقدار به دست آمده از مدل فرکتال مطابق رابطه (۴) (که در این تحقیق مقدار محاسباتی درصد تجمعی مواد عبور کرده از هر فراکسیون می‌باشد) و (n) تعداد کل داده‌ها (در این تحقیق تعداد کل فراکسیون‌های دانه‌بندی) می‌باشد [۴۴، ۴۵].

۳- نتایج و بحث

هدف از عملیات خردایش در فراوری مواد معدنی، دستیابی به دانه‌بندی موردنظر برای عملیات بعدی می‌باشد. از طرف دیگر در فرایند، عملیات خردایش بیشترین مصرف انرژی را به خود اختصاص می‌دهد. بنابراین یکی از اهداف خردایش رسیدن به دانه‌بندی موردنظر با صرف کمترین انرژی می‌باشد [۴۶، ۴۷]. در این راستا در تحقیق حاضر، از سرند ۲ میلی‌متر به عنوان سرند هدف استفاده شده و میزان مواد عبور کرده از این سرند مورد بررسی قرار گرفته است.

۳-۱- توصیف توزیع ابعاد ذرات با دیمانسیون فرکتال

در شکل ۳ نمودارهای لگاریتمی- لگاریتمی توزیع ابعاد ذرات محصولات برای به دست آوردن دیمانسیون فرکتال رسم شده‌اند. محور قائم این نمودارها از نسبت وزن تجمعی هر فراکسیون معین نسبت به وزن کل نمونه $(\ln(M/M_p))$ به دست می‌آید و محور افقی از نسبت ابعاد سرند معین به ابعاد بزرگ‌ترین سرند $(\ln(k/K_p))$ به دست می‌آید. هر دو محور بی بعد هستند.

مطابق جدول ۴ دیمانسیون‌های فرکتال سنگ‌شکن‌های فکی، مخروطی و غلطکی برای محصولات با دبی‌های خوراک‌دهی ۰٫۵، ۱، ۱٫۵، ۲، ۲٫۵، ۳، ۴ و ۴٫۵ کیلوگرم بر دقیقه به ترتیب (۲٫۲۶، ۲٫۲۴، ۲٫۲۳، ۲٫۲۱، ۲٫۱۹، ۲٫۱۸، ۲٫۲۹، ۲٫۳۲، ۲٫۲۱، ۲٫۲۱، ۲٫۱۷، ۲٫۱۵، ۲٫۱۴، ۲٫۱۲، ۲٫۲۵، ۲٫۲۷) و (۲٫۳۸، ۲٫۳۷، ۲٫۳۵، ۲٫۳۳، ۲٫۳۱، ۲٫۳۰، ۲٫۴۱، ۲٫۴۳) به دست آمد. برای بررسی‌های بیشتر و بررسی روند تغییرات دیمانسیون فرکتال محصولات نسبت به دبی خوراک‌دهی مطابق شکل ۴، دبی خوراک‌دهی ۳٫۵ کیلوگرم بر دقیقه

به عنوان مثال در جدول ۳ نحوه محاسبات و نتایج مربوطه برای محاسبه دیمانسیون فرکتال توزیع ابعاد ذرات محصول سنگ‌شکن فکی نشان داده شده است.

از آنجایی که دستگاه‌های جداکننده در روش‌های فیزیکی فرآوری مواد معدنی، هر کدام در یک دامنه مشخصی از دانه‌بندی کارایی لازم را دارند، لذا هدف دستیابی به این دامنه مشخص می‌باشد که با استفاده از دیمانسیون فرکتال، که کوچک‌ترین تغییرات در پراکندگی توزیع ابعاد ذرات را نشان می‌دهد، می‌توان عملیات جدایش را کنترل و بهینه‌سازی کرد. نتایج تحقیقات مختلف بر پایه محاسبه دیمانسیون فرکتال توزیع ابعاد ذرات خرد شده نشان داده است که دیمانسیون فرکتال حاصل از آن‌ها بین ۲ تا ۳ می‌باشد. این مسأله بیانگر این است که انرژی مصرف شده در عملیات خردایش صرف ایجاد سطوح جانبی بیشتر در ذرات ($2D_p$) و کاهش حجم ذرات ($3D_p$) می‌شود [۴۰، ۴۱].

یکی از روش‌های معمول برای توصیف توزیع ابعاد ذرات، روش رازین-راملر است که در رابطه (۱۰) نشان داده شده است.

$$\frac{100}{W_r} = \exp\left[\left(\frac{x}{x_0}\right)^b\right] \quad (10)$$

که در آن x اندازه دهانه سرند، W_r درصد وزنی تجمعی مواد باقیمانده بر روی سرند، x_0 مقدار ثابت بنام پارامتر اندازه و b مقداری ثابت (برابر با شیب منحنی توزیع دانه‌بندی) که میزان پراکندگی اندازه ذرات را مشخص می‌کند و به "شاخص رازین-راملر" موسوم است. مقادیر کوچک b نشان‌دهنده این است که ماده معدنی دارای دانه‌بندی وسیع‌تری است و مقادیر بزرگ حاکی از توزیع یکنواخت ابعاد ذرات می‌باشد [۴۲، ۴۳].

در این تحقیق با روش آماری مجذور میانگین مربعات خطا ($RMSE$)، کارایی دو روش هندسه فرکتال و رازین-راملر برای توصیف توزیع ابعاد ذرات حاصل از روش‌های خردایش، مورد تجزیه-تحلیل و مقایسه قرار گرفتند.

۳-۲-۲- مجذور میانگین مربعات خطا ($RMSE$)

میانگین مربعات خطا ($Mean Square Error(MSE)$)، یکی از ابزارهای آماری برای یافتن دقت مدل پیش‌بینی شده می‌باشد. روش محاسبه‌ی مجذور میانگین مربعات خطا از رابطه (۱۱) به دست

با ابعاد نزدیک به ابعاد گلوگاه و مواد با ابعاد کمتر از ابعاد گلوگاه نیز خرد شده و در نتیجه میزان مواد ریزدانه افزایش یابد.

در سنگ‌شکن مخروطی با افزایش دبی خوراک‌دهی، در ظرفیت مجاز سنگ‌شکن، میزان خردایش مواد کاهش می‌یابد. علت این امر می‌تواند ناشی از این باشد که در سنگ‌شکن مخروطی مواد در یک مقطع دایره شکل خوراک‌دهی می‌شوند در دبی‌های خوراک‌دهی کمتر فضای زیادی از این مقطع درگیر عملیات خردایش نمی‌شود بنابراین توزیع ابعاد ذرات محصول به دست آمده دارای پراکندگی بیشتری است. از طرف دیگر مخروطها ابتدا درگیر خردایش مواد با ابعاد بزرگ‌تر از ابعاد گلوگاه (۹/۵۲ میلی‌متر) می‌شوند و با توجه به کم بودن دبی خوراک‌دهی بستری از مواد به وجود نمی‌آید تا زمان ماند مواد افزایش پیدا کند بنابراین فرصت و فضای کافی برای مواد با ابعاد کوچک‌تر از گلوگاه وجود دارد تا بدون خردایش از سنگ‌شکن خارج شوند. در نتیجه محصول به دست آمده دارای طیف گسترده‌ای از دانه‌بندی خواهد بود که باعث پراکندگی بیشتر توزیع ابعاد ذرات حاصل از خردایش می‌شود. اما با افزایش دبی خوراک‌دهی به علت اینکه مواد با ابعاد کوچک‌تر از ابعاد گلوگاه، فرصت و فضای کمتری برای عبور دارند و زمان ماند افزایش می‌یابد، بنابراین محصولات به دست آمده دارای یکنواختی بیشتری می‌باشند. در نتیجه، دیمانسیون‌های فرکتال آن‌ها کاهش یافته است. اما با افزایش دبی خوراک‌دهی و عبور از حد مجاز ظرفیت سنگ‌شکن به دلیل ایجاد بار خفه کننده و خردایش بیشتر مواد در سنگ‌شکن میزان مواد دانه‌ریز افزایش می‌یابد که منجر به افزایش دیمانسیون فرکتال آن‌ها می‌شود.

در سنگ‌شکن غلطکی با افزایش دبی خوراک‌دهی در ظرفیت مجاز دیمانسیون فرکتال کاهش می‌یابد این امر می‌تواند ناشی از کاهش زمان ماند خردایش مواد باشد که باعث ایجاد محصولی به لحاظ توزیع ابعادی یکنواخت‌تر شده است. از طرف دیگر با افزایش دبی خوراک‌دهی میزان مواد موجود در بین غلطک‌ها افزایش می‌یابد و غلطک‌ها ابتدا درگیر خردایش مواد با ابعاد بزرگ‌تر می‌شوند؛ لذا فرصت کافی برای عبور مواد با ابعاد ریزتر فراهم می‌شود تا سریع‌تر از بین غلطک‌ها عبور کنند. در نتیجه میزان مواد دانه‌ریز کاهش می‌یابد که منجر به کاهش دیمانسیون فرکتال محصولات می‌شود. اما با افزایش دبی خوراک‌دهی و تجاوز از ظرفیت مجاز سنگ‌شکن منجر به افزایش تولید موادی با شکل و ابعاد نامنظم و مواد دانه‌ریز می‌شود

نیز خوراک‌دهی شد که انتظار می‌رفت در بیشینه ظرفیت مجاز سنگ‌شکن‌ها، دیمانسیون فرکتال محصول آن افزایش یابد که این امر به وقوع پیوست. دیمانسیون فرکتال محصول دبی خوراک‌دهی ۳/۵ کیلوگرم بر دقیقه برای سنگ‌شکن‌های فکی، مخروطی و غلطکی به ترتیب برابر با ۲/۲۳، ۲/۱۹ و ۲/۳۶ شد. دیمانسیون‌های فرکتال به دست آمده با اصل کلی هندسه فرکتال که دیمانسیون فرکتال حاصل از توزیع ابعاد بین ۲ تا ۳ است مطابقت دارند. اختلافات به وجود آمده در دیمانسیون فرکتال به دلیل میزان پراکندگی توزیع ابعاد ذرات خرد شده هر کدام از محصولات می‌باشد. رابطه میزان پراکندگی توزیع ابعاد ذرات با دیمانسیون فرکتال معمولاً رابطه‌ای مستقیم است. با توجه به نتایج حاصل شده با افزایش دبی خوراک‌دهی در محدوده مجاز ظرفیت سنگ‌شکن‌ها میزان خردایش مواد کاهش می‌یابد که این امر منجر به کاهش دیمانسیون فرکتال محصولات آن‌ها شده است. با افزایش دبی خوراک‌دهی و عبور از حد مجاز ظرفیت سنگ‌شکن‌ها، میزان خردایش مواد افزایش یافته که منجر به تولید مقدار قابل توجهی ذرات ریز شده که این امر موجب افزایش دیمانسیون فرکتال محصولات آن‌ها شده است. تغییرات دیمانسیون فرکتال محصولات دبی‌های خوراک‌دهی مختلف نسبت به تغییرات دبی خوراک‌دهی در شکل ۴ نشان داده شده است. بنابراین طبق نتایج به دست آمده می‌توان نتیجه گرفت بین دبی خوراک‌دهی در ظرفیت مجاز و دیمانسیون فرکتال محصولات آن‌ها رابطه‌ای معکوس برقرار است و رابطه بین دیمانسیون فرکتال محصولات و دبی خوراک‌دهی در ظرفیت غیرمجاز رابطه مستقیم است.

در سنگ‌شکن فکی علت خردایش کمتر مواد با افزایش دبی خوراک‌دهی در ظرفیت مجاز می‌تواند ناشی از نیم سیکل بودن، نحوه قرارگیری فک‌ها و کاهش زمان ماند مواد در خردایش باشد. عامل دیگر این است که با افزایش دبی خوراک‌دهی میزان مواد با ابعاد بزرگ‌تر از ابعاد گلوگاه (۱۹ میلی‌متر) افزایش یافته و فک‌ها بیشتر درگیر خردایش این مواد می‌شوند و فرصت کافی برای عبور مواد با ابعاد نزدیک به گلوگاه و مواد با ابعاد زیر گلوگاه از سنگ‌شکن به وجود می‌آید. دلیل افزایش خردایش مواد در دبی‌های خوراک‌دهی ۴ و ۴/۵ کیلوگرم بر دقیقه می‌تواند ناشی از این باشد که با افزایش دبی خوراک‌دهی و عبور از ظرفیت بیشینه میزان مواد با ابعاد بزرگ‌تر از ابعاد گلوگاه بیش از حد افزایش یافته و بستری ایجاد می‌شود که مواد

و غلطک‌ها موجب آسیب‌های جدی به سنگ‌شکن‌ها می‌شود. در عین حال اگر میزان خوراک‌دهی در این وضعیت به دقت کنترل شود، منجر به کاهش قابل توجه مصرف انرژی خردایش می‌شود، زیرا در این وضعیت عمل خردایش نه تنها توسط فک‌ها، مخروط‌ها و غلطک‌ها انجام می‌شود، بلکه خود مواد هم هم‌دیگر را خرد می‌کنند. در عملیات فرآوری مواد معدنی علاوه بر کنترل دانه‌بندی خوراک، مورفولوژی ذرات هم از اهمیت خاصی برخوردار است. در هندسه فرکتال، با محاسبه دیمانسیون فرکتال ذرات، می‌توان دانه‌بندی خوراک و مورفولوژی ذرات آن را توصیف و کنترل کرد. به عنوان مثال در این تحقیق ذرات خرد شده توسط سنگ‌شکن غلطکی، با توجه به اینکه دیمانسیون فرکتال آن‌ها بین $2/30$ تا $2/43$ می‌باشد، به سمت اشکال سه بعدی گرایش پیدا کرده‌اند. لذا محصولات این سنگ‌شکن برای تجهیزاتی که به شکل ذرات کروی حساس باشند مناسب نمی‌باشد. در این راستا، نتایج به دست آمده از محاسبه دیمانسیون فرکتال مواد خرد شده با سنگ‌شکن مخروطی نشان می‌دهد که محصولات آن برای عملیات فرآوری که به دانه‌بندی یکنواخت و اشکال مسطح (دو بعدی) نیازمندند، مناسب بوده و کارایی بیشتری دارد.

۲-۳- توصیف توزیع ابعاد ذرات با شاخص رازین-راملر

نتایج توزیع ابعاد ذرات خرد شده و توصیف آن‌ها با روش رازین-راملر در جدول ۵ درج شده است. افزایش شاخص رازین-راملر (b) حاکی از توزیع یکنواخت ابعاد ذرات و کاهش آن نشانگر پراکندگی بیشتر و دانه‌بندی وسیع تر است. در این جدول مقادیر به دست آمده برای شاخص رازین راملر با دبی‌های خوراک‌دهی $0/05$ ، $0/15$ ، $0/2$ ، $0/25$ ، $0/3$ ، $0/35$ و $0/4$ و $4/5$ کیلوگرم بر دقیقه به سنگ‌شکن‌های فکی، مخروطی و غلطکی به ترتیب $(0/7882)$ ، $0/8066$ ، $0/812$ ، $0/8375$ ، $0/8707$ ، $0/8739$ ، $0/819$ ، $0/7642$ و $0/7329$ ، $(0/8653)$ ، $0/8814$ ، $0/8987$ ، $0/9214$ ، $0/9313$ ، $0/9483$ ، $0/8851$ ، $0/8257$ و $(0/8105)$ و $(0/9375)$ ، $0/8963$ ، $0/8863$ ، $0/8859$ ، $0/8862$ ، $0/8815$ ، $0/9052$ ، $0/9328$ و $(0/9447)$ به دست آمده است. مطابق نتایج ملاحظه می‌شود که در سنگ‌شکن‌های فکی و مخروطی با افزایش دبی خوراک‌دهی در ظرفیت مجاز، شاخص افزایش یافته است. بنابراین، در این دو سنگ‌شکن، در ظرفیت مجاز، با افزایش دبی خوراک‌دهی توزیع ابعاد ذرات محصولات خرد شده یکنواخت‌تر

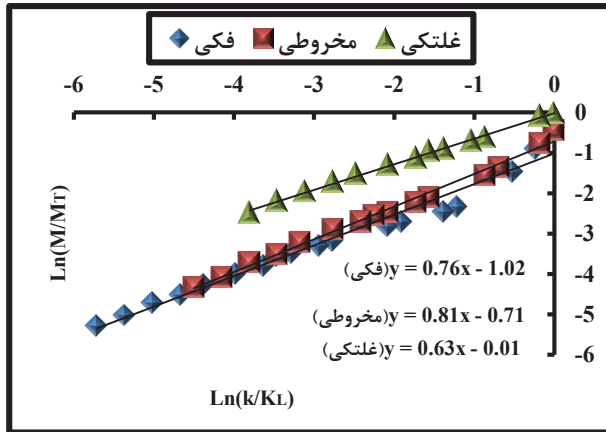
که این عوامل باعث افزایش دیمانسیون فرکتال محصولات می‌شوند. نتایج دیمانسیون‌های فرکتال به دست آمده از توزیع ابعاد ذرات خرد شده با سنگ‌شکن مخروطی کوچک‌تر از دیمانسیون‌های فرکتال سنگ‌شکن‌های فکی و غلطکی می‌باشد که علت آن می‌تواند یکنواختی بیشتر محصولات حاصل از سنگ‌شکن مخروطی باشد. نتایج دیمانسیون‌های فرکتال به دست آمده از توزیع ابعاد ذرات خرد شده با سنگ‌شکن غلطکی بزرگ‌تر از دیمانسیون‌های فرکتال به دست آمده برای محصولات سنگ‌شکن‌های فکی و مخروطی می‌باشد. علت این امر می‌تواند ناشی از افزایش میزان ذرات ریزدانه در محصولات این سنگ‌شکن باشد. از طرف دیگر دامنه توزیع ابعاد محصولات سنگ‌شکن غلطکی محدودتر از دو سنگ‌شکن دیگر می‌باشد که این امر باعث یکنواختی توزیع وزنی محصولات شده و باعث کاهش شیب نمودارهای توزیع ابعاد ذرات می‌شود.

همان‌گونه که در محاسبه دیمانسیون فرکتال محصولات سنگ‌شکنی مشاهده شد، چنانچه سنگ‌شکن‌ها در ظرفیت‌های بسیار پائین کار کنند، باعث پراکندگی توزیع ابعاد ذرات محصولات خردایش شده و کارایی عملیات‌های بعدی فرآوری مواد معدنی را هم با مشکل مواجه می‌کنند. از طرف دیگر در این حالت انرژی مصرفی، به علت طولانی شدن عملیات و خردایش مجدد بخش درشت دانه، افزایش می‌یابد. اما با نزدیک شدن به دبی خوراک‌دهی بیشینه، با کاهش دیمانسیون فرکتال، دانه‌بندی محصولات به دست آمده یکنواخت‌تر شده و عملیات خردایش در وضعیت بهینه قرار می‌گیرد. کارایی جداکننده‌هایی نظیر میز لرزان و اسپیرال و یا طبقه‌بندی‌کننده‌هایی مثل سرند و هیدروسیکلون، به توزیع دانه‌بندی خوراک حاصل از وضعیت خردایش حساس هستند. در وضعیت دبی خوراک دهی خفه کننده (Choke Feeding)، به معنی خوراک‌دهی بیشتر از ظرفیت سنگ‌شکن، اولاً به دلیل اینکه تجمع ذرات در بین فک‌ها، مخروط‌ها و غلطک‌ها افزایش می‌یابد، بخشی از نیروی مؤثر خردایش از فشاری به سایشی تبدیل می‌شود. این امر منجر به تولید ذرات ریزدانه بیشتر و در نتیجه افزایش دیمانسیون فرکتال ذرات خرد شده می‌شود. ثانیاً در این نوع خوراک‌دهی ذرات ریز بین ذرات درشت درگیر شده و ضمن ریزتر شدن بیشتر آنها، با افزایش درصد مواد ریزدانه، دیمانسیون فرکتال افزایش می‌یابد. از طرفی با توجه به افزایش نیروی سایشی در حالت خوراک دهی غیرمجاز خفه کننده، سایش فک‌ها، مخروط‌ها

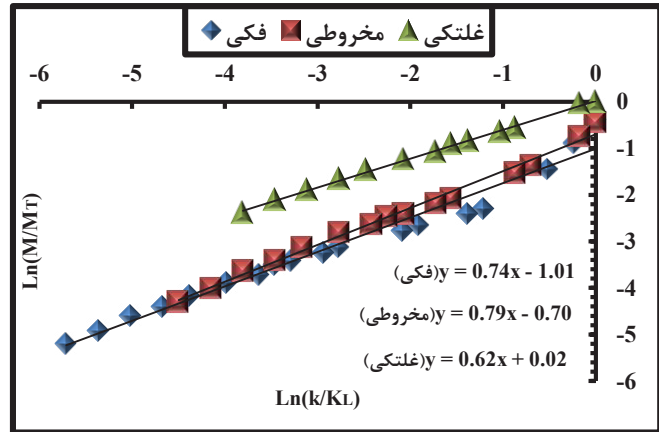
۳-۳- مقایسه مدل‌های هندسه فرکتال و رازین-راملر با شاخص آماری مجذور میانگین مربعات خطا (RMSE)

برای بررسی دقت مدل‌های هندسه فرکتال و رازین-راملر در توصیف توزیع ذرات محصولات خریداری از روش آماری مجذور میانگین مربعات خطا (RMSE) استفاده گردید.

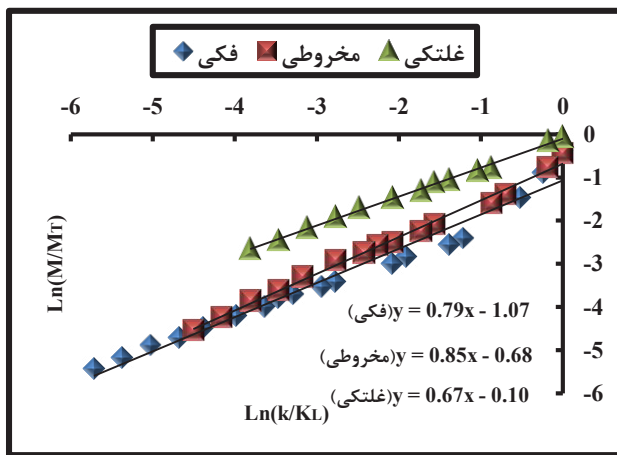
شده است. اما با افزایش دبی خوراک‌دهی و رسیدن به ظرفیت بیشینه (از ۳/۵ کیلوگرم بر دقیقه به بالا) شاخص رازین-راملر کاهش یافته، بنابراین میزان پراکندگی توزیع ابعاد ذرات افزایش یافته است. در مورد سنگ‌شکن غلطکی در خوراک‌دهی مجاز این شاخص کاهش و در ظرفیت غیر مجاز افزایش یافته است.



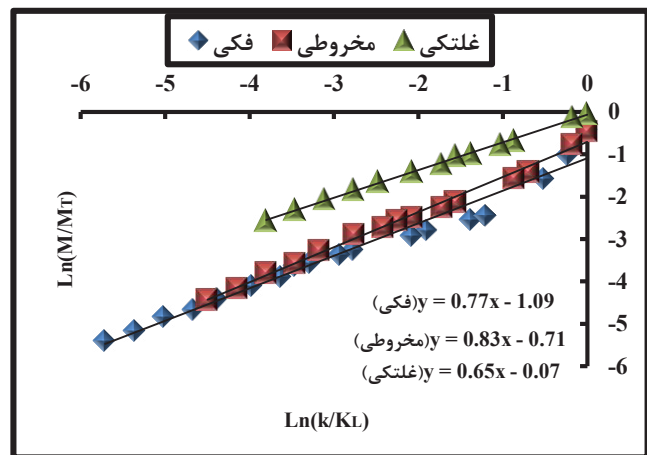
(ب)



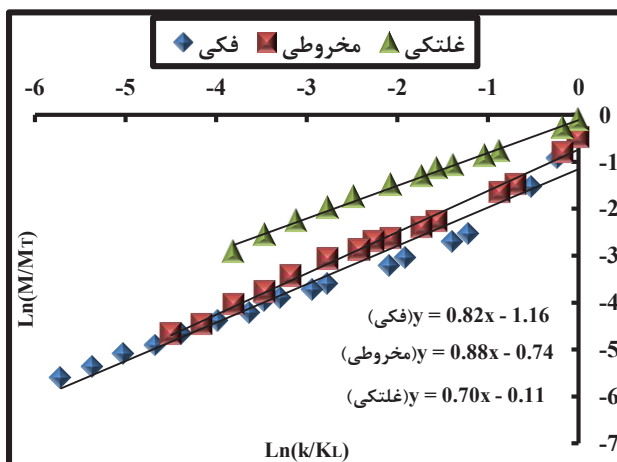
(الف)



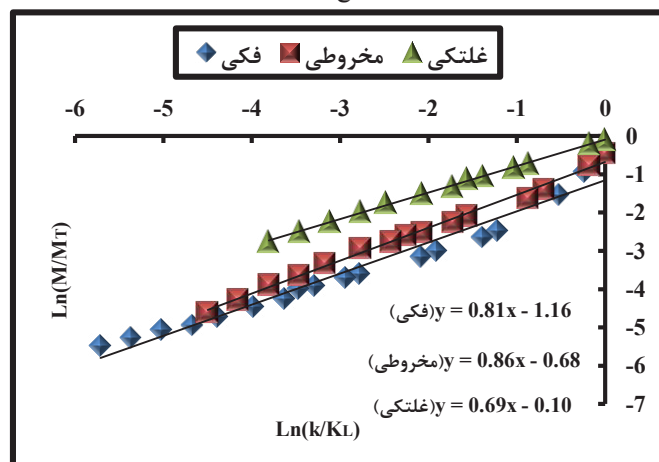
(د)



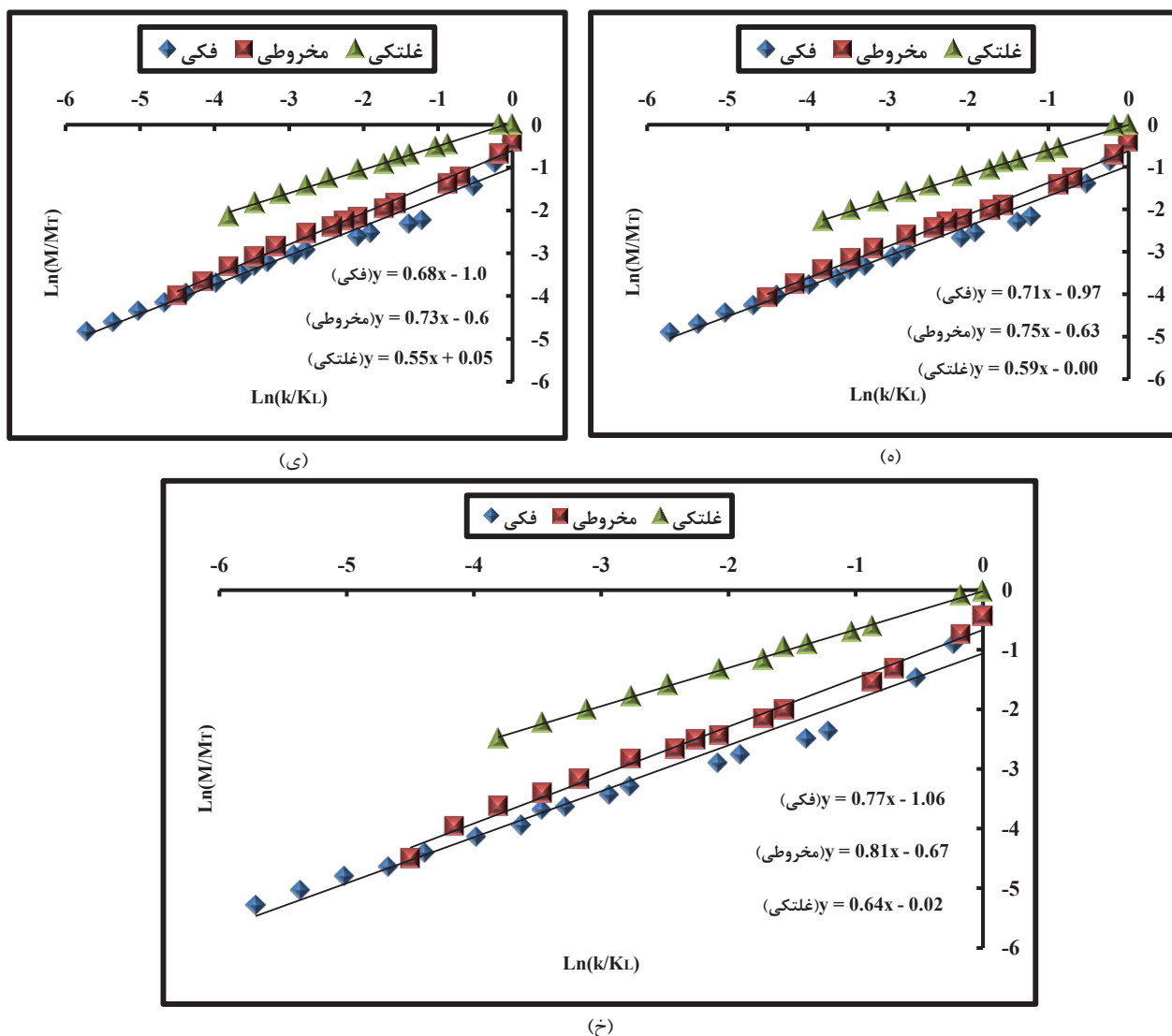
(ج)



(و)



(ن)



شکل ۳. نمودارهای فرکتالی توزیع ابعاد ذرات دبی‌های خوراک‌دهی ۵/۰ (الف)، ۱ (ب)، ۵/۱ (ج)، ۲ (د)، ۵/۲ (ن)، ۳ (و)، ۴ (ه)، ۵/۴ (ی) و ۵/۳ (خ) کیلوگرم بر دقیقه

Fig. 3. Fractal diagrams of PSD for feed rates of 0.5 (a), 1 (b), 1.5 (c), 2 (d), 2.5 (n), 3 (f), 4 (e), 4.5 (Y) and 3.5 (x) kg/min

مجذور میانگین مربعات کمتری باشد. مطابق شکل ۵، مقادیر مجذور میانگین مربعات خطا با روش‌های هندسه فرکتال و رازین-راملر برای سنگ‌شکن فکی به ترتیب بین ۸/۱ تا ۸/۵۹۶ و بین ۸/۱۱ تا ۸/۵۹۹، برای سنگ‌شکن مخروطی به ترتیب بین ۳/۵۰ تا ۴/۱۷ و بین ۴/۵۰ تا ۴/۹۳ و برای سنگ‌شکن غلظتی به ترتیب بین ۰/۸۳ تا ۲/۶۲ و بین ۳/۸۲ تا ۷/۹۱ به دست آمده است. شکل ۵ مقادیر مجذور میانگین مربعات خطاهای به دست آمده برای روش هندسه فرکتال نسبت به روش رازین-راملر کوچک‌تر می‌باشد. در نتیجه روش هندسه فرکتال برای توصیف توزیع ابعاد ذرات خرد شده نسبت به روش رازین-راملر

در این راستا ضریب همبستگی (R^2) بین داده‌های آزمایشگاهی و مدل‌ها محاسبه شده است.

هرچه این ضریب بیشتر باشد، نشانگر انطباق داده‌های آزمایشگاهی با مدل مربوطه است.

مطابق جداول ۴ و ۵، ضرایب همبستگی به دست آمده از روش هندسه فرکتال نسبت به روش رازین-راملر دارای مقادیر بزرگ‌تری می‌باشند، لذا روش هندسه فرکتال نسبت به روش رازین-راملر برای توصیف توزیع ابعاد ذرات مناسب‌تر می‌باشد.

در مقایسه کارایی دو مدل استفاده، آن مدلی ارجح است که دارای

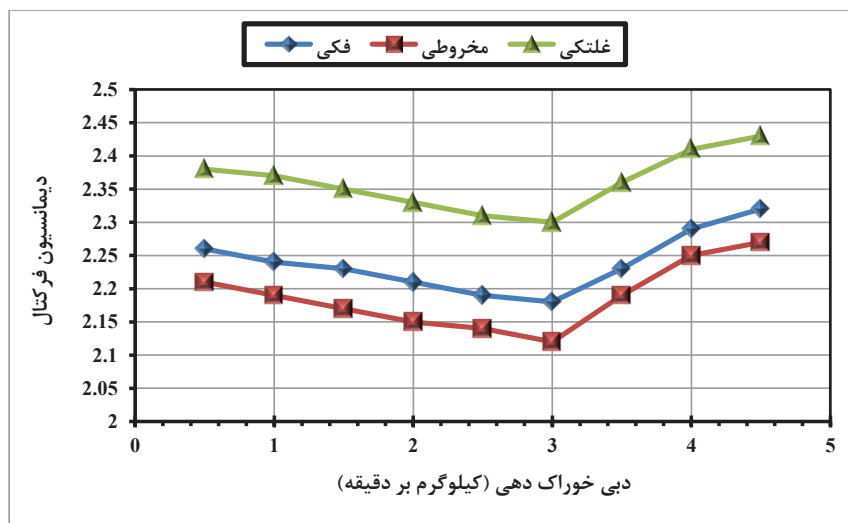
هندسه فرکتال نمودارهای توزیع ابعاد ذرات با دبی‌های خوراک‌دهی رسم شدند. نتایج نشان داد که روند تغییرات برای تمامی دبی‌های خوراک‌دهی تقریباً یکسان است. برای جلوگیری از تطویل مقاله در شکل ۶، این روند تنها برای دبی خوراک‌دهی ۰/۵ کیلوگرم بر دقیقه ارائه شده است. از آنجایی که مطابق این شکل مشخص می‌شود که نتایج به دست آمده از داده‌های آزمایشگاهی و داده‌های محاسباتی مدل فرکتال به ترتیب برای سنگ‌شکن‌های غلطکی، مخروطی و فکی بیشترین مطابقت را دارند. از طرفی مطابق این شکل مشخص می‌شود

مناسب‌تر و دقیق‌تر می‌باشد. مطابق نمودارهای موجود در شکل ۵ مشخص می‌شود که کمترین و بیشترین مقادیر مجذور میانگین مربعات خطا در روش هندسه فرکتال به ترتیب برای سنگ‌شکن‌های غلطکی و فکی به دست آمده است. از این رو، می‌توان نتیجه گرفت که روش هندسه فرکتال به ترتیب برای توصیف توزیع ابعاد ذرات خرد شده توسط سنگ‌شکن‌های غلطکی، مخروطی و فکی مناسب می‌باشد. برای مقایسه داده‌های به دست آمده از نتایج آزمایشگاهی و مدل

جدول ۴. نتایج کلی توزیع ابعاد ذرات خرد شده سه سنگ‌شکن و توصیف آن‌ها با روش هندسه فرکتال

Table 4. Df of PSD for crushers' products

سنگ‌شکن غلطکی			سنگ‌شکن مخروطی			سنگ‌شکن فکی			نوع سنگ‌شکن دبی خوراک‌دهی (کیلوگرم بر دقیقه)
درصد مواد عبور کرده از سرنده هدف	R^2 ضریب همبستگی	D_f دیمانسیون فرکتال	درصد مواد عبور کرده از سرنده هدف	R^2 ضریب همبستگی	D_f دیمانسیون فرکتال	درصد مواد عبور کرده از سرنده هدف	R^2 ضریب همبستگی	D_f دیمانسیون فرکتال	
۹۶٫۱۸	۰٫۹۹۷۴	۲٫۳۸	۲۱٫۷۴	۰٫۹۹۰۶	۲٫۲۱	۶۳۰	۰٫۹۶۹۸	۲٫۲۶	۰٫۵
۹۱٫۲۱	۰٫۹۹۷۲	۲٫۳۷	۲۱٫۱۷	۰٫۹۹۱۴	۲٫۱۹	۶۰۱	۰٫۹۷۰۱	۲٫۲۴	۱
۸۷٫۷۷	۰٫۹۹۷۹	۲٫۳۵	۲۰٫۹۶	۰٫۹۹۲۱	۲٫۱۷	۵۴۲	۰٫۹۶۹۳	۲٫۲۳	۱٫۵
۸۴٫۷۵	۰٫۹۹۶۵	۲٫۳۳	۲۰٫۱۲	۰٫۹۹۲۴	۲٫۱۵	۴۹۸	۰٫۹۷۱۲	۲٫۲۱	۲
۸۰٫۲۳	۰٫۹۹۸۴	۲٫۳۱	۱۹٫۸۹	۰٫۹۹۲۸	۲٫۱۴	۴۲۲	۰٫۹۷۰۵	۲٫۱۹	۲٫۵
۷۶٫۱۰	۰٫۹۹۳۸	۲٫۳۰	۱۹٫۳۲	۰٫۹۹۱۲	۲٫۱۲	۴۰۳	۰٫۹۷۵۷	۲٫۱۸	۳
۹۸٫۰۹	۰٫۹۹۶۷	۲٫۴۱	۲۴٫۱۸	۰٫۹۹۱۳	۲٫۲۵	۶۹۴	۰٫۹۶۹۱	۲٫۲۹	۴
۹۹٫۰۳	۰٫۹۹۶۹	۲٫۴۳	۲۵٫۱۸	۰٫۹۹۱۸	۲٫۲۷	۷۳۴	۰٫۹۶۵۹	۲٫۳۲	۴٫۵

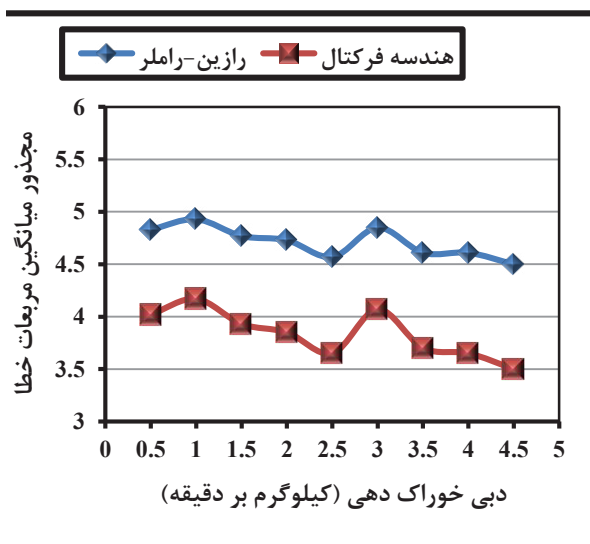


شکل ۴. تغییرات دیمانسیون فرکتال محصولات خردایش سنگ‌شکن‌ها نسبت به دبی خوراک‌دهی
Fig. 4. Fractal dimension variations of crushing products relative to feed rate

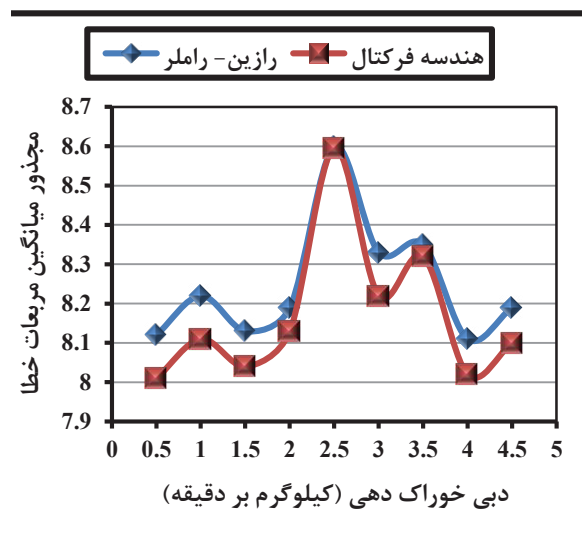
جدول ۵. نتایج کلی توزیع ابعاد ذرات خرد شده و توصیف آن‌ها با روش رازین-راملر

Table 5. Description of crushed products PSD by Rasin-Rammler

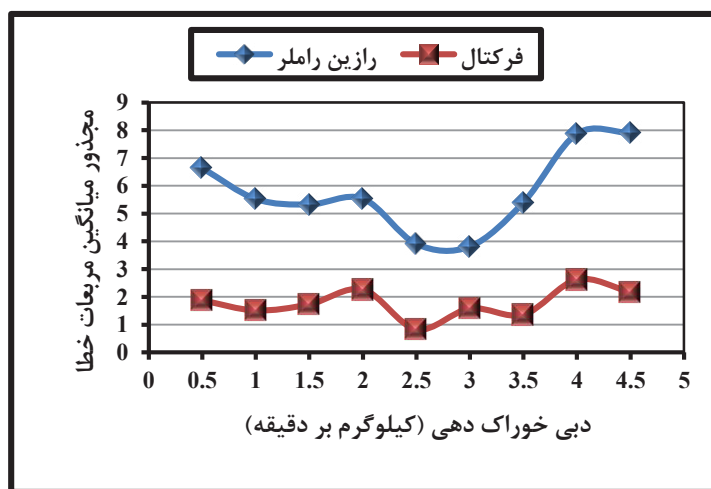
سنگ شکن غلطکی			سنگ شکن مخروطی			سنگ شکن فکی			سنگ شکن دبی خوراک دهی
x'	R^2	b	x'	R^2	b	x'	R^2	b	
۸۳۰٫۲۳	۰٫۹۳۸۶	۰٫۹۳۷۵	۷۹۳۴٫۴۳	۰٫۹۷۹۳	۰٫۸۶۵۳	۴۴۲۰۷٫۵۴	۰٫۹۵۰۷	۰٫۷۸۸۲	۰٫۵
۹۷۵٫۱۹	۰٫۹۵۷۹	۰٫۸۹۶۳	۸۰۱۱٫۶۶۹	۰٫۹۷۹۴	۰٫۸۸۱۴	۴۳۶۴۰٫۲۱	۰٫۹۵۱۲	۰٫۸۰۶۶	۱
۱۱۳۸٫۲۹۷	۰٫۹۶۱۹	۰٫۸۸۲۳	۷۹۳۴٫۴۵۲	۰٫۹۸۱۶	۰٫۸۹۸۷	۴۸۶۷۱٫۹	۰٫۹۵۱۷	۰٫۸۱۲	۱٫۵
۱۲۵۸٫۶۸۹	۰٫۹۶۱۹	۰٫۸۸۵۹	۷۶۲۱٫۹۶	۰٫۹۸۲۷	۰٫۹۲۱۴	۴۰۹۶۲٫۷۳	۰٫۹۵۲۸	۰٫۸۳۷۵	۲
۱۳۳۳٫۰۳۸	۰٫۹۸۱۴	۰٫۸۸۶۲	۷۵۴۶٫۲۷۴	۰٫۹۸۴	۰٫۹۳۱۳	۳۴۹۶۲٫۸۷	۰٫۹۵۰۷	۰٫۸۷۰۷	۲٫۵
۱۴۰۲٫۷۲۴	۰٫۹۸۳۶	۰٫۸۸۱۵	۸۰۸۳٫۴۵۵	۰٫۹۸۱۳	۰٫۹۴۸۳	۳۴۶۸۰٫۸۲	۰٫۹۵۶۹	۰٫۸۷۳۹	۳
۷۸۲٫۷۷۳۲	۰٫۹۱۳۳	۰٫۹۳۲۸	۷۲۷۸٫۶۲۴	۰٫۹۸۰۶	۰٫۸۲۵۷	۴۰۱۷۰٫۵۷	۰٫۹۴۷۹	۰٫۷۶۴۲	۴
۶۸۵٫۴۷۷۳	۰٫۹۱۴۲	۰٫۹۴۴۷	۷۰۶۱٫۶۲۶	۰٫۹۸۰۹	۰٫۸۱۰۵	۴۶۸۱۰٫۱۱	۰٫۹۴۴۴	۰٫۷۳۲۹	۴٫۵



(ب)



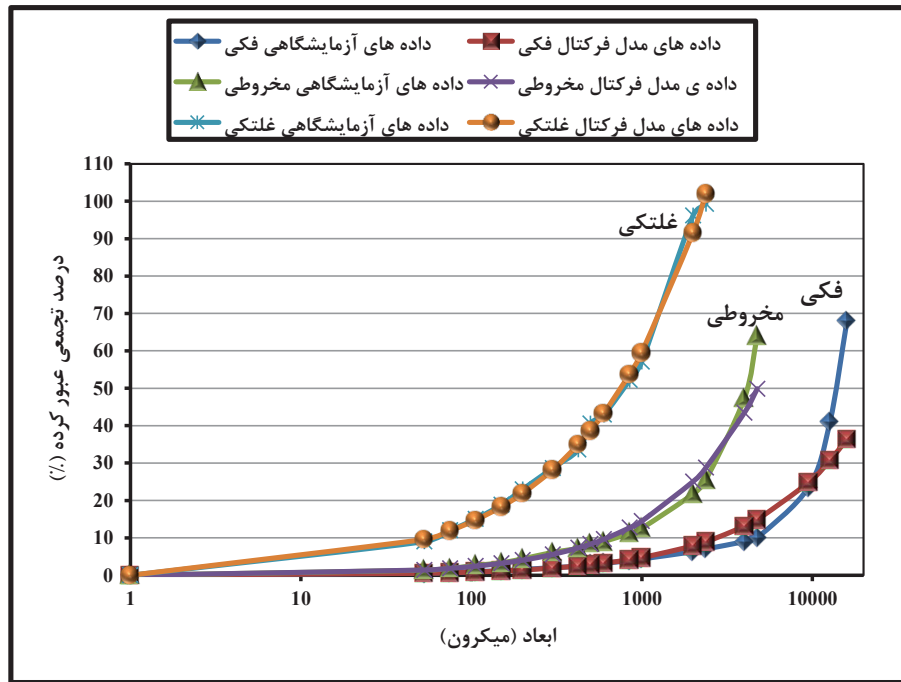
(الف)



(ج)

شکل ۵. مجدور میانگین مربعات خطای مدل‌های فرکتال و رازین راملر در سنگ‌شکن‌های فکی (الف)، مخروطی (ب) و غلطکی (ج)

Fig. 5. RMSE of fractal and Rasin-Rammler models in jaw (a), cone (b) and roll (c) crushers



شکل ۶. مقایسه نتایج توزیع ابعاد آزمایشگاهی و مدل فرکتال سنگ شکن‌ها با دبی خوراک‌دهی ۵/۰ کیلوگرم بر دقیقه
 Fig. 6. PSD comparison of Laboratorial results and fractal model of crushers for feed rate of 0.5 kg/min

خرد شده بین ۲/۱۲ تا ۲/۴۳ می‌باشد که با اصول کلی هندسه فرکتال مربوط به توزیع ابعاد ذرات خرد شده، که باید بین ۲ تا ۳ باشد، مطابقت دارد.

۴- با افزایش دبی خوراک‌دهی در ظرفیت مجاز سنگ شکن‌ها، دیمانسیون فرکتال محصولات، به دلیل کاهش پراکندگی توزیع ابعاد ذرات و کاهش میزان ذرات ریزدانه خرد شده، کاهش می‌یابد. بنابراین رابطه، بین دبی خوراک‌دهی در ظرفیت مجاز و دیمانسیون فرکتال محصول خردشده، معکوس می‌باشد.

۵- با افزایش دبی خوراک‌دهی و عبور از ظرفیت مجاز سنگ شکن‌های مورد مطالعه، دیمانسیون فرکتال محصولات، به دلیل بار خفه کننده که باعث ایجاد مقدار قابل توجهی مواد ریزدانه، نرمه و با ابعاد نامنظم می‌شود، افزایش پیدا می‌کند. بنابراین رابطه بین دبی خوراک‌دهی در ظرفیت غیرمجاز و دیمانسیون فرکتال ذرات حاصل، رابطه‌ای مستقیم می‌باشد.

۶- دیمانسیون‌های فرکتال به دست آمده برای محصولات هر سه سنگ شکن با افزایش دبی خوراک‌دهی، تغییرات مشابهی را داشته‌اند. این نشان‌دهنده رفتار خردایش مشابه کانسنگ مورد

بیشترین تطابق بین داده‌های آزمایشگاهی و داده‌های محاسباتی مدل فرکتال در فراکسیون‌های ابعادی ریزدانه می‌باشد.

۴- نتیجه‌گیری کلی

نتایج حاصل از این تحقیق را می‌توان به صورت کلی به شرح زیر خلاصه کرد:

۱- در این تحقیق تأثیر دبی خوراک‌دهی بر روی توزیع ابعاد ذرات حاصل از خردایش با استفاده از هندسه فرکتال مورد بررسی قرار گرفت که موجب توصیف پارامترهای کیفی (ریزی، درشتی و توزیع ابعاد ذرات حاصل از خردایش) با یک پارامتر کمی (دیمانسیون فرکتال) می‌شود.

۲- ضمن اینکه خط برازش شده بر نقاط به دست آمده از توزیع ابعاد ذرات خرد شده دارای الگوی خطی مناسبی می‌باشد، نمودارهای آنالیز دانه‌بندی مربوط به محصولات هر کدام از سنگ شکن‌ها نیز مشابه هم می‌باشند. بنابراین ماده مورد مطالعه دارای رفتاری خودمشابه و به تبع آن فرکتالی می‌باشد.

۳- دیمانسیون‌های فرکتال به دست آمده برای ابعاد ذرات محصولات

- Crushing Plant while Crushers are adjusted to Continually Operate at Full Power, US Patent, US4179074A (1979).
- [3] P. Radziszewski, Developing an experimental procedure for charge media wear prediction, *J Miner Eng*, 13 (8-9) (2000) 949-961.
- [4] D. W. Fuerstenau, J. J. Lutch, A. De, The effect of ball size on the energy efficiency of hybrid high-pressure roll mill/ ball mill grinding, *J Powder Technol*, 105 (1-3) (1999) 199-204.
- [5] S. Sadrai, J. A. Meech, M. Ghomshei, F. Sassani, D. Tromans, Influence of impact velocity on fragmentation and the energy efficiency of comminution, *Int. J. Impact Eng*, 33 (2006) 723-734.
- [6] T. Allen, Particle size measurement, *Powder Sampling and Particle Size Measurement, Powder Technology Series*, vol, 1, Chapman and Hall, (1997).
- [7] H. A. M. Ahmed, J. Drrzymala, Two-dimensional fractal linearization of distribution curves, *Physicochem. Probl. Miner. Process*, 39 (2005) 129-139.
- [8] P. Lu, I. F. Jefferson, M. S. Rosenbaum, I. J. Smalley, Fractal characteristics of loess formation: evidence from laboratory experiments, *Engineering Geology*, 69 (3-4) (2003) 287-293.
- [9] F. Casini, G. M. B. Viggiani, S. M. Springman, Breakage of an artificial crushable material under loading, *Granular Matter*, 15 (5) (2013) 661-673.
- [10] Y. Wang, W. Dan, Y. Xu, Y. Xi, Fractal and Morphological Characteristics of Single Marble Particle Crushing in Uniaxial Compression Tests, Hindawi Publishing Corporation, *Advances in Materials Science and Engineering*, (2015).
- [11] G. Cai, Y. Xiong, L. Lin, Experimental Study on the Fractal Characteristics of Rocks Crushing, *MATEC Web of Conferences*, 25 (02008) (2015).
- [12] G. Delagrammatikas, M. Delagrammatikas, S. Tsimas, Particle size distributions a new approach, *Powder Technology*, 176 (2007) 57-65.
- [13] M. Mohammadi, M. Shabanpour, M. H. Mohammadi, N. Davatgar, Characterizing Spatial Variability of Soil Textural Fractions and Fractal Parameters Derived from Particle Size Distributions, *Pedosphere*, 29 (2) (2019)
- مطالعه در مکانیزم‌های خردایش مختلف می‌باشد.
- ۷- با بررسی نتایج هر سه سنگ‌شکن مشخص شد به ترتیب محصولات سنگ‌شکن‌های غلطکی، فکی و مخروطی دارای بزرگ‌ترین مقادیر دیمانسیون‌های فرکتال می‌باشند. از آنجایی که دیمانسیون فرکتال و پراکندگی توزیع ابعاد ذرات دارای رابطه مستقیم می‌باشند؛ از این رو به ترتیب سنگ‌شکن‌های غلطکی، فکی و مخروطی دارای بیشترین پراکندگی توزیع ابعاد ذرات می‌باشند.
- ۸- با افزایش دبی خوراک‌دهی در ظرفیت‌های غیرمجاز (خفه کننده) (Choke Feeding) بخشی از نیروهای مؤثر خردایش از فشاری به سایشی تبدیل شده و تولید نرمه می‌کند.
- ۹- شاخص‌های رازین-راملز با افزایش دبی خوراک‌دهی در ظرفیت مجاز افزایش می‌یابد. این نشان‌دهنده کاهش پراکندگی توزیع ابعاد ذرات می‌باشد. اما با افزایش دبی خوراک‌دهی در ظرفیت غیرمجاز، شاخص رازین-راملز کاهش می‌یابد که نشان می‌دهد پراکندگی توزیع ابعاد ذرات محصولات سنگ‌شکنی افزایش یافته است.
- ۱۰- شاخص‌های آماری (از جمله: ضریب همبستگی (R^2) و مجذور میانگین مربعات خطا ($RMSE$)) برای هر دو روش دیمانسیون فرکتال و رازین-راملز در محدوده‌ی مناسبی قرار دارند.
- ۱۱- با مقایسه شاخص‌های آماری (از جمله: ضریب همبستگی (R^2) و مجذور میانگین مربعات خطا ($RMSE$)) مشخص می‌شود که دیمانسیون فرکتال نسبت به روش رازین-راملز بهتر می‌تواند توزیع ابعاد ذرات را توصیف کند.
- ۱۲- با افزایش دبی خوراک‌دهی در ظرفیت مجاز سنگ‌شکن‌ها، میزان خردایش مواد و میزان مواد عبور کرده از سرندها برای هر سه سنگ‌شکن کاهش یافته است. اما با افزایش دبی خوراک‌دهی و عبور از حد مجاز ظرفیت سنگ‌شکن‌ها به دلیل بار خفه کننده، میزان خردایش و میزان مواد عبور کرده از سرندها هدف افزایش یافته است.

مراجع

- [1] P. Airikka, Automatic Feed Rate Control with Feed-forward for Crushing and Screening Processes, *IFAC-PapersOnline*, 48 (17) (2015) 149-154.
- [2] M. D. Flavel, Method of Controlling Feed Rate to

- Size Reduction, *Pure appl, geophys*, 136 (1991) 1–33.
- [28] A. Tasdemir, Fractal evaluation of particle size distributions of chromites in different comminution environments, *Minerals Engineering*, 22 (2009) 156–167.
- [29] E. Petrakis, E. Stamboliadis, K. Komnitsas, Evaluation of the relationship between energy input and particle size distribution in comminution with the use of piecewise regression analysis, *Journal Particulate Science and Technology*, 35 (4) (2017) 479-489.
- [30] J. R. Zhang, Z. L. Hu, Z. D. Liu, Fractal Features Characterized by Particle Size Distribution of Eco-Material for Erosion Control of Cutting Slope, <http://docplayer.net>. (2004).
- [31] W. Zhong, N. He, T. Cosgrove, Y. J. Zhu, L. Fu, Analysis of the Correlation Between Fractal Dimension of Gravelly Soil and Debris-flow Initiation Through in-Situ Experiments, <http://www.aloki.hu>, (2019).
- [32] H. Gunal, S. Ersahin, B. Y. Uz, M. Budak, N. Acir, Soil Particle Size Distribution and Solid Fractal Dimension as Influenced by Pretreatments, *Journal of Agricultural Sciences*, 17 (2011) 217-229.
- [33] A. Haki, M. A. El Hadi, A. Bouhafid, Assessment of the pyrolysis, combustion and fractal dimension of fragmented oil shale particles, *Powder Technology*, 318 (2017) 569-588.
- [34] Y. Xu, Fractal dimension of demolition waste fragmentation and its implication of compactness, *Powder Technology*, 339 (2018) 922-929.
- [35] J. Zhang, M. Li, Z. Liu, N. Zhou, Fractal characteristics of crushed particles of coal gangue under compaction, *Powder Technology*, 305 (2017) 12-18.
- [36] A. Barry, Wills, A. James, Finch, Chapter 5 – Comminution, *Wills’ Mineral Processing Technology (Eighth Edition)*, Butterworth-Heinemann, (2016) 109-122.
- [37] G. Flook, The use of dilation logic on the quantimet to achieve fractal dimension characterization of textured surfaces, *Powder Technology*, 21 (1978) 295-298.
- [38] J. Hyslip, L. E. Vallejo, Fractal analysis of the roughness and size distribution of granular materials, *Eng. Geol*, 48 224-234.
- [14] B. B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature*, Freeman, New York, (1982).
- [15] K. Falconer, *Fractal geometry mathematical foundations and applications*, J. Willi and sons, (2003).
- [16] A.V. Arhangel’skii, J. van Mill, Some aspects of dimension theory for topological groups, *Indagationes Mathematicae*, 29 (2018) 202–225.
- [17] F. Bartoli, R. Philippy, M. Doirisse, S. Niquet, M. Dubuit, Structure and self-similarity in salty and sandy soils: the fractal approach, *J. Soil Sci*, 42 (1991) 167–185.
- [18] A. Carpinteri, N. Pugno, A fractal comminution approach to evaluate the drilling energy dissipation, *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech*, 26 (2002) 499–513.
- [19] S. Martins, Size–energy relationship in comminution, incorporating scaling laws and heat, *International Journal of Mineral Processing*, 153 (2016) 29-43.
- [20] A. Carpinteri, G. Lacidogna, N. Pugno, Scaling of energy dissipation in crushing and fragmentation: a fractal and statistical analysis based on particle size distribution, *International Journal of Fracture*, 129 (2004) 131–139.
- [21] L. O. Filippov, R. Joussemet, M. Irannajad, R. Houot, A. Thomas, An approach of the whiteness quantification of crushed and floated talc concentrate, *Powder Technology* 105 (1999) 106–112.
- [22] A. Barry, Wills, A. James, Finch, Chapter 6 – Crushers, *Wills’ Mineral Processing Technology (Eighth Edition)*, Butterworth-Heinemann, (2016) 123-146.
- [23] Gupta, D. Yan, Chapter 5 - Gyratory and Cone Crusher, *Mineral Processing Design and Operations (Second Edition)*, Elsevier, (2016) 153-168.
- [24] Gupta, D. Yan, Chapter 6 - Roll Crushers, *Mineral Processing Design and Operations (Second Edition)*, Elsevier, (2016) 169-188.
- [25] L. Cui, L. An, W. Gong, Effects of process parameters on the comminution capability of high pressure water jet mill, *Int. J. Miner. Process*, 81 (2006) 113–121.
- [26] D. L. Turcotte, Fractals and fragmentation, *J. Geophys. Res*, 91 (1986) 1921–1926.
- [27] T. G. Blenkinsop, Cataclasis and Processes of Particle

- (Curcuma Domestica) Particles, Powder Technol, 120 (2001) 292–297.
- [44] M. V. Shcherbakov, A. Brebels, N. L. Shcherbakova, A. P. Tyukov, T. A. Janovsky, V. A. Kamaev, A Survey of Forecast Error Measures, World Applied Sciences Journal, 24 (2013) 171-176.
- [45] A.R. Gharedaghi, Comparison of four classification models by calculating RMSE and MSE criteria, <https://www.placabi.com>, (2016), (in persian).
- [46] Gupta, D. Yan, Chapter 4 - Jaw Crusher, Mineral Processing Design and Operations (Second Edition), Elsevier, (2016) 123-152.
- [47] D. Legendre, R. Zevenhoven, Assessing the energy efficiency of a jaw crusher, Energy, 74 (2014) 119-130.
- (1997) 231–244.
- [39] S. W. Tyler, S. W. Wheatcract, Fractal scaling of soil particle-size distribution: analyses and limitations, Soil Sci. Soc. Am. J, 56 (1992) 362–369.
- [40] A. Carpinteri, N. Pugno, A multifractal comminution approach for drilling scaling laws, Powder Technol., 131 (2003) 93–98.
- [41] D. L. Turcotte, Fractals and Chaos in Geology and Geophysics, Cambridge University Press, Cambridge, (1992).
- [42] A. Tasdemir, T. Tasdemir, A Comparative Study on PSD Models for Chromite Ores Comminuted by Different Devices, Part. Part. Syst. Charact, 26 (2009) 69–79.
- [43] B.B. Manohar, S. Sridhar, Size and Shape Characterization of Conventionally and Cryogenically Ground Turmeric

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

I. Moradi, M. Irannajad., (2021). Effect of Feed Rate on Comminution Products by Fractal Geometry . Amirkabir J. Civil Eng., 53(5): 2043-2062.

DOI: [10.22060/ceej.2020.17281.6513](https://doi.org/10.22060/ceej.2020.17281.6513)



