



## Presentation of a New Method in Mathematical Modeling of Pollutant Transport in Rivers with Storage Zones

M. Faraji, M. Mazaheri\*, J. Mohammad Vali Samani

Water Structures Engineering Department, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

**ABSTRACT:** Prediction of pollutants transport in water resources is of particular importance in the management and prevention of their pollution. The heterogeneity and non-uniformity in the morphology throughout rivers which is known as the storage area, will make changes in the uniform transport of pollutants to downstream. Storage areas along rivers are actually places around the river where flow velocity in these places is significantly slower than the river's flow velocity and are also known as dead zones. The presence of these places in rivers makes it difficult to apply the classic pollutant transport equation for them. For a more accurate simulation of the pollutant transport in natural rivers containing storage zones, some improvements should be made to the classic advection-dispersion equation. In this study, a new approach is presented by considering nonlinear flux dispersion and applying storage zones. In order for verification and validation of the proposed model, two series of hypothetical and real data examples have been used. Based on the measured results, the model outputs have acceptable adaptation with observational data and show that the proposed model is an accurate and acceptable model in the simulation of dissolved pollutant transport in rivers with storage zones. According to the obtained concentration-time curves, it can be concluded that the proposed model can model any type of storage area with any amount of area. Also, this model is applicable for all rivers with and without storage area and it is more superior in comparison with other similar models in terms of the number of parameters (considering merely one parameter) and simplicity in physical interpretation; and can be an appropriate alternative instead of the classic pollutant transport model in these type of rivers.

### Review History:

Received: Mar. 26, 2020

Revised: May, 28, 2020

Accepted: Aug. 18, 2020

Available Online: Sep. 09, 2020

### Keywords:

Advection-Dispersion Equation

Storage zone

Non-linear Flux

Dead Zone

Dispersion Flux

### 1- Introduction

Researchers have been conducting various experiments with tracer materials and simulating the solute transport in rivers with storage zones using the classic Advection-Dispersion Equation (which does not consider the mass exchange between these areas and the main channel). They observed that the results of the equation do not correspond well with the experimental data; and the real data and simulation results have different characteristics, including that the real data at downstream show a lower peak and a longer sequence in the concentration-time diagram.

After simulating process and considering the storage zone, the researchers observed a good agreement between the simulation data and real data. And they proposed several approaches for more accurate simulation and error reduction.

One of the common methods for simulating the dissolved matter transport in rivers with storage zones is the Transient Storage Model (TSM), which is able to study the exchange of pollutants between the main waterway and storage zones. This model calculates the pollutant concentration in the main waterway and storage zone, and the storage zone is indicated

by the mass exchange due to the difference between the concentrations of the rivers and the storage zone. In addition, significant portions of the water may enter pebbles and coarse sands of the river bed or porous areas along the river banks [1].

Also, the Fractional Advection-Dispersion Equation model was presented to simulate the transport of dissolved matter in rivers with storage zones. The tracer material is dispersed by different jumping behaviors. The skewness in the concentration-time curve of the dissolved material is due to the slow-moving component of the transport phenomenon (e.g., dead zones or substrate saturation zones), which is not determined by the normal advection-dispersion equation. Due to the irregular behavior of pollutant particles in aquatic environments, researchers have concluded that by using fractional derivatives, it is possible to more accurately estimate the distribution of pollution in aquatic environments; and this shortcoming in the fractional advection-dispersion equation was removed by adding  $\frac{\partial}{\partial x} (AD \frac{\partial^{\alpha} C}{\partial x^{\alpha}})$  term. In 2004, the fractional advection-dispersion model was proposed for modeling the storage zone effects. [2]

\*Corresponding author's email: m.mazaheri@modares.ac.ir



**Table 1. Comparison between famous models in the field of pollutant transport simulation**

Model title	Number of equations	Number of dependent variables in equations	Number of parameters in terms of applying storage zone	Considering the physics of the storage zone	Considering the area properties of the storage zone
Classic ADE	1	1	0	×	×
TSM	2	2	2	✓	✓
FADE	1	1	1	×	×

Another common method for simulating dissolved matter transport in rivers with storage zones is the Variable Residence Time model, which simulates the advection and dispersion of dissolved matter in natural flows. The variable residence time model is a powerful and flexible numerical tool for simulating solute transport in natural flows.

In the present study, we try to increase the accuracy of the transport equation in the simulation of pollutant transport in rivers with storage zones by using a simple and effective approach with minimal changes in the classic advection-dispersion equation. In this research, the main purpose is to preserve the practical aspects of the method and for applying the effect of storage zones, only one additional parameter has been used in the classic advection-dispersion equation in order to minimize the number of input parameters in the model in terms of storage zone effect. Also, attempts are being made to explain the applied physical changes and in accordance with the physics of the transport problem.

**2- Materials and Methods**

The equation governing the pollutant transport phenomenon in rivers is the Advection-Dispersion Equation, which is a type of parabolic partial differential equations and is obtained by the combination of continuity equation and Fick’s first law. The classic Advection-Dispersion equation is expressed as Equation 1:

$$\frac{\partial(AC)}{\partial t} = -\frac{\partial(QC)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( AD \frac{\partial C}{\partial x} \right) - AKC + AS \tag{1}$$

In the above Equation, *A* is flow area, *C* is pollutant concentration, *Q* is flow discharge, *D* is dispersion coefficient, *K* is decay coefficient, *S* is source term, *t* is time variable and *x* is location variable [3].

$$J_{Adv} = UC \tag{2}$$

$$J_{Dip} = -D \frac{\partial C}{\partial x} \tag{3}$$

**2- 1- Mass transport processes**

The processes of mass transport in the river are the same processes of advection and dispersion. The process of mass advection occurs by the motion of the flow and the process of dispersion occurs due to the velocity gradient in the river. The transported mass flux by the advection and dispersion processes are obtained using Equations 2 and 3, respectively:

Which *J<sub>Adv</sub>* advection flux and *J<sub>Dip</sub>* is dispersion flux [4]. As a matter of fact, the storage parameter indicates the presence of the storage zone in a part of river length and its value also depends on the extent and geometry of the storage zone. In this case, the general form of the advection-dispersion equation for unsteady and non-uniform flow condition will be as follows:

$$\frac{\partial(AC)}{\partial t} = -\frac{\partial(QC)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( AD \left( \frac{\partial C}{\partial x} \right)^\beta \right) - AKC + AS \tag{4}$$

For the steady and uniform flow condition, Equation 4 is simplified as follows:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -V \times \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{1}{A} \times \frac{\partial}{\partial x} \left( AD \left( \frac{\partial C}{\partial x} \right)^\beta \right) - KC + S \tag{5}$$

According to the presented equations, in the case of  $\beta = 1$ , Equation 5 becomes a classic advection-dispersion equation and is used for parts of the river without a storage zone. The main strong point of the presented method in this research for modeling storage zones compared to other methods is the use of a minimum number of parameters (only one parameter) as well as simplicity in its physical interpretation. It should be noted that in other approaches of simulation of storage zones, the simulation process is mainly more complex than the method which presented in this research. In this research, the Method of Line has been used to solve Equation 5, which is a method for solving time-dependent partial differential equations.

**Table 2. Test cases information**

Test case	River length	Flow condition	Upstream BC for pollutant transport	location
Test case 1	10 km	steady and uniform	Continuous for 1.5 hours	Hypothetical
Test case 2	433 m	steady and non-uniform	Continuous for 3 hours	US - California

### 3- Results and Discussion

The application of the proposed model in the field of pollutant transport simulation will be shown in the form of a hypothetical example as well as a real test case. In order to demonstrate the advantages and features of the proposed numerical model, also the results of its runs will be compared with the results of the classic advection-dispersion equation, both in the case of the hypothetical and real examples.

To run the transport model, one initial condition and two boundary conditions are required. The initial concentration of pollutants in the main channel will be considered as the initial condition. The upstream boundary condition is the pattern of pollutant loading which enters the river; also the downstream boundary condition will be considered as zero gradient boundary type. Dispersion coefficient is known as one of the most important parameters of pollutant transport modeling. In the real test case, this coefficient is obtained via field measurements (dispersion coefficient calculated by hydraulic and hydrodynamic characteristics measurements) and in the presented hypothetical example similar to the real test case, the value of the dispersion coefficient was calculated by assumed hydraulic and hydrodynamic characteristics.

#### 3- 1- Test case 2

In fact, the main purpose of designing this example is to show the concept of transient storage in the form of a comparison of concentration-time diagrams. Another aim is to show the effect of the  $\beta$  parameter to consider the mass exchanges between the storage zone and the main channel and also the relationship of the storage zone with different  $\beta$  values. In the hypothetical example, to show the effect of storage zones, the results are presented for different values of storage parameter. Higher values of this parameter are used to create longer sequences and more skewed curves, which

indicates that the dissolved material will move to downstream much more slowly than expected before. Thus higher values of storage parameter are required.

### 4- Conclusions

In this study, a comprehensive model for the numerical solution of advection-dispersion equations in rivers with and without storage zones was developed to eliminate the shortcomings of current models in the field of pollutant transport simulation and also it be simpler in terms of application. Also, the number of input parameters in the model for predicting the effect of the storage zone is minimized to make it easier to use. Moreover, the model run time and the calibration time of the input parameters for the storage zone is minimized.

These cases show the remarkable ability of the proposed model to predict pollutant transport in natural rivers and the proposed model can be used to predict the spatial and temporal pollutant concentration distribution.

### References

- [1] K.E. Bencala, Simulation of solute transport in a mountain pool-and-riffle stream with a kinetic mass transfer model for sorption, *Water Resources Research*, 19(3) (1983) 732-738.
- [2] Z.-Q. Deng, V.P. Singh, L. Bengtsson, Numerical solution of fractional advection-dispersion equation, *Journal of Hydraulic Engineering*, 130(5) (2004) 422-431.
- [3] S.C. Chapra, *Surface water-quality modeling*, Waveland press, 2008.
- [4] H. Fischer, E. List, R. Koh, J. Imberger, N. Brooks, *Mixing in inland and coastal waters* Academic Press, New York, (1979) 229-242.

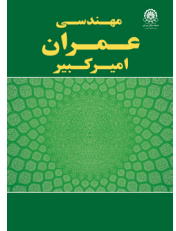
#### HOW TO CITE THIS ARTICLE

M. Faraji, M. Mazaheri, J. Mohammad Vali Samani, *Presentation of a New Method in Mathematical Modeling of Pollutant Transport in Rivers with Storage Zones*, *Amirkabir J. Civil Eng.*, 53(9) (2021) 869-872.

DOI: 10.22060/ceej.2020.18146.6787







## ارائه یک روش جدید در مدل سازی ریاضی انتقال آلاینده در رودخانه های دارای نواحی نگهداشت

مجتبی فرجی<sup>۱</sup>، مهدی مظاهری<sup>۲\*</sup>، جمال محمودلی سامانی<sup>۲</sup>

۱- گروه سازه های آبی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران  
۲- هیات علمی دانشگاه تربیت مدرس.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۹/۰۱/۰۷  
بازنگری: ۱۳۹۹/۰۳/۰۸  
پذیرش: ۱۳۹۹/۰۵/۲۸  
ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۰۶/۱۹

### کلمات کلیدی:

معادله جابه جایی- پراکندگی  
ناحیه ی نگهداشت  
شار غیرخطی  
مناطق مرده  
شار پراکندگی

**خلاصه:** پیش بینی انتقال آلاینده ها در منابع آب در مدیریت و جلوگیری از آلودگی آن ها از اهمیت ویژه ای برخوردار است. ناهمگونی و عدم یکنواختی در مورفولوژی در تمام طول رودخانه که به ناحیه نگهداشت شناخته می شود، انتقال یکنواخت آلاینده ها به پایین دست را دچار تغییراتی خواهد کرد. نواحی نگهداشت در کنار رودخانه ها در حقیقت مکان های اطراف رودخانه هستند که سرعت در آن ها به طور چشم گیری از سرعت رودخانه کمتر بوده و به نواحی مرده نیز معروف هستند. وجود این نواحی در رودخانه ها کاربرد معادله کلاسیک انتقال آلاینده را برای آن ها با مشکل مواجه می سازد. برای شبیه سازی دقیق تر انتقال ماده آلاینده در رودخانه های طبیعی دارای نواحی نگهداشت، باید اصلاحاتی در معادله جابه جایی-پراکندگی کلاسیک صورت گیرد. در این تحقیق یک رویکرد جدید با در نظر گرفتن تغییرات شار پراکندگی ماده آلاینده به صورت غیرخطی و با لحاظ ناحیه ی نگهداشت ارائه می شود. جهت صحت سنجی و اعتبارسنجی مدل ارائه شده، از مثال فرضی و داده های واقعی استفاده شده است. بر اساس نتایج اندازه گیری شده، خروجی مدل انطباق قابل قبولی با داده های مشاهداتی داشته و نشان می دهد مدل ارائه شده، مدلی دقیق و قابل قبول در شبیه سازی انتقال ماده حل شده در رودخانه های دارای ناحیه نگهداشت است. با توجه به نمودارهای غلظت-زمان به دست آمده می توان به این نتیجه رسید که مدل ارائه شده هر ناحیه نگهداشتی با هر مساحتی را می تواند مدل کند، همچنین این مدل برای تمام رودخانه های با و بدون ناحیه نگهداشت نیز کاربرد دارد و نسبت به سایر مدل های ارائه شده از لحاظ تعداد پارامتر (در نظر گرفتن یک پارامتر) و سادگی در تفسیر فیزیکی برتری دارد و می تواند جایگزین مدل کلاسیک انتقال آلاینده در این نوع رودخانه ها شود.

### ۱- مقدمه

محدوده ها می توانند در پشت یک سنگ بزرگ، در میان پوشش گیاهی، در طرفین یک رودخانه، در مناطق گسترش یافته در عرض رودخانه و غیره اتفاق افتند [۵-۲].

معادله ی جابه جایی-پراکندگی کلاسیک به منظور پیش بینی نحوه توزیع زمانی و مکانی غلظت ماده ی آلاینده در رودخانه هایی که در مسیر رودخانه یک ناهمگونی مثل پهنه ی ماندابی (مناطق مرده) وجود داشته باشد به جواب قابل اطمینانی نمی رسد و دارای خطا خواهد بود، چون در معادله ی جابه جایی-پراکندگی اثر نگهداشت موقت تاثیر داده نشده است [۶]. برای مدل سازی انتشار آلودگی باید اصلاحاتی در معادله ی جابه جایی-پراکندگی کلاسیک منظور و معادله به نحوی تغییر داده شود که برای مسئله ی مذکور کمترین خطا را در شبیه سازی ناحیه ی ماندابی داشته باشد.

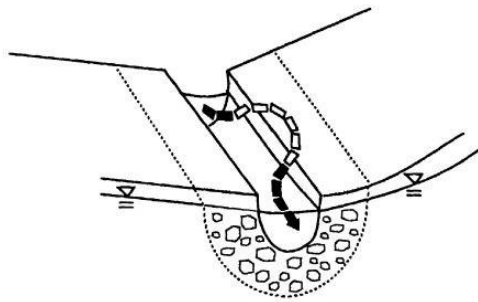
محققین در پی انجام آزمایش های مختلف با مواد ردیاب و شبیه سازی انتقال ماده ی حل شده در رودخانه های دارای نواحی نگهداشت با استفاده از معادله ی جابه جایی-پراکندگی کلاسیک (که در حقیقت تبادل بین ناحیه

منابع آب سطحی از مهمترین اجزای طبیعت است و به عنوان یکی از مهمترین منابع در دسترس انسان و همچنین به منظور حفظ حیات موجودات زنده و محیط زیست بسیار حائز اهمیت است. منابع آب سطحی به دلیل کاربردهای فراوان در بخش های کشاورزی، صنعت و مصارف شهری در معرض آلودگی به ویژه آلودگی های شیمیایی، میکروبی، رودخانه ها و آب های زیرزمینی قرار دارد [۱].

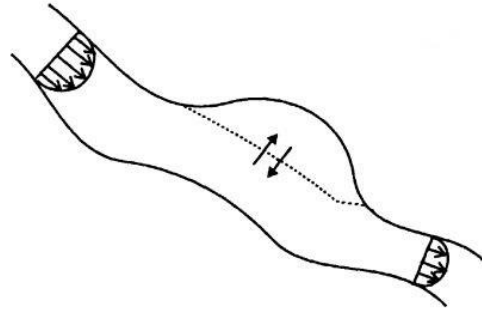
به دلیل تغییرات توپوگرافی، شیب و مقاطع رودخانه، هندسه رودخانه به سمت پایین دست یکنواخت نبوده و ممکن است که در برخی نواحی، مناطق مرده وجود داشته باشد. مناطق مرده اصطلاحاً به مناطقی اطلاق می شود که سرعت در آنها از سرعت در آبراهه اصلی رودخانه به طور محسوسی کمتر باشد (شکل ۱-الف و ۱-ب). از این رو آلاینده در این محلها زمان طولانیتری را به نسبت آلاینده های موجود در مسیر اصلی جریان سپری میکند. این

\* نویسنده عهده دار مکاتبات: m.mazaheri@modares.ac.ir

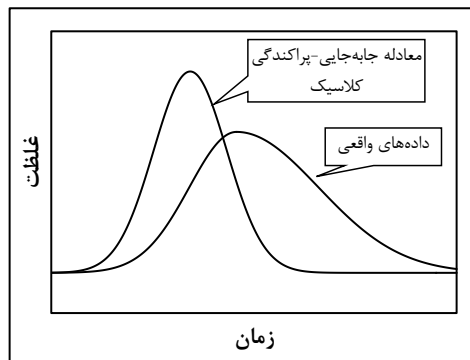




ب) نواحی متخلخل بستر رودخانه  
b) porous media the bed of the river



الف) پهنه‌های ماندابی  
a) Transient Storage



ج) مقایسه نتایج شبیه‌سازی معادله‌ی جابه‌جایی-پراکندگی کلاسیک و داده‌های واقعی در یک رودخانه دارای ناحیه‌ی نگهداشت  
c) Comparison of simulation results of the classic advection-dispersion equation and real data in a river with storage zone

شکل ۱. مکانیزم‌های نگهداشت موقت (نواحی مرده) [۷] و شکل شماتیک نمودارهای غلظت-زمان با و بدون در نظر گرفتن نگهداشت موقت

Fig. 1. Storage zone (dead zones) mechanisms [7] and schematic representation of concentration-time curves (with and without storage zone)

داشتند که برای شبیه سازی نمودار غلظت-زمان ماده ی حل شده، باید نواحی نگهداشت موقت یا نواحی مرده را برای رودخانه در نظر گرفت؛ بنابراین آن‌ها یک مدل ریاضی را برای ناحیهی نگهداشت موقت به منظور نشان دادن حرکت مادهی حل شده از کانال اصلی به پهنه های ماندابی و برگشت آن به کانال اصلی توسعه دادند. این مدل غلظت ماده آلاینده در کانال اصلی و ناحیه ی نگهداشت را محاسبه میکند و نگهداشت موقت را به صورت تبادل جرم بین کانال اصلی و ناحیه ی نگهداشت به علت اختلاف غلظت بین کانال اصلی و ناحیه ی نگهداشت در نظر میگیرد [۱۱].

رانکل در سال ۱۹۹۸ مدل OTIS<sup>۳</sup> را برای حل عددی معادلات نگهداشت موقت با استفاده از روش نیمه ضمنی کرانک-نیکلسون برای شبیه سازی انتقال مادهی حل شده در نهراها و رودخانه ها و OTIS-P را که در واقع حل معادلات نگهداشت موقت را با یک بسته نرم‌افزاری رگرسیون غیرخطی ترکیب می کند، توسعه داد. OTIS برای مطالعه جنبه های مختلف ناحیه ی نگهداشت موقت مورد استفاده قرار گرفت و پارامترهای هیدرولیکی نیز با استفاده از OTIS-P تخمین زده شدند [۱۲].

سینگ و همکاران (۲۰۰۲) دریافتند که مدل نگهداشت موقت با فیزیک پدیده ناحیه ماندابی تطابق خوبی ندارد و مدل جابه جایی-پراکندگی بهبود یافته<sup>۴</sup> را پیشنهاد کردند [۱۳].

براتی مقدم و مظاهری (۲۰۱۷) با توجه به تأثیر غیرمستقیم ناحیهی نگهداشت موقت بر همهی پدیده های مرتبط با انتقال مادهی آلاینده، برای شبیه سازی دقیقتر انتقال آلاینده در رودخانه های طبیعی، مدلی جدید و جامع<sup>۵</sup> برای حل معادله جابه جایی-پراکندگی با لحاظ نواحی نگهداشت موقت و جذب سینتیک در رودخانه ها ارائه دادند [۱۵ و ۱۴].

برای کاهش دادن میزان خطا و بهینه سازی پارامترهای نگهداشت در مدل TSM، تحقیقی در سال ۲۰۱۹ ارائه شد که شامل دو معادله و همچنین چهار پارامتر برای توصیف انتقال املاح به پایبندست می باشد. در این پژوهش با استفاده از حل عددی و بهینه سازی خروجی های مدل، چهار پارامتر در نظر گرفته شده تخمین زده خواهند شد تا خطای مدل نگهداشت کاهش یابد [۱۶].

یکی از روشهای دیگر ارائه شده برای شبیه سازی انتقال ماده حل شده در رودخانه های دارای نواحی نگهداشت، مدل جابه جایی-پراکندگی

ی نگهداشت و جریان اصلی رودخانه را در نظر نمی‌گیرد)، مشاهده کردند که نتایج معادله تطابق خوبی با داده های حاصل از آزمایش ندارد و داده های واقعی و نتایج حاصل از شبیه سازی دارای ویژگیهای متفاوتی هستند، از جمله این که داده های واقعی در پایبندست پیک کمتر و دنباله طولانی تری را در نمودار غلظت- زمان نشان می دهند (شکل ۱-ج).

محققین پس از شبیه سازی داده ها با در نظر گرفتن نگهداشت موقت تناسب خوبی بین دادههای حاصل از شبیه سازی و داده های واقعی مشاهده کردند و برای شبیه سازی دقیقتر و کاهش دادن میزان خطا چندین رویکرد ارائه داده اند که در ادامه به آنها اشاره خواهد شد.

پارسائی و حقی آبی برای شبیه‌سازی هر چه دقیق تر انتقال آلودگی یک مدل کامپیوتری را توسعه دادند؛ در این مدل، معادله حرکت با استفاده از روش حجم محدود گسسته و برای تخمین ضریب پخش نیز از روش روندیابی غلظت و فرمولهای تجربی استفاده شده است. جهت صحت سنجی مدل عددی توسعه داده شده، انتشار آلودگی در دو رودخانه سورن و نارینو انگلستان مدلسازی شد. نتایج نشان داد که مدل توسعه داده شده برای شبیه‌سازی انتشار آلودگی در رودخانه ها دارای دقت مناسبی میباشد [۸]. در تحقیق دیگری که توسط این محققین در سال ۲۰۱۷ انجام گرفت، رویکرد جدیدی برای مدل‌سازی عددی انتقال آلودگی در رودخانه‌ها ارائه شد. در این مدل با استفاده هم‌زمان از دو روش، حجم محدود به عنوان روش عددی و شبکه عصبی مصنوعی<sup>۱</sup> به عنوان روش محاسبات، شبیه‌سازی انتقال آلودگی انجام گرفت [۹].

یکی از روش های رایج برای شبیه سازی انتقال ماده حل شده در رودخانه های دارای نواحی نگهداشت، مدل ریاضی نگهداشت موقت<sup>۲</sup> است که قادر به بررسی حرکت آلاینده از مسیر آبراهه اصلی به مناطق ماندابی و بازگشت آن‌ها به مسیر اصلی است. این مدل غلظت در کانال اصلی و منطقه نگهداشت را محاسبه میکند و نگهداشت موقت با تبادل جرم به دلیل تفاوت در بین غلظتهای رودخانه ها و منطقه ذخیره نشان داده میشود. علاوه بر این، بخشهای قابل توجهی از آب ممکن است وارد سنگریزه و ماسه های درشت بستر رودخانه و یا نواحی متخلخل موجود در کناره‌های رودخانه شوند [۱۰].

در تحقیقاتی که بنکالا و والترز (۱۹۸۳) انجام دادند دریافتند که نتایج حاصل از آزمایش با مواد ردیاب در رودخانه های کوهستانی، حاکی از این است که معادلهی جابه جایی- پراکندگی کلاسیک به تنهایی برای شبیه سازی انتقال مواد حل شده در این نوع از رودخانه ها کافی نیست. آنها بیان

3 One –Dimensional Transport with Inflow and Storage  
4 Modified Advection-Dispersion Equation  
5 Third-Order Accuracy Simulation of Transient Storage

1 Artificial Neural Network  
2 Transient Storage Model

مورفولوژی در تمام طول رودخانه برای شبیه سازی دقیقتر نحوه انتقال مادهی آلاینده، با بهره گیری از روشهای حل عددی مشتقات کسری یک روش حل برای معادلهی جابه جایی-پراکندگی کسری در حالت جریان غیریکنواخت ارائه دادند [۲۲].

یکی دیگر از روشهای رایج برای شبیه سازی انتقال ماده حل شده در رودخانه های دارای نواحی نگهداشت مدل زمان نگهداشت متغیر<sup>۲</sup> است که برای شبیه سازی نحوه پراکندگی و انتقال ماده حل شده در جریانهای طبیعی طراحی شده است. مدل زمان نگهداشت متغیر یک ابزار عددی قدرتمند و انعطافپذیر برای شبیه سازی انتقال ماده حل شده در جریانهای طبیعی است.

جانگ (۲۰۰۸) به منظور توجه به اثر نگهداشت موقت در انتقال املاح در رودخانه ها، مدل زمان نگهداشت متغیر را پیشنهاد داد او با توجه به تحقیقاتی که در رودخانه آمیت انجام داد دریافت که این مدل یک ابزار ساده و مؤثر برای شبیه سازی دقیق تر نحوه پراکندگی و انتقال ماده حل شده در جریانهای طبیعی و رودخانه ها است [۲۳].

دنگ و جانگ (۲۰۰۹) به منظور توجه به تأثیر نگهداشت موقت در انتقال ماده حل شده در جریانها، مدل زمان نگهداشت متغیر را بر اساس یک مدل مفهومی (دو لایه‌ای) نگهداشت موقت با در نظر گرفتن ۴ پارامتر مؤثر برای شبیه سازی نحوه انتقال مادهی آلاینده در جریان با استفاده از رویکردی جدید و اصل بقای جرم ارائه دادند [۲۴].

دنگ و همکاران (۲۰۱۰) چگونگی اثر دو پدیدهی پراکندگی و تبادل هاپیرهیک (ناحیه ای در زیر و کنار بستر جریان است که در این ناحیه آبهای زیرزمینی و سطحی مخلوط می شوند) را بر روی انتقال مادهی حل شده در رودخانه های بزرگ و کوچک با استفاده از مدل زمان نگهداشت متغیر بررسی کردند. آنها به این نتیجه رسیدند که در رودخانه های بزرگ اثر پراکندگی غالب بوده و در رودخانه های کوچک اثر تبادل هاپیرهیک بیشتر است، اما در رودخانه های متوسط هر دو پدیده مؤثر می باشند [۲۵].

در جدول ۱ مقایسه‌های بین چند مدل رایج در زمینه شبیه سازی انتقال آلودگی انجام شده است و تعدادی از ویژگیهای این مدلها ارائه شده است. با توجه به جدول ارائه شده هر کدام از این مدلها در یکی از فاکتورهای ارائه شده نسبت به یکدیگر برتری دارند که می توان با توجه به ویژگیهای هر کدام از این مدلها در شرایط مختلف هیدرولیکی و هیدرودینامیکی از آنها برای شبیه سازی هر چه دقیق تر انتقال آلودگی در رودخانه ها استفاده نمود.

کسری<sup>۱</sup> می باشد. ماده ی ردیاب با رفتارهای پرشی متفاوتی پخش می شود، چولگی در منحنی غلظت-زمان ماده حل شده ناشی از جزء کند انتقال است (به طور مثال، مناطق مرده یا مناطق اشباع زیر بستر) که توسط معادله جابه جایی-پراکندگی معمولی نشان داده نمی شود به دلیل رفتار غیرمنظم ذرات آلاینده در محیط های آبی محققین به این نتیجه رسیده اند که با کاربرد مشتقات جزئی کسری میتوان برآورد دقیقتری از توزیع آلودگی در محیط های آبی داشت و این کاستی در معادله جابه جایی-پراکندگی کسری توسط جمله  $\frac{\partial}{\partial x} \left( AD \frac{\partial^{\alpha} C}{\partial x^{\alpha}} \right)$  مرتفع گردیده است. در سال ۲۰۰۴ مدل جابه جایی-پراکندگی کسری برای مدلسازی اثر ناحیه ماندابی ارائه شد [۱۷].

محققین استفاده از معادله ی جابه جایی-پراکندگی کسری را در مقایسه با معادله ی جابه جایی-پراکندگی کلاسیک برای شبیه سازی نمودارهای غلظت در برابر زمان مشاهده شده که به دلیل اثر نواحی ماندابی، به شدت دارای چولگی هستند و دنباله های بلندی دارند را پیشنهاد کردند [۱۸].

سینگ (۲۰۰۸) سه مدل انتقال آلاینده در رودخانه ها شامل مدل نگهداشت موقت، مدل جابه جایی-پراکندگی اصلاح شده و مدل جابه جایی-پراکندگی کسری را برای داده های سه رودخانه در ایالات متحده آمریکا به کار برد و نتیجه گرفت که مدل جابه جایی-پراکندگی اصلاح شده در مقایسه با دو مدل دیگر دارای پارامترهای کمتر و به لحاظ کاربردی ساده تر است [۱۹].

ماریون و همکاران (۲۰۰۸) اظهار داشتند که مدل جابه جایی-پراکندگی کسری به طور کامل اساس فیزیکی تبادل رودخانه و آب زیرسطحی را توصیف نمیکند و ارائه یک تفسیر فیزیکی از پارامترهای مدل دشوار است. در نتیجه مدل مفهومی STIR<sup>۲</sup> را برای انتقال ماده حل شده در رودخانه ها که توصیفی بر مبنای فیزیک را از تعاملات رودخانه و آب زیرسطحی در اختلاط رودخانه فراهم می‌آورد، ارائه دادند [۲۰].

پارسائی و حقی آبی (۲۰۱۷) با استفاده از معادله جابهجایی-پراکندگی کسری، یک مدل عددی برای شبیه سازی انتقال آلودگی در رودخانه های دارای ناحیه نگهداشت ارائه دادند. نتایج نشان داد که بین داده‌های مشاهداتی، راه حل تحلیلی مدل MADE و نتایج مدل عددی توسعه یافته تناسب خوبی وجود دارد. این محققین به این نتیجه رسیدند که مدل عددی توسعه داده شده میتواند با دقت قابل قبولی انتقال آلودگی در رودخانه های طبیعی را شبیه سازی کند [۲۱].

عفری و مظاهری (۱۳۹۵) با توجه به ناهمگونی و عدم یکنواختی در

- 1 Fractional Advection-Dispersion Equation
- 2 Solute Transport in River



جدول ۱. مقایسه بین مدل های معروف در زمینه شبیه سازی انتقال آلودگی

Table 1. Comparison between famous models in the field of pollutant transport simulation

در نظر گرفتن مشخصات مساحت ناحیه نگهداشت	در نظر گرفتن فیزیک ناحیه نگهداشت	تعداد پارامترهای لحاظ ناحیه نگهداشت	تعداد متغیرهای وابسته در معادلات		مدل
			تعداد معادلات	تعداد معادلات	
x	x	۰	۱	۱	Classic ADE
✓	✓	۲	۲	۲	TSM
x	x	۱	۱	۱	FADE

## ۲- مبانی تئوری

معادله حاکم بر پدیده ی انتقال آلودگی در رودخانه ها، معادله جابه جایی-پراکندگی<sup>۱</sup> است که از نوع معادلات دیفرانسیل جزئی سهموی می باشد و از ترکیب معادله پیوستگی و قانون اول فیک به دست می آید. معادله جابه جایی-پراکندگی کلاسیک به صورت معادله (۱) بیان می شود:

$$\frac{\partial(AC)}{\partial t} = -\frac{\partial(QC)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( AD \frac{\partial C}{\partial x} \right) - AKC + AS \quad (1)$$

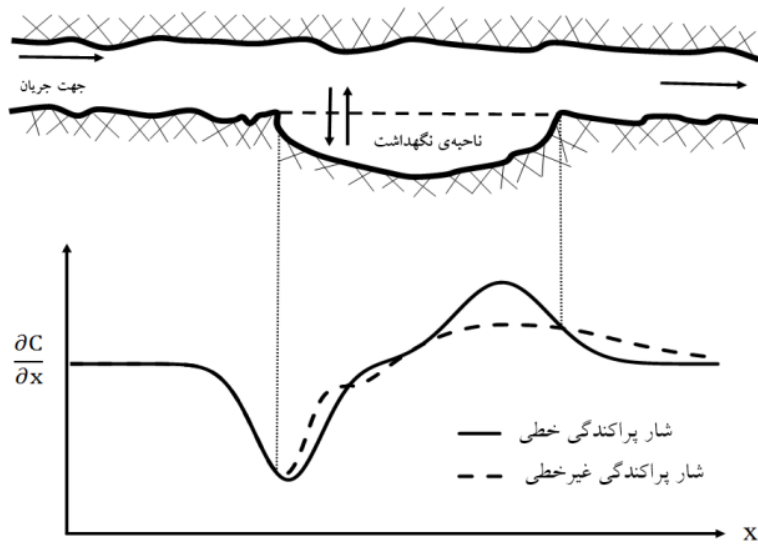
که در آن  $A$ : سطح مقطع جریان،  $C$ : غلظت مادهی آلاینده،  $Q$ : دبی جریان،  $D$ : ضریب پراکندگی،  $K$ : ضریب زوال،  $S$ : منبع حجمی واردشده،  $t$ : زمان و  $x$ : جهت هستند [۲۶].

### ۲-۱- فرآیندهای انتقال جرم

فرآیندهای انتقال جرم در رودخانه، فرآیندهای جابه جایی و پراکندگی هستند. فرآیند جابه جایی جرم توسط حرکت جریان و فرآیند پراکندگی،

همانطور که اشاره شد، محققین بسیاری بر ضرورت در نظر گرفتن تأثیر نواحی نگهداشت موقت برای شبیه سازی رفتار رودخانه در مواجهه با مادهی آلاینده تأکید کرده اند. لذا مشارکت دادن تأثیر نواحی ماندابی در مدلسازی انتقال مادهی حل شده در نهرها و رودخانه های طبیعی ضروری به نظر میرسد. هر کدام از محققین برای شبیه سازی دقیقتر انتقال مادهی آلاینده رویکرد جدیدی ارائه داده اند تا میزان خطای شبیه سازی را کاهش دهند. در این تحقیق نیز رویکردی برای شبیه سازی دقیقتر انتقال مادهی آلاینده پیشنهاد خواهد شد تا از میزان خطای شبیه سازی کاسته شود.

در تحقیق حاضر سعی بر این است که با استفاده از یک رویکرد ساده و مؤثر و با حداقل تغییرات در معادله کلاسیک جابه جایی-پراکندگی، بتوان دقت این معادله را در شبیه سازی انتقال آلودگی در رودخانه های دارای نواحی نگهداشت افزایش داد. در این تحقیق هدف اصلی حفظ جنبه های کاربردی روش بوده و برای لحاظ تأثیر نواحی نگهداشت از اعمال فقط یک پارامتر اضافه در معادله جابه جایی-پراکندگی کلاسیک استفاده شده است تا تعداد پارامترهای ورودی در مدل برای لحاظ تأثیر ناحیه نگهداشت به حداقل برسد، همچنین در این تحقیق سعی بر این است که بتوان تغییرات اعمال شده را نیز از نظر فیزیکی و مطابق با فیزیک مسئله انتقال آلودگی توضیح داد.



شکل ۲. تغییرات گرادیان مکانی غلظت در تمام طول رودخانه با و بدون در نظر گرفتن ناحیه‌ی نگهداشت

Fig. 2. Spatial gradient changes of concentration along the entire river length with and without considering the storage zone

با لحاظ شار پراکندگی به صورت خطی و غیرخطی نشان داده شده است. از آنجایی که در ناحیه‌ی نگهداشت تغییرات چشم‌گیر ناگهانی در سطح مقطع جریان رخ می‌دهد و عرض جریان افزایش پیدا می‌کند، جریان به طور نسبی نسبت به ناحیه قبل از نگهداشت حالت دو بعدی پیدا می‌کند و بردارهای سرعت علاوه بر مؤلفه طولی، مؤلفه عرضی نیز پیدا می‌کنند.

در این حالت به دلیل اختلاط بیشتر به دلیل وجود مؤلفه عرضی سرعت، گرادیان مکانی غلظت تغییر یافته و غلظت آلاینده در این نواحی حالت یکنواخت تری به خود می‌گیرد و به بیان دیگر شار پراکندگی با گرادیان غلظت در این نواحی رابطه خطی نخواهد داشت. برای ارتباط غیرخطی شار پراکندگی با گرادیان مکانی غلظت می‌توان رابطه زیر را پیشنهاد داد:

$$J'_{Dip} = -D \left( \frac{\partial C}{\partial x} \right)^\beta \quad (4)$$

که در آن  $J'_{disp}$  شار غیرخطی پراکندگی و  $\beta$  (پارامتر نگهداشت) نیز توان گرادیان مکانی غلظت می‌باشد. با لحاظ رابطه (۴) در معادله جابه‌جایی-پراکندگی می‌توان فرم جدید این معادله را استخراج نمود و اثر ناحیه نگهداشت را با تنظیم پارامتر نگهداشت در نظر گرفت. در رابطه (۴) در

پخشیدگی جرم در اثر گرادیان سرعت در رودخانه است. شار جرمی انتقال یافته در اثر فرآیندهای جابه‌جایی و پراکندگی به ترتیب با استفاده از روابط ۲ و ۳ به دست می‌آیند [۲۷].

$$J_{Adv} = UC \quad (2)$$

$$J_{Dip} = -D \frac{\partial C}{\partial x} \quad (3)$$

که در آن  $J_{Adv}$ : شار جابه‌جایی و  $J_{Dip}$ : شار پراکندگی می‌باشد. ایده اصلی تحقیق حاضر در استفاده از رابطه غیرخطی بین گرادیان مکانی غلظت و شار پراکندگی می‌باشد و همان‌طور که توضیح داده خواهد شد، فرض غیرخطی بودن رابطه مذکور می‌تواند تأثیر به‌سزایی در تغییر فیزیک مسئله به سمت مدل‌سازی نواحی نگهداشت در رودخانه‌ها داشته باشد.

شکل ۲ تغییرات گرادیان مکانی غلظت را نسبت به مکان در طول یک رودخانه دارای ناحیه نگهداشت نشان می‌دهد. در این شکل تغییرات مذکور

## ۲-۲- روش خطوط

در این تحقیق برای حل عددی رابطه (۵) از روش خطوط استفاده شده است که یک روش برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی وابسته به زمان میب‌اشد. ایده اولیه در روش خطوط استفاده از تفاضل‌های متناهی برای تقریب مشتق‌های مکانی، در معادلات دیفرانسیل جزئی است. در این روش تنها یک متغیر در معادله که معمولاً زمان می باشد باقی میماند، به عبارت دیگر تنها یک متغیر مستقل در دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی که تقریبی از معادلات دیفرانسیل جزئی می باشد، باقی می ماند. پس از آن، کار اصلی حل دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی می باشد. در نتیجه میتوان از هر روشی که برای حل معادلات دیفرانسیل معمولی با مقدار اولیه که به حل عددی و تقریبی معادلات دیفرانسیل جزئی خواهد انجامید استفاده کرد [۲۸]. برای نشان دادن کاربرد این روش، معادله ۵ به روش خطوط حل خواهد شد. در ابتدا نیاز به جایگذاری کردن تغییرات گرادین مکانی غلظت  $C_x$  با تقریب جبری در معادله مذکور می باشد، در این مورد از تفاضل متناهی استفاده می شود،

$$C_x = \frac{C_i - C_{i-1}}{\Delta x} \quad (7)$$

$i$  شاخص تعیین موقعیت  $x$  در طول بازه،  $\Delta x$  طول گام  $x$  در بازه است که می توان این پارامترها را ثابت در نظر گرفت؛ بنابراین برای اولین مقدار سمت چپ  $x$ ،  $i = 1$  و برای آخرین مقدار سمت راست  $x$ ،  $i = M$  در نظر گرفته می شود؛ یعنی در طول بازه  $M$  نقطه وجود دارد؛ بنابراین تقریبی برای معادله ۵ به روش خطوط به صورت زیر است،

$$A \frac{dC_i}{dt} + Q \frac{C_i - C_{i-1}}{\Delta x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( AD \left( \frac{C_i - C_{i-1}}{\Delta x} \right)^\beta \right) - AKC + AS \quad 1 \leq i \leq M \quad (8)$$

معادله ۸ یک دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی می باشد، چون تنها یک متغیر مستقل  $t$  در معادله وجود دارد. در نتیجه با جایگذاری و حل رابطه ی به دست آمده میتوان توزیع زمانی و مکانی غلظت را تعیین کرد. برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد روش خطوط می توان به مرجع [۲۸] مراجعه نمود.

حقیقت پارامتر نگهداشت بیانگر وجود ناحیه نگهداشت در قسمتی از طول رودخانه بوده و مقدار آن نیز به وسعت و هندسه ناحیه نگهداشت بستگی دارد. در این حالت فرم کلی معادله جابه جایی-پراکندگی برای جریان غیر ماندگار و غیریکنواخت به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial(AC)}{\partial t} = -\frac{\partial(QC)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( AD \left( \frac{\partial C}{\partial x} \right)^\beta \right) - AKC + AS \quad (5)$$

برای جریان ماندگار و یکنواخت، معادله ۵ به صورت معادله زیر ساده می‌شود:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -V \times \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{1}{A} \times \frac{\partial}{\partial x} \left( AD \left( \frac{\partial c}{\partial x} \right)^\beta \right) - KC + S \quad (6)$$

با توجه به معادلات ارائه شده، در حالت  $\beta=1$  معادله ۵ به معادله ی جابه جایی-پراکندگی کلاسیک تبدیل می شود و برای قسمت‌های بدون نگهداشت رودخانه کاربرد دارد. هر چه اثر ناحیه نگهداشت بیشتر باشد، انحراف پارامتر نگهداشت از ۱ نیز بیشتر میشود که این امر بیانگر وجود الگوی غیرخطی شدیدتر در این نواحی است. در حالتی که نواحی نگهداشت متعدد در طول رودخانه موجود باشد، پارامتر نگهداشت در حالت کلی به صورت تابعی از مکان میشود ( $\beta = \beta(x)$ ) و برای مدل‌سازی هر چه دقیقتر پدیده انتقال جرم در رودخانه، می توان  $\beta$ های متفاوت را در بازه های مختلف رودخانه در نظر گرفت. در حقیقت بهترین و دقیق ترین روش برای تخمین پارامتر نگهداشت، استفاده از واسنجی میباشد که طی آن این پارامتر بر اساس داده‌ای اندازه گیری به دست می آید، پس از یک بار واسنجی پارامتر مذکور با استفاده از داده‌های اندازه‌گیری، پارامتر واسنجی شده برای آن رودخانه در حالات مختلف قابل استفاده خواهد بود.

نقاط قوت اصلی روش ارائه شده در این تحقیق برای مدل‌سازی نواحی نگهداشت نسبت به سایر روشها، استفاده از حداقل تعداد پارامترها (یک پارامتر) و همچنین سادگی در تفسیر فیزیکی آن است. قابل ذکر است که در سایر رهیافتهای شبیه‌سازی نواحی نگهداشت، ارائه شده در قسمت مقدمه، عمدتاً فرایند شبیه‌سازی از روش ارائه شده در این تحقیق پیچیده‌تر می‌باشد.

جدول ۲. اطلاعات مثال های مورد استفاده

Table 2. The Information of the used examples

مثال	طول رودخانه	محل انجام آزمایش	شرایط جریان	شرط مرزی بالادست مادهی آلاینده
مثال اول	۱۰۰۰۰ متر	فرضی	ماندگار و یکنواخت	پیوسته به مدت زمان ۱ ساعت و ۳۰ دقیقه
مثال دوم	۴۳۳ متر	آمریکا - کالیفرنیا	ماندگار و غیریکنواخت	پیوسته به مدت زمان ۳ ساعت

۳- نتایج و بحث

در این قسمت، کاربرد مدل ارائه شده در زمینه شبیه سازی انتقال آلاینده در قالب یک مثال فرضی و همچنین داده های واقعی نشان داده خواهد شد. به منظور نشان دادن برتریها و ویژگیهای مدل عددی ارائه شده، نتایج حاصل از اجرای آن، هم در مورد مثال فرضی و هم در مورد داده واقعی با نتایج معادله جابه جایی-پراکندگی کلاسیک نیز مقایسه خواهد شد. مشخصات کلی مثالهای مورد استفاده در تحقیق حاضر به شرح جدول زیر می باشد:

برای اجرای مدل انتقال نیاز به یک شرط اولیه و دو شرط مرزی می باشد. غلظت اولیه ماده آلاینده در کانال اصلی شرط اولیه در نظر گرفته خواهد شد و شرط مرزی بالادست، الگوی آلاینده ورودی به رودخانه می باشد، همچنین شرط مرزی پاییندست نیز گرادیان مکانی صفر غلظت در نظر گرفته می شود.

ضریب پخشیدگی به عنوان یکی از مهمترین پارامترهای مدل انتقال در مدلسازی شناخته می شود در مثال داده های واقعی مقادیر این ضریب با استفاده از اندازه گیریهای میدانی (با اندازه گیری مشخصات هیدرولیکی و هندسی جریان مقدار ضریب پخشیدگی محاسبه شده است) به دست آمده است و در مثال فرضی ارائه شده نیز با توجه به مشخصات هیدرولیکی و هیدرودینامیکی تعریف شده برای این مثال مقدار ضریب پخشیدگی فرض شده است.

۳-۱- مثال فرضی

در واقع هدف اصلی از طراحی این مثال، نشان دادن مفهوم نگهداشت موقت در قالب مقایسه نمودارهای غلظت-زمان می باشد. هدف دیگر، نشان دادن تأثیر پارامتر  $\beta$  برای در نظر گرفتن تبادلات انجام گرفته بین ناحیه

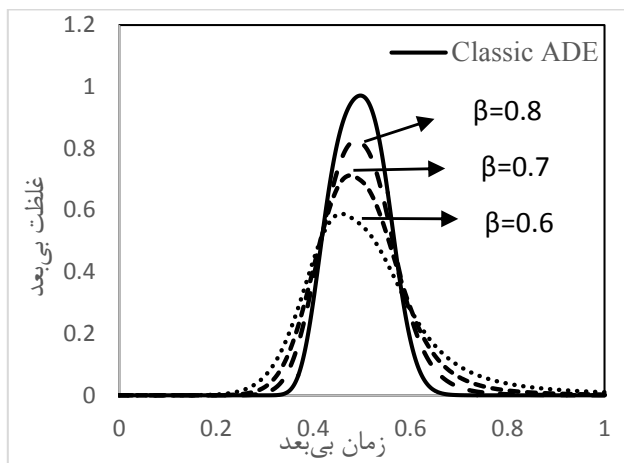
ی نگهداشت و کانال اصلی و ارتباط مساحت ناحیه ی نگهداشت با  $\beta$ های مختلف می باشد.

در این مثال، ماده حل شده با غلظت ۲۰ میلی گرم بر لیتر به صورت پیوسته برای مدت زمان ۱ ساعت و ۳۰ دقیقه به رودخانه ای با دبی ۲۰۰ متر مکعب بر ثانیه، سطح مقطع ۳۳۹ متر مربع و به طول ۱۰۰۰۰ متر تزریق شده است. ضریب پراکندگی برابر با ۲۵ مترمربع بر ثانیه در نظر گرفته شده است و همچنین مدت زمان کل شبیه سازی نیز ۱۰ ساعت، گام زمانی محاسبات ۱۰ ثانیه و گام مکانی ۱۰ متر در نظر گرفته شدند.

شکل ۴ نتایج حاصل از اجرای مدل ارائه شده و معادله جابه جایی-پراکندگی کلاسیک را برای مثال فرضی در فواصل ۵۰۰۰ و ۷۰۰۰ متری از بالادست نشان می دهد. در این تحقیق نحوه ی بی بعد سازی نمودارهای غلظت-زمان به این صورت است که زمان شبیه سازی به حداکثر زمان و غلظتها نیز به حداکثر غلظت تقسیم شده اند.

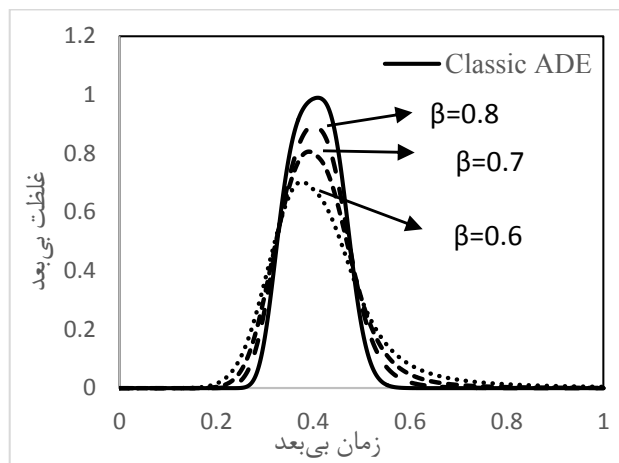
در مثال حاضر برای نشان دادن تأثیر نواحی نگهداشت، نتایج برای مقادیر مختلف پارامتر نگهداشت ارائه شده اند. همانطور که شکل ۳ نشان میدهد، برای اینکه دنباله های طولانی تر و منحنی های چوله تری ایجاد شود که نشان دهنده این است که ماده حل شده بسیار آرامتر از زمان مورد انتظار به پاییندست انتقال خواهد یافت، مقادیر بالاتری از پارامتر نگهداشت مورد نیاز است.

همان طور که در شکل ۳ مشاهده می شود، تداوم دنباله نمودار غلظت در برابر زمان با در نظر گرفتن نواحی نگهداشت بیشتر از کانال اصلی است. این بدان معناست که مقادیر قابل توجهی از جرم ماده حل شده تا مدتها پس از عبور ابر ماده حل شده در نواحی نگهداشت باقی می ماند. این شکل همچنین نشان می دهد که نواحی نگهداشت بخشی از جرم ماده حل شده را موقتاً از



ب- در فاصله ۷۰۰۰ متری از بالادست

b. At 7000-meter distance from the upstream

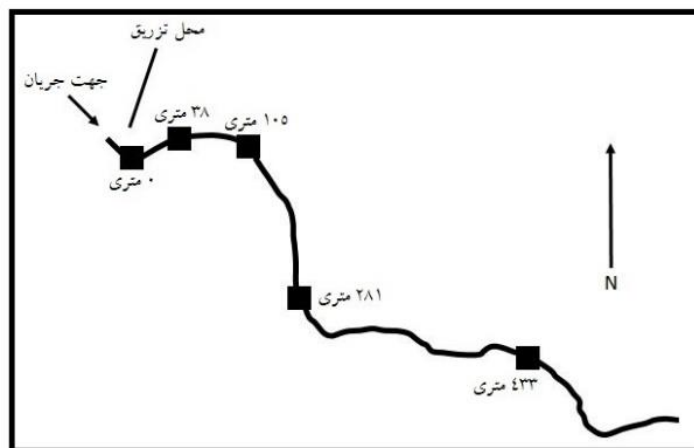


الف- در فاصله ۵۰۰۰ متری از بالادست

a. At 5000-meter distance from the upstream

شکل ۳. مقایسه خروجی مدل ارائه شده (به ازای مقادیر مختلف  $\beta$ ) و نتایج معادله جابه جایی-پراکنندگی کلاسیک برای مثال فرضی

Fig. 3. Comparison of the proposed model outputs (for different  $\beta$  values) and the results of the classic advection-dispersion equation for the hypothetical example



شکل ۴. شکل شماتیک آزمایش ماده ردیاب یواس کریک

Fig. 4. Schematic representation of the Uvas Creek tracer material test

جدول ۳. اطلاعات ایستگاه ها و بازه های آبراهه یواس کریک [۵]

Table 3. information of the hydrometric stations and intervals of Uvas Creek waterway

بازه (m)	دبی (m <sup>3</sup> /s)	ضریب پراکندگی (m <sup>2</sup> /s)	سطح مقطع کل جریان (m <sup>2</sup> )
۰-۳۸	۰/۰۱۲۵	۰/۱۲	۰/۳
۳۸-۱۰۵	۰/۰۱۲۵	۰/۱۵	۰/۴۲
۱۰۵-۲۸۱	۰/۰۱۳۳	۰/۲۴	۰/۷۲
۲۸۱-۴۳۳	۰/۰۱۳۶	۰/۳۱	۰/۸۲

ماده کلراید با نرخ ثابت در ساعت ۸ صبح ۲۶ سپتامبر ۱۹۷۲ آغاز و برای سه ساعت ادامه یافت. در زمان انجام آزمایش دبی در نهر یواس کریک، در حدود ۱۲/۵ لیتر بر ثانیه به صورت ماندگار و غلظت پایه در این آبراهه قبل تزریق ماده ی آلاینده برابر ۳/۷ میلیگرم بر لیتر بوده است. چهار ایستگاه نمونه برداری به ترتیب در فواصل ۳۸، ۱۰۵، ۲۸۱، ۴۳۳ متری پاییندست محل تزریق در طول رودخانه مستقر شدند. اطلاعات ایستگاه ها و بازه های رودخانه در جدول ۳ آمده است.

مقایسه نتایج به دست آمده از مدل حاضر با خروجیهای مدل جابه جایی-پراکندگی کلاسیک در ایستگاه های ۳۸، ۲۸۱ و ۴۳۳ متری از بالادست در شکل ۵ آمده است.

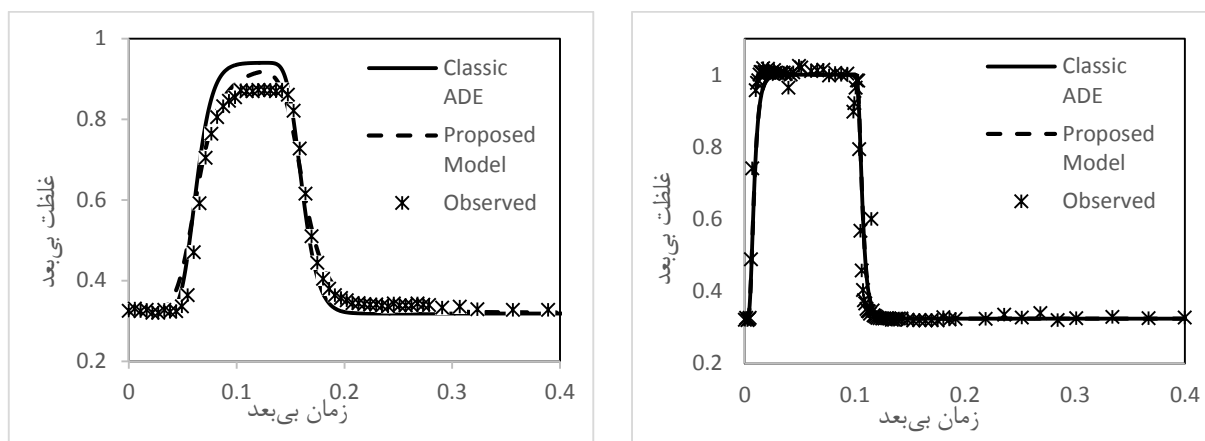
پارامتر نگهداشت حساسیت مدل را نسبت به تغییرات سطح مقطع نواحی نگهداشت نشان می دهد. به طور کلی هر چه نواحی نگهداشت بیشتر باشند، حرکت ماده حل شده آهسته تر صورت می گیرد و از آنجایی که ارتباط مستقیمی بین تغییرات پارامتر نگهداشت و سطح مقطع ناحیه نگهداشت وجود دارد، چه افزایش و چه کاهش در این پارامتر منجر به تغییرات در خروجی مدل می گردد؛ بنابراین در برآورد این پارامتر باید متناسب با دقت مورد انتظار برای نتایج نهایی مدل، دقت کافی به خرج داده شود در نتیجه با استفاده از داده های واقعی برای بازه های دارای ناحیه نگهداشت کالیبراسیون انجام شد و بر اساس کالیبراسیون مقدار پارامتر نگهداشت برابر با ۰/۷ و ۰/۶ برای دو بازه ی پایانی که دارای ناحیه نگهداشت می باشند در نظر گرفته

کانال اصلی خارج کرده و به صورت یک تخلیه موقتی عمل می کنند. بعد از عبور ابر مادهی حل شده جرمی که موقتاً در این نواحی نگه داشته شده بود، به تدریج وارد کانال اصلی می شود، یعنی این بار این نواحی در نقش یک منبع از ماده حل شده ظاهر می شوند.

نتایج به دست آمده، اعمال تأثیر نواحی ماندابی در مدلسازی انتقال ماده حل شده در آبراهه ها و رودخانه های طبیعی را به خوبی در نمودارهای غلظت-زمان ارائه شده نشان میدهد. با توجه به نتایج، با در نظر گرفتن مقادیر مختلف  $\beta$  برای ناحیه ی نگهداشت، مشاهده شد که منحنی غلظت-زمان شبیه سازی شده، دارای پیک اوج کمتر و دنباله های طولانیتری است و رنج وسیعی را به ازای نواحی نگهداشت مختلف میتواند مدل کند. با توجه به مباحث پیشین، در چنین مواردی معادله ی کلاسیک جابه جایی-پراکندگی به خوبی قادر به شبیه سازی پدیده انتقال ماده ی آلاینده نخواهد بود زیرا فقط می تواند یک نمودار را تولید کند. در نتیجه تغییر معادله و در نظر گرفتن تأثیر پارامتر  $\beta$ ، منجر به شبیه سازی دقیقتر پدیده خواهد شد.

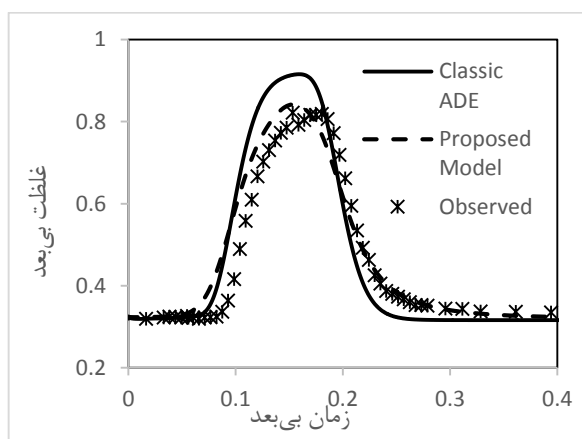
### ۳-۲- داده های واقعی: رودخانه یواس کریک

داده های مورد استفاده در این بخش از آزمایش تزریق ماده ردیاب در یواس کریک واقع در کالیفرنیا ی آمریکا استخراج شده اند که توسط آوانزینو و همکاران (۱۹۸۴) برداشت شده است [۲۹]. یواس کریک رودخانه ای کوهستانی کوچک با شیب تند ۰/۰۳ در بازهی مورد مطالعه است. تزریق



ب- ایستگاه ۲۸۱ متری  
b. 281-meter station

الف- ایستگاه ۳۸ متری  
a. 38-meter station



ج- ایستگاه ۴۳۳ متری  
c. 433-meter station

شکل ۵. مقایسه بین داده های مشاهداتی با خروجی مدل ارائه شده و نتایج معادله جابه جایی-پراکندگی کلاسیک

Fig. 5. Comparison between observational data and the output of the proposed model and the results of the classic advection-dispersion equation

داده های واقعی و معادله جابه جایی-پراکندگی کلاسیک مشخص شد مدل ارائه شده در پیش بینی انتقال در رودخانه ها نسبت به معادله جابه جایی-پراکندگی دقیقتر عمل می کند. این منحنی ها به وضوح نشان می دهند که مدل ارائه شده در این تحقیق نمودارهای دارای چولگی بیشتر (نمودارهایی که دارای پیک اوج کمتر و دنباله های طولانی تری می باشند) را تولید می کند که نشان دهنده تبادل جرم بین کانال اصلی و ناحیه نگهداشت می باشد

می شود. همانطور که شکل ۵-الف نشان می دهد، در مناطقی که رودخانه دارای ناحیه نگهداشت نیست مقدار پارامتر نگهداشت برابر با ۱ خواهد بود که معادله جابه جایی-پراکندگی حاضر را به معادله جابه جایی-پراکندگی کلاسیک تقلیل می دهد این تقلیل حکایت از عدم وجود پهنه های ماندابی در بازه ی اول رودخانه دارد.

با توجه به نتایج به دست آمده (شکل های ۵-ب و ۵-ج) و مقایسه با

مکانی غلظت در ناحیه ی نگهداشت کمتر خواهد شد و به سمت صفر میل خواهد کرد.

مدل ارائه شده با استفاده از داده های یک رودخانه فرضی و داده های یک رودخانه طبیعی که دارای پهنه ماندابی بود مورد آزمایش قرار گرفت. مقایسه نتایج حاصل از مدل ارائه شده با معادله جابه جایی-پراکندگی کلاسیک و داده های مشاهداتی، نشان داد که با توجه به کاربرد ساده تر مدل ارائه شده نسبت به مدل های موجود و با در نظر گرفتن یک پارامتر برای لحاظ ناحیه نگهداشت در ترم پراکندگی، مدل ارائه شده در پیشبینی انتقال در رودخانه ها با نواحی نگهداشت نسبت به معادله جابه جایی-پراکندگی دقیقتر عمل می کند. نتایج حاکی از برتری مدل ارائه شده برای پیشبینی انتقال در رودخانه ها با نواحی نگهداشت دارد و از آن میتوان به عنوان جایگزینی مناسب برای معادله جابه جایی-پراکندگی کلاسیک استفاده کرد همچنین مدل ارائه شده توانایی معادله کلاسیک را در خود دارد، از انعطاف بالایی در مدل سازی برخوردار است و قادر به پیش بینی انتقال در حالات متنوعی با و بدون در نظر گرفتن نواحی نگهداشت خواهد بود.

این موارد نشان از توانایی چشمگیر مدل ارائه شده در پیش بینی انتقال آلودگی در رودخانه های طبیعی دارد و می توان از مدل ارائه شده برای پیش بینی توزیع غلظت مکانی و زمانی استفاده نمود.

#### پیوست

معادلات استفاده شده در مدل نگهداشت موقت:

که در آن  $A_S$ : مساحت مقطع عرضی ناحیه ی نگهداشت،  $C_L$ : غلظت مادهی حل شده در جریان ورودی جانبی،  $C_S$ : غلظت مادهی حل شده در نگهداشت،  $q_{LIN}$ : دبی در واحد عرض جریان ورودی جانبی،  $\alpha$ : ضریب تبادل ناحیه ی نگهداشت می باشد.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{Q}{A} \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left( AD \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{q_{LIN}}{A} (C_L - C) + \alpha (C_S - C) \\ \frac{dC_S}{dt} = \alpha \frac{A}{A_S} (C - C_S) \end{array} \right.$$

در ضمن مدل ارائه شده هر رودخانه ای با هر ناحیه نگهداشتی را می تواند به خوبی مدل کند. این چنین منحنی هایی، ماندگار شدن آلودگی در نواحی نگهداشت به صورت کوتاه مدت یا طولانی مدت را به خوبی نشان میدهند. بنابراین مدل ارائه شده در تحقیق حاضر را میتوان برای پیشبینی انتقال مادهی آلاینده برای تمام طول رودخانه با و بدون ناحیه ی نگهداشت به کار برد. همچنین مدل ارائه شده نسبت به مدل های ارائه شده پیشین برای پیش بینی انتقال در رودخانه ها با نواحی نگهداشت هم از لحاظ تعداد پارامتر و هم از لحاظ کاربردی برتری دارد.

#### ۴- نتیجه گیری

در این تحقیق مدلی جامع برای حل عددی معادلات جابه جایی-پراکندگی با و بدون لحاظ نواحی نگهداشت موقت در رودخانه ها تدوین گردید تا نواقص موجود در مدل های رایج موجود در زمینه شبیه سازی انتقال آلاینده مرتفع سازد و همچنین از لحاظ کاربردی ساده تر باشد. همچنین تعداد پارامترهای ورودی در مدل برای لحاظ تأثیر ناحیه نگهداشت به حداقل برسد تا استفاده از مدل آسانتر و مدت زمان کالیبراسیون پارامترهای ورودی ناحیه نگهداشت به کمترین مقدار خود برسد.

در این تحقیق با در نظر گرفتن تغییرات شار پراکندگی ماده آلاینده به صورت غیرخطی می توان انتقال در رودخانه هایی که دارای نواحی نگهداشت است را با دقت پیش بینی کرد و مدل ارائه شده در پیشبینی انتقال در رودخانه ها با نواحی نگهداشت نسبت به معادله جابه جایی-پراکندگی دقیقتر عمل خواهد کرد.

با بررسی چگونگی حل معادله ی جابه جایی-پراکندگی برای شبیه سازی غلظت آلاینده با استفاده از یک سری داده فرضی در رودخانه که در بازه هایی از رودخانه شامل ناحیه نگهداشت بود مشاهده شد مقدار تغییرات گرادیان مکانی غلظت در جهت پایبندست رودخانه کاهش پیدا می کند با توجه به این که تبدلاتی بین ناحیه نگهداشت و کانال اصلی صورت می گیرد پس می توان به این نتیجه رسید مقدار شار پراکندگی در این قسمت تغییر خواهد کرد و افزایش خواهد یافت در نتیجه برای شبیه سازی هر چه دقیقتر و ارائه یک مدل واحد برای تمام طول رودخانه، مقدار شار پراکندگی که متأثر از تغییرات گرادیان مکانی غلظت است افزایش یافت و برای تأثیر دادن این افزایش از یک توان استفاده شد با لحاظ توان ذکر شده در ترم پراکندگی و غیرخطی کردن تغییرات این ترم در معادله، تبادل بین ناحیه نگهداشت و کانال اصلی در معادله لحاظ شد در نتیجه با افزایش غلظت پارامتر گرادیان



## منابع

- [1] V. Batu, Applied flow and solute transport modeling in aquifers: fundamental principles and analytical and numerical methods, CRC Press, 2005.
- [2] A.P. Jackman, R.A. Walters, V.C. Kennedy, Low-flow Transport Models for Conservative and Sorbed Solutes, Uvas Creek, Near Morgan Hill, California, US Department of the Interior, Geological Survey, 1984.
- [3] E.M. Valentine, I.R. Wood, Longitudinal dispersion with dead zones, Journal of the Hydraulics Division, 103(9) (1977) 975-990.
- [4] E.M. Valentine, I.R. Wood, Experiments in longitudinal dispersion with dead zones, Journal of the Hydraulics Division, 105(8) (1979) 999-1016.
- [5] E.M. Valentine, I.R. Wood, Dispersion in rough rectangular channels, Journal of the Hydraulics Division, 105(12) (1979) 1537-1553.
- [6] T.J. Day, Longitudinal dispersion in natural channels, Water Resources Research, 11(6) (1975) 909-918.
- [7] R.L. Runkel, K.E. Bencala, Transport of reacting solutes in rivers and streams, in: Environmental hydrology, Springer, 1995, pp. 137-164.
- [8] A. Parsaie, A.H. Haghiabi, Calculation of Longitudinal Dispersion Coefficient and Modeling of Pollution transport in Rivers (Case Study: Severn and Narew Rivers), Water and Soil, 29 (5) (2015) 1070-1085. [in Persian]
- [9] A. Parsaie, A.H. Haghiabi, Computational modeling of pollution transmission in rivers, Applied water science, 7(3) (2017) 1213-1222.
- [10] K.E. Bencala, Simulation of solute transport in a mountain pool-and-riffle stream with a kinetic mass transfer model for sorption, Water Resources Research, 19(3) (1983) 732-738.
- [11] K. Bencala, R. Walters, Simulation of solute transport in a mountain pool-and-riffle stream: A transient storage zone model, Water Resources Research, 19 (1983) 718-724.

فرمولاسیون مدل جابه جایی-پراکندگی بهبود یافته (Modified) (Advection-Dispersion Equation)

به شکل زیر می باشد:

$$(1-\eta+k) \frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - u \frac{\partial C}{\partial x}$$

که در آن  $u$ : سرعت متوسط جریان،  $\eta$ : پارامتری برای لحاظ کردن تأثیر نواحی ماندابی و  $k$ : پارامتری که جذب ماده حل شده را لحاظ می کند می باشند.

مدل جابه جایی-پراکندگی کسری:

$$\frac{\partial(AC)}{\partial t} = -\frac{\partial(QC)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( AD \frac{\partial^\alpha C}{\partial x^\alpha} \right) + AKC + AS$$

معادله های مدل زمان نگهداشت متغیر (Variable Residence

:Time)

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -U \frac{\partial C}{\partial x} + K_S \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{A_{adv} + A_{dif}}{A} \frac{1}{T_V} (C_S - C) + \frac{q_S}{A} C_S$$

$$\frac{\partial C_S}{\partial t} = \frac{1}{T_V} (C - C_S) - \frac{q_S}{A_{adv} + A_{dif}} C_S$$

که در آن  $T_V$ : زمان نگهداشت موقت متغیر ماده حل شده،  $K_S$ : ضریب طولی پراکندگی با صرف نظر از نگهداشت موقت،  $A_{adv}$ : مساحتی از ناحیه نگهداشت موقت با غلظت یکنواخت که جابه جایی غالب است،  $A_{dif}$ : مساحتی از ناحیه نگهداشت موقت که پخشیدگی غالب است و  $q_S$ : نشان دهنده نرخ افزایش یا کاهش آب، ناشی از تبادلات زیر سطحی در واحد عرض کانال می باشد.

- [20] A. Marion, M. Zaramella, A. Bottacin-Busolin, Solute transport in rivers with multiple storage zones: The STIR model, *Water resources research*, 44(10) (2008).
- [21] A. Parsaie, A.H. Haghiabi, Numerical routing of tracer concentrations in rivers with stagnant zones, *Water Science and Technology: Water Supply*, 17(3) (2017) 825-834.
- [22] Jafari H, Mazaheri M, MohammadVali Samani J. Numerical Modeling of Pollutant Transport in Sediments and Non-Uniform Flow Waterways Using Fractional Advection-Dispersion Equation. *water and soil*. 2017 Dec 4; 31 (3): 689-700.[in Persian]
- [23] H. Jung, Modeling of solute transport and retention in Upper Amite River, (2008).
- [24] Z.-Q. Deng, H.-S. Jung, B. Ghimire, Effect of channel size on solute residence time distributions in rivers, *Advances in Water Resources*, 33(9) (2010) 1118-1127.
- [25] Z.Q. Deng, H.S. Jung, Variable residence time-based model for solute transport in streams, *Water resources research*, 45(3) (2009).
- [26] S.C. Chapra, *Surface water-quality modeling*, Waveland press, 2008.
- [27] H. Fischer, E. List, R. Koh, J. Imberger, N. Brooks, *Mixing in inland and coastal waters* Academic Press, New York, (1979) 229-242.
- [28] D. Zwillinger, *Handbook of differential equations*, Gulf Professional Publishing, 1998.
- [29] R.J. Avanzino, G.W. Zellweger, V.C. Kennedy, S.M. Zand, K.E. Bencala, Results of a solute transport experiment at Uvas Creek, September 1972, 2331-1258, US Geological Survey, 1984.
- [12] R.L. Runkel, One-dimensional transport with inflow and storage (OTIS): A solute transport model for streams and rivers, US Department of the Interior, US Geological Survey, 1998.
- [13] S.K. Singh, Treatment of stagnant zones in riverine advection-dispersion, *Journal of Hydraulic Engineering*, 129(6) (2003) 470-473.
- [14] M. Barati Moghaddam, M. Mazaheri, J. MohammadVali Samani, A comprehensive one-dimensional numerical model for solute transport in rivers, *Hydrology and Earth System Sciences*, 21(1) (2017) 99-116.
- [15] Barati Moghaddam M, Mazaheri M, MohammadVali Samani J. Numerical Solution of Advection-Dispersion Equation with Temporal Conservation Zones in Case of Unsteady Flow in Irregular Sections. *Journal of Science And Irrigation Engineering*.2015;40(1): 99-117.[in Persian]
- [16] S. Wallis, R. Manson, Sensitivity of optimized transient storage model parameters to spatial and temporal resolution, *Acta Geophysica*, 67(3) (2019) 951-960.
- [17] Z.-Q. Deng, V.P. Singh, L. Bengtsson, Numerical solution of fractional advection-dispersion equation, *Journal of Hydraulic Engineering*, 130(5) (2004) 422-431.
- [18] S. Kim, M.L. Kavvas, Generalized Fick's law and fractional ADE for pollution transport in a river: Detailed derivation, *Journal of Hydrologic Engineering*, 11(1) (2006) 80-83.
- [19] S.K. Singh, Comparing three models for treatment of stagnant zones in riverine transport, *Journal of irrigation and drainage engineering*, 134(6) (2008) 853-856.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

M. Faraji, M. Mazaheri, J. Mohammad Vali Samani, *Presentation of a New Method in Mathematical Modeling of Pollutant Transport in Rivers with Storage Zones*, *Amirkabir J. Civil Eng.*, 53(9) (2021) 3933-3946.

DOI: 10.22060/ceej.2020.18146.6787

