

Amirkabir Journal of Civil Engineering

Amirkabir J. Civil Eng., 53(10) (2022) 951-954 DOI: 10.22060/ceej.2020.18320.6833

Discrete Element Method Simulation of Dynamic Behavior of Granular Materials

N. Mahbubi Motlagh, A. R. Mahboubi Ardakani*, A. Noorzad

Faculty of Civil, Water and Environmental Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

ABSTRACT: The granular soil has a complex macroscopic response under seismic loading. Due to the many uses of the results of cyclic triaxial tests, the numerical modeling of these tests is needed to facilitate the prediction of soil behavior and reducing the cost of laboratory tests. The aim of the present research is to evaluate the ability of the discrete element method to investigate the dynamic behavior of sand by simulating a number of drained stress-controlled cyclic triaxial tests under three-dimensional conditions. In addition, the effect of parameters such as the number of loading cycles, soil relative density, cyclic stress ratio, particle shape and loading paths on the dynamic properties of soil (shear modulus and damping ratio) is also considered. The results indicate that numerical simulation by the discrete element method can accurately represent the variations of soil dynamic properties with the considered variables. The comparison of experimental results from the literature and numerical models carried out in this study shows that the rate of decreasing in shear modulus and increasing in damping ratio of the samples with non-spherical particles with shear strain is higher in the given cyclic stress ratio and porosity. The cyclic stress ratio does not significantly affect the shear modulus, damping ratio and the coordinate number of samples. The coordinate number of the sample with spherical and nonspherical particles (e=0.3) is obtained 7.7 and 6.4, respectively, at the end of the simulation test. In the same condition, the samples with non - spherical particles have undergone more deformations.

1. INTRODUCTION

In the development of geotechnical engineering, the evaluation of static and cyclic behavior of soils is one of the most important attempts of researchers. Determining the shear modulus and damping ratio and variation of these parameters with shear strain is one of the most important measures to study the response of soil layers under dynamic loading. The influence parameters on the maximum shear modulus, shear modulus and damping ratio are confining stress, the number of cycles or strain history, corrosion, fine content, relative density, loading frequency, drainage conditions, loading path, anisotropy, soil type, particle shape, plasticity index and testing device.

Since dynamic tests on different materials often require a lot of time and money, numerical simulations can be considered as a suitable solution to predict the behavior of materials. Experimental tests can be numerically modeled by the discrete element method (DEM). This method was first proposed by Cundall and Strack [1] to evaluate the mechanism of the granular material at the particle scale.

In recent years, DEM simulations have been used to evaluate the cyclic behavior of granular soils [2-8].

2. METHODOLOGY

The stress-controlled cyclic triaxial tests were conducted

*Corresponding author's email: a_mahboubi@sbu.ac.ir

Review History:

Received: Apr. 29, 2020 Revised: Jun. 11, 2020 Accepted: Jul. 24, 2020 Available Online: Aug. 22, 2020

Keywords:

Granular soils Cyclic tests Dynamic properties Particle shape Discrete element method simulations

on cylindrical specimens (70 mm in diameter and 140 mm in height) containing poorly graded sand at a relative density of 61%, under cyclic stress ratios of 0.2 and 0.4 at a frequency of 1 Hz and confining pressure of 100 kPa by Kumar et al. [9]. Samples were simulated as a set of particles in a cylindrical mold with a diameter of 15 and a height of 30 mm randomly and dryly at void ratios of 0.3 and 0.6 in the PFC^{3D} software [10]. The lateral boundaries of the sample were considered as a flexible membrane, and the top and bottom platen were rigid, frictionless plates. The contact model between the particles was linear. The cyclic triaxial test consists of two stages of consolidation and cyclic shearing. Isotropic consolidation was performed incrementally by applying confining pressure of 100 kPa on the top platen and lateral boundaries. During the test, confining pressure was controlled continuously. Since the test was simulated stress controlled, in the cyclic shear stage, the top platen moved downward and upward sinusoidally to apply the axial load in different cycles. Two cyclic stress ratios (CSR) of 0.2 and 0.4 were used to apply axial cyclic loads. For modeling of non-spherical particles, clumps were used. In the calibration process, the micromechanical parameters of particles in the numerical analysis were determined by comparing the results of laboratory tests in the literature and DEM models. Several simulations were performed by trial and error to calibrate sand samples.

Copyrights for this article are retained by the author(s) with publishing rights granted to Amirkabir University Press. The content of this article is subject to the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY-NC 4.0) License. For more information, please visit https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode.



Fig. 1. Variation of shear modulus with shear strain for spherical (a) and non-spherical (b) particles specimens



Fig. 2. Variation of damping ratio with shear strain for spherical (a) and non-spherical (b) particles specimens

3. RESULTS AND DISCUSSION

The results of cyclic triaxial test simulations show that obtained hysteresis loops gradually inclined to the horizontal axis with the number of cyclic loading. As the number of cycles increases, samples were weakened slowly and more deformations were occurred in the samples due to the load.

Variation of shear modulus and damping ratio with shear strain for spherical and non-spherical specimens at void ratios (0.3 and 0.6) under confining pressure of 100 kPa and different CSR (20 and 40%) are shown in "Figures 1 and 2", respectively.

From Figure 1, the shear modulus decreases with shear strain. This reduction is about 75 to 90% for spherical and non-spherical samples at different void ratios and CSRs. The degradation shear modulus with strain is observed in all simulations of this study. Relative density affects shear modulus. In a given shear strain, the shear modulus of the denser sample is greater. CSR has an insignificant effect on the samples' shear modulus. The reduction rate of shear modulus with shear strain for denser samples is higher (about 3 times). At the same void ratio and CSR, reduction shear modulus for non-spherical samples is faster, but the shear strain in which shear modulus begins to decrease is near the same. According to Figure 2, the damping ratio of all samples increases with shear stain and is put in the range of 6 to 24% and 13 to 43% for spherical and non-spherical samples, respectively. The increase in damping ratio with shear strain for non-spherical samples is higher in the same void ratio and CSR. The rate of growth of damping ratio with strain is lower for denser samples. CSR has an insignificant effect on the samples' damping ratio. The shear modulus of samples with elliptical particles is more than spherical particles; because there is a better interlocking between the non-spherical particles. Also, the damping ratio of non-spherical samples is higher. The breakage of grains consumes a large amount of energy. Therefore, in angular particles, with the failure of sharp parts, the damping ratio increases.

The number of particle contacts at the end of the cyclic shearing stage is higher in the sample with spherical particles than in non-spherical particles. The coordinate number of spherical and non-spherical samples (in a void ratio of 0.3) at the end of the test was obtained 7.7 and 6.4, respectively. The cyclic stress ratio does not have a significant effect on the coordinate number in the samples. The maximum magnitude of the contact forces at the end of the test in a sample consists of spherical particles is much less (0.04 times) than non-spherical particles. The maximum deformation in samples at CSR of 40% is almost twice that of samples at CSR of 20%. At the same conditions, the sample with non-spherical particles is more deformed than spherical.

4. CONCLUSIONS

In general, the purpose of laboratory tests in soil mechanics is to identify the behavior of materials and determine the reaction of soil to applied forces. The numerical modeling laboratory test is necessary to understand the underlying processes that occur during seismic loading in soil. The comparison between the numerical results and the laboratory results confirms the validity of the numerical models.

This paper shows the ability of the discrete element method in the evaluation of the effects of different parameters on the dynamic properties of granular materials in certain ranges of shear strain. As the number of loading cycles increases, the hysteresis loops obtained from the numerical simulations gradually tend to the horizontal axis (decreasing the slope of the loops) which is consistent with the experimental results. The maximum tensile and compressive strengths of the specimens are approximately equal to each other in the simulation stress-controlled cyclic triaxial test. Variation of shear modulus and damping ratio with shear strain from numerical simulations for spherical and nonspherical specimens are similar to experimental tests. The shear modulus is affected by the initial void ratio. The shear modulus of the specimens increases with relative density; however, the initial void ratio does not have a significant effect on the damping ratio of the samples. The rate of growth of damping ratio with strain is lower for denser samples. CSR has an insignificant effect on the samples' shear modulus and damping ratio. The shear modulus and damping ratio of specimens with elliptical particles are more than spherical particles; because there is a better interlocking between the particles.

Finally, it can be said that PFC^{3D} software, as a virtual laboratory, can model cyclic triaxial tests properly and make it possible to achieve the effects of different parameters on the test results. The behavior of grain materials under non-uniform cyclic load can also be studied by the discrete element method.

REFERENCES

- Cundall, P. A. and Strack, O. D., 1979. "A discrete numerical model for granular assemblies". *Geotechnique*, 29(1), pp. 47–65.
- [2] O'Sullivan, C., Cui, L., and O'Neill, S. C., 2008.
 "Discrete element analysis of the response of granular materials during cyclic loading". *Soils and Foundations*, 48(4), pp. 511–530.
- [3] Sitharam, T. and Vinod, J. S., 2010. "Evaluation of shear modulus and damping ratio of granular materials using discrete element approach". *Geotechnical and Geological Engineering*, 28(5), pp. 591–601.
- [4] In proceedings, Vinod, J. S., Indraratna, B., and Sitharam, T. G., 2013. "DEM modelling of granular materials during cyclic loading". In International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering, Chicago, Illinois, May 03, 2013.
- [5] In Proceedings, Manne, A., and satyam, N., 2014. "Effect of particle size on the shear modulus of granular soil". In Proceedings of Indian Geotechnical Conference, Kakinaba, India, December 18-20, 2014.
- [6] Nguyen, N. S., François, S., and Degrande, G., 2014. "Discrete modeling of strain accumulation in granular soils under low amplitude cyclic loading". *Computers* and Geotechnics, 62, pp. 232–243.
- [7] Phusing, D., and Suzuki, K., 2015. "Cyclic behaviors of granular materials under generalized stress condition using DEM". *Journal of Engineering Mechanics*, 141(10), pp. 4015–034.
- [8] Jiang, M., Zhang, A., and Li, T., 2019. "Distinct element analysis of the microstructure evolution in granular soils under cyclic loading". *Granular Matter*, 21(2), pp. 39– 50.
- [9] In Proceedings, Kumar, S. S., Krishna, A. M., and Dey, A., 2015. "Cyclic response of sand using stress controlled cyclic triaxial tests". In Proceedings of 50th India Geotechnical Conference, Pune, Maharashtra, India, December 17-19, 2015.
- [10] Itasca Consulting group Inc. 2018. Particle Flow Code in Three Dimensions (PFC^{3D}). Version 6.00. Minneapolis, USA

HOW TO CITE THIS ARTICLE

N. Mahbubi Motlagh, A. R. Mahboubi Ardakani^{*}, A. Noorzad, Discrete Element Method Simulation of Dynamic Behavior of Granular Materials, Amirkabir J. Civil Eng., 53(10) (2022) 951-954.



DOI: 10.22060/ceej.2020.18320.6833

This page intentionally left blank

نشريه مهندسي عمران اميركبير



شبیه سازی رفتار دینامیکی مصالح دانه ای به روش اجزای منفصل

نازنین محبوبی مطلق، احمدرضا محبوبی اردکانی*، علی نورزاد

دانشکده مهندسی عمران، آب و محیط زیست، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

خلاصه: خاک های دانه ای، پاسخ های ماکروسکوپیک پیچیده ای تحت بار گذاری های لرزه ای دارند. با توجه به کاربردهای فراوان نتایج حاصل از آزمایش سه محوری دینامیکی، نیاز به مدل سازی عددی این آزمایش برای سهولت در پیش بینی رفتار خاک ها و کاهش هزینه های انجام آزمون های آزمایشگاهی احساس می شود. هدف از انجام این پژوهش، ارزیابی توانایی روش اجزای منفصل در مطالعه رفتار دینامیکی ماسه به کمک شبیه سازی تعدادی آزمایش سه محوری دینامیکی زهکشی شده تنش کنترل در شرایط سه بعدی می باشد. همچنین تاثیر پارامترهایی نظیر تعداد سیکل های بارگذاری، تراکم نسبی خاک، نسبت تنش تناوبی اعمال شده، شکل ذرات و نحوه بارگذاری بر ویژگی های دینامیکی خاک دانه ای (مدول برشی و نسبت میرایی) نیز در این مطالعه مد نظر قرار گرفته است. نتایج نشان می شود که شبیه سازی عددی به روش اجزای منفصل می تواند تغییرات ویژگی های دینامیکی خاک نسبت به متغیرهای در نظر گرفته شده را با دقت قابل روش اجزای منفصل می تواند تغییرات ویژگی های دینامیکی خاک نسبت به متغیرهای در نظر گرفته شده را با دقت قابل دهد که در نسبت تنش تناوبی و تخلخل یکسان، نرخ کاهش مدول برشی و افزایش نسبت میرایی با کرنش برشی برای نمونه ها با ذرات غیر کروی بیشتر از ذرات کروی است. نسبت تنش تناوبی اعمالی تاثیر قابل توجهی بر مدول برشی، نسبت میرایی و متوسط تعداد تماس ها در نمونه ها ندارد. متوسط تعداد تماس ها در نمونه با ذرات غیر کروی و غیر کروی (در نسبت تخلخل ۲/۰) در انتهای آزمایش به ترتیب ۷/۷ و ۶/۶ به دست آمده است. در شرایط یکسان، نمونه با ذرات غیر کروی دی خر تغییر شکل بیشتری شده است.

تاریخچه داوری: دریافت: ۱۳۹۹/۰۲/۱۰ بازنگری: ۱۳۹۹/۰۳/۲۲ پذیرش:۱۳۹۹/۰۵/۰۳ ارائه آنلاین:۱ ۱۳۹۹/۰۶/۰۱

کلمات کلیدی: خاک های دانه ای آزمایش های سیکلی ویژگی های دینامیکی شکل ذرات شبیه سازی به روش اجزای منفصل

۱–مقدمه

در مسیر توسعه مهندسی ژئوتکنیک، مطالعه رفتار استاتیکی و دینامیکی خاک ها یکی از مهم ترین فعالیت های محققین می باشد؛ چرا که اولین و مهم ترین عامل پایداری سازه ها در زمینه ژئوتکنیکی، عامل مقاومت و تغییر شکل پذیری است. از سوی دیگر، نیروی زلزله مهم ترین نیروی وارد بر بدنه سازه های خاکی می باشد. با توجه به اینکه هر ساله در نقاط مختلف جهان و از جمله در کشور ما، هزینه های هنگفتی برای اجرای پروژه های خاکی صرف می گردد، دقت و توجه هر چه بیشتر در امر طراحی و اجرای این پروژه ها *نویسنده عهدهدار مکاتبات: a_mahboubi@sbu.ac.ir

ضروری به نظر می رسد. جهت دستیابی به طراحی بهینه و ایمن، اولین گام، شناخت رفتار واقعی مصالح در حین اعمال بارهای زلزله است. استفاده از هر مدل یا روش تحلیلی برای توصیف یک نهشته خاکی و تعیین عکس العمل لرزه ای آن نیازمند محاسبه خصوصیات تنش – کرنش و میزان انرژی جذب شده خاک می باشد.

در رابطه با رفتار خاکها تحت بارهای دینامیکی، به دلیل پیچیدگی مسائل، گستردگی و وسعت موضوعات، علیرغم مطالعات، تحقیقات و کارهای مختلفی که تا به حال صورت گرفته و دستاوردهای ارزشمند و راه گشایی که در بر داشته است، هنوز زمینه های بسط مطالعات، تبیین روش ها و گسترش تحقیقات به منظور آشنایی بیشتر

رفتار واقعی خاک ها کاملا احساس می شود و قطعا با پیشرفت در این زمینه، شناخت و اطلاعات دقیق تری به دست خواهد آمد.

آزمایش سه محوری تناوبی از پرکاربردترین آزمون های آزمایشگاهی برای ارزیابی مقاومت دینامیکی خاک ها می باشد. تعیین مدول برشی و نسبت میرایی و تغییرات این پارامتر ها با کرنش برشی یکی از مهم ترین اقدامات برای مطالعه پاسخ لایه های خاک به بارهای دینامیکی است. ارزیابی صحیح این پارامترها هم برای درک اساسی از رفتار خاک و هم برای استفاده در تحلیل مسائل عملی ژئوتکنیک لرزه ای از اهمیت بالایی برخوردار است. پارامترهای موثر بر مدول کننده، تعداد سیکل یا تاریخچهٔ کرنش، دست خوردگی، درصد ریزدانه، درصد شن، دانسیته نسبی، فرکانس بارگذاری، شرایط زهکشی، شکل بارگذاری، ناهمسانی، نوع خاک، شکل دانه ها، مقدار شاخص خمیری و حتی دستگاه انجام آزمایش.

از آنجایی که انجام آزمایش های دینامیکی بر روی مصالح مختلف اغلب نیازمند صرف هزینه و زمان زیادی می باشد، شبیه سازی های عددی می تواند به عنوان راهکاری مناسب برای پیش بینی رفتار مصالح به حساب آید. آزمایش های تجربی می توانند با روش اجزای منفصل به صورت عددی مدل سازی شوند. این روش نخستین بار توسط کاندال و استرک^۱ [۱] برای ارزیابی سازوکار مصالح دانه ای در مقیاس ذره پیشنهاد شد. روش اجزای مجزا یا به اختصار DEM^۲ به عنوان یک روش جدید می تواند رفتار مصالح دانه ای را به روش واقع گرایانه و بدون تحمیل مدل های رفتاری پیچیده پیش بینی نماید [۴–۲]. توسعه چنین روش های مدل سازی پیشرفته و کارآمدی که توانایی تجزیه و تحلیل رفتار دینامیکی مصالح دانه ای را داشته باشند، یکی

خاک های دانه ای در موقعیت های متفاوتی بارهای سیکلی را تجربه می کند؛ مانند ترافیک، باد، امواج و تراکم. تلاش های قابل توجهی جهت تعیین خواص دینامیکی خاک ها به صورت تجربی توسط محققین مختلف صورت گرفته است. اولین مطالعات مربوط به پاسخ دینامیکی خاک ها به حدود ۸۰ سال پیش باز می گردد که آیدا ³ [۶ و ۵] با انجام آزمایش ستون تشدید تحت فشار محصور کننده بسیار

پایین، رفتار دینامیکی خاک را بررسی کرد. در سال ۱۹۷۶، ایواساکی، تتسوکا و تکاگی ۲ [۷] با انجام آزمایش های ستون تشدید و برش سیکلی پیچشی روی ماسه تویورا، مدول برشی و ارتباط آن با کرنش را مطالعه کردند. کوکوشو^۵ [۸] با انجام آزمایش سه محوری سیکلی در شرایط زهکشی نشده بر روی نمونه هایی از ماسه تویورا (نمونه به قطر ۵۰ و ارتفاع ۱۰۰ میلیمتر) گزارش کرد که تعداد سیکل های بارگذاری تاثیر کمی بر مدول برشی و نسبت میرایی نمونه ها دارد. با افزایش کرنش برشی، مدول برشی کاهش و نسبت میرایی افزایش می یابد. نسبت تخلخل نمونه ها نیز تاثیر کمتری بر مدول برشی و نسبت میرایی آن ها دارد. کوکوشو و اساشی² [۹] جهت محاسبه خواص دینامیکی مصالح درشت دانه، مطالعات جامعی با استفاده از دستگاه سه محوری سیکلی قطر بزرگ انجام دادند. نمونه هایی به قطر ۳۰۰ و ارتفاع ۶۰۰ میلیمتر از مصالح شنی شکسته و گردگوشه تهیه کردند. مشاهده گردید که مدول برشی اولیه نمونه حاوی شن شکسته، حدود ۴۰ درصد بیشتر از شن گردگوشه است. مدول برشی اولیه مصالح درشت دانه تا حدود زیادی تابع شکل ذرات است؛ به این صورت که سنگ خرد شده گوشه دار بزرگترین مدول برشی اولیه و شن گردگوشه، کوچکترین مدول برشی اولیه را دارد. جعفری و جعفرزاده^۷ [۱۰] اثر تنش همه جانبه بر خصوصیات دینامیکی ماسه بابلسر را بررسی کردند. نتایج آزمایش ها نشان داد که با افزایش تنش همه جانبه، مدول برشی افزایش و نسبت میرایی کاهش یافته است. همچنین نشان داده شد که با افزایش تعداد سیکل های بارگذاری، مدول برشی کاهش پیدا می کند. میدانی^ و همکاران [۱۱] به منظور ارزیابی رفتار سیکلی مخلوط شن- رس، ۵۱ آزمایش سه محوری تک سویه و دو سویه (روی نمونه ها با درصدهای اختلاط متفاوت از شن و رس تحت فشارهای همه جانبه مختلف انجام دادند. از دو نوع شن گردگوشه و تیزگوشه در نمونه ها با درصد شن یکسان استفاده شد تا اثر شکل ذرات نیز روی رفتار سیکلی مخلوط ها تعیین گردد. جعفریان (و همکاران [۱۲] به مطالعه مدول برشی ماسه کربناتی بوشهر با استفاده از آزمایش های ستون تشدید و سه محوری سیکلی

5 Kokusho

- 8 Meidani
- 9 Monotonic
- 10 Cyclic
- 11 Jafarian

¹ Cundall & Strack

² Distinct Element Method

³ Iida

⁴ Iwasaki, Tatsuoka & Takagi

⁶ Kokusho & Esashi7 Jafari & Jafarzadeh



[۲۴] شکل ۱. منحنی توزیع اندازه ذرات Fig. 1. Particle size distribution curve

است. مشاهده می شود که نسبت میرایی تحت تاثیر تعداد سیکل ها، فشار همه جانبه اولیه، دانه بندی و مسیر تنش است؛ در حالی که مدول برشی نیز به فشار همه جانبه اولیه، نسبت تخلخل، دانه بندی و ناهمسانی اولیه بستگی دارد. وینود و همکاران [۱۷] نشان دادند که روش اجزای منفصل (نرم افزار تروبال^۵) قابلیت شبیه سازی رفتار دینامیکی مصالح دانه ای مشابه با شرایط آزمایشگاهی را دارد. آن ها از ۱۰۰۰ ذره کروی شکل با قطر بین ۲/۲ تا ۲ میلیمتر و مدل تماس خطی نیرو- جابجایی برای شبیه سازی آزمایش سه محوری سیکلی زهکشی نشده کرنش کنترل با فرکانس ۱/۴۲ هرتز استفاده کردند. مان و ساتیام [۱۸] برای درک رفتار خاک های دانه ای (ماسه) تحت بارهای سیکلی، آزمایش سه محوری دینامیکی را به صورت سه بعدی روی ذرات کروی شکل با DEM (نرم افزار PFC^{3D}) مدل سازی کردند. نتایج تحلیل ها نشان می دهد که در فشار همه جانبه و بار محوری سیکلی معین، نمونه با ذرات یکنواخت، مقاومت بیشتری در مقابل گسیختگی، نسبت به نمونه با توزیع غیریکنواخت ذرات دارد. نتایج یژوهش مان و ساتیام [۱۹] مشخص می کند که مدول برشی به نسبت تخلخل خیلی وابسته نیست و حداکثر مدول برشی با افزایش ضریب یکنواختی ذرات کاهش می یابد. نگوین^۷ و همکاران [۲۰] آزمایش سه محوری سیکلی تنش کنترل در دامنه ها و فرکانس های مختلف روی نمونه های مکعبی را مدل سازی کردند. فیوسینگ و سوزوکی^ [۲۱] رفتار مصالح دانه ای را تحت مسیرهای تنش سیکلی متفاوت بررسی کردند. این نتایج تایید می کند که رفتار سیکلی خاک

پرداختند. آن ها دریافتند که افزایش فشار محدود کننده میانگین و همچنین دانسیته نسبی، افزایش مدول برشی خاک را به دنبال دارد.

توجه به هزینه بر و زمان بر بودن آزمایش های دینامیک خاک، توسعه مدلی که بتواند رفتار خاک های دانه ای تحت بارهای سیکلی را به طور موفقیت آمیزی تصویر کند، یک چالش بزرگ است. به عنوان مثال مدل توسعه یافته توسط نوس و همکاران [۱۳] بر اساس روش اجزای محدود توانست با دقت مناسبی رفتار ماسه تحت بارهای سیکلی را پیش بینی کند. در سال های اخیر، مدل سازی به کمک روش اجزای منفصل به منظور ارزیابی رفتار سیکلی خاک های دانه ای مورد استفاده قرار گرفته است. به عنوان مثال، سیتارام [۱۴] برای درک اثر بارگذاری سیکلی روی پاسخ خاک دانه ای، آزمایش های دو محوری سیکلی با دامنه کرنش ثابت روی مجموعه ای از ذرات در قالب مکعبی شکل (به صورت متراکم و غیر متراکم) در دو حالت زهکشی شده و نشده را شبیه سازی کرد. اوسولیوان^۳ و همکاران [۱۵] تعدادی آزمایش سه محوری سیکلی در حالت کرنش کنترل با دامنه های کرنش متفاوت بر روی مصالح دانه ای ایده آل (ذرات کروی فولادی) برای مطالعه پاسخ های میکرو و ماکروسکوپیک مصالح را مدل سازی نمودند. در مطالعه سیتارام و وینود ٔ [۱۶]، اثر پارامترهای مختلف مانند تعداد سیکل های بارگذاری، فشار همه جانبه، نسبت تخلخل، دانه بندی، ناهمسانی اولیه و مسیر تنش بر ویژگی های دینامیکی مصالح دانه ای کروی شکل (مانند مدول برشی و نسبت میرایی) در محفظه مکعبی با استفاده از روش اجزای منفصل بررسی شده

⁵ TRUBAL

⁶ Manne & Satyam

⁷ Nguyen 8 Pushing&

⁸ Pushing& Suzuki

¹ Navas

² Sitharam

³ O'Sullivan4 Sitharam & Vinod



شکل ۲. نمودار تنش انحرافی (الف) و کرنش محوری (ب) در مقابل تعداد سیکلها [۲۴] Fig. 2. Deviatoric stress (a) and axial strain (b) versus of number of cycles curves

اندازه متوسط ذارت	ضریب یکنواختی	ضريب انحنا	زاویه اصطکاک داخلی	چگالی ویژه	وزن مخصوص خشک حداکثر	وزن مخصوص خشک حداقل	نوع خاک
D ₅₀ (mm)	C_u	Cc	φ (°)	Gs	γ _{Max} (kN/m ³)	γ_{Min} (kN/m ³)	
۰ /۲ ۱	١/۴٧	١/• ٩	۴۰	۲/۷	١۶/٨۴	۱۳/۸۵	SP

جدول ۱. ویژگیهای فیزیکی خاک [۲۴] Table 1. Physical properties of soil

مختلف که در بالا بیان شد، از نمونه های مکعبی و شرایط مدل سازی دو بعدی استفاده شده است. شبیه سازی های بسیار معدودی در حالت سه بعدی انجام گرفته است. فقط اوسولیوان و همکاران [۱۵] نمونه استوانه ای شکل با مرزهای تناوبی در نظر گرفتند. در همه مطالعات، برای ساده سازی از ذرات کروی شکل استفاده شد که این ساده سازی ها، تصویر دقیقی از رفتار سیکلی خاک فراهم نمی کند. به منظور رفع نقایص مطرح شده و پیشرفت در شبیه سازی آزمایش های آزمایشگاهی با روش اجزای منفصل، در این پژوهش، نمونه استوانه ای حاوی ذرات کروی و بیضوی شکل با مرزهای جانبی انعطاف پذیر در شرایط سه بعدی تحت آزمایش سه محوری سیکلی زهکشی شده تنش کنترل مدل سازی و با نتایج آزمایش های تجربی انجام شده توسط سایر محققین مقایسه و کالیبره شد. سپس پارامترهایی مانند مدول برشی و نسبت میرایی برای نمونه های شبیه سازی شده، محاسبه

دانه ای می تواند به طور موفقیت آمیزی توسط DEM مدل سازی شود. تعدادی آزمایش سه محوری سیکلی در شرایط زهکشی شده روی نمونه هایی با تراکم های نسبی اولیه متفاوت به کمک روش DEM شبیه سازی شد تا ویژگی های میکروسکوپیک خاک های دانه ای تحت بار سیکلی ارزیابی گردد [۲۲]. ان جی او و ایندراراتنا ۲ [۲۴] با ترکیب آزمایش های سه محوری سیکلی بزرگ مقیاس روی نمونه هایی از بالاست^۳ به قطر ۳۰۰ و ارتفاع ۶۰۰ میلیمتر با تغییر فرکانس در محدوده ۱۰ تا ۴۰ هرتز و مدل های محاسباتی (ترکیب روش اجزای محدود و اجزای مجزا)، رفتار مصالح با در نظر گیری شکست ذرات تحت بارهای دینامیکی را مطالعه کردند.

در بیشتر شبیه سازی های DEM انجام شده توسط محققین

¹ Ngo

Indraratna 2 3

Ballast



شکل ۳. مدل تماسی خطی Fig. 3. Linear contact model

گردید و به بررسی تاثیر عواملی مانند تعداد سیکل های بارگذاری، تراکم نسبی نمونه خاک، نسبت تنش تناوبی اعمال شده، شکل ذرات و نحوه بارگذاری بر این ویژگی های دینامیکی پرداخته شد.

۲-مواد و روش ها

سال های متمادی است که آزمایش سه محوری به منظور اندازه گیری پارامترهای مقاومت برشی و همچنین بررسی و تعیین خصوصیات تنش – تغییرشکل خاک ها مورد استفاده قرار گرفته است. در این بخش، ابتدا به معرفی مصالح و نحوه انجام آزمایش های سه محوری سیکلی توسط کومار^۱ و همکاران [۲۴] (در زیربخش ۲–۱) پرداخته شده و در زیربخش ۲–۲، نحوه شبیه سازی آزمایش ها به روش اجزای منفصل و کالیبراسیون آن آورده شده است.

۲-۱-آزمایش های تجربی

آزمایش های سه محوری سیکلی تنش کنترل بر روی نمونه های استوانه ای شکل (به قطر ۷۰ میلی متر و ارتفاع ۱۴۰ میلی متر) حاوی

ماسه در تراکم نسبی ۶۱ درصد، تحت نسبت تنش تناوبی^۲ ۲/۲ و ۴/۴ در فرکانس بارگذاری ۱ هرتز و فشار همه جانبه ۱۰۰ کیلوپاسکال توسط کومار و همکاران [۲۴] انجام شده است. توزیع اندازه ذرات در نمونه ها و سایر ویژگی های فیزیکی مربوط به خاک مورد آزمایش به ترتیب در شکل ۱ و جدول ۱ آورده شده است.

نتایج حاصل از آزمایش ها به صورت نمودار تنش انحرافی و کرنش محوری در مقابل تعداد سیکل ها در نسبت تنش تناوبی ۰/۴ در شکل ۲ نشان داده شده است.

۲-۲-شبیه سازی ها به روش اجزای منفصل

روش DEM امکان بررسی پارامترهای میکرو و توضیح اثر آن ها در پیش بینی رفتار ماکروسکوپیک مجموعه ذرات خاک را فراهم می کند [۲۵]. از معمول ترین نرم افزارهایی که بر اساس این روش توسعه پیدا کرده اند، می توان به نرم افزار PFC^{3D} اشاره کرد. در این پژوهش نیز برای شبیه سازی آزمایش سه محوری سیکلی از نرم افزار PFC^{3D} (نسخه ۶) استفاده شده است [۲۶]. نمونه ها به صورت مجموعه ای از ذرات با دانه بندی مشخص شده در شکل ۱ در قالب

¹ Kumar

² Cyclic Stress Ratio (CSR)



شکل ۴. نمونه ماسهای شبیهسازی شده در یک سیکل بارگذاری کامل Fig. 4. The simulated sand specimen in a single load cycle

تطابق بیشتر با شرایط محیط آزمایشگاهی از مرزهای انعطاف پذیر به جای مرز جانبی صلب استفاده شده است. استفاده از مرزهای غشایی انعطاف یذیر به مدل اجازه می دهد که تغییر شکل های ناشی از توسعه نواحی برشی را با دقت مناسبی نشان دهند. مرزهای استفاده شده در این پژوهش به صورت دیواره های تغییر شکل پذیر که یک محیط استوانه ای شکل را فراهم کرده اند، در نظر گرفته شد. صفحات بالایی و پایینی نمونه به صورت صفحات صلب بدون اصطکاک لحاظ شد. آزمایش سه محوری سیکلی شامل دو مرحله تحکیم و برش سیکلی است. تحکیم همسان با اعمال فشار همه جانبه ۱۰۰ کیلوپاسکال به صفحه بالایی و دیواره های غشایی نمونه در قالب نموی انجام پذیرفت. فشار همه جانبه در حین آزمایش دائما کنترل شد (این کار با بهره گیری از الگوریتم سروکنترل انجام شد). از آنجایی که آزمایش به صورت تنش کنترل شبیه سازی شد، در مرحله برش سیکلی، صفحه بالایی برای اعمال بار محوری در سیکل های مختلف به شکل سینوسی به سمت پایین و بالا حرکت کرد، این کار نیز با استفاده از الگوریتم سروکنترل، ضمن ثابت نگه داشتن تنش شعاعی به عنوان تنش محصور کننده (با کنترل حرکت دیواره های جانبی)،

استوانه ای شکل به قطر ۱۵ و ارتفاع ۳۰ میلیمتر به صورت تصادفی و خشک در نسبت های تخلخل ۲/۳ و ۱۶۶ تولید شدند. مدل تماس بین ذرات به صورت خطی در نظر گرفته شد. شایان ذکر است که مدل تماس خطی از مولفه های فنر و میراگر به صورت موازی به يكديگر تشكيل شده است كه فنرها رفتار اصطكاكي الاستيك خطي و میراگرها رفتار ویسکوزیته را مدل می کنند (شکل ۳). در این مدل، لنگر تماسی منتقل نمی شود و فقط انتقال نیرو صورت می گیرد. مولفه های نیروی نرمال و مماسی در یک سطح تماس کوچک به طور مجزا محاسبه می شوند. نیروی نرمال تماسی (فشاری (F_n)) بین دو ذره در لحظه معین، به صورت حاصل ضرب سختی نرمال تماسی در فاصله همیوشانی (U_n) محاسبه می شود (ارتباط خطی بین (K_n) نیرو و همپوشانی). نمو نیروی مماسی تماسی (dF ٍ n) به صورت خطی (با سختی برشی تماس (K_s)) به جابجایی نسبی (U_s) مرتبط شده و در هر گام محاسباتی به مقدار نیروی مماسی به دست آمده در گام قبلی (F ⁿ⁻¹) اضافه می شود. بزرگی نیروی مماسی محاسبه شده به یک مقدار حاصل از ضرب ضریب اصطکاک µ در نیروی نرمال محدود می شود.

در تحقيقات اخير، جهت نيل به شبيه سازي دقيق آزمايش ها و

¹ Servo control

نسبت تنش تناوبی (CSR)	نسبت تخلخل (e)	شكل ذرات	نوع بارگذاری	
۰/۴ — ۰/۲	• / 8- • / 4	کروی	سيكلى يكنواخت	
		بيضوى		
_	• /٣	كروى		
	/ 1	بيضوى	سيمنى غيريمنواحف	

جدول ۲. برنامه شبیهسازیهای انجام شده Table 2. DEM simulations of triaxial test program

جانبی انعطاف پذیر در یک سیکل بار گذاری کامل در شکل ۴ مشخص شده است.

برای مدل سازی مناسب رفتار توده ذرات، بهتر است تا حد امکان شکل ذرات مدل شده به واقعیت نزدیک باشد. روش های مختلفی برای ارائه اشکال واقعی ذرات در فضای سه بعدی فراهم شده است که رایج ترین آن ها روش خوشه ای^۱ است. در این پژوهش، با استفاده از مجموعه کره هایی که با یکدیگر همپوشانی دارند و به یکدیگر به صورت صلب متصل شده اند و یک جسم یکپارچه را تشکیل داده اند، ذرات بیضوی مدل سازی شده است. شکل ۵ نمونه ای از ذره کروی و بیضوی شکل را نشان می دهد.

برنامه شبیه سازی های انجام شده در جدول ۲ خلاصه شده است.

در این میان، هر چه خصوصیات مصالح انتخاب شده در شبیه سازی ها به شرایط واقعی نزدیک تر باشد، نتایج عددی با نتایج آزمایش های تجربی همخوانی بیشتری خواهد داشت. در نرم افزار PFC^{3D} [۲۶] برای تولید نمونه به خواص میکروسکوپیک آن احتیاج است که از جمله این خواص می توان به سختی نرمال، سختی برشی و اصطکاک بین ذرات اشاره کرد. این نرم افزار، پارامترهای میکرو، خواص هندسی ذرات، ویژگی های تماس و شرایط مرزی را به عنوان داده های ورودی دریافت می کند و با انجام سیکل های محاسباتی، خواص ماکروسکوپیک مانند مقاومت برشی نمونه را به عنوان خروجی ارائه می دهد. مشخصات و پارامترهای استفاده شده در این شبیه سازی ها در جدول ۳ آورده شده است.

۲-۲-۱-کاليبراسيون مدل

در فرآیند کالیبراسیون، پارامترهای میکرومکانیکی ذرات در تحلیل های عددی به روش اجزای مجزا به کمک مقایسه نتایج

جدول ۳. پارامترهای استفاده شده در شبیه سازی Table 3. Input parameters for DEM simulations

مقدار	پارامتر
١.	سختی نرمال تماس (MN/m)
۱.	سختی برشی تماس (MN/m)
١	سختی مرز انعطافپذیر (MN/m)
٩	مدول يانگ ذرات (MPa)
٠ /٣	نسبت پواسون
78	چگالی ذرات (kg/m ³)
٩	سختی ذرات (MN/m)
٠/٣	ضريب اصطكاك بين ذرات
•	ضریب اصطکاک بین ذرات و دیوارهها
•/٧	میرایی محلی

' Local



شکل ۵. ذره کروی (الف) و ذره پیوندی (بیضوی) (ب) Fig. 5. Single spherical particle (a) and clumped particle (b) (ellipsoid)

نمونه را تحت تنش محوری متناوب در راستای قائم قرار داد. لازم به ذکر است که از دو نسبت تنش تناوبی (CSR) ۲/۰ و ۲/۰ برای اعمال بار های سیکلی محوری استفاده شد. تصویری از نمونه ماسه ای شبیه سازی شده تحت آزمایش سه محوری سیکلی در PFC^{3D} [۲۶] در قالب استوانه ای شکل با مرزهای

¹ cluster



شکل ۶. حلقه های هیسترزیس مربوط به نمونههای حاوی دانه های کروی و بیضوی شکل در نسبت های تخلخل (۰/۳ و ۰/۶) و تنشهای تناوبی (۲۰٪ و ۴۰٪) تحت تنش همه جانبه ۱۰۰ کیلویاسکال

Fig. 6. Hysteresis loops of the specimens with spherical and elliptical particles at void ratios (0.3 and 0.6), CSRs of 20 and %40 at confining pressure of 100 kPa

نزدیک شدن به مقادیر مدول یانگ و نسبت پواسون به دست آمده از آزمایش های انجام شده بر روی ماسه تغییر کرد (با ثابت نگه داشتن سایر پارامترها) تا مناسب ترین مقدار برای این پارامترهای میکرو اختیار شود [۲۸]. لازم به ذکر است که پارامترهای ارائه شده در جدول ۳، پارامترهایی هستند که پس از فرآیند کالیبراسیون به دست آمدهاند [۲۹ و ۲۸ و ۱۶–۱۴ و ۴].

۳-نتايج و بحث

در این بخش، ابتدا نتایج مربوط به بارگذاری سیکلی یکنواخت آورده شده (زیربخش ۳–۱) و در ادامه به نتایج حاصل از بارگذاری سیکلی غیریکنواخت پرداخته شده است (زیربخش ۳–۲). آزمایشهای آزمایشگاهی موجود در ادبیات فنی و مدل های عددی تعیین می شود. هیچ روش ساده ای برای تعیین پارامترهای میکرو مقیاس بین ذره ای وجود ندارد [۲۷]. این پارامترهای میکروسکوپیک می توانند اثر قابل توجهی بر رفتار ماکروسکوپیک نمونه داشته باشند. در این مطالعه، پارامترهای میکرو ماسه مانند نسبت سختی نرمال به برشی تماس و ضریب اصطکاک بین ذرات بر اساس نتایچ آزمایش های انجام شده توسط کومار و همکاران [۲۴] (که در قسمت ۲-۱ آورده شده است) در فشار همه جانبه ۱۰۰ کیلوپاسکال کالیبره شد. چندین شبیه سازی با فرآیند سعی و خطا برای کالیبراسیون نمونه های ماسه ای انجام پذیرفت. به عنوان مثال، در هر شبیه سازی، سختی نرمال تماس و نسبت سختی نرمال به برشی تماسی برای



شکل ۷. تغییرات تنش انحرافی (الف) و کرنش محوری (ب) با سیکلهای بارگذاری در نمونه ها با دانه های کروی

Fig. 7. Variation of deviatoric stress (a) and axial strain (b) with number of loading cycles for specimens with spherical particles



Fig. 8. Variation of shear modulus with shear strain for spherical (a) and non-spherical (b) particles specimens

۳-۱- بارگذاری سیکلی یکنواخت

مدول برشی و نسبت میرایی خاک ها با استفاده از نتایج آزمایش سه محوری سیکلی تعیین می شود. در پایان هر سیکل از آزمایش، منحنی های هیسترزیس تنش انحرافی – کرنش محوری ترسیم گشته و آنگاه می توان مدول برشی و نسبت میرایی را در هر سیکل بارگذاری– باربرداری تعیین نمود.

حلقه های هیسترزیس (تنش انحرافی – کرنش محوری) مربوط به نمونه های حاوی دانه های کروی و بیضوی شکل در دو نسبت تخلخل (۲/۰ و ۲/۶) و نسبت های تنش تناوبی متفاوت (۲/۰ و ۲/۲) و تنش همه جانبه ۱۰۰ کیلوپاسکال در ۴۰ سیکل اول بارگذاری در شکل ۶ ارائه شده است. به منظور اعتبارسنجی مدل عددی تهیه شده

و مقایسه بهتر، نتایج آزمایش های انجام شده توسط کومار و همکاران [۲۴] و مدل های عددی در کنار هم و در قالب یک نمودار برای هر نسبت تخلخل و تنش تناوبی آورده شده است.

از شکل ۶ مشاهده می شود که نتایج عددی ارائه شده با دقت قابل قبولی با نتایج تجربی مطابقت دارند. حلقه های هیسترزیس به دست آمده به صورت کیفی مشابه با حلقه های حاصل از مدل توسعه یافته فیوسینگ و سوزوکی [۲۱] است. این حلقه ها با افزایش تعداد سیکل های بارگذاری تدریجا به سمت راست و محور افقی متمایل می شوند (کاهش شیب حلقه ها).

تغییرات تنش انحرافی و کرنش محوری با سیکل های بارگذاری در نمونه ها با دانه های کروی در فشار همه جانبه ۱۰۰ کیلوپاسکال



شکل ۹. تغییرات نسبت میرایی (الف) ذرات کروی (ب) غیر کروی با کرنش برشی Fig. 9. Variation of damping ratio with shear strain for spherical (a) and non-spherical (b) particles specimens

> در نسبت تخلخل ۰/۶ و نسبت های تنش تناوبی ۲/۲ و ۰/۴ در شکل ۲ ارائه شده است. از آنجایی که آزمایش به صورت تنش کنترل شبیه سازی شده است، حداکثر مقاومت نمونه ها در کشش و فشار با یکدیگر تقریبا برابر بوده و مقدار یکسانی دارد (شکل ۷–الف). کرنش محوری به آهستگی با افزایش تعداد سیکل ها افزایش می یابد (شکل ۷–ب). زیرا با افزایش تعداد سیکل های بارگذاری، نمونه به تدریج تضعیف شده و تغییر شکل های بیشتری در اثر بار وارده در نمونه ایجاد می شود. لازم به ذکر است که افزایش کرنش محوری در حین آزمایش در سیکل های بالاتر نمایان تر است (سیکل شماره ۱۰ به بعد).

> تغییرات مدول برشی و نسبت میرایی با کرنش برشی در فشار همه جانبه ۱۰۰ کیلوپاسکال در نسبت های تخلخل (۰/۳ و ۰/۶) و تنش تناوبی مختلف (۰/۲ و ۰/۴) برای نمونه ها با ذرات کروی و غیر کروی در شکل های ۸ و ۹ مشخص شده است.

> همان گونه که در شکل ۸ مشاهده می شود، مدول برشی با افزایش کرنش برشی کاهش می یابد. این کاهش حدود ۷۵ الی ۹۰ درصد برای نمونه های حاوی ذرات کروی و غیر کروی با نسبت تخلخل و تنش های تناوبی متفاوت به دست آمده است. کاهش مدول برشی با کرنش که اساسا به واسطه رفتار غیر خطی خاک صورت می گیرد، در همه شبیه سازی های این پژوهش مشاهده می شود. مدول برشی تحت تاثیر نسبت تخلخل است. در یک کرنش برشی معین، مدول برشی نمونه متراکم تر بیشتر است. مطابق نظر سیتارام و وینود [۱۶]،

کاهش مدول برشی با کرنش می تواند ناشی از کاهش متوسط تعداد تماس های بین ذرات باشد. نسبت تنش تناوبی اثر قابل توجهی بر مدول برشی نمونه ها ندارد. نرخ کاهش مدول برشی با کرنش برشی برای نمونه های متراکم تر (با ذرات کروی و بیضوی شکل) بیشتر (حدود ۳ برابر) است. در نسبت تنش تناوبی و تخلخل یکسان، سرعت کاهش مدول برشی برای نمونه ها با ذرات غیر کروی، بیشتر به دست آمده ولی کرنش برشی که در آن مدول برشی شروع به افت می کند، تقریبا یکسان است.

مطابق شکل ۹، نسبت میرایی در کلیه نمونه ها، با کرنش برشی افزایش می یابد (پهنای حلقه ها با افزایش دامنه کرنش افزایش می یابد) و در محدوده ۶ تا ۲۴ درصد برای نمونه های دارای ذرات کروی و ۱۳ تا ۴۳ درصد برای ذرات غیر کروی قرار می گیرد. افزایش نسبت میرایی با کرنش برشی برای نمونه ها با ذرات غیر کروی بیشتر از ذرات کروی در نسبت های تخلخل و تنش تناوبی یکسان است. نرخ افزایش نسبت میرایی با کرنش برای نمونه های متراکم کمتر از نمونه های نیمه متراکم است. جیانگ^۱ و همکاران [۲۲] بیان کردند که نسبت تخلخل تاثیر قابل توجهی روی نسبت میرایی دارد. سیتارام و وینود [۱۶] گزارش کردند که تغییرات نسبت میرایی دارد که در نمونه ها با تراکم های مختلف در یک باند باریک قرار دارد که این موضوع بیانگر تاثیر غیر قابل توجه نسبت تخلخل اولیه نمونه بر این موضوع بیانگر تاثیر غیر قابل توجه نسبت میرایی ملاحظه ای بر



غير کروي ("ب" و "د")

Fig. 10. Relationship between shear modulus and damping ratio, CSR and void ratio with shear strain for spherical (a and c) and non-spherical (b and d) particles specimens

نسبت های میرایی نمونه ها ندارند.

همانطور که قبلا اشاره شد، مدول برشی و نسبت میرایی به کرنش برشی، درصد تخلخل (دانسیته نسبی)، فشار همه جانبه، شکل دانه ها، فرکانس بارگذاری، شرایط زهکشی و وابسته هستند. از آنجایی که در این پژوهش، از یک فرکانس بارگذاری (۱ هرتز) و فشار همه جانبه ۱۰۰۱ کیلوپاسکال) معین و شرایط زهکشی شده در شبیه سازی ها

استفاده شده است، نمی توان ارتباط این موارد با پارامترهای مدول برشی و نسبت میرایی را کمی نمود ولی اثر سایر عوامل مانند کرنش برشی، درصد تخلخل، نسبت تنش تناوبی و شکل دانه ها قابل تعیین است. از شکل های ۸ و ۹ دریافت می شود که نسبت تنش تناوبی اثر قابل توجهی بر مدول برشی و نسبت میرایی نمونه ها ندارد و می توان آن را نادیده گرفت. در شکل ۱۰ ارتباط بین مدول برشی (G) و



شکل ۱۱. تغییرات مدول برشی و نسبت میرایی با تعداد سیکل ها برای نمونه ها با ذرات کروی (الف) و غیر کروی (ب) Fig. 11. Variation of shear modulus and damping ratio with number of cycles for spherical (a) and non-spherical (b) particles specimens



[74] شكل ١٢. مقايسه نتايج حاصل از مدلسازى به روش DEM با نتايج آزمايش هاى تجربى انجام شده [74] Fig. 12. Comparison the results of DEM simulations and laboratory tests

نسبت میرایی (D) با کرنش برشی (γ) و نسبت تخلخل (e) برای نمونه های حاوی ذرات کروی و بیضوی نشان داده شده و روابط فی ما بین (روابط (۱) تا (۴)) استخراج گشته است.

شکل ۱۱، تغییرات مدول برشی و نسبت میرایی در مقابل تعداد سیکل های بارگذاری در فشار همه جانبه ۱۰۰ کیلوپاسکال برای نمونه های حاوی ذرات کروی (الف) و غیر کروی (ب) در نسبت تخلخل ۲/۰ و ۲/۶ و نسبت تنش تناوبی ۲۰٪ را نشان می دهد. مدول برشی با افزایش تعداد سیکل های بارگذاری کاهش می یابد. همان طور که در شکل ۶ ملاحظه شد، شیب حلقه های هیسترزیس

که بیانگر مدول الاستیک است، با افزایش تعداد سیکل ها کاهش یافته و به تدریج به سمت محور افقی متمایل می شوند. مساحت حلقه های هیسترزیس با افزایش تعداد سیکل ها و کرنش برشی افزایش می یابد؛ در نتیجه، نسبت میرایی نمونه ها نیز با سیکل های بارگذاری روند افزایشی دارد.

مدول برشی نمونه ها با ذرات بیضوی شکل بیش از ذرات کروی شکل است؛ زیرا قفل و بست بهتری بین ذرات غیر کروی ایجاد می شود. همچنین، نسبت میرایی نمونه های حاوی ذرات غیر کروی نیز بیش از ذرات کروی است. در واقع، در اثر بارگذاری قسمت های







شکل ۱۴. بزرگی نیروهای تماسی بین ذرات در نمونه با ذرات کروی (الف) و غیر کروی (ب) (نیرو بر حسب نیوتن) Fig. 14. The magnitude of contact forces in spherical (a) and non-spherical (b) particles specimens [N]

تیز سنگ دانه ها می شکنند. شکست دانه ها در هر محیطی میزان زیادی از انرژی را مستهلک می کند. بنابراین، در ذرات تیزگوشه با شکست قسمت های تیز، رفتار غیرخطی نمونه بیشتر شده و باعث افزایش نسبت میرایی می شود.

میدانی و همکاران [۱۱] نشان دادند که در نمونه های حاوی بیش از ۵۴ درصد شن در فشار همه جانبه ۱۰۰ کیلوپاسکال، آن هایی که دارای شن تیزگوشه هستند، مدول برشی کمتری نسبت به نمونه ها با ذرات گرد دارند. زیرا نمونه های گردگوشه تحت اثر تراکم یکسان، بهتر متراکم می شوند؛ در حالی که ذرات تیزگوشه در مقابل تراکم

مقاومت کرده و چگالی پایین تری دارند. همچنین بیان کردند که نسبت مدول برشی به مدول برشی حداکثر نمونه ها با شن تیزگوشه در کرنش برشی بالاتری شروع به کاهش می کنند. در نمونه های با شن ۵/۷۳ درصد، نمونه گردگوشه در فشار همه جانبه ۱۰۰ کیلوپاسکال، نسبت میرایی بیشتری دارد. این ممکن است به علت اثر قفل و بست بین ذرات تیزگوشه باشد که به راحتی نمی توانند روی هم نمی لغزند. بنابراین، انرژی کمتری از طریق اصطکاک بین ذرات اتلاف می شود [۱۱].

کلیه مقادیر به دست آمده از مدل های عددی برای مدول برشی



شکل ۱۵. تغییرشکلهای ایجاد شده در نمونه با ذرات کروی (الف) و غیر کروی (ب) (جابجایی دیواره غشایی بر حسب سانتیمتر) Fig. 15. Deformations occurred in spherical (a) and non-spherical (b) particles specimens [cm]

و نسبت میرایی نمونه ها با ذرات کروی و بیضوی شکل در نسبت تخلخل ۲/۳ و تنش تناوبی ۲۰ و ۴۰ درصد با نتایج تجربی ارائه شده توسط کومار و همکاران [۲۴] در شکل ۱۲ رسم شده است. کومار و همکاران (۲۰۱۵) با انجام آزمایش های سه محوری سیکلی بر روی نمونه های ماسه ای به این نتیجه دست یافتند که در کرنش های برشی ۰ تا ۰/۱٪، مدول برشی تقریبا بین ۹۴ تا ۹۷ درصد با افزایش کرنش کاهش می یابد. نتیجه شبیه سازی های عددی نشان می دهد که این کاهش برای نمونه های حاوی ذرات کروی و غیر کروی در نسبت تخلخل ۳/۳ (با توجه به محدوده کرنش برشی نشان داده شده در شکل ۱۲)، به ترتیب حدود ۸۶ و ۸۸ درصد می باشد. کومار و همکاران [۲۴] نشان دادند که نسبت میرایی با کرنش برشی در نسبت تنش تناوبی ۴۰٪، روند کاهشی دارد؛ در صورتی که با افزایش کرنش برشی و سیکل های بارگذاری، نمونه به تدریج تضعیف شده (سختی و مقاومت آن کاهش می یابد) و میرایی آن افزایش می یابد. روند افزایشی نسبت میرایی با کرنش برشی برای کلیه نمونه های شبیه سازی شده به دست آمده است.

پارامتر میکروسکوپیکی که اغلب برای بیان ساختار توده ذرات به کار می رود، متوسط تعداد تماس هاست^۱. این پارامتر یک پارامتر اسکالر است که اطلاعاتی از ساختار مصالح فراهم می کند. متوسط تعداد تماس ها به صورت نسبت دو برابر تعداد کل تماس های بین

ذرات به تعداد کل ذرات در مجموعه تعریف می شود. با افزایش تعداد سیکل های بارگذاری، تعداد تماس ها و بزرگی نیروهای تماسی افزایش می یابد. این پدیده می تواند به علت تراکم نمونه و بازآرایی و شکست ذرات باشد. در شکل های ۱۳ و ۱۴ تماس های شکل گرفته بین ذرات و بزرگی نیروهای تماسی بین ذره ای در انتهای آزمایش برش سیکلی (۴۰ سیکل بارگذاری و باربرداری) در نمونه های حاوی ذرات کروی و غیر کروی در نسبت تخلخل ۱۳/۰ و نسبت های تنش تناوبی ۲۰ و انتهای برش سیکلی، در نمونه با ذرات کروی بیشتر از ذرات غیر کروی انتهای برش سیکلی، در نمونه با ذرات کروی بیشتر از ذرات غیر کروی می باشد. متوسط تعداد تماس ها در نمونه ها با ذرات کروی و غیر کروی می باشد. متوسط تعداد تماس ها در نمونه ها با ذرات کروی و غیر کروی انتهای برش سیکلی، در نمونه با ذرات کروی بیشتر از ذرات خیر کروی می باشد. متوسط تعداد تماس ها در نمونه ها با ذرات کروی و غیر کروی بر در نسبت تخلخل ۱۰/۰ و را تهای آزمایش به ترتیب ۱/۷ و ۲/۶ به می باشد حداد تماس ها در نمونه ها با ذرات کروی و غیر کروی ا بر در نسبت تملخل تارا) در انتهای آزمایش در نمونه متشکل از ذرات متوسط تعداد تماس ها در نمونه ها (کروی و غیر کروی) ندارد. حداکثر بزرگی نیروهای تماسی در انتهای آزمایش در نمونه متشکل از ذرات

همانطور که قبلا اشاره شد، به کمک مرزهای غشایی انعطاف پذیر می توان خواص تغییر شکل ناشی از توسعه نواحی برشی را با دقت مناسبی تصویرسازی کرد. با مقایسه شکل های ۱۵-الف و ب مشاهده می شود که نمونه مدل شده پس از اعمال بار سیکلی دچار تغییر شکل شده و محل حداکثر تغییر شکل ایجاد شده در کلیه نمونه ها تقریبا با هم منطبق هستند. حداکثر تغییر شکل به وجود آمده در

¹ Coordinate number



شکل ۱۶. نمونهای از نمودار تنش سیکلی– سیکلها (غیریکنواخت) Fig. 16. Cyclic stress versus number of loading cycles curve (irregular)

می تواند به صورت رابطه (۵) بیان شود.

$$\sigma_{Cyclic} = \frac{m}{A} \left[e^{\frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}} \omega_n \cdot t} \left(\left(\sin(\omega_d \cdot t) \right) \times \sigma_3 \right) + \sigma_3 \right] \quad (\Delta)$$

که در آن σ_{Cyclic} دامنه تنش تناوبی، m جرم نمونه، A مساحت نمونه، δ کاهش لگاریتمی دامنه، ω_n فرکانس دایروی طبیعی نامیرا، t زمان، ω_d فرکانس دایروی طبیعی میرا و σ_r تنش همه جانبه است.

این نوع بارگذاری به نمونه های حاوی ذرات کروی و بیضوی شکل در نسبت تخلخل ۲/۳ وارد گردیده است. پاسخ نمونه ها به بار سیکلی غیریکنواخت اعمال شده (نمایش داده شده در شکل ۱۶) در شکل ۱۷ نشان داده شده است.

از شکل ۱۷ دریافت می شود که مساحت حلقه های هیستزیس به دست آمده با افزایش تعداد سیکل ها کاهش می یابند ولی شیب حلقه ها تقریبا یکسان است. بر خلاف حلقه های هیستزیس ناشی از بارهای سیکلی یکنواخت که به تدریج به سمت افزایش کرنش محوری (سمت راست) متمایل می شوند، حلقه های ناشی از بار سیکلی غیریکنواخت در هر سیکل در داخل حلقه سیکل قبلی جای می گیرد که با نتایج پژوهش پکر^۱ [۳۰] همخوانی دارد.

پن و یانگ^۲ [۳۱] یک ارزیابی تجربی از رفتار زهکشی نشده ماسه اشباع سست تحت بارگذاری سیکلی غیریکنواخت انجام دادند. نمونه های حاوی ذرات کروی و غیر کروی، تحت تنش تناوبی ۴۰ درصد تقریبا دو برابر نمونه ها تحت نسبت تنش سیکلی ۲۰ درصد است. در شرایط یکسان، نمونه با ذرات غیر کروی دچار تغییر شکل بیشتری نسبت به کروی شده است.

۲-۲-بارگذاری سیکلی غیر یکنواخت

بارهای دینامیکی که بر پی ها و سازه های خاکی اثر می نمایند، ممکن است در اثر عوامل مختلفی از قبیل زلزله، انفجار، ماشین آلات پیستونی، شمع کوب ها، ترافیک وسایل و امواج دریا ایجاد گردند.

رفتار خاک ها تحت بار سیکلی غیریکنواخت نسبت به بار سیکلی یکنواخت که معمولا در طراحی های مهندسی رایج است، پیچیده تر می باشد. برای مطالعه رفتار خاک ها تحت بارهای سیکلی غیر یکنواخت از تنش سیکلی معادل یکنواخت استفاده می کنند؛ این در حالی است که مطالعه رفتار ماسه تحت بار سیکلی غیر یکنواخت به صورت تجربی با دقت هنوز انجام نشده است.

یکی از نوآوری هایی که در این پژوهش انجام شده است این می باشد که مدل کالیبره شده تحت بارهای سیکلی یکنواخت برای مطالعه رفتار ماسه تحت اثر بار سیکلی غیریکنواخت نیز توسعه یافته است. به عنوان مثال، نمودار تنش سیکلی – تعداد سیکل ها برای بارگذاری غیریکنواخت در شکل ۱۶ نمایش داده است.

رابطه دامنه بار – زمان برای بارگذاری سیکلی غیریکنواخت

¹ Pecker

² Pan & Yang



شکل ۱۷. حلقه های هیسترزیس مربوط به نمونه های حاوی دانه های کروی (الف) و بیضوی (ب) شکل تحت بار سیکلی غیریکنواخت Fig. 17. Hysteresis loops of the specimens with spherical (a) and elliptical (b) particles under irregular cyclic load

نمونه تحت بار سیکلی غیریکنواخت در ۱۰۶ سیکل گسیخته شد؛ در حالی که تحت سیکلهای یکنواخت در سیکل شانزدهم به گسیختگی رسید. در نمونههای تحکیم همسان، با افزایش CSR تعداد سیکلهای مورد نیاز برای گسیختگی کاهش می یابد. هنگامی که نمونه تحت بار غیریکنواخت قرار می گیرد، مقاومت سیکلی بیشتری نسبت به بار یکنواخت کسب می کند.

۴–نتیجهگیری

به طور کلی، هدف از انجام آزمایش های آزمایشگاهی در مکانیک خاک، شناخت رفتار واقعی مصالح و تعیین عکس العمل توده خاک در مقابل نیروهای اعمال شده است. تاکنون مطالعات بسیاری به وسیله پژوهشگران متفاوت برای بررسی رفتار دینامیکی ماسه تحت شرایط گوناگون به روش تجربی صورت گرفته است.

مدل سازی های عددی آزمایش های آزمایشگاهی برای در ک فرآیندهای اساسی که در حین بارگذاری لرزه ای در خاک رخ می دهند، ضروری است. مقایسه بین نتایج عددی و نتایج آزمایشگاهی، اعتبار مدل عددی را تایید می کند. باید گفت که روش اجزای منفصل با ایجاد در کی مناسب از سازوکار میکروسکوپیکی داخل خاک، روشی قابل اعتماد در بررسی محیط های مجزا می باشد.

این مقاله، توانایی روش اجزای مجزا در مطالعه اثر پارامترهای مختلف بر روی ویژگی های دینامیکی مصالح دانه ای در محدوده ای معین از کرنش برشی را نشان می دهد. مدول برشی و نسبت میرایی

دو پارامتر دینامیکی مهم در ارزیابی رفتار لرزه ای مصالح هستند که به کمک حلقه های هیسترزیس (حاصل از مدل عددی و یا محیط آزمایشگاه) به دست می آیند. با افزایش تعداد سیکل های بارگذاری، حلقه های هیسترزیس به دست آمده از شبیه سازی های عددی تدریجا به سمت راست و محور افقی متمایل می شوند (کاهش شیب حلقه ها) که با نتایج تجربی همخوانی دارد. از آنجایی که آزمایش به صورت تنش کنترل شبیه سازی شده است، حداکثر مقاومت نمونه ها در کشش و فشار با یکدیگر تقریبا برابر است. با افزایش تعداد سیکل های بارگذاری، کرنش محوری به آهستگی افزایش می یابد؛ زیرا نمونه به تدریج تضعیف شده و تغییر شکل های بیشتری در اثر بارهای رفت و برگشتی در نمونه رخ می دهد.

تغییرات مدول برشی و نسبت میرایی با کرنش برشی در شبیه سازی های عددی برای نمونه های حاوی ذرات کروی و بیضوی مشابه آزمایش های تجربی است. همانطور که در پژوهش های محققین گذشته مشخص شده بود، با افزایش کرنش برشی و سیکل های بارگذاری، مدول برشی کاهش ولی نسبت میرایی نمونه ها افزایش می یابد.

مدول برشی تحت تاثیر نسبت تخلخل اولیه است. مدول برشی نمونه ها با افزایش تراکم نسبی آن ها افزایش می یابد؛ در صورتی که تراکم اولیه نمونه ها اثر قابل ملاحظه ای بر نسبت میرایی نمونه ها ندارد. در یک کرنش برشی معین، مدول برشی نمونه متراکم تر بیشتر است. نرخ افزایش نسبت میرایی با کرنش برای نمونه های متراکم

کمتر از نمونه های نیمه متراکم است. نسبت تنش تناوبی اثر قابل توجهی بر مدول برشی و نسبت میرایی نمونه ها ندارد.

برای مدل سازی مناسب رفتار توده ذرات، بهتر است تا حد امکان شکل ذرات مدل شده به واقعیت نزدیک باشد. از آنجایی که خاک به ندرت از ذرات کروی شکل تشکیل شدهاند، برای ارائه اشکال واقعی ذرات در فضای سه بعدی از روش خوشه ای استفاده شده است. نتایج حاصل از شبیه سازی ها روی مجموعه ذرات بیضوی با نتایج آزمایش های آزمایشگاهی تطابق بیشتری دارد. مدول برشی و نسبت میرایی نمونه ها با ذرات بیضوی شکل بیش از ذرات کروی است؛ زیرا قفل و بست بهتری بین ذرات ایجاد می شود. در نسبت تنش تناوبی و تخلخل یکسان، سرعت کاهش مدول برشی و افزایش نسبت میرایی برای نمونه ها با ذرات غیر کروی بیشتر به دست آمده است.

با افزایش تعداد سیکل های بارگذاری، تعداد تماس ها و بزرگی نیروهای تماسی افزایش می یابد؛ این پدیده می تواند به علت تراکم نمونه و بازآرایی و شکست ذرات باشد. متوسط تعداد تماس ها در نمونه با ذرات کروی و غیر کروی در انتهای ۴۰ سیکل بارگذاری به ترتیب ۷/۷ و ۶/۶ به دست آمده و نمونه با ذرات غیر کروی دچار تغییر شکل بیشتری نسبت به کروی شده است. حداکثر تغییر شکل به وجود آمده در نمونه ها تحت تنش تناوبی ۴۰ درصد، حدود دو برابر نمونه ها تحت نسبت تنش سیکلی ۲۰ درصد است. نسبت تنش تناوبی اعمالی تاثیر قابل توجهی بر متوسط تعداد تماس ها در نمونه ها ندارد.

در نهایت، می توان گفت که نرم افزار PFC^{3D} می تواند به عنوان یک آزمایشگاه مجازی، آزمایش های سه محوری سیکلی را به نحوه مطلوبی مدل سازی نماید و این امکان را فراهم سازد که بتوان بدون مصرف مصالح و صرف هزینه، اثر پارامترهای مختلف را بر نتایج آزمایش ها بررسی نمود. به کمک این روش می توان رفتار مصالح دانه ای تحت بار سیکلی غیریکنواخت را نیز مطالعه کرد.

علائم انگلیسی

$$n^2$$
، مساحت نمونه، n^2 ، مساحت نمونه، r^2
 G_c
 G_c
 G_u
 G_u
 G_u
 G_u
 G_u
 G_s
 G_s
 G_s
 G_s
 N/m^2 , نیروی نرمال تماسی، امده در گام قبلی، r_n
 N/m^2 , نیروی مماسی به دست آمده در گام قبلی، r_n
 N/m^2 , G_s
 G_s
 N/m^2 , G_s
 S_s
 N/m , N/m^2 , G_s
 N/m , N/m , N/m^2 , G_s
 N/m , N/m , G_s
 M/m^2 , G_s
 N/m , G_s
 G_s
 S_s
 S_s

Seismology, Geneva, Switzerland, September 3-8, 2006, 1345.

- [11] Meidani, M., Shafiei, A., Habibagahi, G., Jafari, M. K., Mohri, Y., Ghahramani, A., and Chang, C. S., 2008.
 "Granule shape effect on the shear modulus and damping ratio of mixed gravel and clay". Iranian Journal of Science & Technology, Transaction B, Engineering, 32(B5), pp. 501–518.
- [12] Jafarian, Y., Haddad, A., and Javdanian, H., 2015.
 "Estimating the shearing modulus of Boushehr calcareous sand using resonant column and cyclic triaxial experiments". Modares Civil Engineering journal, 15(4), pp. 9–19.
- [13] Navas, P., Manzanal, D., Stickle, M. M., Pastor, M., and Molinos, M., 2020. "Meshfree modeling of cyclic behavior of sands within large strain Generalized Plasticity Framework". Computers and Geotechnics, 122(2020), 103538.
- [14] Sitharam, T. G., 2003. "Discrete element modelling of cyclic behaviour of granular materials". Geotechnical & Geological Engineering, 21(4), pp. 297–329.
- [15] O'Sullivan, C., Cui, L., and O'Neill, S. C., 2008.
 "Discrete element analysis of the response of granular materials during cyclic loading". Soils and Foundations, 48(4), pp. 511–530.
- [16] Sitharam, T. G., and Vinod, J. S., 2010. "Evaluation of shear modulus and damping ratio of granular materials using discrete element approach". Geotechnical and Geological Engineering, 28(5), pp. 591–601.
- [17] In proceedings, Vinod, J. S., Indraratna, B., and Sitharam, T. G., 2013. "DEM modelling of granular materials during cyclic loading". In International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering, Chicago, Illinois, May 03, 2013.
- [18] In Proceedings, Manne, A., and satyam, N., 2013. "Numerical modeling of granular soils under cyclic triaxial testing". In Proceedings of Indian Geotechnical Conference, Roorkee, India, December 22-24, 2013.
- [19] In Proceedings, Manne, A., and satyam, N., 2014."Effect of particle size on the shear modulus of granular

- Cundall, P. A. and Strack, O. D., 1979. "A discrete numerical model for granular assemblies". Geotechnique, 29(1), pp. 47–65.
- [2] Wang, L., Park, J. Y., and Fu, Y., 2007. "Representation of real particles for DEM simulation using X-ray tomography". Construction and Building Materials, 21(2), pp. 338–346.
- [3] Shamsi, M. M., and Mirghasemi, A. A., 2012. "Numerical simulation of 3D semi-real-shaped granular particle assembly". Powder Technology, 221, pp. 431–446.
- [4]T ian, J., Liu, E., Jiang, L., Jiang, X., Sun, Y., and Xu, R., 2018. "Influence of particle shape on the microstructure evolution and the mechanical properties of granular materials". Comptes Rendus Mécanique, 346(6), pp. 460– 476.
- [5] Iida, K., 1938. "The velocity of elastic waves in sand", Bulletin, Earthquake research institute, Tokyo Imperial University, 16, pp. 131–144.
- [6] Iida, K., 1940. "On the elastic properties of soil, particularly in relation to its water content", Bulletin, Earthquake research institute, Tokyo Imperial University, 18, pp. 657–690.
- [7] Iwasaki, T., Tatsuoka, F., and Takagi, Y., 1976.
 "Dynamic shear deformation properties of sand for wide strain range". Report of civil engineering institute, 1085, Ministry of construction (in Japanese).
- [8] Kokusho, T., 1980. "Cyclic triaxial test of dynamic soil properties for wide strain range". Soils and Foundations, 20(2), pp. 45–60.
- [9] InProceedings, Kokusho, T., and Esashi, Y., 1981.
 "Cyclic triaxial test on sands and coarse materials". InProceedings of the 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, June 15, 1981, Vol. 1, pp. 673–679.
- [10] In Proceedings, Jafari, S., and Jafarzadeh, F., 2006. "Effect of confining pressure on dynamic properties of Babolsar sand using cyclic triaxial tests". In Proceeding of First European Conference on Earthquake Engineering and

مراجع

for liquefaction assessment". Electronic Journal of Geotechnical Engineering, 20(1), pp. 21–46.

- [26] Itasca Consulting group Inc., 2018. Particle Flow Code in Three Dimensions (PFC^{3D}). Version 6.00. Minneapolis, USA.
- [27] Asadi, M., Mahboubi, A., and Thoeni, K., 2018. "Discrete modeling of sand-tire mixture considering grain-scale deformability". Granular Matter, 20(2), pp. 18–31.
- [28] Belheine, N., Plassiard, J. P., Donzé, F. V., Darve, F., & Seridi, A., 2009. "Numerical simulation of drained triaxial test using 3D discrete element modeling". Computers and Geotechnics, 36(1-2), pp. 320–331.
- [29] Kodicherla, S. P. K., Gong, G., Yang, Z. X., Krabbenhoft, K., Fan, L., Moy, C. K., and Wilkinson, S., 2019. "The influence of particle elongations on direct shear behaviour of granular materials using DEM". Granular Matter, 21(4), 86–98.
- [30] Pecker, A., 2007. "Soil behaviour under cyclic loading". Advanced Earthquake Engineering Analysis, Springer, Vienna, pp. 1–13.
- [31] Pan, K., and Yang, Z., 2018. "Undrained behavior of sand under cyclic paths that match storm-wave loading conditions". Marine Geo-resources & Geotechnology, 36(1), pp. 72–82.

soil". In Proceedings of Indian Geotechnical Conference, Kakinaba, India, December 18-20, 2014.

- [20] Nguyen, N. S., François, S., and Degrande, G., 2014. "Discrete modeling of strain accumulation in granular soils under low amplitude cyclic loading". Computers and Geotechnics, 62, pp. 232–243.
- [21] Phusing, D., and Suzuki, K., 2015. "Cyclic behaviors of granular materials under generalized stress condition using DEM". Journal of Engineering Mechanics, 141(10), pp. 4015–034.
- [22] Jiang, M., Zhang, A., and Li, T., 2019. "Distinct element analysis of the microstructure evolution in granular soils under cyclic loading". Granular Matter, 21(2), pp. 39–50.
- [23] In Proceedings, Ngo, N. T., and Indraratna, B., 2020.
 "Numerical modelling of track behavior capturing particle breakage under dynamic loading". Geo-Congress, 2020, GSP, 316.
- [24] In Proceedings, Kumar, S. S., Krishna, A. M., and Dey, A., 2015. "Cyclic response of sand using stress controlled cyclic triaxial tests". In Proceeding of 50th India Geotechnical Conference, Pune, Maharashtra, India, December 17-19, 2015.
- [25] Manne, A., and Satyam, N., 2015. "A review on the discrete element modeling of dynamic laboratory tests

جگونه به اين مقاله ارجاع دهيم N. Mahbubi Motlagh, A. R. Mahboubi Ardakani^{*}, A. Noorzad, Discrete Element Method Simulation of Dynamic Behavior of Granular Materials, Amirkabir J. Civil Eng., 53(10) (2022) 4325-4344. DOI: 10.22060/ceej.2020.18320.6833



بی موجعه محمد ا