



## Rock Bolt-Grout-Rock Interaction in Pullout Test and Determining Load-Displacement Curve of the Bolt Head

M. Hazrati Aghchai, P. Moarefvand \*, H. Salari Rad

Department of Mining and Metallurgical Engineering, AmirKabir University of Technology, Tehran, Iran.

**ABSTRACT:** The purpose of this paper is to investigate analytically the fully grouted rock bolt interaction with grout and rock in pullout test and to determine the load-displacement curve of the bolt head (beginning of the bonded section). Usually, the pullout test output is only the load-displacement curve. This paper discusses how to use this curve to determine the bolt-grout-rock interaction. For modeling bolt-grout interface behavior, coupling (complete bonding), partial decoupling, decoupling with the residual shear strength, and complete decoupling have been considered. With increasing the applied load, two possible cases including complete pullout and bolt shank yielding are considered. Based on experimental results, a model for the shear stress along a fully grouted bolt is assumed. According to this model, the distribution of axial stress in the bolt and displacement of the bolt head is determined. It is also assumed that the bolt is sufficiently long, which is usually used in underground excavations. Based on the presented analytical method, the bolt head load-displacement curve is determined by assuming input parameters. This curve is compared with a pullout test result.

### Review History:

Received: Jul. 01, 2019

Revised: Oct. 14, 2019

Accepted: Oct. 17, 2019

Available Online: Oct. 29, 2019

### Keywords:

Fully grouted rock bolt

Pullout test

Bolt-Grout-Rock interaction

Analytical method

Load-displacement curve

### 1. Introduction

A fully grouted rock bolt is commonly used in rock reinforcement and stabilization of underground and surface excavations. Understanding rock bolt-grout-rock interaction in pullout tests helps to design the rock bolt. When a load is applied on a fully grouted rock bolt, failure may occur at the bolt-grout interface, in the grout medium, at the grout-rock contact, or in the rock mass depending on which of them is the weakest [1]. Many researchers have studied this interaction. However, rarely have they have considered the bolt shank failure.

Farmer [2] was one of the first researchers who has developed a solution for determining the distribution of axial stress and displacement in grouted rock bolt and shear stress in bolt-grout contact. He proposed an exponential relationship for decreasing the stress besides rock bolt in the complete bonding and elastic condition. Signer presented fully grouted rock bolt pullout test results and discussed the load transfer mechanism [3]. Li and Stillborg [1] considered decoupling in the bolt-grout contact based on pullout experimental results. They presented an analytical model for the distribution of axial stress in the bolt and shear stress in the contact in pullout test, in the uniform displacement of rock mass, and a joint opening. They have not considered bolt shank failure. He et al. [4] used the same assumption by considering the bolt shank failure. They considered long and short rock bolt pullout tests, but they did not give a solution for the bolt head load-displacement curve. Instead, they presented a method for

increasing load as a result of the joint opening. Benmokrane et al. [5] presented a tri-linear bond-slip model. Based on this model, some researchers such as Ren et al. and Martin et al. as well as Shuqi Ma et al. have presented a solution for determining the load-displacement curve of the bolt head [6-8]. The researchers have not used the load-displacement curve of the bolt head in pullout test for determining bond shear strength.

It is assumed that the bolt shank is a ribbed steel bar that is inserted in a drilled hole. Under a pull load, the bolt interacts with the surrounding rock via a grout (a cement based or resin grout). The rock and grout is considered elastic and failure may occur in the interfaces or bolt shank. The investigation is done in the grouted (bonded) part and the free length is not considered. In Fig. 1, the shear stress distribution along the bolt is shown (before and after bolt shank failure). In Fig. 2, simplified stress-strain curve of the bolt shank is given.

This paper uses the proposed model by Li and Stillborg and gives a solution for determining the load-displacement curve of the fully grouted rock bolt head by considering decoupling in bolt-grout or grout-rock contact and bolt shank yielding. The curve can be used to determine the bolt-grout shear strength parameters.

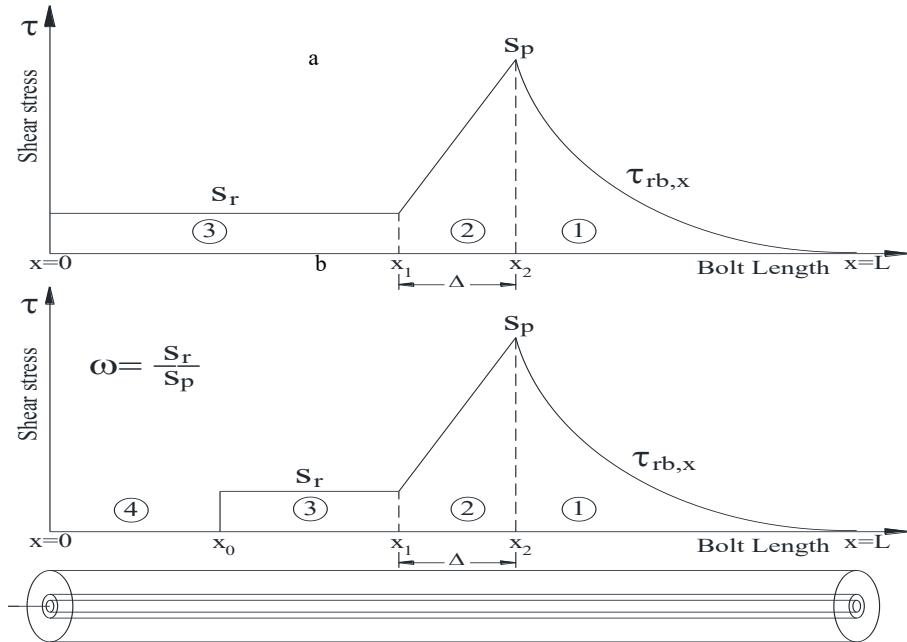
### 2. Bolt-grout-rock interaction in elastic condition

In the elastic condition and full bonding the bolt axial stress and displacement and contact shear stress distribution are as follow:

\*Corresponding author's email: Sh-lajevardi@Iau-Arak.ac.ir



Copyrights for this article are retained by the author(s) with publishing rights granted to Amirkabir University Press. The content of this article is subject to the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY-NC 4.0) License. For more information, please visit <https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>.

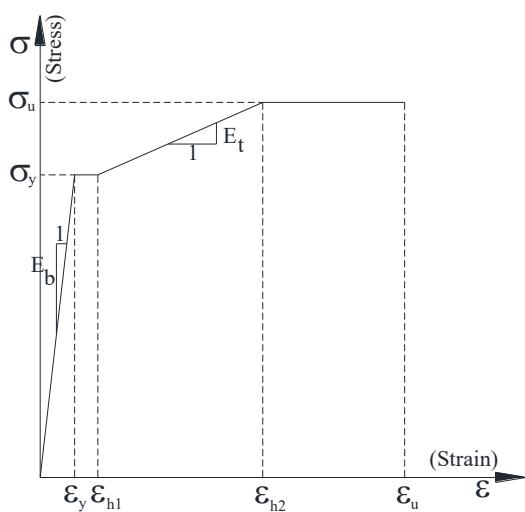


**Fig. 1. Assumed interface shear stress distribution besides the rock bolt bond length: a) before steel bar yields, and b) after yielding of steel bar.**

$$u_{bx} = \frac{d_b \sigma_0}{2E_b \alpha} e^{-2\alpha \frac{x}{d_b}}, \quad \sigma_{bx} = \sigma_0 e^{-2\alpha \frac{x}{d_b}}, \quad \tau_{rb,x} = \frac{\alpha \sigma_0}{2} e^{-2\alpha \frac{x}{d_b}} \quad (1)$$

$$(\alpha)^2 = \frac{2G_R G_g}{E_b \left[ G_R \ln\left(\frac{d_h}{d_b}\right) + G_g \ln\left(\frac{d_o}{d_h}\right) \right]}$$

Where  $u_{bx}, \sigma_{bx}, \tau_{(rb,x)}$  are the bolt axial displacement, axial stress, and the contact shear stress in a distance  $x$  from the bolt head, respectively.  $d_b$  is the bolt diameter,  $d_h$  is the hole diameter,  $d_o$  is the diameter of a circle in the rock outside which the influence of the bolt disappears,  $\sigma_0$  is the axial stress of the bolt at the loading point (bolt head),  $E_b$  is the bolt elastic modulus,  $G_R, G_g$  are shear modulus of rock and grout, respectively.



**Fig. 2. Simplified stress-strain curve of bolt shank**

### 3. Bolt-grout-rock interaction with yielding bar and decoupling in the contacts

By increasing the applied pull load on the bolt head, four stages are considered for the distribution of shear stresses along with the bolt as shown in Fig. 3.

In each stage, the displacement of the bolt head is calculated by:

$$\delta = \int_0^L \varepsilon dx = \frac{1}{E} \int_0^L \sigma_{bx} dx$$

So the displacement of bolt head in each stage is as:

Stage I:

$$\delta^I = \frac{1}{E} \int_0^L \sigma'_{bx} dx = \frac{d_b \sigma_0}{2E_b \alpha} = \frac{d_b p_0}{2A_b E_b \alpha} \Rightarrow p_0 = \frac{2\alpha E_b A_b}{d_b} \delta^I \quad (3)$$

Stage II:

$$\delta^{II} = \frac{1}{E_b} \left[ \frac{4P_0}{\pi d_b^2} x_2^{II} - \frac{2S_p (x_2^{II})^2}{3d_b} \left( 3 - \frac{2(1-\omega)}{\Delta} x_2^{II} \right) \right] + \frac{S_p d_b}{E_b \alpha^2} \quad (4)$$

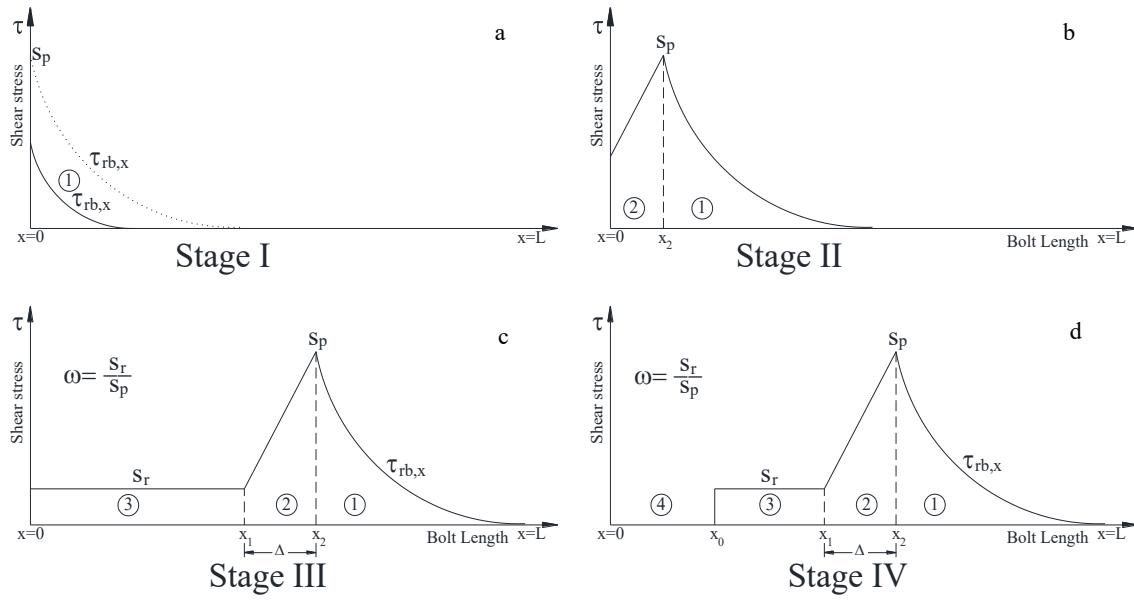
Stage III:

$$\delta^{III} = \frac{1}{E_b} \left[ \frac{4P_0}{\pi d_b^2} x_2 - \frac{2\omega S_p}{d_b} (x_2 - \Delta)^2 - \frac{2S_p \Delta}{3d_b} [\Delta(1-4\omega) + 6\omega x_2] \right] + \frac{S_p d_b}{E_b \alpha^2} \quad (5)$$

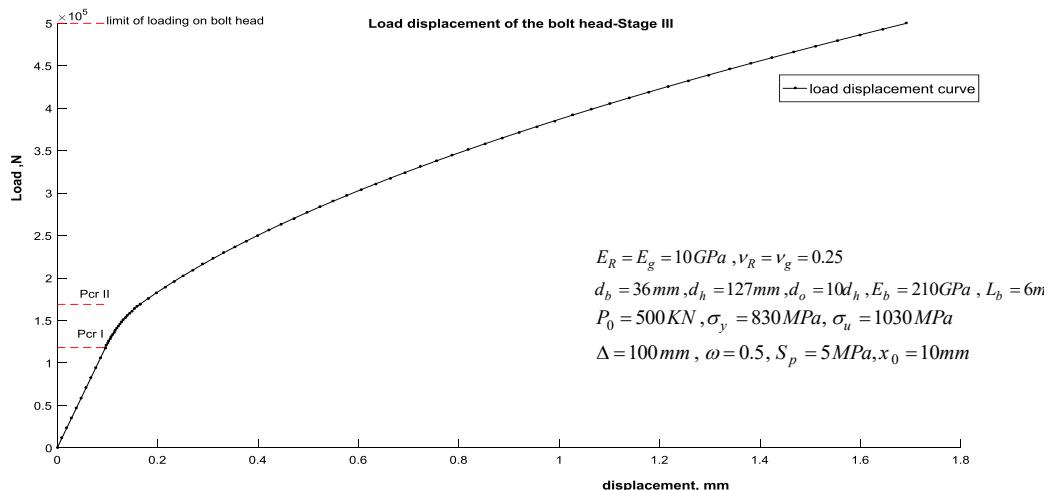
Stage IV:

$$\delta^{IV} = \delta^{IV,1} + \delta^{IV,2} + \delta^{IV,3} + \delta^{IV,4} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \delta^{IV,1} = \frac{S_p d_b}{E_b \alpha^2} & x \in [x_2, L] \\ \delta^{IV,2} = \frac{1}{E_b} \left[ \frac{4P_0}{\pi d_b^2} \Delta - \frac{2S_p \Delta}{3d_b} [\Delta(1-4\omega) + 6\omega(x_2 - x_0)] \right] & x \in [x_1, x_2] \\ \delta^{IV,3} = \frac{1}{E_b} \left[ \frac{4P_0}{\pi d_b^2} (x_1 - x_0) - \frac{2S_p}{d_b} (x_1^2 - x_0^2) - \frac{4S_p}{d_b} x_0 (x_1 - x_0) \right] & x \in [x_0, x_1] \\ \delta^{IV,4} = \varepsilon x_0 \Rightarrow \delta^{IV,4} = \varepsilon_{h1} x_0 \text{ or } \delta^{IV,4} = \varepsilon_{h2} x_0 \text{ or } \delta^{IV,4} = \varepsilon_u x_0 \end{cases}$$



**Fig. 3.** Considered stages for shear stress distribution; a) Stage I: elastic bar and complete bonding, b) Stage II: elastic bar and partial de-bonding, c) Stage III: elastic bar and de-bonding with residual shear strength, d) Stage IV: elasto-plastic bar with complete de-bonding.



**Fig. 4.** Considered stages.

Parameters related to bolt, grout, rock, and applied load are known and the bond shear strength parameters  $\Delta, x_0, \omega, S_p$  are indeterminate, which can be defined. Using assumed parameters, the load-displacement curve of the rock bolt head is determined and presented in Fig. 4, in which Stages I, II, and III are clear.

#### 4. Conclusions

This paper investigates the interaction mechanism and load transfer of a ribbed bar rock bolt with grout and rock mass under a pull load. Then the load-displacement curve of the rock bolt head is determined analytically. In this regard, bolt-grout interface failure and bolt shank failure is considered. Two possible failure is taken into account, bolt pullout completely and bolt shank failure.

#### References

- [1] C.Li,B.Stillborg,Analyticalmodelsforrockbolts, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 36 (1999) 1013-1029.
- [2] I.W.Farmer,Stressdistributionalongaresingrouted rock anchor, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 12 (1975) 347-351.
- [3] S.P. Signer, Field Verification of Load Transfer Mechanics of Fully Grouted Roof Bolts, Ri 9301, (1990) 13.
- [4] L.He,X.M.An,Z.Y.Zhao,FullyGroutedRockBolts: An Analytical Investigation, Rock Mechanics and Rock Engineering, 48 (2015) 1181-1196.
- [5] B.Benmokrane,A.Chennouf,H.S.Mitri,Laboratory evaluation of cement-based grouts and grouted rock

- anchors, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and, 32 (1995) 633-642.
- [6] F.F. Ren, Z.J. Yang, J.F. Chen, W.W. Chen, An analytical analysis of the full-range behaviour of grouted rockbolts based on a tri-linear bond-slip model, Construction and Building Materials, 24 (2010) 361-370.
- [7] M.L. Blanco, M. Tijani, F. Hadj-Hassen, A new analytical solution to the mechanical behaviour of fully grouted rockbolts subjected to pull-out tests, Construction and Building Materials, 25 (2011) 749-755.
- [8] S.Ma,Z.Zhao,W.Nie,X.Zhu,AnAnalyticalModel for Fully Grouted Rockbolts with Consideration of the Pre- and Post-yielding Behavior, Rock Mechanics and Rock Engineering, 50 (2017) 3019-3028.

**HOW TO CITE THIS ARTICLE**

*M. Hazrati Aghchai, P. Moarefvand, H. Salari Rad, Rock Bolt-Grout-Rock Interaction in Pullout Test and Determining Load-Displacement Curve of the Bolt Head. Amirkabir J. Civil Eng., 53(3) (2021) 201-204.*

**DOI:** [10.22060/ceej.2019.16677.6300](https://doi.org/10.22060/ceej.2019.16677.6300)



## بررسی اندرکنش بولت-دوغاب-سنگ در آزمایش کشش بولت تزریقی و تعیین منحنی بار-جابه‌جایی به روش تحلیلی

موسی حضرتی آقچایی، پرویز معارف وند<sup>\*</sup>، حسین سالاری راد

دانشکده معدن و متالورژی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۰۴/۱۰

بازنگری: ۱۳۹۸/۰۷/۲۲

پذیرش: ۱۳۹۸/۰۷/۲۵

ارائه آنلاین: ۱۳۹۸/۰۸/۰۷

### کلمات کلیدی:

بولت تزریقی

آزمایش کشش بولت

اندرکنش بولت-دوغاب-سنگ

روش تحلیلی

منحنی بار-جابه‌جایی

**خلاصه:** هدف این مقاله بررسی اندرکنش بولت-دوغاب-سنگ در آزمایش کشش بولت تزریقی و تعیین منحنی بار-جابه‌جایی (در محل اعمال بار در شروع نقطه گیرداری) به روش تحلیلی می‌باشد. اغلب اوقات خروجی آزمایش کشش بولت فقط منحنی بار-جابه‌جایی (در محل اعمال بار) است. در این مقاله امکان استفاده از این منحنی در ارزیابی اندرکنش بولت-دوغاب-سنگ و تعیین حداقل مقاومت برشی در محل اتصال بولت-دوغاب مورد بررسی قرار گرفته است. در این بررسی رفتار مختلف سطح تماس بولت-دوغاب شامل اتصال کامل، جداشدن بخشی، جداشدن با مقدار مقاومت برشی باقیمانده و جداشدن با مقدار برشی کاملاً در ادامه بارگذاری، بیرون آمدن کامل بولت یا تسليمه شدگی المان میله بولت لحظه شده است. در نظر گرفتن توزیع تنفس برشی در سطح تماس بولت-دوغاب و در طول بولت، توزیع تنفس محوری در طول بولت تعیین شده و جابه‌جایی سر بولت نیز بدست آمده است. در این روش بولت با طول نسبتاً بلند که در پایدارسازی فضاهای زیرزمینی مورد استفاده قرار می‌گیرد، در نظر گرفته شده است. در ادامه چگونگی برآورده حداقل مقاومت برشی سطح تماس بولت-دوغاب بر اساس منحنی بار-جابه‌جایی حاصل از آزمایش کشش بولت ارائه شده است. به این منظور نتایج بدست آمده از روش تحلیلی (با تغییر پارامترهای ورودی فرضی) با نتایج حاصل از آزمایش کشش بولت به روش سعی و خطماقایسه شده و بر مبنای آن پارامتر حداقل مقاومت برشی سطح تماس بولت-دوغاب تعیین می‌شود.

### ۱- مقدمه

از آن تزریق شده و به صورت گیردار عمل می‌کند. عملکرد قسمت گیردار به صورت یک بولت تمام تزریقی است. در بولتهای تزریقی یک المان فولادی (که معمولاً یک میله آجدار دارای رزوه است و به اختصار به آن بولت گفته می‌شود) در داخل یک چال قرار داده شده و دوغاب (که معمولاً از نوع سیمانی است و رزین پلاستیک نیز می‌تواند به جای دوغاب سیمانی مورد استفاده قرار گیرد) در اطراف آن تزریق می‌شود. انجام آزمایش کشش<sup>۱</sup> بولت به منظور کنترل کیفیت نصب بولت، برآورده میزان ظرفیت باربری بولت و تعیین مقاومت برشی سطح تماس بولت-دوغاب و دوغاب-سنگ در فضاهای زیرزمینی متداول

استفاده از راک بولت<sup>۲</sup> (به طور خلاصه بولت<sup>۳</sup>) تمام تزریقی<sup>۴</sup> در فضاهای زیرزمینی به منظور تقویت توده سنگ کاربرد فراوانی دارد. بولت تمام تزریقی معمولاً به صورت غیرفعال<sup>۵</sup> نصب می‌شود. در برخی موارد نیز بولت به صورت فعل<sup>۶</sup> نصب می‌شود که قسمتی

1 Rock Bolt

2 Bolt

3 Fully grouted

4 Passive

5 Active

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: parvizz@aut.ac.ir

6 Pull Out Test

حقوق مؤلفین به نویسنده‌گان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس <https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode> دیدن فرمائید.



سازگار است)، تنش محوری بر روی بولت و تنش برشی در سطح تماس بولت و دوغاب به صورت نمایی از نقطه بارگذاری به سمت انتهای بولت کاهش می‌باید [۴]. سیگنر<sup>۳</sup> نتایج آزمایش‌های کشش بولت تمام تزریقی را به منظور درک بهتر اندرکنش بولت با محیط اطراف و چگونگی انتقال بار مورد بررسی قرار داد [۵]. استیلبورگ<sup>۴</sup> جزئیات نتایج آزمایش‌های کشش انجام شده بر روی انواع مختلف بولت را ارائه نمود و به مزايا و معایب انواع بولت اشاره کرد [۶]. هایت<sup>۵</sup> و همکارانش بر مبنای نتایج آزمایش‌های کشش آزمایشگاهی و برجا بر روی کابل تمام تزریق نشان دادند که مشخصات دوغاب و مقدار فشار همه جانبه تأثیر بسیاری در مقاومت برشی سطح تماس کابل-دوغاب دارد. وی در ادامه یک مدل اتساعی-اصطکاکی برای شکست سطح تماس کابل-دوغاب ارائه کرد [۷-۹]. کایزر<sup>۶</sup> در بررسی مقاومت برشی سطح تماس کابل-دوغاب به این نتیجه رسید که عامل اصطکاکی دلیل اصلی مقاومت برشی در کابل تمام تزریقی بوده و عواملی مانند مقاومت دوغاب، سختی محیط (سنگ) و مقدار نیروی فشاری در اثر اتساع سطح در مقاومت برشی تأثیرگذار هستند [۱۰، ۱۱]. بنموکرانه<sup>۷</sup> یافته‌های مطالعات آزمایشگاهی بر روی نوع مختلف دوغاب سیمانی و دو نوع انکر فولادی شامل المان کابل و المان میله را ارائه نمود. وی بر اساس نتایج بدست آمده از آزمایش‌ها، یک رابطه تجربی برای تخمین مقاومت کششی انکر برای یک طول معین ارائه نمود و در ادامه یک مدل رفتاری سه خطی ساده برای رابطه بین تنش برشی-لغزش در سطح تماس انکر و دوغاب پیشنهاد کرد [۱۲]. رن<sup>۸</sup> بر اساس مدل سه خطی ارائه شده توسط بنموکرانه یک روش تحلیلی برای تعیین منحنی بار-جابه‌جایی بولت ارائه نمود، ولی تسلیم شدگی بولت را لحاظ نکرد. ضمن اینکه روش ارائه شده دارای محاسبات نسبتاً زیاد و پیچیده‌ای است [۱۳]. مارتین<sup>۹</sup> نیز بر مبنای مدل سه خطی اشاره شده یک روش برای تعیین منحنی بار-جابه‌جایی بولت ارائه نمود. وی معتقد بود که پارامترهای مدل سه خطی باید در زمان تعیین منحنی بار-جابه‌جایی مشخص باشند. روش پیشنهادی وی تسلیم شدگی بولت را لحاظ نمی‌کند [۱۴].

است. بررسی اندرکنش بولت-دوغاب-سنگ در آزمایش کشش بولت تمام تزریقی می‌تواند به درک بهتر عملکرد بولت تزریقی نصب شده در فضای زیرزمینی که برای تقویت توده سنگ و پایدارسازی فضای زیرزمینی استفاده می‌شود، کمک شایانی بنماید. تعیین حداکثر مقاومت برشی بین سطح تماس بولت و دوغاب (مقاومت باند) و یا مقاومت برشی بین دوغاب و سنگ از جمله مواردی است که همیشه مورد توجه محققان مختلف بوده است.

وقتی که یک بولت تزریقی در معرض یک بار کششی قرار می‌گیرد، شکست ممکن است در سطح تماس بولت-دوغاب، در خود دوغاب، در تماس دوغاب و سنگ و در المان بولت رخ دهد. مقاومت برشی یک سطح تماس شامل سه عامل مقاومتی است که عبارتند از: چسبندگی (بین فلز و دوغاب)، قفل شدگی مکانیکی و اصطکاک. در بولت تزریق شده قبل از جداشدنی (در بارهای اعمالی کم) هر سه عامل وجود دارند. این عوامل به ترتیب بر مبنای میزان از بین رفتن تغییرشکلهای یکسان یا سازگار کاهش یافته و از بین می‌روند. نتیجه این امر جبهه جداشدنی است که با افزایش بار به سمت انتهای بولت حرکت می‌کند. جبهه جداشدنی ابتدا عامل مقاومتی چسبندگی را بسیج می‌کند و پس از آن قفل شدگی مکانیکی و در نهایت عامل اصطکاکی عمل می‌نماید. در طی این فرآیند مقاومت برشی سطح تماس کاهش می‌یابد. مقاومت برشی پس از کاهش برخی از عوامل مقاومتی آن کاهش یافته و به مقدار مقاومت برشی ماندگار (باقیمانده) خود می‌رسد. از عوامل مؤثر در چگونگی انتقال بار مشخصات سطح بولت، مقاومت دوغاب و سختی محیط اطراف است [۱۱، ۱۲]. تاکنون محققان مختلف روابط تحلیلی و عددی متعددی را به منظور بررسی اندرکنش بولت - محیط اطراف ارائه داده‌اند.

لیتلجان<sup>۱</sup> در بررسی معیارهای طراحی و کنترل کیفیت بولت اشاره نمود که در طراحی‌ها عموماً توزیع تنش برشی در طول بولت به صورت یکسان در نظر گرفته می‌شود که با نتایج تحلیلها و آزمایش‌های انجام شده همخوان نمی‌باشد [۱۳]. فارمر<sup>۲</sup> پس از انجام مطالعات بنیادین، توزیع تنش برشی، تنش محوری و مقادیر جابه‌جایی در طول بولت را به صورت تئوریک ارائه کرد. او با فرض اینکه توده سنگ و یا بتن اطراف دوغاب یک محیط صلب است نشان داد که قبل از جدا شدنی (زمانی که جابه‌جایی بین بولت و دوغاب

<sup>3</sup> Signer

<sup>4</sup> Stillborg

<sup>5</sup> Hyett

<sup>6</sup> Kaiser

<sup>7</sup> Benmokrane

<sup>8</sup> Ren

<sup>9</sup> Martin

بولت را لاحظ نکرد [۲۲]. در ادامه نمی‌سیک<sup>۶</sup> مدل غیر خطی رفتار سطح تماس بولت-دوغاب را در مدلسازی عددی در نظر گرفت [۲۲]. برخی از محققین نیز به تأثیر پروفیل آچ بولت در انتقال بار پرداخته‌اند [۲۴-۲۷].

در این مقاله روابط مربوط به اندرکنش بولت-محیط در آزمایش کشش گسترش داده شده و سپس منحنی کامل بار-جایه‌جایی تعیین شده است. در این راه حل از روش‌های ارائه شده توسط فارمر، آیدان، لی و استیلبورگ و هی استفاده شده و روابط مربوط به تعیین منحنی شایان ذکر است که بولت به صورت المان میله‌ای فولادی به صورت آجادار و با طول نسبتاً بلند که معمولاً در پایداری فضاهای زیرزمینی استفاده می‌شود در نظر گرفته شده است. الگوریتم مراحل مختلف بارگذاری و جایه‌جایی حاصله در انتهای ارائه شده و در نهایت دو حالت ممکن برای گسیختگی (بولت بیرون بیاید و یا اینکه بولت به مرحله تسلیم برسد) در نظر گرفته شده است.

## ۲- تعریف مسئله و فرضیات در نظر گرفته شده

تصویر شماتیک و ساده شده آزمایش کشش بولت (به صورت آزمایشگاهی و یا برجا) در شکل ۱ نشان داده شده است. در این تحقیق بولت به صورت یک المان میله‌ای آجادار<sup>۷</sup> لاحظ شده است. بولت ممکن است تمام طول تزریق (تمام طول گیردار) باشد که در این صورت طول آزاد محدود به طول جک برای اعمال بار می‌باشد و یا به صورت قسمتی تزریق شده (گیردار) و قسمتی طول آزاد باشد که در اینصورت طول آزاد کل برابر با مجموع طولهای آزاد داخل و بیرون چال می‌باشد. لازم به ذکر است از آنجایی که معادلات حاکم بر طول آزاد ساده می‌باشد (روابط تنش-کرنش یک المان میله)، در این مقاله فقط به معادلات مربوط به قسمت گیردار پرداخته شده است (روابط قسمت آزاد را می‌توان در ادامه اضافه نمود). به این منظور سطح تماس بولت-دوغاب به صورت اتصال کامل، جدادشگی بخشی و نیز جدادشگی با مقدار مقاومت برشی باقیمانده در نظر گرفته خواهد شد (مانند مدل در نظر گرفته شده توسط لی و استیلبورگ). در ادامه دو حالت ممکن است رخ دهد یا اینکه بولت کامل بیرون بیاید و یا اینکه بولت به مرحله تسلیم برسد. این دو حالت در مدلسازی تحلیلی

وی در ادامه بر مبنای آزمایش‌های آزمایشگاهی کشش بولت بر روی سه نوع بولت، مدل رفتاری سه خطی جدید ارائه نمود [۱۵]. لی و استیلبورگ<sup>۱</sup> به بررسی پروسه انتقال بار و چگونگی توزیع تنش برشی و بار محوری در راک بولت‌های تمام تزریقی و اصطکاکی پرداختند و بر مبنای نتایج آزمایش کشش بولت ابزاربندی شده، یک مدل برای توزیع تنش برشی در طول بولت ارائه نمودند و بر مبنای آن توزیع نیروی محوری در بولت را نیز تعیین کردند ولی تسلیم شدگی المان بولت را در نظر نگرفتند [۲]. هی<sup>۲</sup> و همکارانش مدل ارائه شده توسط لی و استیلبورگ را توسعه دادند و تسلیم شدگی بولت را نیز در نظر گرفتند. آنها به منحنی بار-جایه‌جایی کشش بولت اشاره نکردند، بلکه به جایه‌جایی یک درزه و مقدار بار ایجاد شده در داخل المان بولت و توزیع تنش برشی در این حالت پرداختند [۱۶]. کای<sup>۳</sup> مکانیزم اندرکنش یک بولت تنها با توده سنگ را مورد بررسی قرار داده و یک مدل تحلیلی برای بولت تمام تزریقی نصب شده در زمین نرم پیشنهاد نمود. روش پیشنهادی قادر است منحنی بار-جایه‌جایی را ارائه نماید ولی تسلیم شدگی بولت در نظر گرفته نشده است [۱۷، ۱۸]. آیدان<sup>۴</sup> آزمایش‌های کشش بر روی بولت‌های مختلف با هدف تعیین مقاومت باند و رفتار باند انجام داد. وی مشاهده نمود که بولتهای آجادار دارای ظرفیت کششی بسیار بیشتری از بولتهای با سطح تماس صاف می‌باشند. او این افزایش مقاومت باند را مربوط به افزایش مقاومت فشاری نرمال ناشی از اتساع هندسی در سطح بولت دانست [۱]. شوکیما<sup>۵</sup> و همکاران در تحقیقات خود برمبنای تعریف یک رابطه غیر خطی توزیع جایه‌جایی در طول بولت، مدل سه خطی تنش برشی-لغزش را به صورت غیر خطی بیان کردند و برای دو حالت لغزش و بدون لغزش در انتهای بولت روابط تحلیلی منحنی بار-جایه‌جایی را ارائه نمودند [۱۹، ۲۰]. آنها در ادامه تحقیقات خود با در نظر گرفتن مدل سه خطی تنش برشی-لغزش و همچنین کرنش-لغزش، منحنی بار-جایه‌جایی را با لاحظ کردن تسلیم شدگی بولت ارائه نمودند [۲۱]. شوکیما در ادامه مدل عددی رفتار بولت تحت کشش را با در نظر گرفتن رفتار سه خطی باند-لغزش ارائه نمود ولی پلاستیک شدگی

1 Li and Stillborg

2 He

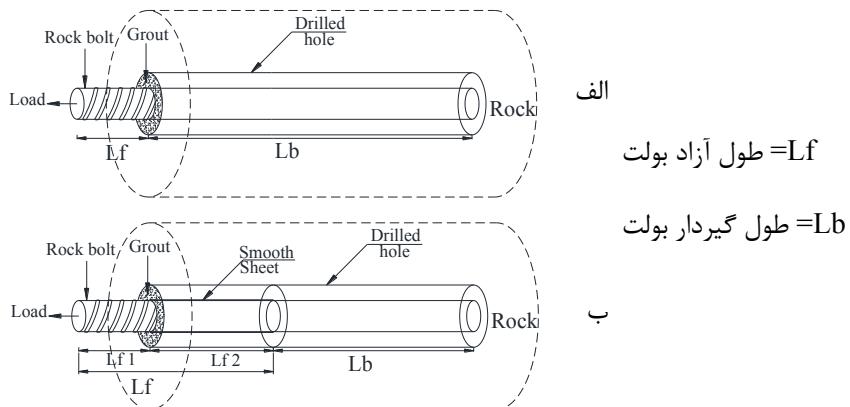
3 Cai

4 Aydan

5 Shuqi Ma

6 Nemcik

7 Ribbed bar (Thread bar)



شکل ۱. تصویر شماتیک و ساده شده از آزمایش کشش بولت

Fig. 1. Simplified sketch of a rock bolt pullout test

$\tau_{rb,x}$  تنش برشی در سطح تماس دوغاب-سنگ،  $u_{bx}$  جابه‌جایی بولت در فاصله X از سر بولت،  $d u_{bx}$  میزان تغییر جابه‌جایی بولت در فاصله X از سر بولت،  $\sigma_0$  تنش اعمالی در سر بولت،  $u$  جابه‌جایی سر بولت و  $\tau$  تنش برشی در سر بولت.  
بر اساس شکل ۲، با در نظر گرفتن تعادل نیروها در المان کوچکی از بولت و سطح تماس بولت-دوغاب می‌توان نوشت (جهت مثبت نیرو و جابه‌جایی در جهت انتهای بولت):

$$-\sigma_{bx}A_b + \tau_{rb,x}2\pi r_b dx + (\sigma_{bx} + d\sigma_{bx})A_b = 0 \quad (1)$$

که در آن  $A_b$  برابر سطح مقطع بولت می‌باشد. با ساده سازی رابطه (۱)، معادلات بین تنش (یا نیروی) محوری و تنش برشی را می‌توان به یکی از صورت‌های زیر بیان نمود (هر سه معادله یک مفهوم دارند):

$$\frac{d\sigma_{bx}}{dx} = -\frac{2\pi r_b}{A_b} \tau_{rb,x} \quad \text{or} \quad \frac{d\sigma_{bx}}{dx} = -\frac{2}{r_b} \tau_{rb,x} \quad \text{or} \quad \frac{dp_{bx}}{dx} = -2\pi r_b \tau_{rb,x} \quad (2)$$

که در آن  $dp_{bx}$  تغییرات نیرو می‌باشد. برای حل هر کدام از معادلات رابطه (۲) باید هر دو متغیر  $\sigma_{bx}$  و  $\tau_{rb,x}$  بر حسب یک متغیر نوشته شوند. به این منظور در داخل المان بولت بر اساس روابط تنش-

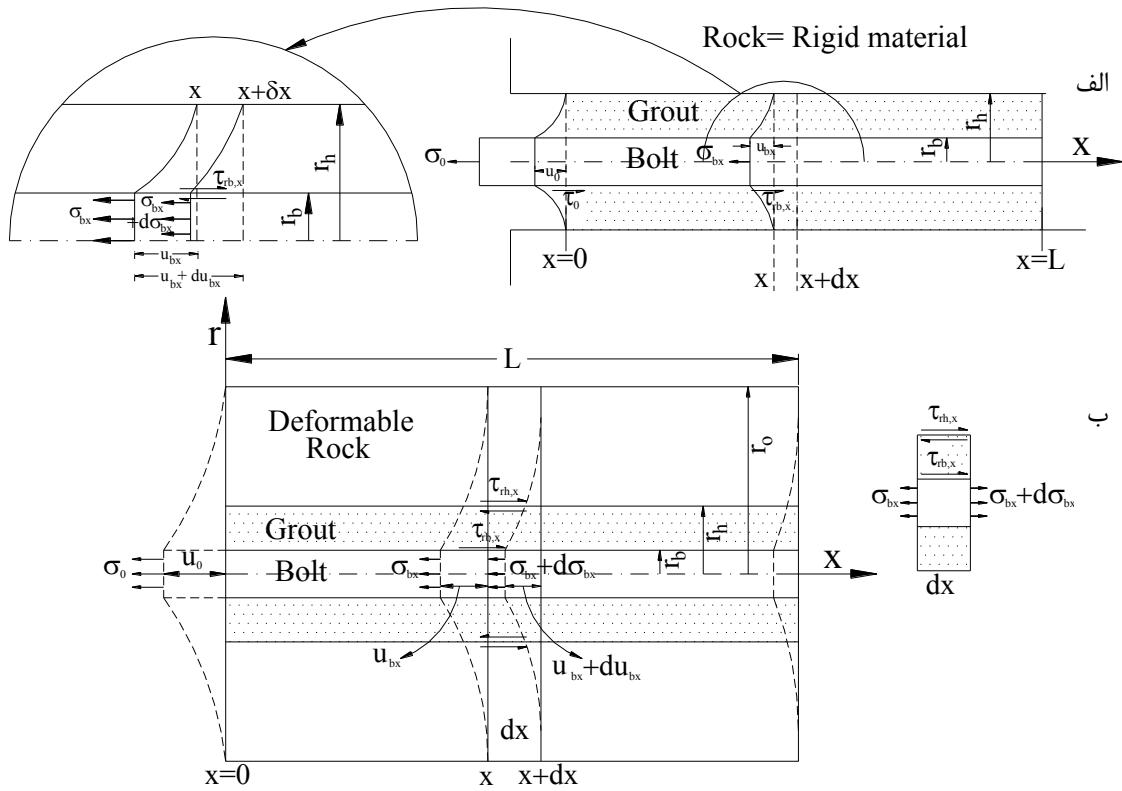
$$\text{کرنش} (\varepsilon_{bx}) = \frac{-du_{bx}}{dx} \quad \text{و} \quad \text{کرنش- جابه‌جایی} (\sigma_{bx}) = E_b \varepsilon_{bx}$$

لحاظ شده است.

در راه حل تحلیلی ارائه شده، فرض شکست در یکی از سطوح تماس بولت-دوغاب یا دوغاب-سنگ در نظر گرفته شده و شکست در سنگ (به صورت گوهای و یا شکل دیگر) لحاظ نشده است. به این منظور در ابتدا فرض می‌شود که هیچ شکستی رخ ندهد و فرض کاملاً الاستیک (اتصال کامل بین دوغاب-بولت و دوغاب-سنگ) برقرار باشد و در ادامه شکست در سطح تماس (بویژه محل تماس بولت-دوغاب که معمولاً ضعیفترین قسمت سیستم است) و در ادامه بارگذاری در خود میله در نظر گرفته می‌شود. لازم به ذکر است که تأثیر بار اعمالی به توده سنگ ناشی از عکس العمل بارگذاری جک (صفحه باربر زیر جک) لحاظ نشده است.

### ۳- اندرکنش بولت-دوغاب-سنگ برای رفتار الاستیک بولت و اتصال کامل بین بولت-دوغاب-سنگ

مدل ایدهآل مربوط به شرایط تنش (نیرو) و تغییرشکل در طول بولت برای قسمت گیردار (تمام تزریقی) در شکل ۲ با فرض توده سنگ تغییرشکل پذیر (فرض لحاظ شده توسط آیدان) و توده سنگ صلب (فرض لحاظ شده توسط فارمر) ارائه شده است (دیاگرام آزاد نیروها). پارامترهای ارائه شده در شکل ۲ عبارت است از:  $r_h$  شعاع بولت،  $L_h$  طول چال،  $r_0$  شعاع ناحیه‌ای که در آن اثر بار از بین می‌رود،  $L$  طول بولت،  $dx$  المان کوچکی از بولت-دوغاب-سنگ،  $\sigma_{bx}$  تنش در بولت در فاصله X از سر بولت،  $d\sigma_{bx}$  میزان تغییر تنش در بولت در فاصله X از سر بولت،  $\tau_{rb,x}$  تنش برشی در سطح تماس بولت-دوغاب،



شکل ۲. مدل ایده‌آل توزیع تنش و جابه‌جایی در طول ناحیه گیردار بولت  
الف- با فرض توده سنگ صلب [۴]، ب- با فرض توده سنگ تغییر شکل پذیر [۱]

Fig. 2. Idealized stress and deformation state along the rock bolt, a) rigid rock mass b) deformable rock mass

در این معادله باید  $\alpha'$  متناسب با شرایط تعیین شود. رابطه (۳)

یک معادله دیفرانسیل معمولی درجه ۲ با ضرایب ثابت می‌باشد که دارای جواب عمومی به شکل  $u_{bx} = A_1 e^{\alpha' x} + A_2 e^{-\alpha' x}$  است و با در نظر گرفتن شرایط مرزی متناسب ( $\sigma_x = \sigma_0$  در  $x=0$  و  $\sigma_x = 0$  در  $x=L$ ) به راحتی حل شده و توزیع تنش محوری، تنش برشی و جابه‌جایی در طول بولت تعیین می‌شود. به این منظور باید ابتدا مقدار  $\alpha'$  تعیین شود. در صورتی که توده سنگ صلب بوده و ضخامت دوغاب کم باشد ( $r_h - r_b$  کوچک باشد) با استفاده از رابطه تنش برشی-

$$\text{کرنش برشی } (\tau = \gamma G) \text{ می‌توان معادله } \frac{u_{bx}}{r_h - r_b} G_g = \tau_{rb,x} \text{ را}$$

بیان نمود که مقدار  $\alpha'^2$  از معادله  $\frac{2G_g}{E_b r_b (r_h - r_b)}$  بدست می‌آید که در آن  $G_g$  مدول برشی دوغاب است. پرسش این است که چنانچه ضخامت دوغاب زیاد بوده و توده سنگ صلب نباشد معادله به چه صورت خواهد بود (چگونه تنش برشی بر مبنای جابه‌جایی بیان خواهد شد). به این منظور باید تعادل نیروهای برشی در راستای عمود

رابطه تنش-جابه‌جایی به شکل  $\sigma_{bx} = -E_b \frac{du_{bx}}{dx}$  می‌باشد. در این روابط  $E_b$  مدول الاستیسیته المان میله بولت و  $\epsilon_{bx}$  کرنش المان میله بولت در طول  $x$  از سر بولت است. مشتق گیری این

رابطه نسبت به  $x$  معادله  $\frac{d\sigma_{bx}}{dx} = -E_b \frac{d^2 u_{bx}}{dx^2}$  را بدست می‌دهد. بنابراین سمت چپ رابطه (۲) بر حسب جابه‌جایی بیان می‌شود. در

این صورت رابطه (۲) را می‌توان به شکل  $\frac{d^2 u_{bx}}{dx^2} = \frac{2}{r_b E_b} \tau_{rb,x}$  نوشت. حال چنانچه تنش برشی به نحوی بر حسب جابه‌جایی مرز دوغاب-بولت (که در شرایط اتصال کامل همان جابه‌جایی بولت است) بیان شود، در این صورت رابطه (۲) بر حسب یک متغیر جابه‌جایی به صورت معادله دیفرانسیل زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{d^2 u_{bx}}{dx^2} - \alpha'^2 u_{bx} = 0 \quad (3)$$

جواب عمومی این رابطه به صورت  $u_{r,x} = C_1 \ln r + C_2$  است که  $C_1$  و  $C_2$  ضرایب ثابت انتگرال می‌باشند. برای تعیین ضرایب ثابت، در توده سنگ با در نظر گرفتن شرایط مرزی  $u=0$  در  $r=r_0$  و  $u=-uh$  در  $r=r_h$  داریم:

$$u_{r,x} = u_h \frac{1}{\ln(\frac{r_o}{r_h})} (\ln r + \ln r_o), \quad (8)$$

$$\tau_r = G_R \frac{u_h}{r \ln(\frac{r_o}{r_h})} \quad \text{for } r \geq r_h$$

رابطه بین تنش برشی-کرنش برشی و همچنین کرنش برشی-

جابه‌جایی ( $\tau_r = G_R \gamma$ ) در تعیین تنش برشی در توده سنگ ( $\tau_g$ ) استفاده شده است. با روش مشابه و با در نظر گرفتن شرایط مرزی  $u=0$  در  $r=r_h$  و  $u=-uh$  در  $r=r_0$  مقدار  $G_R$  را می‌توان بدست زیر:

$$u_{r,x} = \frac{1}{\ln(\frac{r_h}{r_b})} [(u_b - u_h) \ln r - u_b \ln r_h + u_h \ln r_b] \quad (9)$$

$$\tau_g = G_g \frac{u_b - u_h}{r \ln(\frac{r_h}{r_b})} \quad \text{for } r_b \leq r \leq r_h$$

چنانچه محیط سنگی صلب در نظر گرفته شود ( $u=0$  در  $r=r_h$ ) رابطه بین تنش برشی و جابه‌جایی طولی بولت در سطح تماس بولت-

$$\text{دوغاب به صورت } \tau_{rb,x} = G_g \frac{u_b}{r_b \ln(\frac{r_h}{r_b})}$$

آن را بدون راه حل ارائه نمود که در این صورت در رابطه (۳) معادله

$$\alpha'^2 = \frac{2G_g}{E_b r_b^2} \ln \frac{r_h}{r_b}$$

تنش برشی داخل توده سنگ و دوغاب در  $r=r_h$  باید مقدار تنش

بر محور بولت مورد بررسی قرار گیرد. همانند راه حل ارائه شده توسط آیدان، چنانچه فرض شود که تغییر تنش برشی در داخل محیط و در فاصله  $\Gamma$  از محور بولت به صورت خطی تغییر نماید می‌توان نوشت:

$$\tau(r, x = \text{cons.}) = \frac{r_h}{r} \tau(r_h, x = \text{cons.}) \Rightarrow \tau_{r,x} = \frac{r_h}{r} \tau_{rb,x} \quad (4)$$

که در آن  $r_h$  شعاع بولت،  $\tau_{r,x}$  تنش برشی در فاصله  $x$  از سر بولت و شعاع  $\Gamma$  از محور بولت،  $\tau_{rb,x}$  تنش برشی در محل اتصال دوغاب-بولت در شعاع  $r_h$  و  $\Gamma$  فاصله شعاعی از محور بولت در هر فاصله  $X$  از سر بولت می‌باشد.

چنانچه یک رینگ به ضخامت  $\Gamma$  و طول  $X$  در فاصله  $\Gamma$  از محور بولت در نظر گرفته شود معادلات تعادل نیروهای برشی در داخل و خارج رینگ را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$-2\pi r \tau_{r,x} \Delta x + 2\pi(r + \Delta r)(\tau_{r,x} + \Delta \tau_{r,x}) \Delta x = 0 \quad (5)$$

با ساده سازی و تقسیم رابطه بر  $2\pi r \Delta r \Delta x$  و گرفتن حد، معادله دیفرانسیل به شکل زیر بدست می‌آید:

$$\frac{\tau_{r,x}}{r} + \frac{d \tau_{r,x}}{dr} = 0 \quad (6)$$

که در آن  $\tau_{r,x}$  تنش برشی در دوغاب و یا سنگ در فاصله  $\Gamma$  از محور بولت و  $X$  از سر بولت است. به منظور حل این معادله و همچنین تعیین رابطه بین تنش برشی و جابه‌جایی در راستای طولی بولت (و در نتیجه حل رابطه ۲ برای ضخامت دوغاب زیاد) رابطه تنش برشی-کرنش برشی ( $\tau = \gamma G$ ) در نظر گرفته می‌شود. با فرض اینکه رینگ در نظر گرفته شده در داخل سنگ باشد و لحاظ کردن

معادله  $\tau_{r,x} = \frac{\partial u_{r,x}}{\partial r} G_R$  بدست می‌آید که در آن  $G_R$  مدول برشی سنگ و  $u_{r,x}$  جابه‌جایی طولی در راستای بولت (فاصله  $X$  از سر بولت) در شعاع  $\Gamma$  از محور بولت است. بنابراین رابطه (۶) بر مبنای متغیر جابه‌جایی به شکل زیر بدست می‌آید:

$$\frac{d^2 u_{r,x}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_{r,x}}{dr} = 0 \Rightarrow \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \frac{du_{r,x}}{dr}) = 0 \quad (7)$$

تماس بولت-دوغاب یکسان است (اتصال کامل) را ارائه می‌نماید. با در نظر گرفتن مقدار  $x$  و  $\alpha'$  (بسته به شرایط توده سنگ و ضخامت دوغاب) می‌توان مقدار جابه‌جایی در هر نقطه از طول بولت را تعیین نمود. مقادیر تنش محوری در داخل المان راک بولت و تنش برشی در سطح تماس بولت-دوغاب نیز از روابط زیر بدست می‌آید:

$$\sigma_{bx} = \sigma_0 \left[ \frac{e^{\alpha'(L-x)} - e^{-\alpha'(L-x)}}{e^{\alpha L} - e^{-\alpha L}} \right] = \sigma_0 \frac{\sinh \alpha'(L-x)}{\sinh \alpha' L} \quad (13)$$

for  $L \gg 1/\alpha' \Rightarrow \sigma_{bx} = \sigma_0 e^{-\alpha' x}$

$$\tau_{rb,x} = \frac{r_b \alpha' \sigma_0}{2} \left[ \frac{e^{\alpha'(L-x)} + e^{-\alpha'(L-x)}}{e^{\alpha' L} - e^{-\alpha' L}} \right] = \frac{r_b \alpha' \sigma_0}{2} \frac{\cosh \alpha'(L-x)}{\sinh \alpha' L} \quad (14)$$

for  $L \gg 1/\alpha' \Rightarrow \tau_{rb,x} = \frac{r_b \alpha' \sigma_0}{2} e^{-\alpha' x}$

فارم [۴] با ساده سازی و فرض اینکه در اغلب موارد طول بولت ( $x = L$ ) بسیار بیشتر از  $1/\alpha'$  می‌باشد عنوان نمود طول انتقال<sup>۱</sup> برابر طولی است که در آن مقادیر جابه‌جایی و تنش برشی به مقدار ۱٪ اولیه خود می‌رسند که این حالت در شرایطی اتفاق می‌افتد که  $\alpha' x = 4.6$  باشد. بر این مبنای طول انتقال برابر  $4.6/\alpha'$  بدست آمد. در نتیجه طول مفید گیرداری در حالت چسبندگی کامل را می‌توان تعیین نمود. چنانچه  $(\alpha)^2 = \alpha'^2 r_b^2$  لحاظ شود

$$(\alpha)^2 = \frac{2G_R G_g}{E_b \left[ G_R \ln\left(\frac{d_h}{d_b}\right) + G_g \ln\left(\frac{d_o}{d_h}\right) \right]} \quad (\text{بدست می‌آید})$$

که در آن  $dh$  و  $db$  به ترتیب قطر بولت، قطر چال و قطر ناحیه تحت تأثیر بولت می‌باشند. با فرض  $L \gg 1/\alpha' >> 1$  تنش برشی در سطح دوغاب-بولت، تنش محوری بولت و توزیع جابه‌جایی در طول بولت از روابط زیر بدست می‌آیند:

$$u_{bx} = \frac{d_b \sigma_0}{2E_b \alpha'} e^{-2\alpha' \frac{x}{d_b}}, \quad \sigma_{bx} = \sigma_0 e^{-2\alpha' \frac{x}{d_b}}, \quad (15)$$

$$\tau_{rb,x} = \frac{\alpha \sigma_0}{2} e^{-2\alpha' \frac{x}{d_b}}$$

$$(\tau_{rh,x} = G_g \frac{u_b - u_h}{r_h \ln(\frac{r_h}{r_b})} = G_R \frac{u_h}{r_h \ln(\frac{r_o}{r_h})})$$

بنابراین رابطه زیر بین جابه‌جایی‌ها در مرز بولت و چال و سپس بین تنش برشی و جابه‌جایی بدست می‌آید:

$$u_b = \chi u_h, \quad \chi = \frac{G_R \ln(r_h/r_b)}{G_g \ln(r_o/r_h)} + 1 \quad (10)$$

$$\tau_{rb,x} = \frac{G_R G_g}{r_b \left[ G_R \ln\left(\frac{r_h}{r_b}\right) + G_g \ln\left(\frac{r_o}{r_h}\right) \right]} u_b \quad (11)$$

به این ترتیب مقدار تنش برشی در مرز دوغاب-بولت بر حسب مقدار جابه‌جایی (برای توده سنگ تغییر شکل پذیر) بدست آمد. در این صورت در

رابطه (۳) معادله  $\alpha'^2 = \frac{2G_R G_g}{E_b r_b^2 \left[ G_R \ln\left(\frac{r_h}{r_b}\right) + G_g \ln\left(\frac{r_o}{r_h}\right) \right]}$  برقرار می‌باشد. بنابراین مقدار برای شرایط توده سنگ صلب (ضخامت دوغاب کم و زیاد) و همچنین توده سنگ تغییر شکل پذیر (با تعیین پارامترهای ورودی) را می‌توان محاسبه نمود. حال باید ضرایب ثابت بدست آمده از حل رابطه (۳) تعیین گردد ( $u = A_1 e^{\alpha' x} + A_2 e^{-\alpha' x}$ ). به این منظور شرایط مرزی  $\sigma_x = \sigma_0$  در  $x=0$  و  $\sigma_x = 0$  در  $x=L$  بروز خواهد بود از:

$$\sigma_{bx} = -E_b \frac{du_{bx}}{dx} \quad (\text{مقدار})$$

$$A_2 = \frac{\sigma_0}{E_b \alpha'} \frac{e^{\alpha' L}}{e^{\alpha' L} - e^{-\alpha' L}} \quad \text{و} \quad A_1 = \frac{\sigma_0}{E_b \alpha'} \frac{e^{-\alpha' L}}{e^{\alpha' L} - e^{-\alpha' L}}$$

می‌آید که توزیع جابه‌جایی در المان بولت عبارت خواهد بود از:

$$u_{bx} = \frac{\sigma_0}{E_b \alpha'} \left[ \frac{e^{\alpha'(L-x)} + e^{-\alpha'(L-x)}}{e^{\alpha' L} - e^{-\alpha' L}} \right] = \frac{\sigma_0}{E_b \alpha'} \frac{\cosh \alpha'(L-x)}{\sinh \alpha' L} \quad (12)$$

for  $L \gg 1/\alpha' \Rightarrow u_{bx} = \frac{\sigma_0}{E_b \alpha'} e^{-\alpha' x}$

این رابطه مقدار جابه‌جایی خود المان بولت که با جابه‌جایی سطح

## شدگی فولاد

لی و استیلبورگ [۲] بر مبنای نتایج آزمایش کشش بولت ابزارنده شده (نصب کرنش سنج‌هایی در طول بولت تمام تزریق) مقادیر تنش محوری در هر نقطه از بولت را اندازه‌گیری کرده و از

$$\tau_{rb,x} = -\frac{A_b}{\pi d_b^2} \frac{d\sigma_{bx}}{dx}$$

رابطه رابطه  $\tau_{rb,x}$  مقدار تنش برشی و توزیع آن در طول بولت تحت آزمایش کشش را تعیین کرده و یک مدل ساده شده ایده‌آل ارائه نمودند (شکل ۳). در این مدل  $\alpha$  ناحیه وجود دارد که این نواحی با ازدیاد بار اعمالی در مراحل مختلف تشکیل می‌شوند. اغلب در بکارگیری روابط حاصل از این مدل فرض شده است که  $\alpha = 0$  برابر صفر است. در این مقاله فرض می‌شود تا قبل از رسیدن به مقدار تنش تسلیم فولاد شرایط شکل ۳-الف) و پس از آن شرایط شکل ۳-ب) برقرار باشد که بر این مبنای روابط توسعه داده است. لازم به ذکر است که روابط ارائه شده توسط لی و استیلبورگ [۲] تسلیم شدگی فولاد را لحاظ ننموده است که در این مقاله این حالت نیز در نظر گرفته می‌شود. اگرچه تسلیم شدگی فولاد توسط هی و همکارانش [۱۶] در نظر گرفته شده است ولی در مدل آنها منحنی بار-جایه‌جایی یک درزه که بولت در دو طرف آن وجود دارد ارائه شده و منحنی بار-جایه‌جایی سر بولت در آزمایش کشش بولت ارائه نشده است.

پارامترهای ارائه شده در شکل ۳ عبارت است از:  $\tau_{rb,x}$  تنش برشی در سطح تماس بولت-دوغاب برای حالت اتصال کامل،  $\sigma_{bx}$  تنش برشی در سطح تماس بولت-دوغاب که در مراحل مختلف جداشده و در طول بولت متغیر است،  $x$  فاصله از سر بولت،  $L$  طول بولت،  $\alpha$  نقطه‌ای است که بعد از آن اتصال کامل برقرار بوده و قبل از آن تنش برشی از مقدار حداکثر خود به صورت خطی در فاصله ای به اندازه  $\Delta = x_2 - x_1$  نقطه‌ای که به مقدار باقیمانده خود رسیده ( $x_1 < x_2$ )، بعد از جداشده بخشی رخ داده و قبل از آن مقدار مقاومت برشی به مقدار باقیمانده خود رسیده است،  $S_p$  مقاومت برشی حداکثر در سطح تماس بولت-دوغاب،  $S_r$  مقاومت برشی باقیمانده در سطح تماس بولت-دوغاب،  $\omega$  نسبت مقاومت برشی باقیمانده به مقاومت

$$\omega = \frac{S_r}{S_p}$$

برشی حداکثر است (۱). بر اساس میزان تنش (بار) اعمالی به سر بولت (نقطه شروع گیرداری) مراحل مختلفی از اتصال کامل تا جداشده رخ خواهد

در رابطه (۱۵)،  $\tau$  همان معادله‌ای است که لی و استیلبورگ

$$\sigma_{bx} = \frac{2}{\alpha} \tau_{rb,x}$$

[۲] از آن استفاده کردند. همچنین رابطه  $\tau_{rb,x}$  نیز بین تنش برشی و تنش محوری برقرار می‌باشد. لازم به یادآوری است که دیمانسیون'  $\alpha'$  برابر  $L^{-1}$  بوده (به عنوان مثال  $mm^{-1}$ ) ولی بدون بعد است. بر اساس رابطه (۱۵)، مقدار جایه‌جایی سر بولت

$$u_{b0} = \frac{d_b \sigma_0}{2 E_b \alpha}$$

(در  $X=0$ ) از معادله (۱۵) بدست می‌آید. به منظور تعیین میزان درازشده سر بولت  $\delta$  (در  $X=0$ ) تحت اعمال تنش  $\sigma_0$  (یا بار  $P$ ) در سر بولت از رابطه زیر می‌توان استفاده نمود:

$$\delta = \int_0^L \varepsilon dx = \frac{1}{E} \int_0^L \sigma_{bx} dx = \frac{1}{E} \int_0^L \sigma_0 e^{-2\alpha \frac{x}{d_b}} dx$$

$$:= -\frac{\sigma_0}{E} \frac{d_b}{2\alpha} \left[ e^{-2\alpha \frac{L}{d_b}} - 1 \right]$$
(۱۶)

با فرض اینکه در واقعیت اغلب  $L$  بسیار بزرگتر از  $db$  است مقدار دراز شدگی که در این حالت با مقدار توزیع جایه‌جایی در  $X=0$  نیز همخوان است از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\delta = \frac{d_b \sigma_0}{2 E_b \alpha} = \frac{d_b p_0}{2 A_b E_b \alpha} \Rightarrow p_0 = \frac{2 \alpha E_b A_b}{d_b} \delta$$
(۱۷)

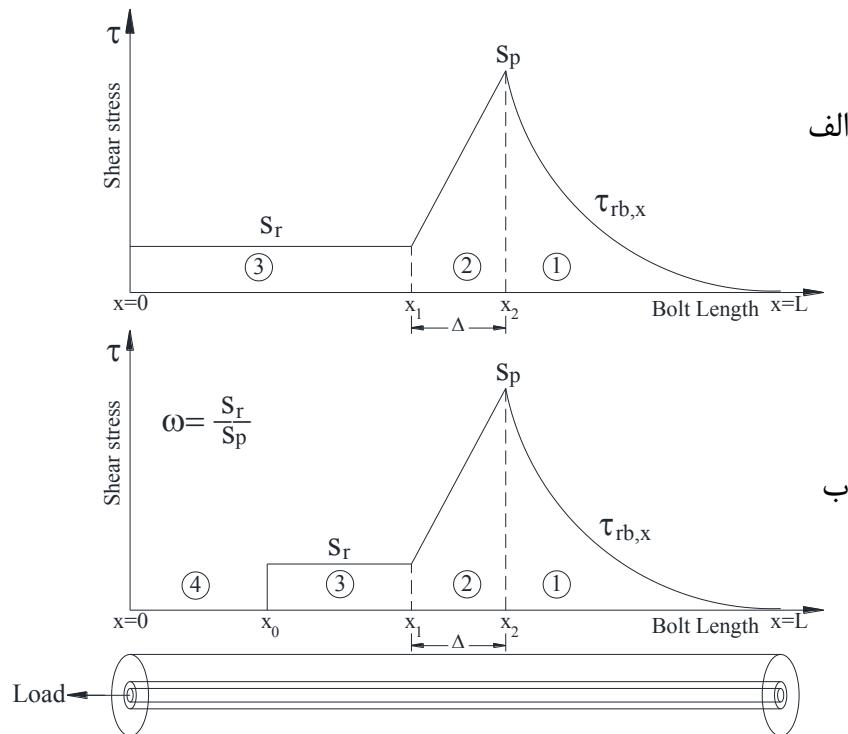
که در آن  $\delta$  دراز شدگی بولت (جایه‌جایی سر بولت) است. نکته جالب این است که دراز شدگی سر بولت (نقطه شروع گیرداری) در این حالت به طول بولت بستگی ندارد. در واقع برای بولت‌های بلند جایه‌جایی سر بولت فقط به قطر بولت، قطر چال، مشخصات دوغاب و مشخصات زمین مرتبط است. با بررسی رابطه بین جایه‌جایی (درازشده) بار سر بولت کاملاً مشخص می‌شود که این رابطه خطی

بوده و شبیه منحنی (سختی) از معادله  $\frac{2 \alpha E_b A_b}{d_b}$  تعیین می‌شود.

**۴- اندرکنش بولت-محیط و تعیین رابطه بار-جایه‌جایی با در نظر گرفتن جداشده بین بولت-دوغاب و همچنین تسلیم**

1 Elongation

2 Bolt head



شکل ۳ . مدل ایده‌آل توزیع تنش و جابه‌جایی برای شرایط جداشدگی بین بولت و دوغاب الف- قبل از رسیدن فولاد به مقدار تسلیم ب- پس از رسیدن فولاد به مقدار تسلیم

Fig. 3. Assumed interface shear stress distribution along the rock bolt bond length, a) before steel bar yields b) after yielding of steel bar

$$\sigma_0 = \frac{2S_p}{\alpha} \Rightarrow P_{cr}^I = \frac{2S_p}{\alpha} A_b \quad (18)$$

که در آن  $P_{cr}^I$  بار بحرانی اعمالی (حداکثر بار) در آزمایش کشش مربوط به مرحله I است و مادامی که بار اعمالی  $P$  کمتر از  $P_{cr}^I$  باشد روابط مرحله I برقرار است. با فرض اینکه در واقعیت اغلب L بسیار بزرگتر از  $db$  است مقدار دراز شدگی در مرحله I از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\delta^I = \frac{1}{E} \int_0^L \sigma'_{bx} dx = \frac{d_b \sigma_0}{2E_b \alpha} = \frac{d_b p_0}{2A_b E_b \alpha} \Rightarrow p_0 = \frac{2\alpha E_b A_b}{d_b} \delta^I \quad (19)$$

مقدار دراز شدگی زمانی به مقدار حداکثر خود می‌رسد که مقدار  $P$  به مقدار بحرانی خود در این مرحله برسد بنابراین مقدار حداکثر دراز شدگی از رابطه زیر بدست می‌آید:

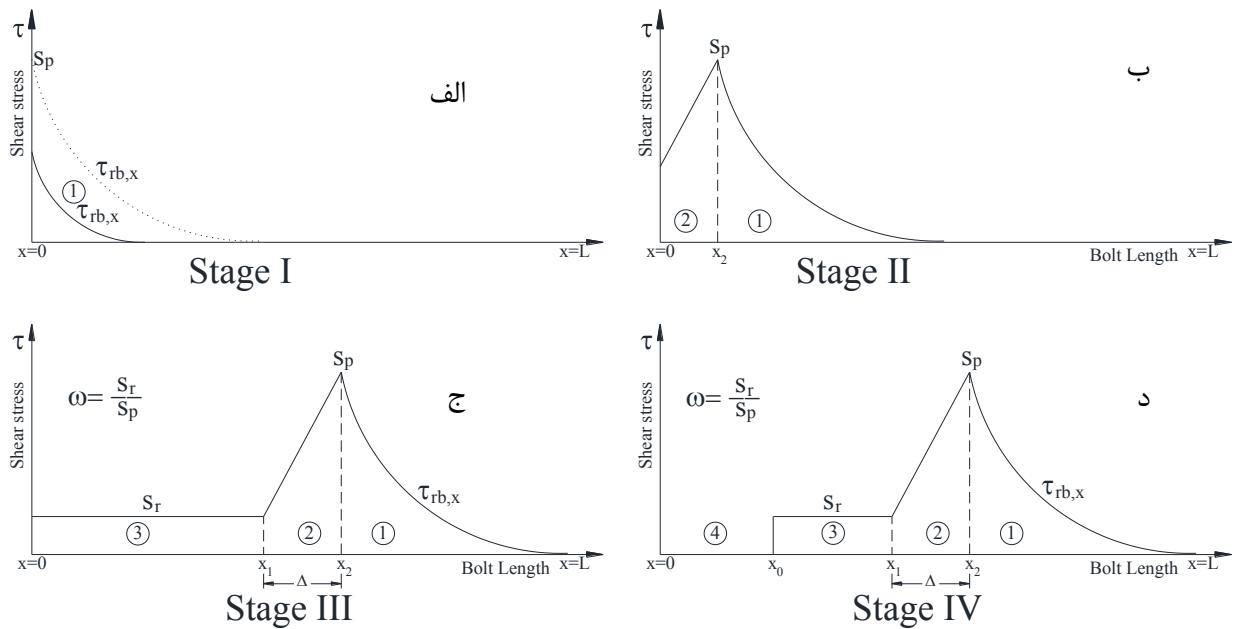
$$\delta_{cr}^I = \frac{d_b p_{cr}^I}{2A_b E_b \alpha} = \frac{S_p d_b}{\alpha^2 E_b} \quad (20)$$

داد. این مراحل برای یک بولت که طول نسبتاً بلندی دارد (آنچه که در پایدارسازی فضاهای زیرزمینی استفاده می‌شود) در شکل ۴ ارائه شده است که در ادامه در هر مرحله معادلات مربوط به جابه‌جایی در اثر اعمال بار در سر بولت ارائه خواهد شد (منحنی بار-جابه‌جایی).

### الف- مرحله I (Stage I)

در این مرحله اتصال کامل بین بولت-دوغاب-سنگ برقرار است (شکل ۴-الف). همانند آنچه که در بخش قبل توضیح داده شد مقدار تنש برشی در سطح تماس بولت-دوغاب و تنش محوری در طول

بولت از روابط  $\sigma_{bx}^I = \sigma_0 e^{-2\alpha \frac{x}{d_b}}$  و  $\tau_{rb,x}^I = \frac{\alpha \sigma_0}{2} e^{-2\alpha \frac{x}{d_b}}$  تعیین می‌شود. بالاونیس I مربوط به مرحله I بوده و زیرنویس bx مربوط به بولت در فاصله x می‌باشد. مقدار تنش (بار) اعمالی در مرحله I وقتی به حداکثر خود می‌رسد (قبل از جداشدگی) که تنش برشی به مقدار حداکثر مقاومت برشی برسد ( $\tau_{rb,0}^I = S_p$ ). در این حالت حداکثر بار اعمالی به سر بولت قبل از جداشدگی برابر است با:



شکل ۴. مدل ایده‌آل برای توزیع تنش برشی در طول بولت متناسب با مقدار بار اعمالی و مراحل مختلف جدادشگی که در طول بولت رخ می‌دهد الف- اتصال کامل(مرحله I)، ب- جدادشگی بخشی(مرحله II)، ج- افت مقاومت برشی حداکثر به مقدار باقیمانده خود(مرحله III)، د- رسیدن فولاد به حد تسلیم و تشکیل طولی از بولت با تنش برشی صفر(مرحله IV)

Fig. 4. Considered stages for distribution of shear stresses along the bolt, a) Stage I: elastic bar and complete bonding, b) Stage II: elastic bar and partial de-bonding, c) Stage III: elastic bar and de-bonding with residual shear strength, d) Stage IV: elasto-plastic bar with complete de-bonding and zero shear strength

تنش محوری در طول بولت از روابط زیر بدست می‌آیند:

$$\begin{cases} \tau_{rb,x}^{II,1} = S_p e^{\frac{-2\alpha}{d_b}(x-x_2)} & x \in [x_2, L] \\ \tau_{rb,x}^{II,2} = S_p - \frac{x_2 - x}{\Delta} (1 - \omega) S_p & x \in [0, x_2] \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} \sigma_{bx}^{II,1} = \frac{2S_p}{\alpha} e^{\frac{-2\alpha}{d_b}(x-x_2)} & x \in [x_2, L] \\ \sigma_{bx}^{II,2} = \frac{4P_0}{\pi d_b^2} - \frac{4}{d_b} \left( 1 - \frac{2x_2 - x}{2\Delta} (1 - \omega) \right) x S_p & x \in [0, x_2] \end{cases} \quad (22)$$

مقدار بار بحرانی مرحله II ( $P_{cr}^{II}$ ) زمانی بدست می‌آید که مقدار  $x_2$  در مرحله II برابر  $\Delta$  باشد. در این حالت مقدار تنش محوری در ناحیه ۱ و ۲ باید با هم برابر باشند. بر این مبنای مقدار بار بحرانی که در واقع همان حداکثر بار اعمالی بر سر بولت در مرحله II است از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$P_{cr}^{II} = \left( \frac{2}{\alpha} + \frac{2\Delta}{d_b} (1 + \omega) \right) S_p A_b \quad (23)$$

به منظور تعیین موقعیت  $x_2$  قبل از اینکه  $x_2 = \Delta$  باشد، در

با تعیین مقدار  $\delta_{cr}^I = \delta_{max}^I$  از روی منحنی بار-تغییر شکل آزمایش کشش (قسمت ابتدایی منحنی که به صورت خطی است)، با استفاده از رابطه (۲۰) می‌توان مقدار را بدست آورد. نکته این است که مقدار  $\delta_{cr}^I$  معمولاً کم بوده و تعیین آن کار چندان ساده‌ای نیست.

### ب- مرحله II (Stage II)

به محض اینکه مقدار بار اعمالی به سر بولت از مقدار بحرانی  $P_{cr}^I$  فراتر رود جدادشگی آغاز می‌شود که طول این جدادشگی برابر  $x$  است (شکل ۴-ب). در این حالت توزیع تنش برشی در طول بولت به دو ناحیه ۱ و ۲ تقسیم می‌شود. در ناحیه ۱ ( $x \in [x_2, L]$ ) جابه‌جایی‌ها در سطح تماس و داخل بولت سازگار بوده و اتصال کامل برقرار است. مقدار تنش برشی مرحله II در ناحیه ۱ ( $\tau_{rb,x}^{II,1}$ ) به صورت نمایی کاهش می‌یابد. در ناحیه ۲ که جدادشگی بخشی در آن رخ داده ( $x \in [0, x_2]$ ، فرض می‌شود تنش برشی ( $\tau_{rb,x}^{II,2}$ ) از مقدار حداکثر خود ( $S_p$ ) با نرخ  $\frac{S_p - S_r}{\Delta}$  به صورت خطی کاهش می‌یابد. توزیع تنش برشی در سطح تماس بولت-دوغاب و

۳ تقسیم می‌شود. در ناحیه ۱ ( $x \in [x_2, L]$ ) جابه‌جایی‌ها در سطح تماس و داخل بولت سازگار بوده و اتصال کامل برقرار است و مقدار تنش برشی در این ناحیه ( $\tau_{rb,x}^{III,1}$ ) به صورت نمایی کاهش می‌یابد. در ناحیه ۲ که جداشده‌گی بخشی در آن رخ داده ( $x \in [x_1, x_2]$ ), تنش برشی ( $\tau_{rb,x}^{III,2}$ ) از مقدار حداکثر خود ( $S_p$ ) به مقدار باقیمانده

$\frac{S_p - S_r}{\Delta}$  به صورت خطی کاهش می‌یابد. در ناحیه ۳ ( $x \in [0, x_1]$ ) که در آن جداشده‌گی رخ داده و مقاومت برشی سطح تماس ثابت و برابر مقاومت برشی باقیمانده است. توزیع تنش برشی در سطح تماس بولت-دوغاب و تنش محوری در طول بولت در مرحله III از روابط زیر بدست می‌آید:

$$\begin{cases} \tau_{rb,x}^{III,1} = S_p e^{\frac{-2\alpha}{d_b}(x-x_2)} & x \in [x_2, L] \\ \tau_{rb,x}^{III,2} = \omega S_p + \frac{x-x_1}{\Delta}(1-\omega)S_p & x \in [x_1, x_2] \\ \tau_{rb,x}^{III,3} = S_r & x \in [0, x_1] \end{cases} \quad (27)$$

$$\begin{cases} \sigma_{bx}^{III,1} = \frac{2S_p}{\alpha} e^{\frac{-2\alpha}{d_b}(x-x_2)} \\ \sigma_{bx}^{III,2} = \frac{4P_0}{\pi d_b^2} - \frac{2S_p}{d_b} \left( 2\omega x + \frac{(1-\omega)}{\Delta} (x-x_1)^2 \right) \\ \sigma_{bx}^{III,3} = \frac{4P_0}{\pi d_b^2} - \frac{4S_r}{d_b} x \end{cases} \quad (28)$$

به منظور تعیین موقعیت  $x_2$  در مرحله III از این نکته استفاده می‌شود که در این نقطه تنش محوری ناحیه ۱ و ۲ با هم برابر هستند ( $\sigma_{bx_2}^{III,1} = \sigma_{bx_2}^{III,2}$ ). بنابراین موقعیت نقطه عبارت است از:  
 $x_2 = x_2^{III} = \frac{1}{2\omega} \left[ \frac{2P_0}{\pi d_b S_p} - \frac{d_b}{\alpha} - (1-\omega)\Delta \right]$       (29)

به منظور تعیین میزان درازشده‌گی سر بولت در اثر اعمال بار

در مرحله III از معادله  $\delta = \frac{1}{E} \int_0^L \sigma_{bx} dx$  در سه ناحیه استفاده می‌شود. با استفاده از رابطه (28) مقدار جابه‌جایی کل که مجموع جابه‌جایی‌ها در نواحی ۱، ۲ و ۳ ( $\delta^{III} = \delta^{III,1} + \delta^{III,2} + \delta^{III,3}$ )

رابطه (۲۲) در حالتی که  $x = x_2$  باشد باید  $\sigma_{bx_2}^{II,1} = \sigma_{bx_2}^{II,2}$  برقرار باشد. بر این مبنای موقعیت  $x_2$  در مرحله II بر اساس حل یک معادله درجه ۲ تعیین شده و از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$x_2^{II} = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad \begin{cases} a = \frac{2(1-\omega)}{\Delta d_b} \\ b = -\frac{4S_p}{d_b}, c = \frac{4P_0}{\pi d_b^2} - \frac{2S_p}{\alpha} \end{cases} \quad (24)$$

$$x_2^{II} = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad \begin{cases} a = \frac{2(1-\omega)}{\Delta d_b} \\ b = -\frac{4S_p}{d_b}, c = \frac{4P_0}{\pi d_b^2} - \frac{2S_p}{\alpha} \end{cases} \quad (24)$$

بنابراین در مرحله II که مقدار بار اعمالی برابر

است برای تعیین جابه‌جایی سر بولت از معادله استفاده نموده و بر مبنای رابطه (۲۲) مقدار جابه‌جایی کل برابر مجموع جابه‌جایی ناحیه ۱ و ۲ است ( $\delta^{II} = \delta^{II,1} + \delta^{II,2}$ ). می‌دانیم که جابه‌جایی ناحیه ۱ در مرحله II برابر  $\delta_{cr}^I$  است ( $\delta^{II,1} = \delta_{cr}^I$ )

درنتیجه جابه‌جایی کل ( $\delta^{II}$ ) از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\delta^{II} = \frac{1}{E} \int_0^{x_2} \sigma_{bx}^{II,2} dx + \delta_{cr}^I \quad (25)$$

$$\delta^{II} = \frac{1}{E_b} \left[ \frac{4P_0}{\pi d_b^2} x_2^{II} - \frac{2S_p(x_2^{II})^2}{3d_b} \left( 3 - \frac{2(1-\omega)}{\Delta} x_2^{II} \right) \right] + \frac{S_p d_b}{E_b \alpha^2}$$

مقدار دراز شده‌گی مرحله II زمانی به مقدار حداکثر خود میرسد

که  $x_2^{II} = \Delta$  و  $P_0 = P_{cr}^{II}$  باشد بنابراین:

$$\delta_{cr}^{II} = \delta_{max}^{II} = \frac{1}{E_b} \left[ \frac{4P_{cr}^{II}}{\pi d_b^2} \Delta - \frac{2S_p \Delta^2}{3d_b} (1+2\omega) \right] + \frac{S_p d_b}{E_b \alpha^2} \quad (26)$$

### ج- مرحله III (Stage III)

چنانچه مقدار بار اعمالی به سر بولت بیشتر از مقدار بحرانی  $P_{cr}^{II}$  شود، توزیع تنش برشی در سطح تماس وارد مرحله III شده و مقدار مقاومت برشی به مقدار باقیمانده خود می‌رسد (شکل ۴-ج). در این مرحله، توزیع تنش برشی در طول بولت به سه ناحیه ۱، ۲ و

$$P_{0Max} = \pi d_b S_p \left[ \omega \left( L + \frac{d_b}{2\alpha} \ln \left( \frac{1+\omega}{2} \right) - \Delta \right) + \frac{1}{2} \Delta (1+\omega) + \frac{d_b}{2\alpha} \left( \frac{1-\omega}{2} \right) \right] \quad (33)$$

لی و استیلبورگ [۲] با اندازه گیری  $PoMax$  در آزمایش کشش، از رابطه (۳۳) در برآورد مقدار حداکثر تنش برشی ( $S_p$ ) استفاده نمودند. این در شرایطی است که طول بولت به اندازه کافی کوتاه و یا اینکه  $S_p$  به اندازه کافی کم باشد. در غیر این صورت بولت قبل از اینکه بیرون بیاید به مرحله تسلیم می‌رسد. لازم به ذکر است که این رابطه با معادله ارائه شده توسط لی و استیلبورگ [۲] به دلیل خطای محاسباتی اندکی متفاوت است.

**حالت ۲ - چنانچه طول بولت زیاد بوده و یا مقدار  $S_p$  زیاد باشد، بولت بیرون نمی‌آید و بار (تنش) در سر بولت به مقدار بار (تنش) تسلیم فولاد می‌رسد که در این صورت جداشده وارد مرحله IV می‌شود.**

#### ۵- مرحله IV (Stage IV)

در شرایطی که مقدار بار اعمالی به سر بولت بیشتر از مقدار بار تسلیم بولت باشد ( $P_y = \sigma_y A_b \leq P_0$ ، توزیع تنش برشی در سطح تماس وارد مرحله IV شده و مقدار مقاومت برشی در فاصله  $x_0$  از سربولت برابر صفر می‌شود (شکل ۴-۵). در این شرایط مدل رفتاری فولاد در محدوده سر بولت تا نقطه  $x_0$  از حالت الاستیک خارج شده و باید از قسمت پلاستیک منحنی تنش-کرنش فولاد که در شکل ۵ ارائه شده، برای تعیین مقدار جابه‌جایی (درازشده‌گی‌ها) استفاده شود. در این مرحله، توزیع تنش برشی در طول بولت به چهار ناحیه تقسیم می‌شود. در ناحیه ۱ ( $x \in [x_2, L]$ ) جابه‌جایی‌ها در سطح تماس و داخل بولت سازگار بوده و اتصال کامل برقرار است و مقدار تنش برشی در این ناحیه ( $\tau_{rb,x}^{IV,1}$ ) به صورت نمایی کاهش می‌یابد. در ناحیه ۲ که جداشده‌گی بخشی در آن رخ داده است ( $x \in [x_1, x_2]$ )، تنش برشی ( $\tau_{rb,x}^{IV,2}$ ) از مقدار حداکثر خود ( $S_p$ ) به مقدار باقیمانده ( $S_r$ ) با نرخ  $\frac{S_p - S_r}{\Delta}$  کاهش می‌یابد. در ناحیه ۳ ( $x \in [x_0, x_1]$ ) که در آن جداشده‌گی رخ داده و مقاومت برشی سطح تماس ثابت و

است از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\delta^{III} = \frac{1}{E_b} \left[ \frac{4P_0}{\pi d_b^2} x_2 - \frac{2\omega S_p}{d_b} (x_2 - \Delta)^2 - \frac{2S_p \Delta}{3d_b} [\Delta(1-4\omega) + 6\omega x_2] \right] + \frac{S_p d_b}{E_b \alpha^2} \quad (30)$$

علاوه بر این به منظور تعیین جابه‌جایی کل در مرحله III می‌توان از  $\delta^{III} = \frac{1}{E} \int_0^{x_1} \sigma_{bx}^{III,3} dx + \delta_{cr}^{II}$  نیز استفاده نمود که بر این اساس جابه‌جایی کل در مرحله III را می‌توان از رابطه زیر نیز محاسبه نمود:

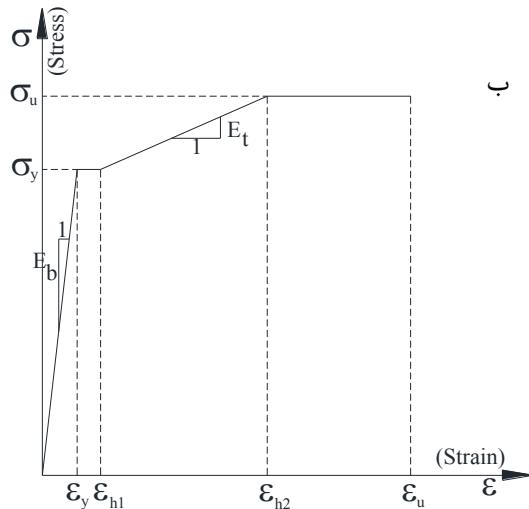
$$\delta^{III} = \frac{1}{E_b} \left[ \frac{4P_0}{\pi d_b^2} x_1 - \frac{2\omega S_p}{d_b} (x_1)^2 \right] + \delta_{cr}^{II} \quad (31)$$

نتیجه روابط (۳۰) و (۳۱) یکسان است. با ادامه بارگذاری، ۲ حالت ممکن است رخ دهد.

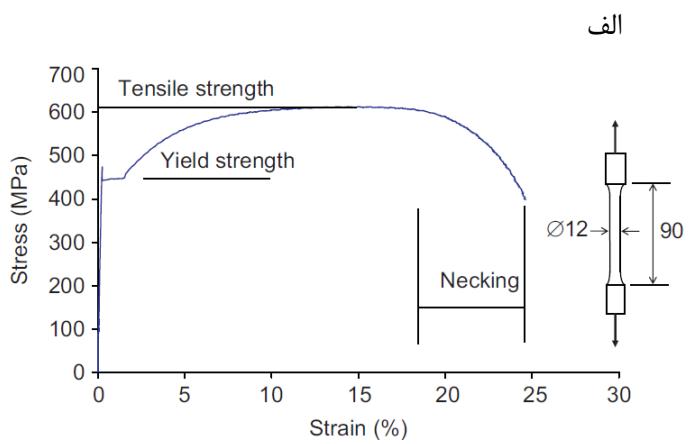
**حالت ۱ -** با رسیدن بار به یک مقدار حداکثر، کل بولت بیرون بیاید. لازمه این رخداد طول نسبتاً کوتاه بولت و همچنین مقدار کم  $S_p$  باشد. در این شرایط با تعیین موقعیت  $x_2$ ، مقدار حداکثر بار اعمالی بدست می‌آید. لی و استیلبورگ [۲] با اندازه گیری بار حداکثر، مقدار  $S_p$  را تعیین نمودند. برای تعیین مقدار جابه‌جایی سر بولت در این شرایط همچنان می‌توان از رابطه (۳۰) یا (۳۱) استفاده نمود. با درنظر گرفتن اینکه باید شرایط تعادل بین نیروی اعمالی به سر بولت و نیروی برشی ایجاد شده در سطح تماس بولت-دوغاب (

$$P_0 = \pi d_b \int_0^L \tau_{rb,x} dx \\ P_0 = \pi d_b \left[ S_r x_1 + \frac{1}{2} S_p \Delta (1+\omega) + \frac{d_b}{2\alpha} S_p \left( 1 - e^{-\frac{-2\alpha(L-x_2)}{d_b}} \right) \right] \quad (32)$$

با مشتق گیری از رابطه (۳۲) نسبت به  $x_2$  و قرار دادن برابر صفر، معادله  $x_2 = L + \frac{d_b}{2\alpha} \ln \left( \frac{1+\omega}{2} \right)$  بدست می‌آید. بنابراین حداکثر بار اعمالی در مرحله III، به منظور بیرون آمدن کل بولت عبارت است از:



ب



الف

شکل ۵.. الف- منحنی تنش کرنش میله فولادی بدست آمده از آزمایش انجام شده توسط چانلین لی [۲۸] ب- مدل ایده‌آل و ساده شده که در تحلیل استفاده شده است

Fig. 5. Stress-strain curve of bolt shank, a) based on experimental result b) considered simplified model

در ناحیه ۴ که در آن  $x \in [0, x_0]$  است، بر مبنای مقدار بار اعمالی که در یکی از مراحل  $P_0 = P_y$ ،  $P_y < P_0 < P_u$  قرار دارد با استفاده از شکل ۵، مقدار کرنش تعیین شده و بر اساس آن مقدار درازش‌گی این ناحیه (با فرض ثابت ماندن موقعیت  $x_0$ ) به صورت زیر بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} \delta^{IV,4} = \varepsilon x_0 \Rightarrow \delta^{IV,4} &= \varepsilon_{h1} x_0 \text{ or } \delta^{IV,4} \\ &= \varepsilon_{h2} x_0 \text{ or } \delta^{IV,4} = \varepsilon_u x_0 \end{aligned} \quad (36)$$

در قسمت گیردار، با در نظر گرفتن شرایط تعادل بین نیروی اعمالی به سر بولت و نیروی برشی ایجاد شده در سطح تماس بولت-دوغاب (  $P_0 = \pi d_b \int_{x_0}^L \tau_{rb,x} dx$  ) رابطه (۳۲) در این مرحله به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$P_0 = \pi d_b \left[ S_r (x_1 - x_0) + \frac{1}{2} S_p \Delta (1 + \omega) + \frac{d_b}{2\alpha} S_p \left( 1 - e^{\frac{-2\alpha}{d_b}(L-x_2)} \right) \right] \quad (37)$$

بر این اساس موقعیت  $x_2 = x_1 + \Delta$  و سپس به شکل زیر بدست می‌آید:

برابر مقاومت برشی باقیمانده است. در ناحیه ۴ ( $x \in [0, x_0]$ ) که در آن جدادشگی کامل رخ داده و تنش برشی برابر صفر است. توزیع تنش برشی در سطح تماس بولت-دوغاب و تنش محوری در طول بولت در مرحله IV از روابط زیر بدست می‌آیند:

$$\begin{cases} \tau_{rb,x}^{IV,1} = S_p e^{\frac{-2\alpha}{d_b}(x-x_2)} & x \in [x_2, L] \\ \tau_{rb,x}^{IV,2} = \omega S_p + \frac{x-x_1}{\Delta} (1-\omega) S_p & x \in [x_1, x_2] \\ \tau_{rb,x}^{IV,3} = S_r & x \in [x_0, x_1] \\ \tau_{rb,x}^{IV,4} = 0 & x \in [0, x_0] \end{cases} \quad (34)$$

$$\begin{cases} \sigma_{rb,x}^{IV,1} = \frac{2S_p}{\alpha} e^{\frac{-2\alpha}{d_b}(x-x_2)} & x \in [x_2, L] \\ \sigma_{rb,x}^{IV,2} = \frac{4P_0}{\pi d_b^2} - \frac{2S_p}{d_b} \left( 2\omega(x-x_0) + \frac{(1-\omega)}{\Delta} (x-x_1)^2 \right) & x \in [x_1, x_2] \\ \sigma_{rb,x}^{IV,3} = \frac{4P_0}{\pi d_b^2} - \frac{4S_r}{d_b} (x-x_0) & x \in [x_0, x_1] \\ \sigma_{rb,x}^{IV,4} = \frac{4P_0}{\pi d_b^2}, \sigma_{rb,x}^{IV,4} = \sigma_y \text{ or } \sigma_{rb,x}^{IV,4} = E_T \varepsilon_x \text{ or } \sigma_{rb,x}^{IV,4} = \sigma_u & x \in [0, x_0] \end{cases} \quad (35)$$

به منظور تعیین میزان درازش‌گی سر بولت (جا به جایی سر بولت) در اثر بار اعمالی در مرحله IV با فرض ثابت ماندن موقعیت، باید جا به جایی در ناحیه  $x \in [0, x_0]$  که بولت به حد تسلیم رسیده ( $\delta_{b,y}^{IV,4}$  و جا به جایی ناحیه  $x \in [x_0, L]$ ) که بولت دارای گیرداری است ( $\delta^{IV,1,2,3} = \delta^{IV,1} + \delta^{IV,2} + \delta^{IV,3}$ ) با یکدیگر جمع شوند. به این منظور بر اساس منحنی تنش-کرنش بولت (شکل ۵) به ترتیب زیر عمل می‌شود.

حداکثر به مقدار باقیمانده می‌رسد ( $\Delta$ ) و طولی که المان میله بولت از حالت الاستیک خارج می‌شود (محدوده سر بولت تا نقطه  $x_0$ ) به عنوان پارامترهای مورد نیاز برای ترسیم منحنی بار-جابه‌جایی هستند که باید تعیین شوند. این پارامترها رفتار سطح تماس بولت-دوغاب را تعیین می‌نمایند. الگوریتم تحلیل آزمایش کشش بولت تزریقی و ترسیم منحنی بار-جابه‌جایی سر بولت بر اساس روابط تحلیلی در شکل ۶ ارائه شده است. بر این اساس با در نظر گرفتن مقادیر فرضی برای پارامترهای مذکور و کد نویسی در نرم افزار متلب<sup>۱</sup>، منحنی بار-جابه‌جایی سر بولت ترسیم شده و در شکل ۷ ارائه شده است.

شکل منحنی بار-جابه‌جایی واقعی سر بولت حاصل از آزمایش کشش به دقت اندازه گیری‌ها بستگی دارد. معمولاً آزمایش کشش بر جا از دقت کمتری نسبت به آزمایش کشش آزمایشگاهی برخوردار است، به نحوی که تفسیر نتایج بدست آمده را مشکل‌تر می‌کند. در عمل ممکن است که جدایش در محل تماس بولت-دوغاب و یا محل تماس دوغاب-سنگ رخ دهد. چنانچه جداشدنگی از محل تماس دوغاب-سنگ باشد (جداشدنگی بولت از توده سنگ) باز هم روش ارائه شده در اینجا کاربرد خواهد داشت. با این تفاوت که قطر بولت برابر قطر چال بوده و المان میله و دوغاب به صورت یک المان مرکب خواهد بود (با مشخصات یکسان برای دوغاب و سنگ به نحوی که فقط یک محیط تعریف می‌شود). بر اساس تجربه بدست آمده از آزمایش‌های کشش، به نظر می‌رسد در بیشتر موارد جداشدنگی از محل بولت-دوغاب رخ داده است (مگر در شرایطی که توده سنگ بسیار ضعیف بوده است). مقایسه منحنی بار-جابه‌جایی بدست آمده از روش تحلیلی با منحنی حاصل از آزمایش کشش، میزان خطای پارامترهای در نظر گرفته شده برای مقاومت برشی سطح تماس را مشخص می‌نماید. با تغییر پارامترهای فرضی و تکرار مقایسه، می‌توان به پارامترهای واقعی سطح تماس نزدیک شد. برای استفاده از این روش (روش سعی و خطای) کد نویسی در نرم افزار متلب انجام شد. به منظور صحت سنجی روش ارائه شده، از نتایج آزمایش کشش بولت تمام تزریقی انجام شده توسط رونگ و همکارنش استفاده شده است. این آزمایش کشش بر روی بولت با قطر ۳۲ میلی‌متر و طول ۱ متر که در یک بلوك بتنه با مقاومت فشاری تک محوره ۳۰ مگاپاسکال نصب گردیده، انجام شده است [۲۹]. اطلاعات حاصل از این آزمایش کشش

$$x_2 = x_2^{IV} = \frac{1}{2\omega} \left[ \frac{2P_0}{\pi d_b S_p} - \frac{d_b}{\alpha} - (1-\omega)\Delta \right] \\ + x_0, \quad x_1 = x_1^{IV} = x_2 - \Delta \quad (38)$$

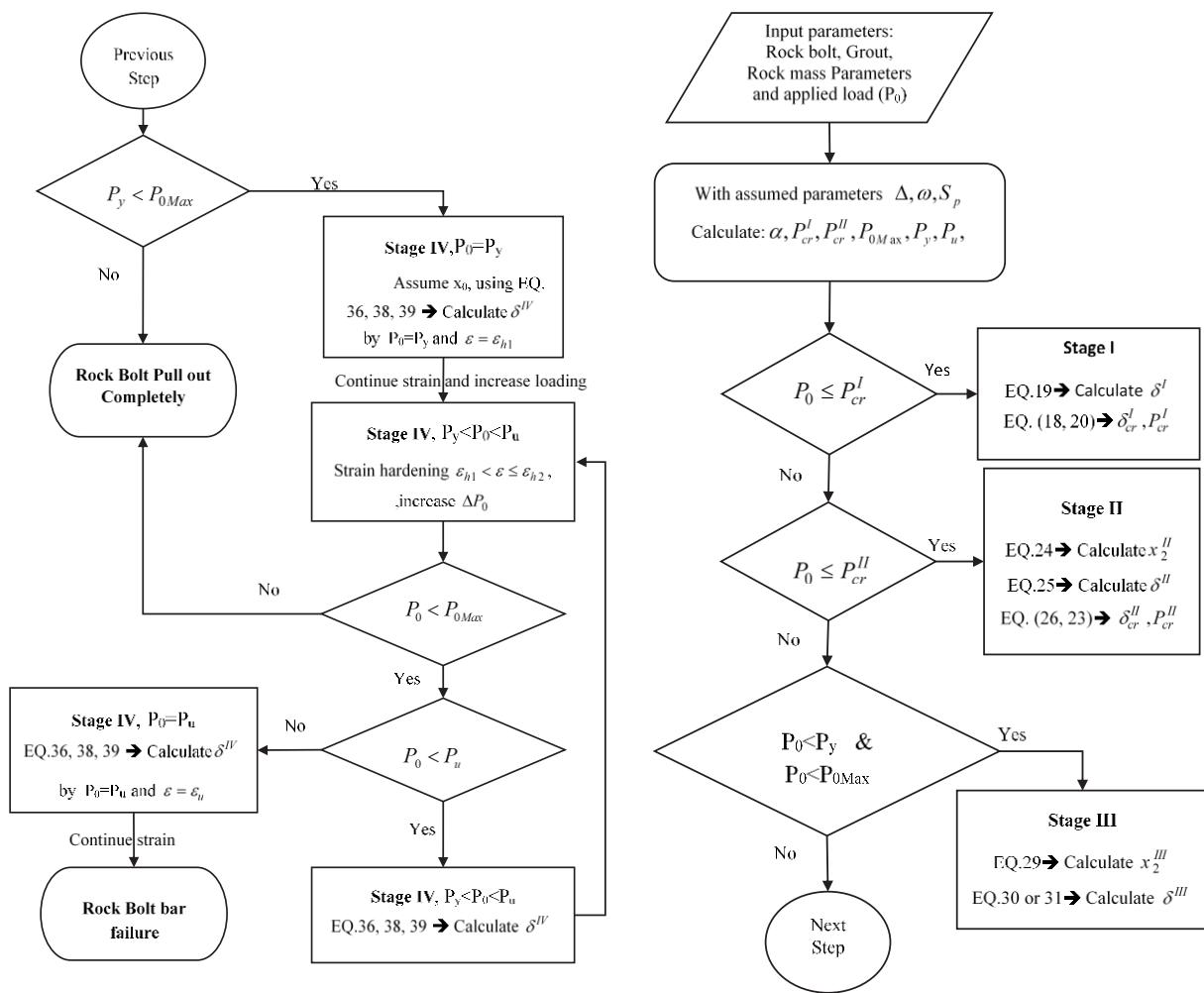
حداکثر بار اعمالی در مرحله  $P_{0Max}^{IV}$  (IV)، به منظور بیرون آمدن کل بولت نیز از همان رابطه (۳۳) با قرار دادن طول بولت برابر  $L-x$  بدست می‌آید. مقدار جابه‌جایی در هر ناحیه از روابط زیر بدست می‌آید و جابه‌جایی کل برابر مجموع این جابه‌جایی‌ها می‌شود:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \delta^{IV,1} = \frac{S_p d_b}{E_b \alpha^2} & x \in [x_2, L] \\ \delta^{IV,2} = \frac{1}{E_b} \left[ \frac{4P_0}{\pi d_b^2} \Delta - \frac{2S_p \Delta}{3d_b} [\Delta(1-4\omega) + 6\omega(x_2 - x_0)] \right] & x \in [x_1, x_2] \\ \delta^{IV,3} = \frac{1}{E_b} \left[ \frac{4P_0}{\pi d_b^2} (x_1 - x_0) - \frac{2S_p}{d_b} (x_1^2 - x_0^2) - \frac{4S_p}{d_b} x_0 (x_1 - x_0) \right] & x \in [x_0, x_1] \end{array} \right. \quad (39)$$

بنابراین درازشدنگی کل سر بولت در مرحله IV جمع جابه‌جایی‌ها است که نواحی ۱، ۲ و ۳ مرحله IV مانند مرحله III با موقعیت جدید  $x_1$  و  $x_2$  و  $x_0 \geq P_y$  می‌باشد. بنابراین مقدار جابه‌جایی  $\delta^{IV,1,2,3}$  را می‌توان ساده‌تر و با استفاده از روابط مرحله III (۲۹) ۳۰ و نیز تعیین نمود.

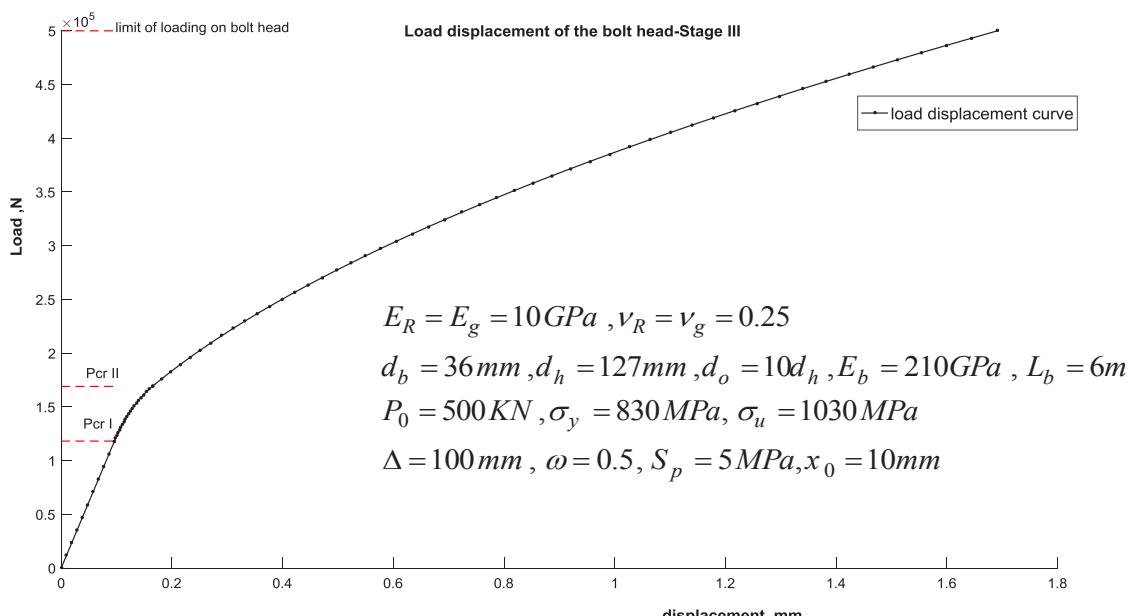
## ۵- بحث و بررسی

روش تحلیلی ارائه شده می‌تواند برای ترسیم منحنی بار-جابه‌جایی سر بولت مورد استفاده قرار گیرد. پارامترهای ورودی مرتبط با بولت، دوغاب، زمین و مقدار بار وارد می‌باشند. در حالی که پارامترهای مقاومت برشی حداکثر در سطح تماس بولت-دوغاب ( $S_p$ )، نسبت مقاومت برشی باقیمانده به مقاومت برشی حداکثر سطح تماس ( $\omega$ )، فاصله‌ای که در آن مقاومت برشی سطح تماس از مقدار



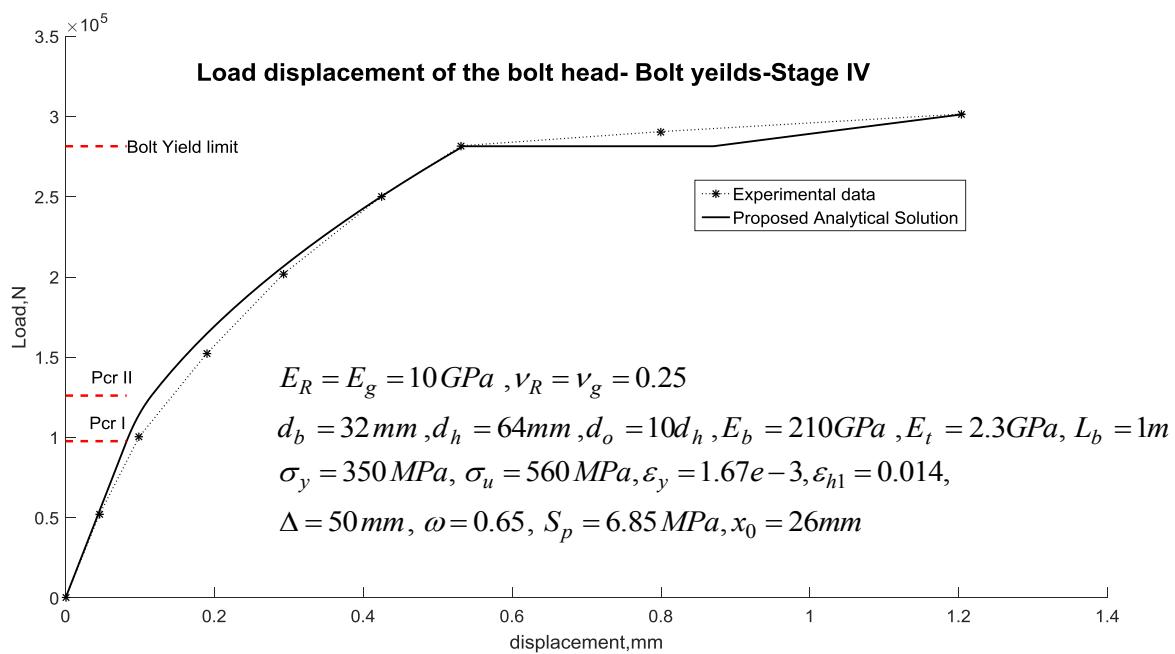
شکل ۶. الگوریتم تحلیل آزمایش کشش بولت تمام تزریقی و ترسیم منحنی بار-جابه‌جایی سر بولت

Fig. 6. Algorithm for analyzing rock bolt pullout test and preparing load-displacement curve of the rock bolt head



شکل ۷. منحنی بار-جابه‌جایی بدست آمده از روش تحلیلی با پارامترهای ورودی فرضی

Fig. 7. Load-displacement curve obtained analytically using assumed input parameters



شکل ۸. مقایسه منحنی بار-جابه‌جایی بدست آمده از آزمایش کشش و روش تحلیلی به همراه پارامترهای ورودی و پارامترهای تعیین شده برای مقاومت برشی سطح تماس

Fig. 8. Comparison of the rock bolt head load-displacement curve obtained analytically with the experimental pullout test results and determined bond shear strength parameters

بار-جابه‌جایی سر بولت به روش سعی و خطای ارائه شده است. به این منظور، در ابتدا با فرض اتصال کامل بولت به دوغاب و سنگ (تحت بار اعمالی کم) چگونگی انتقال بار از بولت به محیط اطراف و توزیع تنش برشی در سطح تماس بولت-دوغاب، توزیع تنش محوری در داخل المان بولت و توزیع جابه‌جایی در طول بولت بدست آمده است. با افزایش بار، جداشده‌گی در سطح تماس بولت-دوغاب رخ می‌دهد. در این بررسی رفتارهای مختلف سطح تماس بولت-دوغاب شامل اتصال کامل، جداشده‌گی بخشی، جداشده‌گی با مقدار مقاومت برشی باقیمانده و جداشده‌گی کامل در نظر گرفته شده است. این امر با در نظر گرفتن توزیع تنش برشی در سطح تماس بولت دوغاب در طول بولت که در آزمایش‌های کشش بدست آمده امکان پذیر شده است. بر مبنای فرض لحاظ شده برای توزیع تنش برشی در طول بولت، توزیع نیروی محوری و همچنین جابه‌جایی سر بولت در مراحل مختلف تعیین شده است. با ادامه بارگذاری تسلیم شدگی بولت و یا بیرون آمدن کلی بولت نیز لحاظ شده است.

با ترسیم منحنی بار-جابه‌جایی سر بولت به روش تحلیلی و سپس مقایسه آن با منحنی بدست آمده از آزمایش کشش، حداکثر مقاومت برشی سطح تماس به روش سعی و خطای کدنویسی در نرم افزار

به صورت مقادیر جابه‌جایی سر بولت در برابر بار اعمالی ثبت شده است. بر اساس اطلاعات موجود از آزمایش و فرض نمودن پارامترهای مقاومت برشی سطح تماس، منحنی بار-جابه‌جایی بر اساس روش تحلیلی نیز بدست آمده است. با تغییر پارامترهای مقاومت برشی سطح تماس، بهترین منحنی بر داده‌های آزمایش برآش شده است. مقایسه منحنی بار-جابه‌جایی حاصل از آزمایش و منحنی بدست آمده از روش تحلیلی به همراه پارامترهای فرض شده و پارامترهای بدست آمده برای سطح تماس در شکل ۸ ارائه شده است. به این ترتیب پارامترهای مقاومت برشی سطح تماس (پارامترهای نزدیک به واقعیت) بر اساس نتایج آزمایش کشش بولت تعیین می‌شود.

## ۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله اندرکنش بولت-دوغاب-سنگ در آزمایش کشش بولت تمام تزریقی به روش تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته و چگونگی ترسیم منحنی بار-جابه‌جایی سر بولت ( محل شروع گیرداری و نقطه اعمال بار) با لحاظ کردن جداشده‌گی سطح تماس بولت-دوغاب و همچنین شکست المان میله بولت توسعه داده شده است. سپس چگونگی تعیین حداکثر مقاومت برشی سطح تماس بر مبنای منحنی

[11] S. Yazici, P.K. Kaiser, Bond strength of grouted cable bolts, International journal of rock mechanics and mining sciences & geomechanics abstracts, 29 (1992) 279-292.

[12] B. Benmokrane, A. Chennouf, H.S. Mitri, Laboratory evaluation of cement-based grouts and grouted rock anchors, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and, 32 (1995) 633-642.

[13] F.F. Ren, Z.J. Yang, J.F. Chen, W.W. Chen, An analytical analysis of the full-range behaviour of grouted rockbolts based on a tri-linear bond-slip model, Construction and Building Materials, 24 (2010) 361-370.

[14] M.L. Blanco, M. Tijani, F. Hadj-Hassen, A new analytical solution to the mechanical behaviour of fully grouted rockbolts subjected to pull-out tests, Construction and Building Materials, 25 (2011) 749-755.

[15] M.L. Blanco, M. Tijani, F. Hadj-Hassen, A. Noiret, Assessment of the bolt-grout interface behaviour of fully grouted rockbolts from laboratory experiments under axial loads, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 63 (2013) 50-61.

[16] L. He, X.M. An, Z.Y. Zhao, Fully Grouted Rock Bolts: An Analytical Investigation, Rock Mechanics and Rock Engineering, 48 (2015) 1181-1196.

[17] Y. Cai, T. Esaki, Y. Jiang, An analytical model to predict axial load in grouted rock bolt for soft rock tunnelling, Tunnelling and Underground Space Technology, 19 (2004) 607-618.

[18] Y. Cai, T. Esaki, Y. Jiang, A rock bolt and rock mass interaction model, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 41 (2004) 1055-1067.

[19] S. Ma, J. Nemcik, N. Aziz, An analytical model of fully grouted rock bolts subjected to tensile load, Construction and Building Materials, 49 (2013) 519-526.

[20] S. Ma, J. Nemcik, N. Aziz, Z. Zhang, Analytical model for rock bolts reaching free end slip, Construction

متلب تعیین می‌شود. کاربرد این روش با حل یک مثال با کد نوشته شده در متلب و همچنین برآورد مقاومت برشی سطح تماس بولت-دوغاب در یک آزمایش کشش واقعی نشان داده شده است.

## مراجع

- [1] Ö. Aydan, Rock Reinforcement and Rock Support, CRC Press, 2018.
- [2] C. Li, B. Stillborg, Analytical models for rock bolts, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 36 (1999) 1013-1029.
- [3] G.S. Littlejohn, D.A. Bruce, Rock anchors-Design and quality control, in: The 16th US Symposium on Rock Mechanics (USRMS), American Rock Mechanics Association, 1975.
- [4] I.W. Farmer, Stress distribution along a resin grouted rock anchor, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 12 (1975) 347-351.
- [5] S.P. Signer, Field Verification of Load Transfer Mechanics of Fully Grouted Roof Bolts, Ri 9301, (1990) 13.
- [6] B. Stillborg, Professional users handbook for rock bolting, Trans Tech Publications, 1986.
- [7] A.J. Hyett, W.F. Bawden, R.D. Reichert, The effect of rock mass confinement on the bond strength of fully grouted cable bolts, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and, 29 (1992) 503-524.
- [8] A.J. Hyett, W.F. Bawden, A Constitutive Law for Bond Failure of Fully-grouted Cable Bolts Using a Modified Hoek Cell, 32 (1995) 11-36.
- [9] A.J. Hyett, M. Moosavi, W.F. Bawden, Load distribution along fully grouted bolts, with emphasis on cable bolt reinforcement, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 20 (1996) 517-544.
- [10] P.K. Kaiser, S. Yazici, J. Nose, Effect of stress change on the bond strength of fully grouted cables, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 29 (1992) 293-306.

- verifications, Tunnelling and Underground Space Technology, 50 (2015) 143-151.
- [26] M. Ghadimi, K. Shahriar, H. Jalalifar, An Analytical Model to Predict Shear Stress Distribution in Fully Encapsulated Rock Bolts, Geotechnical and Geological Engineering, 33 (2015) 59-68.
- [27] M. Ghadimi, K. Shahriar, H. Jalalifar, Improvement of rock bolt profiles using numerical method, International Journal of Mining and Mineral Engineering, 6 (2015) 373.
- [28] C. Chunlin Li, A new energy-absorbing bolt for rock support in high stress rock masses, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 47 (2010) 396-404.
- [29] R. Guan, Z. Huanchun, Z. Chuangbing, Testing study on working mechanism of fully grouted bolts of thread steel and smooth steel, Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 23(3) (2004) 469-475.
- and Building Materials, 57 (2014) 30-37.
- [21] S. Ma, Z. Zhao, W. Nie, X. Zhu, An Analytical Model for Fully Grouted Rockbolts with Consideration of the Pre- and Post-yielding Behavior, Rock Mechanics and Rock Engineering, 50 (2017) 3019-3028.
- [22] S. Ma, Z. Zhao, W. Nie, Y. Gui, A numerical model of fully grouted bolts considering the tri-linear shear bond-slip model, Tunnelling and Underground Space Technology, 54 (2016) 73-80.
- [23] J. Nemcik, S. Ma, N. Aziz, T. Ren, X. Geng, Numerical modelling of failure propagation in fully grouted rock bolts subjected to tensile load, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 71 (2014) 293-300.
- [24] C. Cao, T. Ren, C. Cook, Y. Cao, Analytical approach in optimising selection of rebar bolts in preventing rock bolting failure, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 72 (2014) 16-25.
- [25] M. Ghadimi, K. Shahriar, H. Jalalifar, A new analytical solution for the displacement of fully grouted rock bolt in rock joints and experimental and numerical

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

M. Hazrati Aghchai, P. Moarefvand , H. Salari Rad, Rock Bolt-Grout-Rock Interaction in Pullout Test and Determining Load-Displacement Curve of the Bolt Head. Amirkabir J. Civil Eng., 53(3) (2021) 879-896.

DOI: [10.22060/ceej.2019.16677.6300](https://doi.org/10.22060/ceej.2019.16677.6300)

