



## Determination of breakout failure zone around the borehole using the Mohr-Coulomb and Hoek-Brown failure criteria

A. Lakirouhani\*, J. A. Abbassi

Department of Civil Engineering, University of Zanjan, Zanjan, Iran

**ABSTRACT:** By drilling borehole in the ground, the distribution of stress around it changes, and stress concentration is created. If the shear stress induced by in-situ stresses is more than rock strength, it causes a kind of failure around the borehole, which is called breakout. It has been observed that breakout failure zones are initiated and propagated in the direction of the minimum in-situ stress. In this paper, by the assumption of elastic behavior of rock mass, the analytical 2D analysis of breakout failure using the Mohr-Coulomb and Hoek-Brown failure criteria is addressed and the failure zone is obtained by using these two criteria. According to the results of the mathematical model, the effective parameters in the depth and width of the breakout occurring around the borehole are depended on the mechanical properties of the materials in the medium as well as the amount and ratio of in-situ stresses. If the ratio of stresses is one, breakout failure will not occur. Also, with increasing the rock quality, the breakout depth decreases, and with decreasing rock strength and increasing the amount and ratio of stresses, the breakout area becomes larger.

### Review History:

Received: 2018-11-02

Revised: 2018-12-23

Accepted: 2019-01-25

Available Online: 2019-02-06

### Keywords:

2D Analytical Model

Breakout Failure

Mohr-Coulomb Failure Criterion

Hoek-Brown Failure Criterion

Elastic behavior

## 1. INTRODUCTION

Deep rocky environments are always under the influence of a lot of stresses caused by their weight. When drilling in these environments, the in-situ stresses around the drilling zone vary several times the largest drilling size. When this stress redistribution occurs, the effect of inhomogeneity or cavity as stresses in the drilling boundary is shown as a concentration of stress. If the stresses created at these points are more than the failure resistance of the rock, then tensile or shear failure occurs [1]. One of these types of failure is the breakout phenomenon. This failure is some points around the borehole; the concentration of stress increases the resistance of the rock to minimum horizontal stress [2]. Structurally, the breakout is a failure phenomenon that has been seen in most rocks. The researchers found that the shape of the breakout in the vertical wells depends on the maximum and minimum horizontal stresses so that the geometry can estimate the direction and magnitude of the stresses [3]. In 1964, Leeman considered the spalling of the well as a result of high stresses and stated that the size of the failure in the borehole wall could provide quantitative information on the variation of rock stress along the borehole length [4]. Bell and Gough in 1979 justified the increase in well radius through shear fractures [5]. In 1982 Gough and Bell used Mohr-Coulomb's criterion to determine the state of stress in the borehole wall [6]. Zoback et al. (1985), based on the model provided by Gough and Bell in 1982, obtained a method for linking the

in-situ stress and breakout [2]. In 1984, Mastin contracted a type of rock under uniaxial loading and observed the most important mechanism for the development of the borehole breakout (spalling) [7]. In 2017, Zhang et al. concluded that reverse analysis based on finite element modeling of the borehole breakout and artificial neural network could be effective in determining the stresses [8].

The purpose of this paper is to obtain the breakout zone using the Hoek-Brown criterion. Zoback et al has already done theoretical analysis based on the Mohr-Coulomb criterion, and the analysis of relationships is provided only using the Hoek-Brown criterion. Based on the analysis, the relationship between the in-situ stress and failure zone is presented by the diagram and the shape of the arc on the borehole. Eventually, the breakout of both criteria is compared with the breakout of a real borehole.

## 2. THEORY MODEL, ASSUMPTIONS AND ANALYSIS PROCESS BASED ON HOK-BROWN CRITERIA

Consider a vertical hole in homogenous, isotropic and linear elastic rock mass subjected to effective stresses  $\sigma_h$  and  $\sigma_H$  acting at infinity ("Figure 1"). At each point around the borehole, the three radial  $\sigma_r$ , tangential  $\sigma_\theta$ , and shear stresses  $\tau_{r\theta}$  are calculated in accordance with the Kirsch's solution, where  $r$  is the distance from the center of the cavity and  $\theta$  the angle to the minimum horizontal stress [9].

The breakout zone includes points where the shear stresses in those points are bigger or equal to the shear strength of

\*Corresponding author's email: rou001@znu.ac.ir



**Table 1. Comparison of observed and theoretical breakout maximum depth in Auburn, New York (M-C and H-B criterion)**

Depth (m)	Observed		Theoretical	
	$\theta_b$ (°)	$r_b$ (mm)	M-C $r_b$ (mm)	H-B $r_b$ (mm)
1471.9	19	115.0	114.1	114.1
1473.1	20	119.1	114.5	114.4
1474.6	22	120.0	115.0	114.9
1476.3	15	115.0	113.3	113.3
1476.3	22	117.0	115.0	114.9

the rock in accordance with the criterion of failure, so that by combining the Kirsch's relations with the chosen criterion of failure, points can be obtained on the boundary or the arc of the failure, arc The points on it and inside it represent the extent of the failure. For each state of stress and mechanical properties of materials, a pair of symmetric lateral failures is obtained in the direction of minimum principal stress. Based on "Figure 1", each failure arc has two characteristic points; the A point ( $r_b, 0^\circ$ ) with the polar coordinates represents the depth of the breakout along the minimum stress and the B point ( $a, \theta_b$ ) with the polar coordinates representing the point on the arc that has the highest width.

The non-linear Hoek-Brown criterion is an experimental criterion introduced in 1980. This criterion for intact rock is as follows [10]:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + (m \sigma_c \sigma_3 + \sigma_c^2)^{0.5} \tag{1}$$

Where  $\sigma_1$  and  $\sigma_3$  are the major and minor effective principal stresses at failure  $\sigma_c$  is the uniaxial compressive strength (UCS) of the intact rock material and  $m$  is material constant.

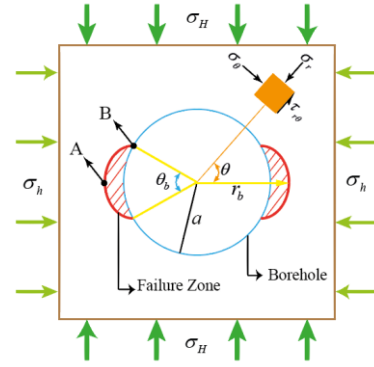
Given that the Hoek-Brown criterion is based on the principal stresses, first, the Kirsch's relations are obtained from the principal stresses and placed in the Hoek-Brown relationship; thus the main relationship is obtained as follows.

$$\left[ (\sigma_\theta - \sigma_r)^2 + 4\tau_{r\theta}^2 \right] - \sigma_c^2 = 0.5 m \sigma_c \left[ (\sigma_\theta + \sigma_r) - \left( (\sigma_\theta - \sigma_r)^2 + 4\tau_{r\theta}^2 \right)^{1/2} \right] \tag{2}$$

Now, by inserting the properties of B point, the following relations are obtained:

$$\beta = \sigma_H + \sigma_h \times \alpha \tag{3}$$

Where



**Fig. 1. Schematic figure of the breakout zone and its depth and width**

$$\alpha = (1 - 2 \cos \theta_b) / (1 + 2 \cos \theta_b) \tag{4}$$

$$\beta = \sigma_c / (1 + 2 \cos \theta_b) \tag{5}$$

Now, by inserting the properties of the A point, the following relations are obtained:

$$a_1^2 \times \sigma_H^2 + b_1^2 \times \sigma_h^2 + 2a_1 b_1 \sigma_H \sigma_h = m \sigma_c c_1 \sigma_H + m \sigma_c d_1 \sigma_h + \sigma_c^2 \tag{6}$$

Where

$$a_1 = 1 - \rho^2 + 3\rho^4 \tag{7}$$

$$b_1 = -1 + 3\rho^2 - 3\rho^4 \tag{8}$$

$$c_1 = 0.5 \times (3\rho^2 - 3\rho^4) \tag{9}$$

$$d_1 = 0.5 \times (2 - 5\rho^2 + 3\rho^4) \tag{10}$$

By combining Equation 3 with relation 6 and placement  $\sigma_h$  in  $\sigma_H$  terms of the number of two unknown variables is reduced and the following equation is obtained in terms of the variable  $\sigma_h$ :

$$\sigma_h^2 e_1 + \sigma_h f_1 + g_1 = 0 \tag{11}$$

Where

$$e_1 = a_1^2 \alpha^2 + b_1^2 - 2a_1 b_1 \alpha \tag{12}$$

$$f_1 = -2a_1^2 \alpha \beta + 2a_1 b_1 \beta + m \sigma_c c_1 \alpha - m \sigma_c d_1 \tag{13}$$

$$g_1 = a_1^2 \beta^2 - \sigma_c^2 - m \sigma_c c_1 \beta \tag{14}$$

### 3. RESULTS AND DISCUSSION

"Figure 2" shows the relations 3 and 11 for the rock with the  $m$  parameter of the variable (5, 10 and 15), this diagram shows changes in the ratio of the depth of the breakout to the borehole radius relative to the in-situ horizontal stress ratio at the fixed depth of the breakout ( $50^\circ$ ,  $80^\circ$  and  $110^\circ$ ). In this

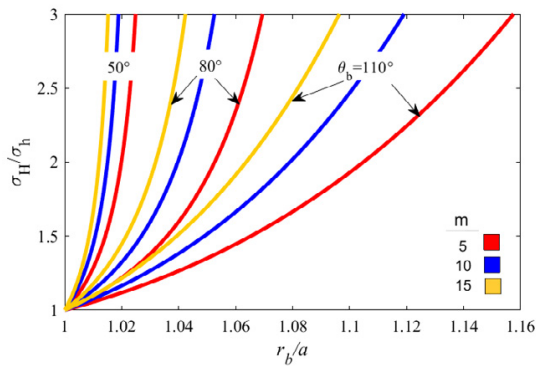


Fig. 2. The variation of the in-situ stresses ratio with the failure depth ratio for three different width and friction angles (based on the Hoek-Brown failure criterion)

figure, it is observed that in the case of hydrostatic stresses, the breakout zone is approximately zero, and with increasing the ratio of stresses, the failure zone becomes deeper and wider. This set of graphs is due to the use of the in-situ stresses ratio, independent of the UCS of the rock.

“Figure 3” shows the variation of the failure curve based on the Hoek-Brown criterion for the rock with the  $m$  parameter of the variable (5, 15 and 25) and the UCS of 90 MPa under the minimum in-situ stress of 35 MPa in the ratio of different stresses (1.5, 2, 2.5 and 3). According to the results had shown with the increasing in the ratio of in-situ stresses, the breakout failure zone increases. It is noteworthy in” Figure 3” that the width of the breakout is constant, since according to Equation 3, this width is not dependent on the  $m$  parameter, and that the  $m$  parameter is in each of the curves of these shapes (If the desired variable is the UCS or minimum horizontal stress, the widths are unequal).

In “Table 1”, the depth of the breakout of obtained from two analytical methods was compared with the depth of the breakout of data obtained from the five-section data from the New York Auburn well. The average mechanical properties at this depth (1471-1477 m) are as follows: internal friction angle  $31^\circ$ , cohesion 10 MPa,  $m$  parameter 4.5 and UCS 36 MPa. The ratio of stresses obtained by the hydraulic fracturing method (at a depth of 1480 m) is 2.24 [3]. As can be seen in Table 1, there is a good match between the observations made using the televiewer data and both theoretical methods.

#### 4. CONCLUSION

A failure of caverns, especially high oil boreholes, is a breakout. This failure occurs along the minimum horizontal stresses and occurs due to shear stress caused by the surrounding pressure of the borehole. In this paper, according to the two criteria of known failure in the rock, the Mohr-Coulomb and Hoek-Brown criteria were applied to the mathematical analysis of this phenomenon and the extent of the failure along the borehole was obtained following these two criteria. Both the magnitude and the ratio of the stresses are two factors affecting the formation and development of the

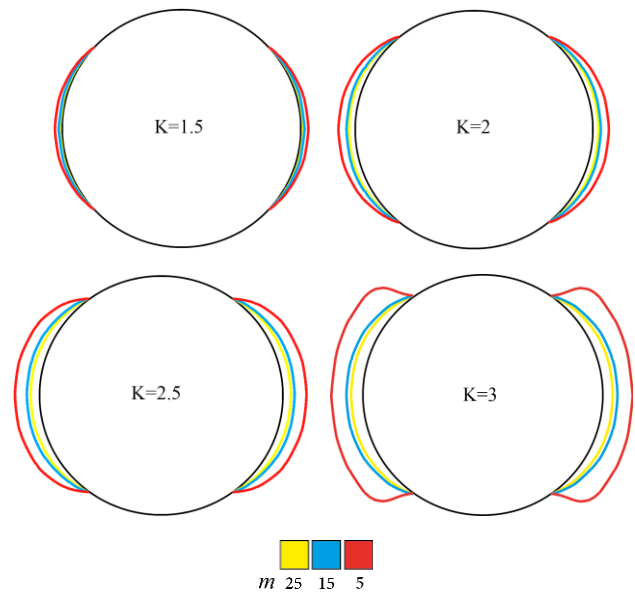


Fig. 3. The breakout zone for the different values of the ratio of in-situ stresses and the  $m$  parameter (UCS and minimum stress are equal to 90MPa and 35MPa)

breakout areas around the borehole. If the stress ratio is one, there will be no shear failure area around the borehole, and increasing the stress ratio will increase the depth and width of the failure. In addition to these two factors, the mechanical characteristics of the rock, in accordance with the criteria for the failure, are another important factor in the depth and width of the breakout. With the mechanical characteristics of the rock weakened, the breakout area becomes larger.

#### REFERENCES

- [1] A. Zang, O. Stephansson, Stress field of the Earth's crust, Springer Science & Business Media, 2009.
- [2] M.D. Zoback, D. Moos, L. Mastin, R.N. Anderson, Well bore breakouts and in situ stress, Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 90(B7) (1985) 5523-5530.
- [3] H. Kutter, Influence of drilling method on borehole breakouts and core diskings, in: 7th ISRM Congress, International Society for Rock Mechanics, 1991.
- [4] E. Leeman, The measurement of stress in rock: Part I: The principles of rock stress measurements, Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy, 65(2) (1964) 45-81.
- [5] J. Bell, D. Gough, Northeast-southwest compressive stress in Alberta evidence from oil wells, Earth and planetary science letters, 45(2) (1979) 475-482.
- [6] D. Gough, J. Bell, Stress orientations from borehole wall fractures with examples from Colorado, east Texas, and northern Canada, Canadian Journal of Earth Sciences, 19(7) (1982) 1358-1370.
- [7] L. Mastin, The development of borehole breakouts in sandstone, Master's thesis, in, Stanford Univ., Stanford, Calif, 1984.
- [8] H. Zhang, S. Yin, B.S. Aadnoy, Poroelastic modeling of

borehole breakouts for in-situ stress determination by finite element method, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, (2017).  
[9] J.C. Jaeger, N.G. Cook, R. Zimmerman, *Fundamentals of*

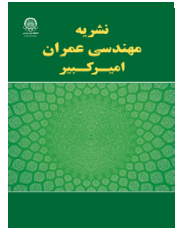
*rock mechanics*, John Wiley & Sons, 2009.  
[10] E. Hoek, C. Carranza-Torres, B. Corkum, *Hoek-Brown failure criterion-2002 edition*, *Proceedings of NARMS-Tac*, 1 (2002) 267-273.

**HOW TO CITE THIS ARTICLE**

*A. Lakirouhani, J.A. Abbassi, Determination of breakout failure zone around the borehole using the Mohr-Coulomb and Hoek-Brown failure criteria, Amirkabir J. Civil Eng., 52(5) (2020) 281-284.*

**DOI:** [10.22060/ceej.2019.15233.5856](https://doi.org/10.22060/ceej.2019.15233.5856)





## تعیین گستره خرابی بریک- اوت پیرامون گمانه به کمک معیار موهر- کولمب و هوک- براون

علی لکی روحانی<sup>۱\*</sup>، جبارالدین عباسی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>دانشیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه زنجان، زنجان، ایران

<sup>۲</sup>کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه زنجان، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۷-۰۸-۱۱

بازنگری: ۱۳۹۷-۱۰-۰۲

پذیرش: ۱۳۹۷-۱۱-۰۵

ارائه آنلاین: ۱۳۹۷-۱۱-۱۷

### کلمات کلیدی:

مدل ریاضی دوبعدی

خرابی بریک-اوت

معیار خرابی موهر-کولمب

معیار خرابی هوک- براون

رفتار الاستیک

**خلاصه:** با حفر گمانه در توده سنگ و در اعماق زیاد توزیع تنش پیرامون آن برهم خورده و در مجاورت آن تمرکز تنش ایجاد می‌شود. اگر تنش‌های برشی ایجاد شده ناشی از فشار تنش‌های برجا، در سنگ پیرامون گمانه از مقاومت آن بیش‌تر شوند، باعث رخداد نوعی از خرابی در پیرامون گمانه می‌گردد که به آن خرابی بریک-اوت گفته می‌شود. مشاهده شده که نواحی خرابی بریک-اوت در امتداد تنش اصلی کوچک‌تر ایجاد شده و توسعه پیدا می‌کنند. در این مقاله با فرض رفتار الاستیک توده سنگ، به حل تحلیلی خرابی بریک-اوت با استفاده از معیار خرابی موهر-کولمب و هوک-براون برای مدل‌های دوبعدی پرداخته می‌شود و گستره خرابی با استفاده از این دو معیار بدست می‌آید. مطابق با نتایج بدست آمده از مدل ریاضی، پارامترهای مؤثر در عمق و عرض بریک-اوت رخ داده در پیرامون گمانه، وابسته به مشخصات مکانیکی مصالح موجود در معیار خرابی انتخاب شده و همچنین مقدار و نسبت تنش‌های برجا می‌باشند. در صورتیکه نسبت تنش‌های برجا یک باشد، خرابی از نوع بریک-اوت رخ نخواهد داد. همچنین با افزایش کیفیت سنگ، گستره خرابی بریک-اوت کم‌تر می‌شود و با کاهش مشخصات مکانیکی سنگ و افزایش مقدار و نسبت تنش‌های برجا محدوده خرابی بزرگ‌تر می‌شود.

### ۱- مقدمه

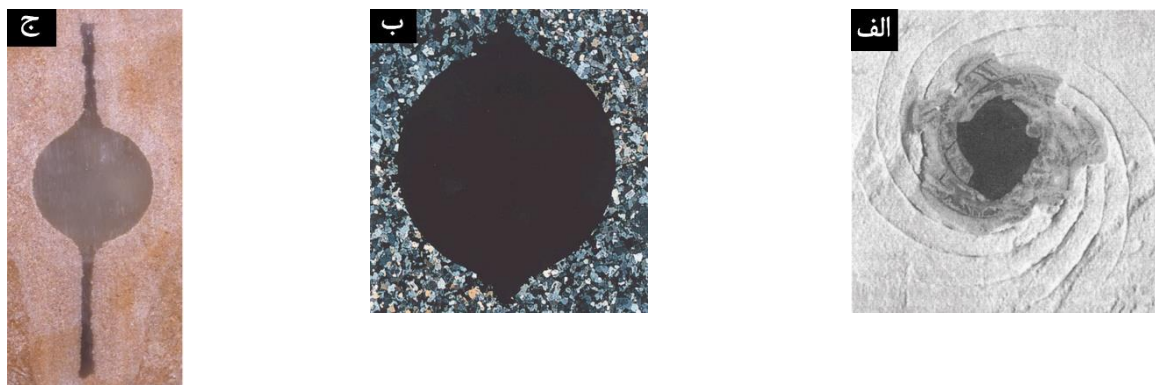
نقاطی از پیرامون گمانه که تمرکز تنش، از مقدار مقاومت سنگ بالاتر رود، در راستای تنش بر جای افقی کمینه اتفاق می‌افتد [۶-۲]. از لحاظ ساختاری، بریک-اوت یک پدیده گسیختگی است که در اغلب سنگ‌ها دیده شده است. کاوش‌های زیاد انجام شده در یک چاه یا مجموعه‌ای از چاه‌ها که در یک میدان تنش قرار دارند، نشان داده‌اند که بریک-اوت‌ها در یک راستای مشخص جهت‌گیری می‌کنند. امکان تعیین تنش‌های برجا برای هر چاه و بدست آوردن راستایی مشابه برای مجموعه‌ای از چاه‌ها که در آن‌ها شکستگی وجود دارد، اندازه و جهت گسیختگی را جزو داده‌های ارزشمند بریک-اوت قرار داده است [۳ و ۷].

محققان دریافته‌اند که شکل بریک-اوت در چاه‌های عمودی وابسته به تنش‌های بر جای افقی بیشینه و کمینه است، لذا از روی هندسه

محیط‌های سنگی که در اعماق زمین قرار دارند، همیشه تحت اثر تنش‌های بر جای زیادی ناشی از وزن خود هستند. هنگامی که در این محیط‌ها حفاری انجام می‌شود، وضعیت تنش‌های بر جای اطراف محل حفاری تا چندین برابر بزرگ‌ترین بعد حفاری دچار تغییر می‌شوند. وقتی این بازتوزیع تنش اتفاق می‌افتد اثر ناهمگنی یا حفره به صورت تنش‌های بسیار زیاد در مرز حفاری به شکل تمرکز تنش خود را نشان می‌دهند. اگر تنش‌های ایجاد شده در این نقاط بیش‌تر از مقاومت گسیختگی سنگ باشند خرابی‌های کششی یا برشی ایجاد می‌گردد [۱]. یکی از این انواع خرابی، پدیده بریک-اوت می‌باشد و در

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: rou001@znu.ac.ir





شکل ۱. مقاطع عرضی پدیده بریک-اوت گمانه الف- ماریچی شکل، در ماسه سنگ مصنوعی [۱۲]، ب- به شکل گوش سگ در گرانیت وسترلی<sup>۱</sup> [۱۸]، ج- شیاری شکل در ماسه سنگ آزتک<sup>۲</sup> [۱۹]

<sup>1</sup>Westerly granite

<sup>2</sup>Aztec

**Fig. 1. Cross-sections of borehole breakout. A) Spiral-Shaped in artificial sandstone [12]. B) Dog-Ear-Shaped in Westerly granite [18]. C) Slot-Shaped in Aztec sandstone [19]**

آن می توان جهت و اندازه تنش های برجا را تخمین زد. اگرچه این روش باید با احتیاط استفاده شود، چون پدیده های مختلفی مانند کاهش مقاومت فشاری سنگ به دلیل نوسان های دما یا ترکیب شیمیایی سیالات حفاری، یا هوازدگی دیواره گمانه، به خصوص در توده سنگ های ضعیف یا ضعیف سیمانته شده، می توانند باعث توسعه یافتن بریک-اوت شوند. بریک-اوت ها همچنین می توانند به وسیله شدت حفاری (نیروی کم یا زیاد) و روش حفاری انتخاب شده تحت تأثیر قرار بگیرند [۸]. علاوه بر این، هنگامی که بریک-اوت ها برای تحلیل تنش ها بررسی می شوند، باید به وضوح از دیگر شکل های خرابی در چاه مانند آبستگی<sup>۱</sup> و گسیختگی کلیدی<sup>۲</sup> شکل، متمایز شوند. شکل ناحیه خرابی بریک اوت در سه دسته اصلی ماریچی شکل (به شکل پوسته پوسته شدگی پولکی<sup>۳</sup> یا یکنواخت)، شکل (به شکل گوش سگ<sup>۴</sup>) و شیاری شکل<sup>۵</sup> (به شکل سوراخ کرم<sup>۶</sup>) تقسیم می شوند (شکل ۱) [۵، ۱۷-۹].

اطلاعاتی کمی، درباره تغییر تنش سنگ در راستای طول گمانه بدهد. همچنین او بیان کرد که شکستگی ها، عمود بر تنش اصلی بیشینه و در صفحه عمود بر محور چاه هستند [۲۰].

بل و گاف<sup>۸</sup> در سال ۱۹۷۹ بزرگ شدن شعاع چاه را از طریق شکستگی برشی توجیه کردند. تمرکز بریک-اوت ها در زاویه مشخص، نشان دهنده این بود که بریک-اوت نیازمند تنش های اصلی افقی نابرابر و مقاومت برشی اولیه محسوس در توده سنگ است [۲]. گاف و بل در سال ۱۹۸۲ برای تعیین وضعیت تنش در دیواره چاه، تئوری شکست ترد موهر-کولمب را بکار بردند [۲۱].

زوبک<sup>۹</sup> و همکاران در سال ۱۹۸۵ بر اساس مدلی که به وسیله گاف و بل در سال ۱۹۸۲ ارائه شده بود، روشی برای ارتباط بین تنش های برجا و بریک-اوت به دست آوردند. آن ها در این روش از راه حل کرش<sup>۱۰</sup> برای تنش های اطراف یک حفره دایره ای شکل در محیط الاستیک خطی و پیوسته ایزوتروپ، تحت اثر میدان تنش دوبعدی استفاده کردند. سپس تنش های به دست آمده در معیار گسیختگی موهر-کولمب قرار داده شدند و در نهایت به روابطی برای ارتباط بین تنش های برجا و بریک-اوت دست یافتند [۳].

8 Bell and Gough  
9 Zoback  
10 Kirsch  
11 Haimson and Edl

هیمنسن و ادل<sup>۱۱</sup> در سال ۱۹۷۲ نمونه های خشک استوانه ای

لیمن<sup>۲</sup> در سال ۱۹۶۴ برای اولین بار بحث تنش عامل ایجاد بریک-اوت را مطرح کرد. او پوسته پوسته شدگی چاه را نتیجه تنش های زیاد فشاری دانست و بیان کرد که اندازه شکستگی در دیواره چاه می تواند

1 washout  
2 key seat  
3 flake-spalling  
4 dog-ear-shaped  
5 slot-shaped  
6 wormhole  
7 Leeman



گمانه ۱-EXP، پوهانگ کره پرداختند. برای ساختن بهترین مدل تنش تخمینی در این ناحیه از اندازه‌گیری‌های قبلی نقشه تنش جهانی و داده میدانی مدرن پنیسولای کره<sup>۵</sup> استفاده کردند. سپس داده‌های جدید حاصل‌شده از شکست هیدرولیکی و مشاهدات گمانه را برای تعیین اندازه و جهت تنش‌های افقی به مدل اضافه کردند. نتایج نشان داد که جهت تنش افقی بیشینه در مقایسه با جهت‌های گزارش‌شده به وسیله نقشه تنش جهانی در کره جنوبی، بیش‌تر از ۴۰ درجه در جهت عقربه‌های ساعت انحراف دارد [۲۴].

ژنگ<sup>۶</sup> و همکاران در سال ۲۰۱۷ به‌وسیله مدل‌سازی المان محدود در شرایط پوروالاستیک، بریک-اوت را باهدف اندازه‌گیری تنش برجا بررسی کردند. آن‌ها دو گام را برای تعیین تنش برجا به‌وسیله تحلیل معکوس انجام دادند. اول، برای اندازه‌گیری بریک-اوت گمانه با استفاده از مدل‌سازی المان محدود داده‌هایی را به دست آوردند، سپس داده‌های به‌دست‌آمده را در شبکه عصبی مصنوعی وارد کردند تا ارتباط بین تنش برجا و بریک-اوت گمانه را پیدا کنند. دوم، یک اندازه خاص از بریک-اوت گمانه به شبکه عصبی مصنوعی داده شد تا تنش برجا به دست آید. نتایج نشان داد که تحلیل معکوس بر اساس مدل‌سازی المان محدود بریک-اوت گمانه و شبکه عصبی مصنوعی می‌تواند در تعیین تنش‌های برجا مؤثر باشد [۲۵].

خطیبی و همکاران در سال ۲۰۱۸ به ارزیابی معیار گسیختگی سهمی‌وار تک‌پارامتره در تحلیل پایداری چاه پرداختند. در این مطالعه، اول، معیار گسیختگی سهمی‌وار تک‌پارامتره به وسیله بازتولید داده‌های مقاومت فشاری تک‌محوری در آزمایشات سه‌محوری ارزیابی شدند و سپس نتایج با آزمایشات تک‌محوری مقایسه شدند. نتایج نشان می‌داد که معیار آن‌ها مقاومت سنگ در یک فشار محدود کننده خیلی کم را دست بالا محاسبه می‌کند. پس به کار بردن آن در فشار محدود کننده صفر یا خیلی کم مناسب نیست. در معیار آن‌ها محدوده بریک-اوت در نواحی نزدیک‌تر به سطح زمین به اشتباه دارای مقادیر مقاومت فشاری تک‌محوری خیلی زیاد هستند که حاصل طراحی چاه را دچار مشکل می‌کند [۲۶].

هدف این مقاله بدست آوردن محدوده خرابی برشی ناشی از فشار یا خرابی بریک-اوت، پیرامون یک گمانه بر اساس دو معیار خرابی معروف در سنگ یعنی معیار موهر-کولمب و معیار هوک و براون

سنگ‌های ماسه‌سنگ برنا<sup>۱</sup> را زیر بارگذاری افقی متقارن و مستقل از تنش عمودی در سلول سه‌محوری آزمایش کردند. مشاهده‌شده با افزایش فشار محصورشده، محدوده بریک-اوت افزایش می‌یابد [۲۲]. ماستین در سال ۱۹۸۴ نوعی سنگ مشابه را تحت بارگذاری تک‌محوری قرارداد و مهم‌ترین مکانیزم توسعه بریک-اوت گمانه، یعنی پوسته‌پوسته شدن را مشاهده کرد.

لی<sup>۲</sup> و همکاران در سال ۲۰۱۵ یک سری آزمایش‌های حفاری را روی دو نوع ماسه‌سنگ آرکوزی تینو و تبلراک<sup>۳</sup> تحت تنش سه‌محوره انجام دادند، سپس با کمک آزمایش‌های آزمایشگاهی میکروپارامترهای موردنیاز برای مدل عددی المان مجزا را کالیبراسیون کردند. آن‌ها نشان دادند که مدل‌سازی المان مجزا قادر به شبیه‌سازی آسیب‌های میکروسکوپی و تکرار منطقه موضعی آسیب‌دیده در آزمایشگاه است [۱۷].

منصوری‌زاده و همکاران در سال ۲۰۱۶ به تحلیل پایداری چاه و پیش‌بینی فشار بریک-اوت در چاه‌های عمودی و مایل با استفاده از معیارهای گسیختگی در یک مطالعه موردی پرداختند. در این مقاله آن‌ها یک مدل ژئومکانیکی را با استفاده از چند داده پتروگرافی، میدانی و آزمایشگاهی بدست آوردند. این داده‌ها برای ایجاد ساختاری مفید در ارزیابی تنش‌های برجا و همچنین تنش‌های ناشی از تنش‌های برجا به کار برده شدند. سه معیار گسیختگی برشی موهر-کولمب، موگی-کولمب و هوک-براون در پیش‌بینی فشار بریک-اوت و نتایج به دست آمده از نمودار قطرسنج چهاربازوه چاه مورد استفاده قرار گرفتند. آن‌ها یافتند که معیار گسیختگی هوک-براون با ثابت‌های بهینه، بهترین پیش‌بینی از فشار بریک-اوت را برای این نمونه مورد مطالعه نتیجه می‌دهد. همچنین تحلیل‌های آن‌ها نشان داد که اثر پارامتر  $m$  روی فشار بریک-اوت دارای اهمیت زیادی است. در نتیجه تعیین دقیق این ثابت در طول گمانه برای سنگ‌های مختلف مهم است [۲۳].

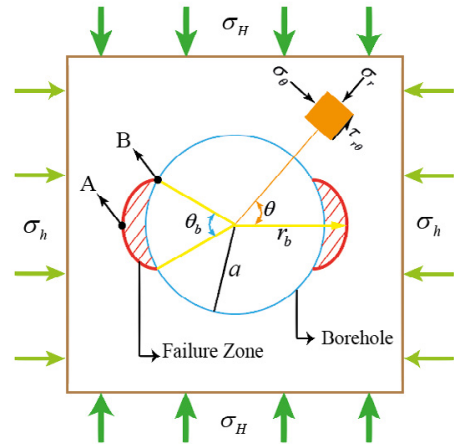
کیم<sup>۴</sup> و همکاران در سال ۲۰۱۷ به تخمین یکپارچه تنش برجا به وسیله مطالعه شکست هیدرولیکی، مشاهدات بریک-اوت گمانه و گسیختگی‌های ناشی شده از آن و همچنین مدل‌سازی عددی در

- 1 Berea sandstone
- 2 Lee
- 3 Tenino and Tablerock
- 4 Kim

5 Korean Peninsula  
6 Zhang

که در این رابطه  $r$  فاصله از مرکز حفره و  $\theta$  زاویه نسبت به افق است.

محدوده خرابی بریک-اوت شامل نقاطی است که تنش برشی در آن نقاط کوچکتر یا مساوی مقاومت برشی سنگ مطابق با معیار خرابی انتخاب شده باشد، بنابراین با تلفیق روابط کرش با معیار خرابی انتخاب شده می‌توان نقاط روی مرز یا کمان گسیختگی را بدست آورد، کماتی که نقاط روی آن و داخل آن بیانگر محدوده خرابی است. برای هر حالت تنش و مشخصات مکانیکی مصالح یک جفت محدوده گسیختگی متقارن عرضی در راستای تنش اصلی کوچکتر بدست می‌آید. مطابق با شکل ۲ هر کمان گسیختگی دارای دو نقطه مشخصه می‌باشد، نقطه A با مختصات قطبی  $(r_b, 0^\circ)$  بیانگر عمق خرابی بریک-اوت در امتداد افق و نقطه B با مختصات قطبی  $(a, \frac{\theta_b}{2})$  بیانگر نقطه‌ای بر روی کمان گسیختگی که دارای بیشترین عرض می‌باشد.



شکل ۲. تصویر شماتیک محدوده خرابی بریک-اوت و عمق و عرض زاویه‌ای آن  
Fig. 2. Schematic figure of the breakout zone and its depth and width

می‌باشد. تحلیل تئوری بر اساس معیار موهر-کولمب قبلا توسط زوبک و همکارانش انجام شده است [۳] و در این مقاله با جزئیات بیشتری به این مدل پرداخته می‌شود. سپس به تحلیل تئوری بر اساس معیار هوک-براون پرداخته شده و روابط مرتبط با ناحیه خرابی بدست آورده می‌شوند. برای هر دو مدل، نواحی خرابی بر اساس پارامترهای هر معیار ترسیم می‌گردد و در بخش آخر مقاله دو معیار مورد مقایسه قرار می‌گیرند.

### ۳- تحلیل بریک-اوت با استفاده از معیار موهر-کولمب

معیار موهر-کولمب از معیارهای تجربی-آزمایشگاهی، بر پایه مد دوم شکست (برش) می‌باشد. در این معیار رابطه‌ای خطی بین مقاومت برشی سنگ و تنش عمودی وارد بر آن در صفحه شکست حاکم است که به صورت زیر بیان می‌شود [۲۷]:

$$|\tau| = \tau_0 + \sigma \tan \phi \quad (4)$$

در اینجا،  $\tau$ ، تنش برشی؛  $\sigma$ ، تنش قائم؛  $\phi$ ، زاویه اصطکاک داخلی سنگ و  $\tau_0$ ، چسبندگی سنگ هستند.

برای بدست آوردن کمان گسیختگی بریک-اوت مطابق با توضیحات ارائه شده در قسمت قبل، دایره موهر تنشی را مماس بر خط گسیختگی موهر-کولمب قرار داده و در معادله حاصل  $\tau_0$  به صورت زیر استخراج می‌شود:

$$\tau_0 = (1 + \mu^2)^{1/2} \left( \left( \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{2} \right)^2 + \tau_{r\theta}^2 \right)^{1/2} - \mu \left( \frac{\sigma_\theta + \sigma_r}{2} \right) \quad (5)$$

در اینجا  $\mu = \tan(\phi)$  در نظر گرفته شده است.

با جایگذاری مختصات نقطه B  $(a, \frac{\theta_b}{2})$  در روابط کرش (رابطه ۱ تا ۳) خواهیم داشت:

### ۲- مدل تئوری، فرضیات و روند تحلیل

با فرض رفتار الاستیک برای محیط سنگی دوبعدی، گمانه‌ای به شعاع  $a$  تحت اثر تنش‌های برجای افقی کوچکتر و بزرگتر  $\sigma_H$  و  $\sigma_h$  مطابق با شکل ۲ در نظر گرفته می‌شود. در هر نقطه پیرامون گمانه سه تنش شعاعی  $\sigma_r$ ، مماسی  $\sigma_\theta$  و برشی  $\tau_{r\theta}$  مطابق با روابط کرش به صورت زیر محاسبه می‌شوند [۲۷]:

$$\sigma_r = \frac{1}{2}(\sigma_H + \sigma_h) \left( 1 - \frac{a^2}{r^2} \right) - \frac{1}{2}(\sigma_H - \sigma_h) \left( 1 - 4\frac{a^2}{r^2} + 3\frac{a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \quad (1)$$

$$\sigma_\theta = \frac{1}{2}(\sigma_H + \sigma_h) \left( 1 + \frac{a^2}{r^2} \right) + \frac{1}{2}(\sigma_H - \sigma_h) \left( 1 + 3\frac{a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \quad (2)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{1}{2}(\sigma_H - \sigma_h) \left( 1 + 2\frac{a^2}{r^2} - 3\frac{a^4}{r^4} \right) \sin 2\theta \quad (3)$$



$$d = \frac{1}{2} \left[ \begin{array}{l} (1+\mu^2)^{\frac{1}{2}}(-1+3\rho^2-3\rho^4) \\ -\mu(1-2\rho^2) \end{array} \right] \quad (17)$$

با معادل هم گذاشتن رابطه ۹ و رابطه ۱۵ سه رابطه اصلی زیر برای تنش‌های برجا بر حسب مختصات نقاط A و B یعنی  $\theta_b$  و نسبت  $\rho = a/r_b$  و خصوصیات مکانیکی مصالح  $\tau_0$  و  $\phi$  بدست می‌آید. (همانطور که پیش‌تر اشاره شد، این روابط به وسیله زویک و همکاران بدست آمده است):

$$\sigma_H = \frac{\tau_0(d-b)}{ad-bc} \quad (18)$$

$$\sigma_h = \frac{\tau_0(a-c)}{ad-bc} \quad (19)$$

$$k = \frac{\sigma_H}{\sigma_h} = \frac{d-b}{a-c} \quad (20)$$

همانطور که در رابطه ۲۰ مشاهده می‌شود نسبت تنش‌ها مستقل از پارامتر  $\tau_0$  می‌باشد.

اگر تنش‌های برجا مشخص باشند و هدف بدست آوردن عمق و عرض ناحیه گسیختگی بریک-اوت باشد با انجام قدری عملیات ریاضی دو رابطه زیر را می‌توان بدست آورد و مورد استفاده قرار داد که در این روابط  $r_b, \theta_b$  تابع تنش‌های برجا، مشخصات مکانیکی مصالح و شعاع گمانه هستند:

$$\theta_b = \cos^{-1} \left( \frac{\left[ 2\tau_0 \left( (1+\mu^2)^{\frac{1}{2}} - \mu \right)^{-1} \right]}{\left[ 2(\sigma_H - \sigma_h) \right]} \right) \quad (21)$$

$$r_b = a \times \left[ \begin{array}{l} \left( -y_0 + \left( (y_0)^2 - 4 \times x_0 \times z_0 \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{-\frac{1}{2}} \\ \times \left( (2 \times x_0)^{-1} \right) \end{array} \right] \quad (22)$$

$$\begin{array}{l} x_0 = \left[ 1.5(1+\mu^2)^{\frac{1}{2}} \right] \times (\sigma_H) \\ - \left[ 1.5(1+\mu^2)^{\frac{1}{2}} \right] \times (\sigma_h) \end{array} \quad (23)$$

$$\sigma_r = 0 \quad (6)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_H + \sigma_h + 2(\sigma_H - \sigma_h) \cos \theta_b \quad (7)$$

$$\tau_{r\theta} = 0 \quad (8)$$

اکنون با جایگذاری این روابط در رابطه ۵،  $\tau_0$  بر حسب  $\theta_b$  دست می‌آید:

$$\tau_0(a, \theta_b) = \sigma_H \times a + \sigma_h \times b \quad (9)$$

که در این رابطه:

$$a = \frac{1}{2} \left( (1+\mu^2)^{\frac{1}{2}} - \mu \right) (1+2 \cos \theta_b) \quad (10)$$

$$b = \frac{1}{2} \left( (1+\mu^2)^{\frac{1}{2}} - \mu \right) (1-2 \cos \theta_b) \quad (11)$$

همین مراحل برای نقطه A نیز تکرار می‌شود، ابتدا مختصات نقطه A ( $r_b, 0^\circ$ ) با استفاده از روابط کرش (رابطه ۱ تا ۳) بدست آورده می‌شود: ( $\rho = a/r_b$ ):

$$\sigma_r = \frac{1}{2} (\sigma_H + \sigma_h) (1-\rho^2) - \quad (12)$$

$$\frac{1}{2} (\sigma_H - \sigma_h) (1-4\rho^2 + 3\rho^4)$$

$$\sigma_\theta = \frac{1}{2} (\sigma_H + \sigma_h) (1+\rho^2) + \quad (13)$$

$$\frac{1}{2} (\sigma_H - \sigma_h) (1+3\rho^4)$$

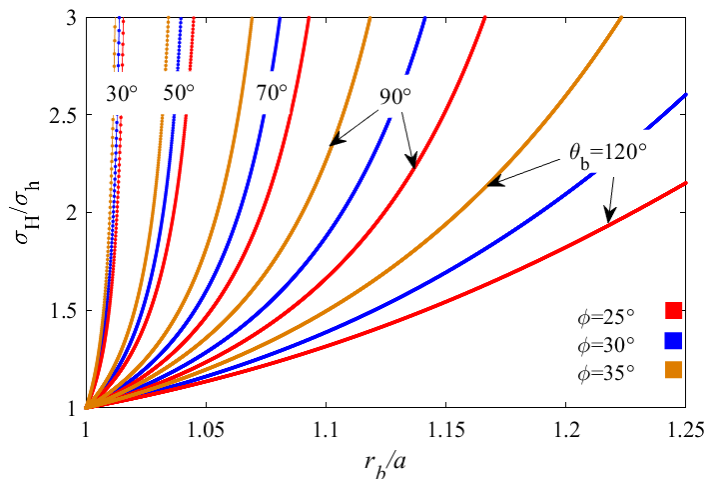
$$\tau_{r\theta} = 0 \quad (14)$$

با جایگذاری این مختصات در رابطه ۵،  $\tau_0$  بر حسب  $r_b$  بدست می‌آید:

$$\tau_0(r_b, 0^\circ) = \sigma_H \times c + \sigma_h \times d \quad (15)$$

که در این رابطه:

$$c = \frac{1}{2} \left[ \begin{array}{l} (1+\mu^2)^{\frac{1}{2}} (1-\rho^2 + 3\rho^4) \\ -\mu(1+2\rho^2) \end{array} \right] \quad (16)$$



شکل ۳. تغییرات نسبت تنش‌های برجا با نسبت  $r_b/a$  و عرض  $\theta_b$  برای سه زاویه اصطکاک مختلف (بر اساس معیار خرابی موهر-کولمب)  
**Fig. 3. The variation of the in-situ stresses ratio with  $r_b/a$  and  $\theta_b$  for three different friction angles (based on Mohr-Coulomb Failure criterion)**

جدول ۱. مشخصات مکانیکی و تنش‌های برجای مختلف در سه حالت مختلف  
**Table 1. Mechanical and in-situ stresses ratio parameters for three different cases**

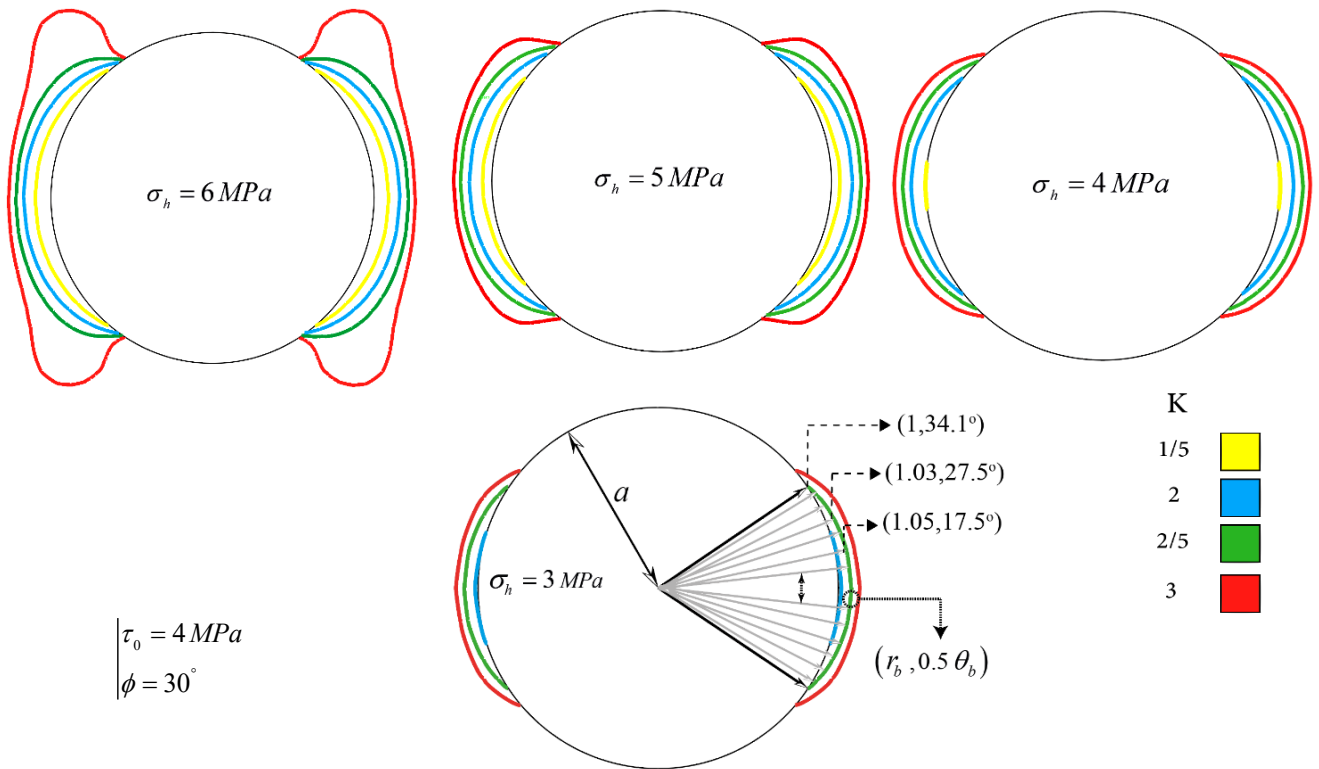
حالت‌های مختلف	$\tau_0$ (MPa)	$\varphi$ (°)	$\sigma_h$ (MPa)	$\sigma_H/\sigma_h$
۱	۴	۳۰°	۶ و ۵، ۴، ۳	۳ و ۲/۵، ۲، ۱/۵
۲	۴	۴۵° و ۳۵°، ۲۵°	۵	۳ و ۲/۵، ۲، ۱/۵
۳	۵ و ۴، ۳	۳۰°	۵	۳ و ۲/۵، ۲، ۱/۵

۳-۱- اثر تنش‌های برجا و مشخصات مکانیکی سنگ بر روی نواحی خرابی بریک-اوت بر اساس معیار موهر-کولمب  
 در این بخش شکل گرافیکی نواحی خرابی بریک-اوت رخ داده در پیرامون گمانه برای مشخصات مختلف تأثیرگذار در این پدیده نمایش داده می‌شود. مشخصات انتخابی برای مقادیر تنش‌های برجا، چسبندگی و زاویه اصطکاک داخلی سنگ مطابق با جدول ۱ می‌باشد. تحلیل تئوری مطابق با مدل تئوری آورده شده در قسمت قبل می‌باشد. در شکل‌های ۴، ۵ و ۶ که در ادامه آورده شده است، هر کمان مشخص‌کننده مرز خرابی رخ داده برای هر مدل می‌باشد. به منظور مقایسه، نواحی خرابی نشان داده شده با شعاع گمانه دارای یک مقیاس بوده و همچنین این مقیاس در همه شکل‌ها یکسان است. مطابق با نتایج نمایش داده شده در شکل ۵، برای مشخصات مکانیکی ثابت زمین، در هر یک از مدل‌ها با افزایش نسبت تنش‌های

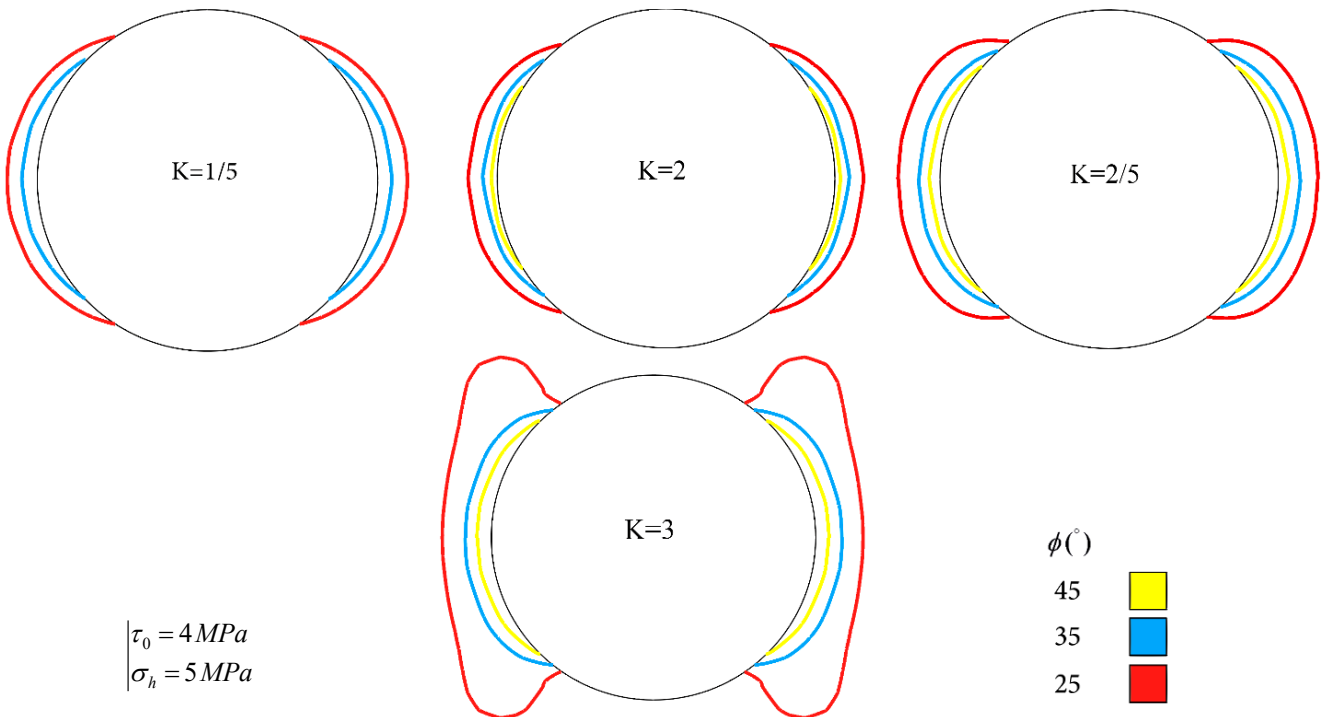
$$y_0 = \left[ -0.5(1 + \mu^2)^{1/2} - \mu \right] (\sigma_H) + \left[ 1.5(1 + \mu^2)^{1/2} + \mu \right] (\sigma_h) \quad (24)$$

$$z_0 = \left[ 0.5(1 + \mu^2)^{1/2} - 0.5\mu \right] (\sigma_H) + \left[ -0.5(1 + \mu^2)^{1/2} - 0.5\mu \right] (\sigma_h) - \tau_0 \quad (25)$$

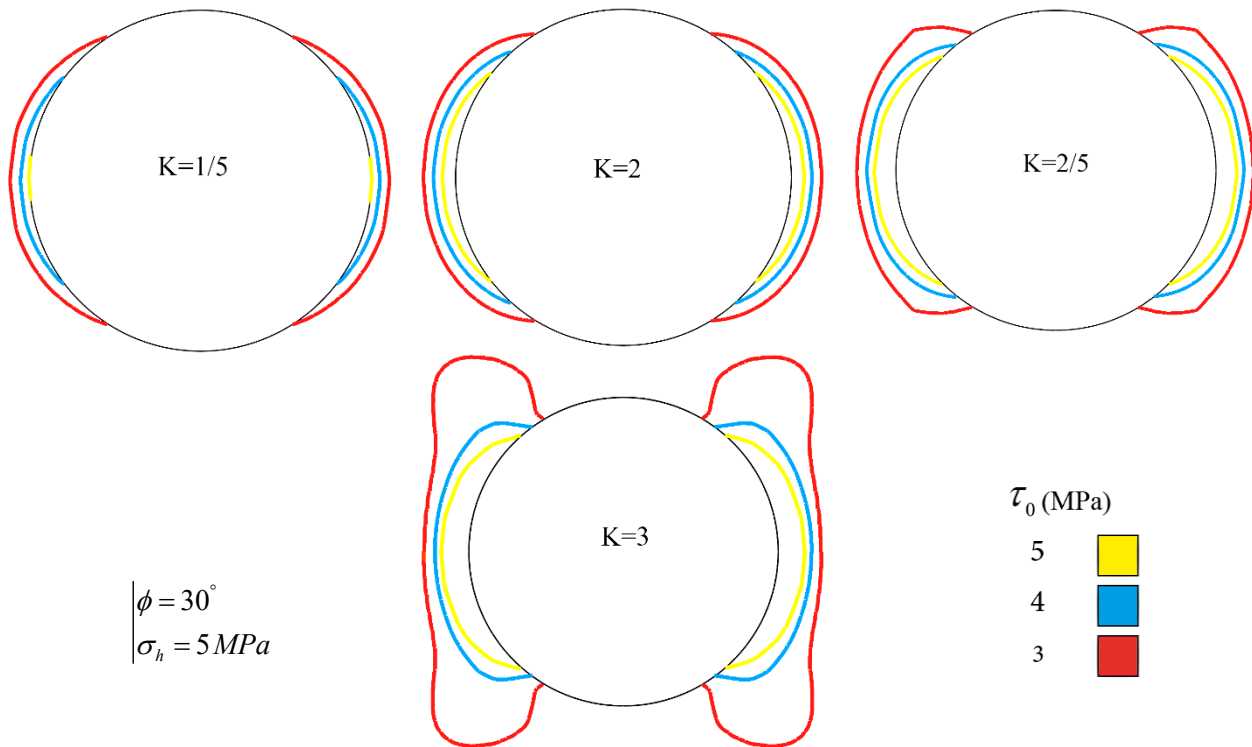
شکل ترسیم‌ی رابطه ۲۰ در ادامه آورده شده است. در شکل ۳ نمودارهای نسبت تنش‌های برجا، در مقابل  $r_b/a$ ،  $\theta_b$  برای سه زاویه اصطکاک مختلف ترسیم شده است (رابطه ۲۰). همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود زمانیکه نسبت تنش‌های برجا نزدیک به یک باشد محدوده گسیختگی بریک-اوت کوچک و با افزایش این نسبت محدوده گسیختگی عمیق‌تر و عریض‌تر می‌شود.



شکل ۴. نمایش محدوده خرابی بریک-اوت برای مقادیر مختلف تنش‌های برجا و نسبت آن‌ها (مشخصات مکانیکی زمین ثابت است)  
 Fig. 4. The breakout failure zone for the different values of the in-situ stress ratio (The mechanical properties of the ground are considered fixed)



شکل ۵. نمایش محدوده خرابی بریک-اوت برای مقادیر مختلف نسبت تنش‌های برجا و زاویه اصطکاک (چسبندگی و تنش افقی کوچک‌تر، ثابت هستند)  
 Fig. 5. The breakout failure zone for the different values of the ratio of in-situ stress and friction angle (cohesion and minimum horizontal stress are considered fixed)



شکل ۶. نمایش محدوده خرابی بریک-اوت برای مقادیر مختلف نسبت تنش‌های برجا و چسبندگی (زاویه اصطکاک داخلی سنگ و تنش افقی کوچک‌تر، ثابت هستند)

Fig. 6. The breakout failure zone for the different values of the ratio of in-situ stress and cohesion (friction angles and minimum horizontal stress are considered fixed)

نیاز داشت و به تدریج باعث تکمیل‌تر شدن آن گردید، آخرین تغییری که در سال ۲۰۰۲ به وسیله هوک و همکاران ارائه شد به صورت زیر می‌باشد [۲۸]:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left( \frac{m_b \sigma_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^a \quad (26)$$

$$m_b = m_i e^{\left( \frac{GSI-100}{28-14D} \right)} \quad (27)$$

$$s = e^{\left( \frac{GSI-100}{9-3D} \right)} \quad (28)$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{e^{\left( \frac{GSI}{15} \right)} - e^{\left( \frac{20}{3} \right)}}{6} \quad (29)$$

در اینجا،  $\sigma_1$ ، تنش اصلی بیشینه؛  $\sigma_3$ ، تنش اصلی کمینه؛  $\sigma_{ci}$ ، مقاومت فشاری تک‌محوره سنگ بکر؛  $D$ ، فاکتور وابسته به درجه دست‌خوردگی؛  $GSI$ ، شاخص مقاومت زمین‌شناختی؛ همچنین  $m_b$ ،  $m_i$ ، پارامتر سنگ بکر،  $s$  و  $a$ ؛ پارامترهای وابسته به میزان شکستگی توده سنگ هستند.

برجا محدوده خرابی بریک-اوت گسترده‌تر می‌شود. به غیر از نسبت، مقادیر تنش‌های برجا نیز بسیار مهم هستند به نحوی که در شکل ۴ (تنش برجای کمینه  $6 \text{ MPa}$  و نسبت ۳) مشاهده می‌شود که با افزایش تنش‌های برجا شکل گسیختگی از حالت کمان خارج می‌شود و محدوده خرابی به سمت بالا و پایین نیز گسترش می‌یابد که بیانگر تمرکز تنش‌های برشی در این نواحی است. در مدل‌های شکل‌های ۵ و ۶ مشاهده می‌شود که اگرچه با افزایش نسبت تنش‌های برجا محدوده خرابی بزرگ‌تر شده اما این تأثیر در مدل‌هایی که دارای زاویه اصطکاک و چسبندگی کم‌تری هستند، بسیار بیش‌تر است.

#### ۴- تحلیل بریک-اوت با استفاده از معیار هوک- براون

معیار غیرخطی هوک- براون از معیارهای تجربی- آزمایشگاهی است که در سال ۱۹۸۰ ارائه شد. این معیار در اصل برای تخمین مقاومت توده سنگ‌های سخت توسعه یافت و به دلیل عدم وجود جایگزین‌های مناسب، برای انواع توده سنگ‌ها از جمله سنگ‌های با کیفیت پایین نیز بکار برده شد. این کاربردها به تغییر معیار اصلی

$$\beta = \sigma_H + \sigma_h \times \alpha \quad (32)$$

که در این رابطه :

$$\alpha = (1 - 2 \cos \theta_b) / (1 + 2 \cos \theta_b) \quad (33)$$

$$\beta = \sigma_c / (1 + 2 \cos \theta_b) \quad (34)$$

اکنون با جایگذاری روابط ۱۲ تا ۱۴ مربوط به مختصات نقطه A در رابطه ۳۱، روابط زیر به دست می‌آید.

$$a_1^2 \times \sigma_H^2 + b_1^2 \times \sigma_h^2 + 2a_1 b_1 \sigma_H \sigma_h = m \sigma_c c_1 \sigma_H + m \sigma_c d_1 \sigma_h + \sigma_c^2 \quad (35)$$

که در این رابطه:

$$a_1 = 1 - \rho^2 + 3\rho^4 \quad (36)$$

$$b_1 = -1 + 3\rho^2 - 3\rho^4 \quad (37)$$

$$c_1 = 0.5 \times (3\rho^2 - 3\rho^4) \quad (38)$$

$$d_1 = 0.5 \times (2 - 5\rho^2 + 3\rho^4) \quad (39)$$

با تلفیق رابطه ۳۵ با رابطه ۳۲ و جایگذاری  $\sigma_H$  برحسب  $\sigma_h$  تعداد متغیر مجهول معادله کاهش می‌یابد و معادله درجه دوم زیر برحسب  $\sigma_h$  به دست می‌آید:

$$\sigma_h^2 e_1 + \sigma_h f_1 + g_1 = 0 \quad (40)$$

که در این رابطه ضرایب  $e_1$  و  $f_1$  و  $g_1$  به ترتیب عبارتند از:

$$e_1 = a_1^2 \alpha^2 + b_1^2 - 2a_1 b_1 \alpha \quad (41)$$

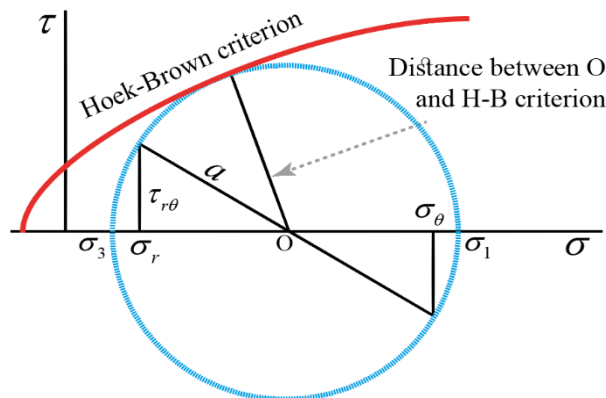
$$f_1 = -2a_1^2 \alpha \beta + 2a_1 b_1 \beta + m \sigma_c c_1 \alpha - m \sigma_c d_1 \quad (42)$$

$$g_1 = a_1^2 \beta^2 - \sigma_c^2 - m \sigma_c c_1 \beta \quad (43)$$

اگر نسبت مقادیر تنش‌های برجا مشخص باشند و هدف بدست آوردن عمق و عرض بریک-اوت باشد، این مقادیر را می‌توان از دو رابطه ۳۲ و ۴۰ به صورت زیر استخراج کرد:

$$\theta_b = \cos^{-1} \left( \left[ \sigma_c - (\sigma_H + \sigma_h) \right] / 2(\sigma_H - \sigma_h) \right) \quad (44)$$

$$r_b = a \times X^{-0.5} \quad (45)$$



شکل ۷. شکل شماتیک معیار خرابی هوک- براون در فضای  $\tau - \sigma$  و دایره تنش موهر مماس شده بر آن

Fig. 7. Schematic figure of the Hoek-Brown failure criterion in  $\tau - \sigma$  space and Mohr circle tangent to the failure criterion

معیار خرابی هوک- براون برای سنگ بکر شکل ساده شده رابطه

۲۶ و به صورت زیر می‌باشد:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left( \frac{m_i \sigma_3}{\sigma_{ci}} + 1 \right)^{0.5} \quad (30)$$

با استفاده از این معیار و مشابه روندی که برای مدل خرابی موهر- کولمب انجام شد محاسبات مربوط به بدست آوردن گستره خرابی بریک-اوت انجام می‌شود (شکل ۷). با توجه به اینکه معیار هوک- براون بر اساس تنش‌های اصلی می‌باشد ابتدا از روابط کرش تنش‌های اصلی بدست می‌آید و در رابطه هوک- براون جایگذاری می‌شود، به این ترتیب رابطه اصلی به صورت زیر بدست می‌آید (طریقه بدست آوردن رابطه زیر در ضمیمه آورده شده است):

$$\left[ (\sigma_\theta - \sigma_r)^2 + 4 \times \tau_{r\theta}^2 \right] = m \times \sigma_c \times \left[ \left( \frac{\sigma_\theta + \sigma_r}{2} \right) - \left( \left( \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{2} \right)^2 + \tau_{r\theta}^2 \right)^{1/2} \right] + \sigma_c^2 \quad (31)$$

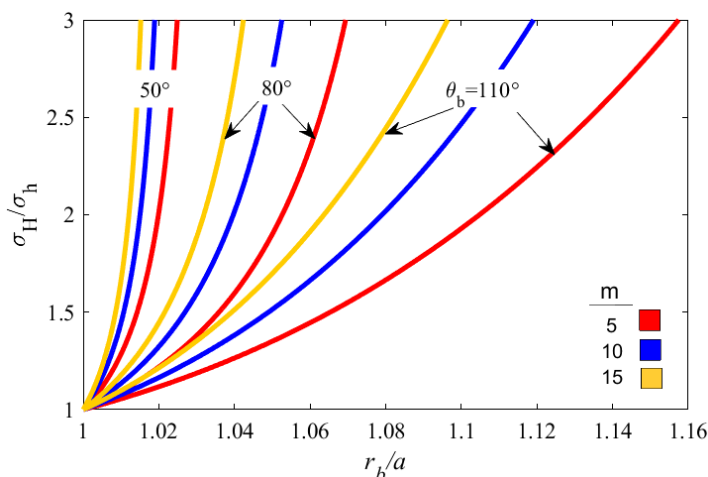
از این به بعد و به منظور سادگی  $m_i = m$  و  $\sigma_{ci} = \sigma_c$  در نظر

گرفته می‌شود.

حال باید مختصات دو نقطه A و B نشان داده شده در شکل ۳

بدست آورده شود، بر اساس توضیحات بیان شده در قسمت‌های قبلی برای نقطه B با جایگذاری مختصات این نقطه ارائه شده در روابط ۶

تا ۸ در رابطه ۳۱، روابط زیر به دست می‌آید.



شکل ۸. تغییرات نسبت تنش‌های برج با نسبت  $r_b/a$  و عرض  $\theta_b$  برای سه زاویه اصطکاک مختلف (بر اساس معیار خرابی هوک- براون)

Fig. 8. The variation of the in-situ stresses ratio with  $r_b/a$  and  $\theta_b$  for three different friction angles (based on Hoek-Brown Failure criterion)

جدول ۲. مشخصات مکانیکی و تنش‌های برجی مختلف در سه حالت مختلف

Table 2. Mechanical and in-situ stresses ratio parameters for three different cases

حالت‌های مختلف	$\sigma_c$ (MPa)	$m$	$\sigma_h$ (MPa)	$\sigma_H / \sigma_h$
۱	۹۰	۱۵	۴۵ و ۴۰، ۳۵، ۳۰	۳ و ۲/۵، ۲، ۱/۵
۲	۹۰	۲۵ و ۱۵، ۵	۳۵	۳ و ۲/۵، ۲، ۱/۵
۳	۱۲۰ و ۹۰، ۶۰	۱۵	۳۵	۳ و ۲/۵، ۲، ۱/۵

در رابطه ۴۵ عمق بریک-اوت گمانه حاصل می‌شود. شکل ۸ نمودار رابطه‌های ۳۲ و ۴۰ برای سنگ با پارامتر  $m$  متغیر (۵، ۱۰ و ۱۵) است، این نمودار تغییرات نسبت عمق بریک-اوت به شعاع گمانه در برابر نسبت تنش‌های برجی افقی در عرض‌های ثابت از بریک-اوت ( $50^0$ ،  $80^0$  و  $110^0$ ) را نشان می‌دهد. در این شکل نیز مشاهده می‌شود که در حالت تنش‌های برجی همسان محدوده خرابی بریک-اوت تقریباً صفر است و با افزایش نسبت تنش‌های برجی محدوده خرابی عمیق‌تر و عریض‌تر می‌شود. این مجموعه نمودارها به علت استفاده از نسبت تنش‌های برجی، مستقل از مقاومت فشاری تک‌محوری سنگ هستند.

۴-۱- اثر تنش‌های برجی و مشخصات مکانیکی سنگ بر روی نواحی

خرابی بریک-اوت بر اساس معیار هوک- براون

در این قسمت نیز مطابق حالت قبل، شکل گرافیکی نواحی

$$a_r X^4 + b_r X^3 + c_r X^2 + d_r X + e_r X^0 = 0 \quad (46)$$

$$\{0 < \sqrt{X} \leq a\}$$

$$a_r = [3 \times (\sigma_H - \sigma_h)]^2 \quad (47)$$

$$b_r = -6(\sigma_H - \sigma_h)(\sigma_H - 3\sigma_h) \quad (48)$$

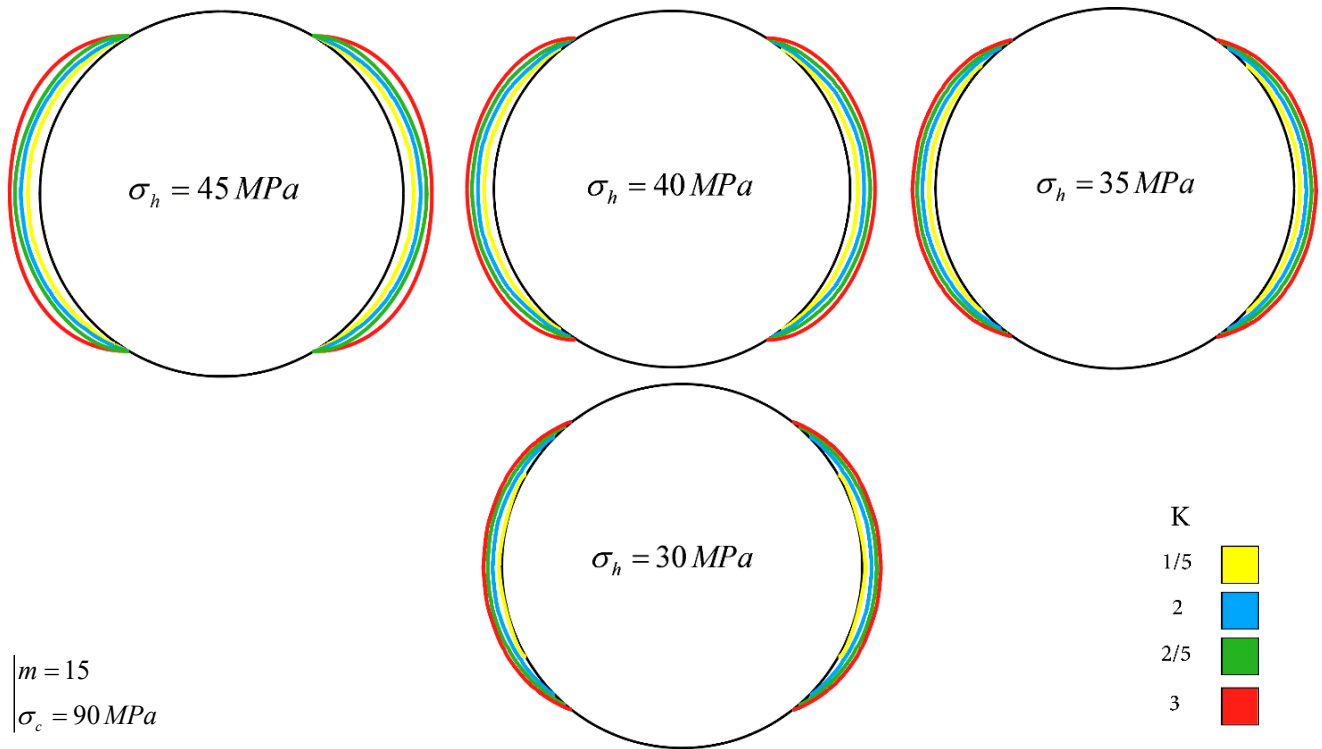
$$c_r = (\sigma_H - 3\sigma_h)^2 + 6(\sigma_H - \sigma_h)^2 + 1.5 m \sigma_c (\sigma_H - \sigma_h) \quad (49)$$

$$d_r = 2(3\sigma_h - \sigma_H)(\sigma_H - \sigma_h) - 0.5 m \sigma_c (3\sigma_H - 5\sigma_h) \quad (50)$$

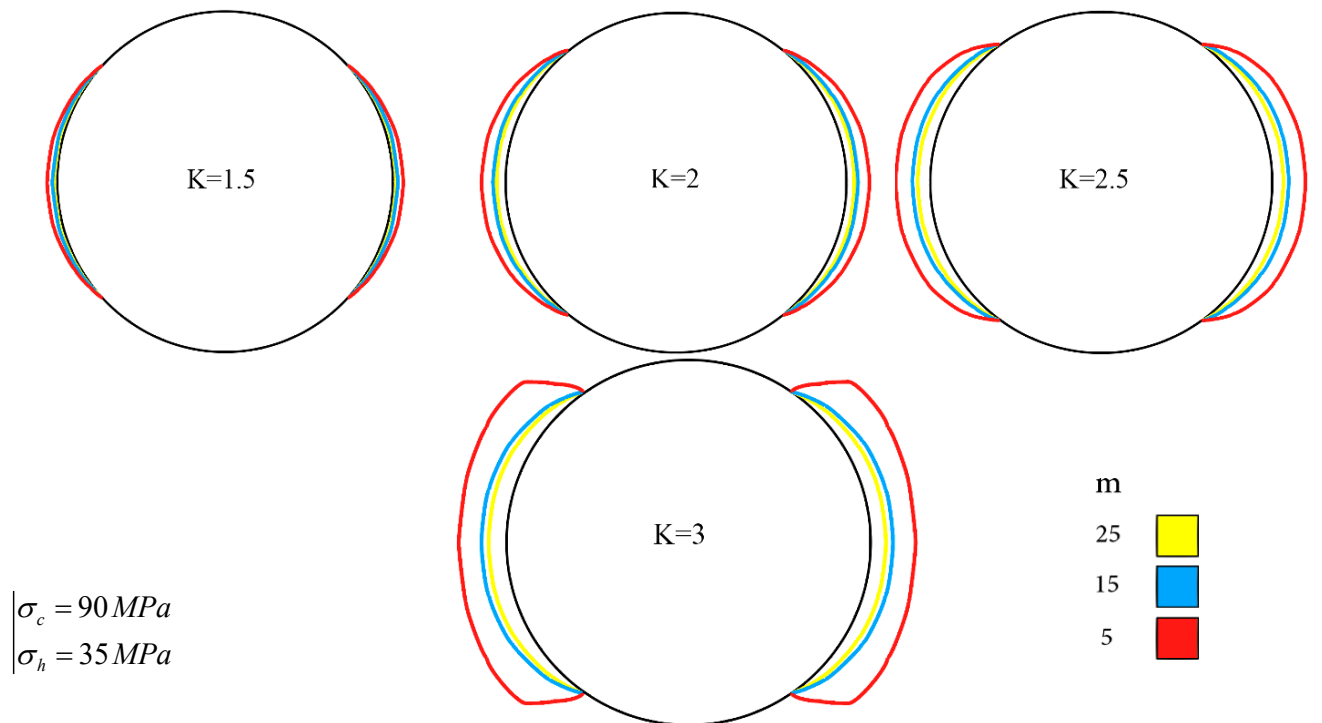
$$e_r = (\sigma_H - \sigma_h)^2 - (m \sigma_c \sigma_h + \sigma_c^2) \quad (51)$$

با حل معادله ۴۶ مقدار  $X = \rho^2$  به دست می‌آید که با جایگذاری



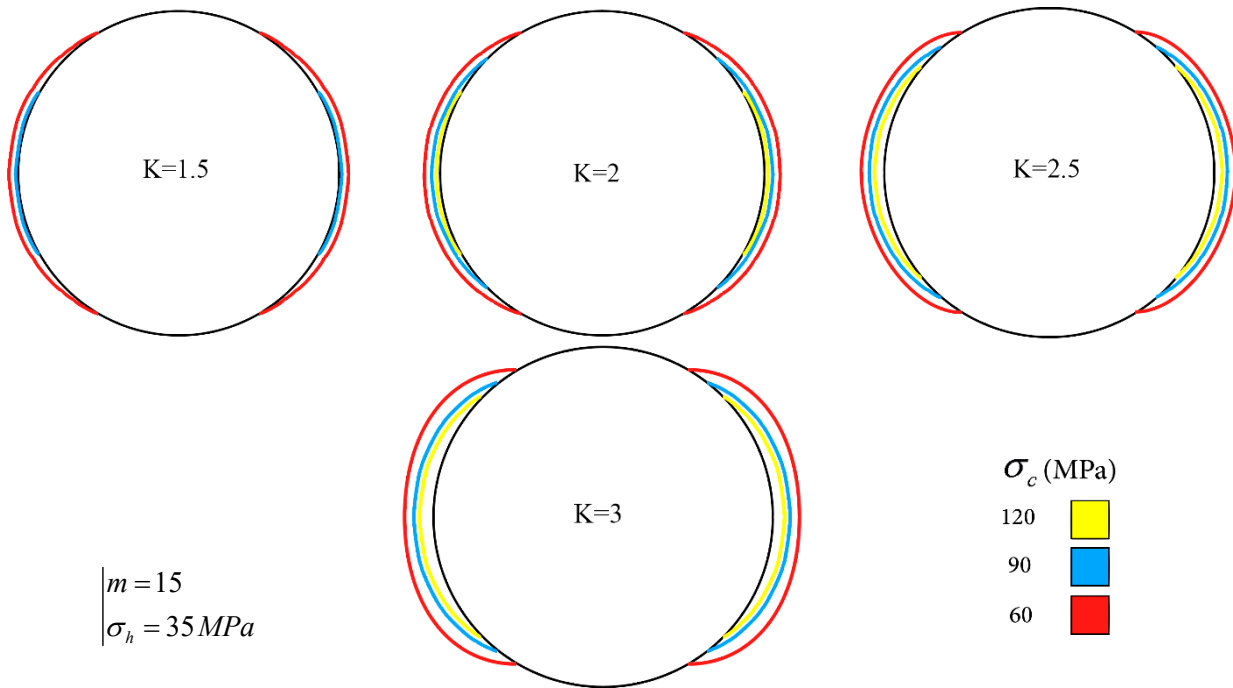


شکل ۹. نمایش محدوده خرابی بریک-اوت برای مقادیر مختلف تنش‌های برجا و نسبت آن‌ها (مشخصات مکانیکی سنگ ثابت هستند)  
 Fig. 9. The breakout failure zone for the different values of the in-situ stress ratios (mechanical properties are considered fixed)



شکل ۱۰. نمایش محدوده خرابی بریک-اوت برای مقادیر مختلف نسبت تنش‌های برجا و پارامتر m (مقاومت فشاری تک‌محوری و تنش افقی کوچک‌تر، ثابت هستند)

Fig. 10. The breakout failure zone for the different values of the in-situ stress ratio and m parameter (uniaxial strength and minimum horizontal stress are considered fixed)



شکل ۱۱ نمایش محدوده خرابی بریک-اوت برای مقادیر مختلف نسبت تنش‌های برجا و مقاومت فشاری تک‌محوری سنگ (پارامتر  $m$  و تنش افقی کوچک‌تر، ثابت هستند)

Fig. 11. The breakout failure zone for the different values of the in-situ stress ratio and uniaxial strength ( $m$  parameter and minimum horizontal stress are considered fixed)

جدول ۳. مقایسه عمق بریک-اوت از لحاظ مشاهده و تئوری (موهر-کولمب و هوک-براون) در چاه ابرن نیویورک

Table 3. Comparison of observed and theoretical breakout maximum depth in Auburn, New York (Mohr-Coulomb and Hoek-Brown criterion)

H (m)	مشاهده شده			تئوری			
	$\theta_b (^\circ)$	$r_b / a$	$r_b$ (mm)	موهر-کولمب		هوک-براون	
				$r_b / a$	$r_b$ (mm)	$r_b / a$	$r_b$ (mm)
۱۴۷۱/۹	۱۹	۱/۰۲۷	۱۱۵/۰	۱/۰۱۹	۱۱۴/۱	۱/۰۱۹	۱۱۴/۱
۱۴۷۳/۱	۲۰	۱/۰۶۳	۱۱۹/۱	۱/۰۲۲	۱۱۴/۵	۱/۰۲۱	۱۱۴/۴
۱۴۷۴/۶	۲۲	۱/۰۷۱	۱۲۰/۰	۱/۰۲۷	۱۱۵/۰	۱/۰۲۶	۱۱۴/۹
۱۴۷۶/۳	۱۵	۱/۰۲۷	۱۱۵/۰	۱/۰۱۲	۱۱۳/۳	۱/۰۱۲	۱۱۳/۳
۱۴۷۶/۳	۲۲	۱/۰۴۵	۱۱۷/۰	۱/۰۲۷	۱۱۵/۰	۱/۰۲۶	۱۱۴/۹

مکانیکی ثابت سنگ، در هر یک از مدل‌ها با افزایش نسبت تنش‌های برجا محدوده خرابی بریک-اوت گسترده‌تر می‌شود، تغییرات در این حالت و با ثابت بودن مشخصات مکانیکی سنگ، نسبتاً کم است. در مدل‌های شکل ۱۰ و شکل ۱۱ اگرچه با افزایش نسبت تنش‌های برجا محدوده خرابی بزرگ‌تر شده، اما این تأثیر برای سنگ‌های با

خرابی بریک-اوت رخ داده در پیرامون گمانه برای مشخصات مختلف تأثیرگذار بر اساس معیار هوک-براون آورده شده است. مشخصات انتخابی برای مقادیر تنش‌های برجا، پارامتر  $m$  و مقاومت فشاری تک‌محوره سنگ  $\sigma_c$ ، مطابق با جدول ۲ می‌باشد. مطابق با نتایج نمایش داده شده در شکل ۹، برای مشخصات

جدول ۴. مشخصات مکانیکی سنگ در معیار هوک- براون برای سه سنگ A، B و C

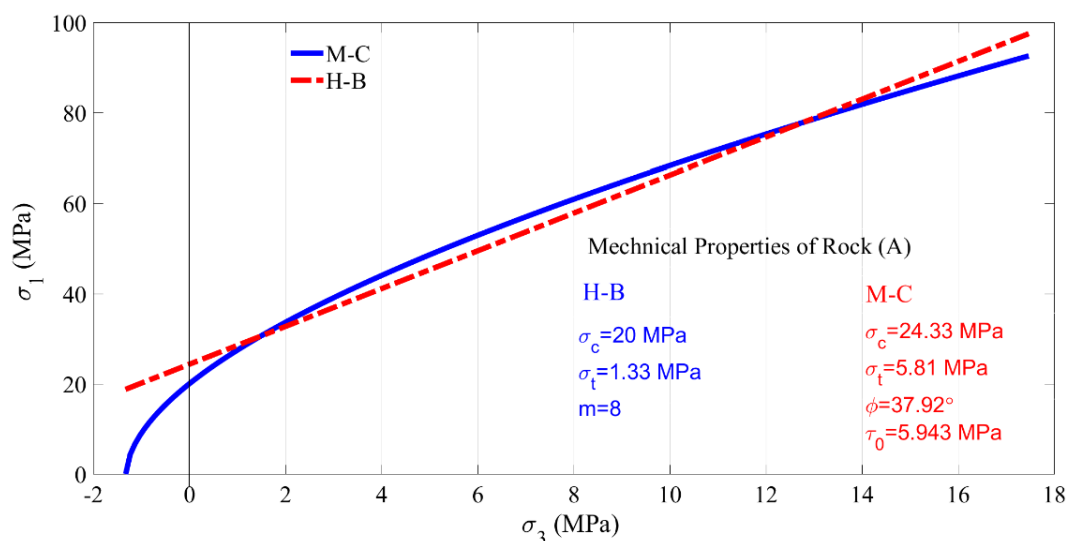
Table 4. Mechanical properties of rock in Hoek-Brown failure criterion for three types of rocks A, B, C

مقاومت فشاری تک محوری (MPa)	پارامتر $m$ در معیار هوک- براون	نوع سنگ
۲۰	۱۵	A
۱۵	۸	B
۲۵	۱۰	C

جدول ۵. مشخصات مکانیکی سنگ در معیار موهر- کولمب برای سه سنگ A، B و C

Table 5. Mechanical properties of rock in Mohr-Coulomb failure criterion for three types of rocks A, B, C

چسبندگی (MPa)	زاویه اصطکاک داخلی (°)	نوع سنگ
۵/۴۹۳	۳۷/۹۲	A
۴/۷۶۷	۳۰/۰۴	B
۶/۶۶۲	۳۵/۷۵	C



شکل ۱۲. بدست آوردن مشخصات مکانیکی سنگ براساس معیار موهر- کولمب از معیار هوک- براون برای سنگ A

Fig. 12. Obtain the mechanical properties of the rock based on the Mohr-Coulomb failure criterion of the Hoek-Brown failure criterion for type A rock

### ۵- صحت سنجی

در جدول زیر عمق بریک اوت بدست آمده از دو روش تحلیلی فوق با عمق بریک اوت بدست آمده از داده‌های پنج مقطع از چاه ابرن<sup>۱</sup> نیویورک مقایسه شده است. قطر چاه 22.4 cm، عمق مورد

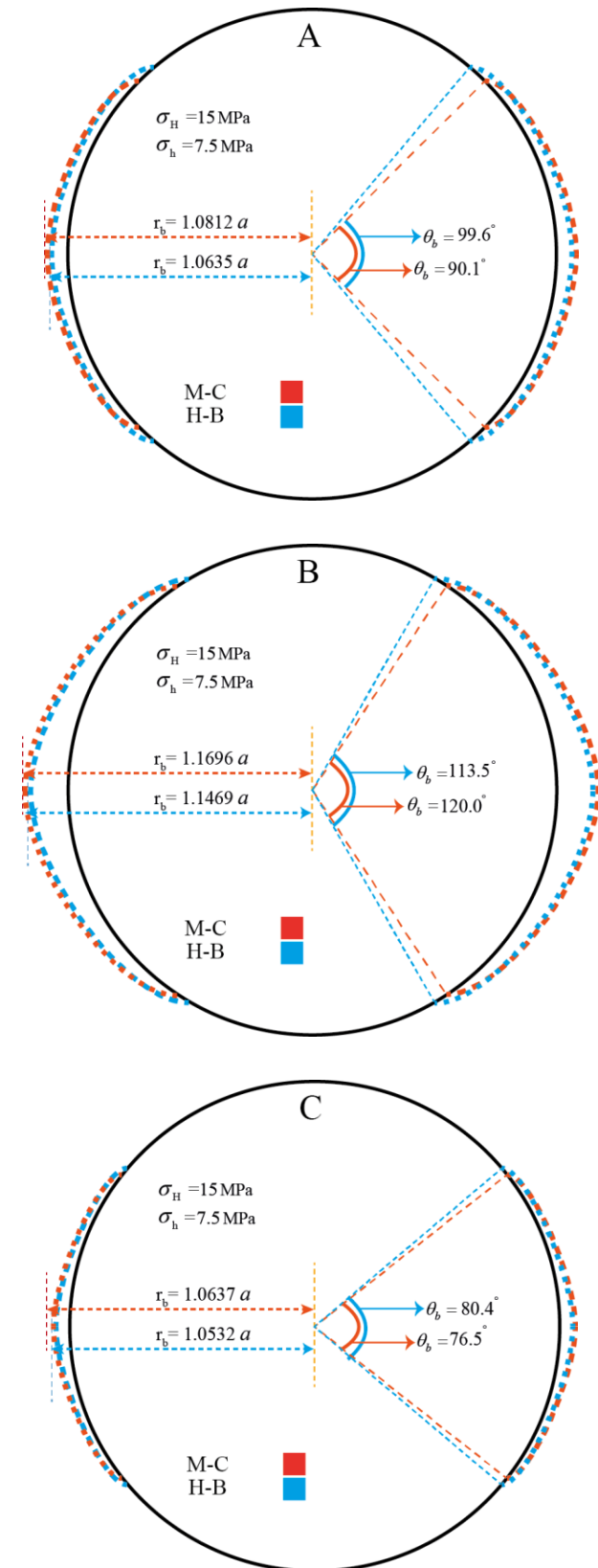
مشخصات مکانیکی ضعیف بسیار بیش تر است. نکته قابل توجه در شکل ۱۱ این است که عرض ناحیه خرابی بریک- اوت یعنی  $\theta_b$  در هریک از مدل‌های این شکل ثابت است، چون مطابق با رابطه ۴۴، این عرض به پارامتر  $m$  وابسته نیست و آنچه که در هر یک از مدل‌های این شکل متغیر است پارامتر  $m$  می‌باشد.

نظر چاه بین ۱۴۷۱ الی ۱۴۷۷ متری با مشخصات میانگین محیطی زاویه اصطکاک داخلی  $31^\circ$ ، چسبندگی  $10 \text{ MPa}$ ، پارامتر معیار هوک- براون 4.5 و مقاومت فشاری تک محوری  $36 \text{ MPa}$  می باشد. نسبت تنش های برجا بدست آمده از روش شکست هیدرولیکی برابر با 2.24 می باشد [۳]. همان طور که در جدول ۳ مشاهده می کنید، تطابق خوبی بین مشاهدات انجام شده با استفاده از داده های نمایشگر چاه ۱ و هر دو روش تئوری وجود دارد.

### ۶- مقایسه نواحی خرابی بریک- اوت، بدست آمده از دو

#### معیار موهر- کولمب و هوک- براون

در این بخش مقایسه نواحی خرابی بدست آمده از دو معیار فوق انجام می شود. البته انتظار می رود اگر در محدوده تنش های برجای مشخص دو معیار موهر- کولمب و هوک- براون نزدیک و معادل هم باشند، نواحی خرابی بدست آمده نیز باید یکسان باشند. بدین منظور سه نوع سنگ با مشخصات گوناگون مطابق با معیار هوک- براون مطابق با جدول ۳ انتخاب می شوند، برای این سه نوع سنگ چسبندگی و زاویه اصطکاک داخلی به نحوی انتخاب می شود که معیار موهر- کولمب معادل با هوک- براون شود، این محاسبات توسط نرم افزار متلب انجام شده است، نتیجه آنچه است که در جدول ۴ آورده شده است. انطباق دو معیار برای نمونه سنگ A در شکل ۱۲ آورده شده است. حال با مشخصات جدول ۳ و ۴ نواحی گسیختگی بریک- اوت برای هر سه نوع سنگ ترسیم می گردد که نتیجه در شکل ۱۳ دیده می شود. نتیجه آنست که انتظارش می رفت، عمق بریک- اوت برای هر سه نوع سنگ تقریباً یکسان است اما اختلاف در عرض بریک اوت در دو معیار وجود دارد و این اختلاف برای سنگ نوع A که داری مشخصات مکانیکی بالاتری است، بیشتر است. دلیل این اختلاف اینست که اختلاف دو معیار موهر- کولمب و هوک- براون در محل برخورد با محور عرضی در شکل ۱۲، که بیانگر مقاومت فشاری تک محوری سنگ است در حالت سنگ A نسبت به دو نوع سنگ دیگر بیشتر است، که البته با انتخاب محدوده نسبت تنش های برجای مناسب برای معادل سازی دو معیار می توان این اختلاف را نیز کم کرد.



شکل ۱۳. مقایسه کمان های گسیختگی مطابق با دو معیار موهر- کولمب و

هوک- براون برای سه نوع سنگ A، B و C

Fig. 13. Comparison of breakout zone according to Mohr-Coulomb and Hoek-Brown failure criteria for three types of rocks A, B, C

## ۷- نتایج

نوعی از خرابی پیرامون حفرات، بالاخص گمانه‌های نفتی در اعماق زیاد، خرابی بریک-اوت می‌باشد. این خرابی در امتداد تنش برجای افقی کوچک‌تر ایجاد می‌شود و در اثر تنش‌های برشی ناشی از فشار پیرامون گمانه رخ می‌دهد. در این مقاله مطابق با دو معیار خرابی معروف در سنگ، معیار موهر-کولمب و هوک-براون به تحلیل ریاضی این پدیده پرداخته شد و گستره خرابی در پیرامون گمانه مطابق با این دو معیار بدست آمد. هم مقدار و هم نسبت تنش‌های برجا، دو عامل مؤثر در شکل‌گیری و توسعه نواحی خرابی بریک-اوت در پیرامون گمانه هستند. اگر نسبت تنش‌های برجا، یک باشد، هیچ ناحیه خرابی در پیرامون گمانه رخ نمی‌دهد و با افزایش نسبت تنش‌های برجا عمق خرابی افزایش می‌یابد. در کنار این دو عامل مشخصات مکانیکی سنگ، مطابق با معیار خرابی انتخاب شده، فاکتور مؤثر دیگر در عمق و عرض بریک-اوت می‌باشند. به نحوی که با ضعیف شدن مشخصات مکانیکی سنگ، ناحیه خرابی بریک-اوت بزرگ می‌شود.

## مراجع

- project, (2003) 1-5.
- [7] M.D. Zoback, Reservoir geomechanics, Cambridge University Press, 2010.
- [8] H. Kutter, Influence of drilling method on borehole breakouts and core diskings, in: 7th ISRM Congress, International Society for Rock Mechanics and Rock Engineering, 1991.
- [9] L. Mastin, The development of borehole breakouts in sandstone, Master's thesis, in, Stanford Univ., Stanford, Calif, 1984.
- [10] R. Ewy, N. Cook, Deformation and fracture around cylindrical openings in rock—II. Initiation, growth and interaction of fractures, in: International journal of rock mechanics and mining sciences & geomechanics abstracts, Elsevier, 1990, pp. 409-427.
- [11] E. Papamichos, Sand production and well productivity in conventional reservoirs, Amadei, Kranz, Scott and Smeallie (eds) Rock mechanics for industry, Balkema Rotterdam, (1999) 209-215.
- [12] P. Van den Hoek, Prediction of different types of cavity failure using bifurcation theory, in: DC Rocks 2001, The 38th US Symposium on Rock Mechanics (USRMS), American Rock Mechanics Association, 2001.
- [13] A. Klaetsch, B. Haimson, Porosity-dependent fracture-like breakouts in St. Peter sandstone, Mining and tunneling innovation and opportunity, (2002) 1365-1371.
- [14] R. Cuss, E. Rutter, R. Holloway, Experimental observations of the mechanics of borehole failure in porous sandstone, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 40(5) (2003) 747-761.
- [15] B. Haimson, Micromechanisms of borehole instability leading to breakouts in rocks, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 44(2) (2007) 157-173.
- [16] E. Papamichos, J. Tronvoll, A. Skjærstein, T.E. Unander, Hole stability of Red Wildmoor sandstone under anisotropic stresses and sand production criterion, Journal of Petroleum Science and Engineering, 72(1-2) (2010) 78-92.
- [1] A. Zang, O. Stephansson, Rock fracture criteria, in: Stress Field of the Earth's Crust, Springer, 2010, pp. 37-62.
- [2] J. Bell, D. Gough, Northeast-southwest compressive stress in Alberta evidence from oil wells, Earth and planetary science letters (1979).
- [3] M.D. Zoback, D. Moos, L. Mastin, R.N. Anderson, Well bore breakouts and in situ stress, Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 90(B7) (1985) 5523-5530
- [4] R.A. Plumb, S.H. Hickman, Stress-induced borehole elongation: A comparison between the four-arm dipmeter and the borehole televiewer in the Auburn geothermal well, Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 90(B7) (1985) 5513-5521.
- [5] H. Haimson, C. Herrick, Borehole breakouts-a new tool for estimating in situ stress?, in: ISRM International Symposium, International Society for Rock Mechanics and Rock Engineering, 1986.
- [6] J. Reinecker, M. Tingay, B. Müller, Borehole breakout analysis from four-arm caliper logs, World stress map

of rock mechanics, John Wiley & Sons, 2009.

- [28] E. Hoek, C. Carranza-Torres, B. Corkum, Hoek-Brown failure criterion-2002 edition, Proceedings of NARMS-Tac, 1(1) (2002) 267-273.

### ضمیمه

طریقه بدست آوردن رابطه ۳۱:

می توان معیار هوک- براون را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)^2 = (\sigma_c m \sigma_3 + \sigma_c^2) \quad (\text{ض} ۱)$$

با کمک روابط حاکم بر دایره مور، می توان تنش های  $\sigma_1$  و  $\sigma_3$  را بر حسب  $\sigma_r$ ،  $\sigma_\theta$  و  $\tau_{r\theta}$  به شکل زیر نوشت (این روابط یک دستگاه دو معادله و دو مجهول بر حسب دو متغیر  $\sigma_1$  و  $\sigma_3$  هستند):

$$\begin{cases} \sigma_1 - \sigma_3 = 2\sqrt{\left(\frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{2}\right)^2 + \tau_{r\theta}^2} \\ \sigma_1 + \sigma_3 = \sigma_\theta + \sigma_r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_1 = \sqrt{\left(\frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{2}\right)^2 + \tau_{r\theta}^2} + \frac{\sigma_\theta + \sigma_r}{2} \\ \sigma_3 = \frac{\sigma_\theta + \sigma_r}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{2}\right)^2 + \tau_{r\theta}^2} \end{cases} \quad (\text{ض} ۲)$$

با جایگذاری روابط (ض ۲) در رابطه (ض ۱) و ساده سازی آن رابطه ۳۱ حاصل می گردد:

$$\begin{aligned} & \left( 2\sqrt{\left(\frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{2}\right)^2 + \tau_{r\theta}^2} \right)^2 = \\ & \left( \sigma_c m \left( \frac{\sigma_\theta + \sigma_r}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{2}\right)^2 + \tau_{r\theta}^2} \right) + \sigma_c^2 \right) \quad (\text{ض} ۱) \\ & \Rightarrow \left[ (\sigma_\theta - \sigma_r)^2 + 4 \times \tau_{r\theta}^2 \right] = m \times \sigma_c \times \\ & \left[ \left( \frac{\sigma_\theta + \sigma_r}{2} \right) - \left( \left( \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{2} \right)^2 + \tau_{r\theta}^2 \right)^{1/2} \right] + \sigma_c^2 \end{aligned}$$

- [17] H. Lee, T. Moon, B. Haimson, Borehole breakouts induced in Arkosic sandstones and a discrete element analysis, Rock Mechanics and Rock Engineering, 49(4) (2016) 1369-1388.
- [18] I. Song, Borehole breakouts and core diskings in westerly granite: mechanisms of formation and relationship in situ stress, University of Wisconsin--Madison, 1998.
- [19] H. Lee, Borehole breakouts in arkosic sandstones and quartz-rich sandstones, The University of Wisconsin-Madison, 2005.
- [20] E. Leeman, The measurement of stress in rock: Part I: The principles of rock stress measurements, Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy, 65(2) (1964) 45-81.
- [21] D. Gough, J. Bell, Stress orientations from borehole wall fractures with examples from Colorado, east Texas, and northern Canada, Canadian Journal of Earth Sciences, 19(7) (1982) 1358-1370.
- [22] B.C. Haimson, J.N. Edl Jr, Hydraulic fracturing of deep wells, in: Fall Meeting of the Society of Petroleum Engineers of AIME, Society of Petroleum Engineers, 1972.
- [23] M. Mansourizadeh, M. Jamshidian, P. Bazargan, O. Mohammadzadeh, Wellbore stability analysis and breakout pressure prediction in vertical and deviated boreholes using failure criteria-A case study, Journal of Petroleum Science and Engineering, 145 (2016) 482-492.
- [24] H. Kim, L. Xie, K.-B. Min, S. Bae, O. Stephansson, Integrated in situ stress estimation by hydraulic fracturing, borehole observations and numerical analysis at the EXP-1 borehole in Pohang, Korea, Rock Mechanics and Rock Engineering, 50(12) (2017) 3141-3155.
- [25] H. Zhang, S. Yin, B.S. Aadnoy, Poroelastic modeling of borehole breakouts for in-situ stress determination by finite element method, Journal of Petroleum Science and Engineering, 162 (2018) 674-684.
- [26] S. Khatibi, A. Aghajanzpour, M. Ostadhassan, O. Farzay, Evaluating Single-Parameter parabolic failure criterion in wellbore stability analysis, Journal of Natural Gas Science and Engineering, 50 (2018) 166-180.
- [27] J.C. Jaeger, N.G. Cook, R. Zimmerman, Fundamentals



چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

A. Lakirouhani, J.A. Abbasi, *Determination of breakout failure zone around the borehole using the Mohr-Coulomb and Hoek-Brown failure criteria*, *Amirkabir J. Civil Eng.*, 52(5) (2020) 1109-1126.

DOI: [10.22060/ceej.2019.15233.5856](https://doi.org/10.22060/ceej.2019.15233.5856)



