



One-Dimensional Simulation of Water Hammer in Non-Newtonian Fluids

A. Khamoshi¹, A. Keramat^{1,*}, A. Majd²

¹ Civil Engineering Department, Jundi-Shapur University of Technology, Dezful, Iran

² Khuzestan Water and Power Authority (KWPA), Ahwaz, Iran

ABSTRACT: Unlike previous studies in Non-Newtonian fluids that use complex two-dimensional models to calculate the velocity gradient in this research, one-dimensional models have been used to calculate Non-Newtonian losses that can be implemented faster and have higher execution speeds. The main objective of this research is to study the phenomenon of water hammer in Non-Newtonian fluids of power type (Power Law) using Brunon and Zeilke models. In order to calculate the shear stress in relation to the momentum of the Zeilke and Brunon model, and to solve the equations, the line characteristics of the nonlinear fluid solution have been used. The Brunon model is based on the assumption that the shear stress of the wall changes due to the acceleration of the acceleration, proportional to the acceleration of the fluid. Zilck's method for calculating the unsteady friction coefficient presents a model based on the analytic integral of convolution. The velocity gradient in the steady state is used to obtain the velocity gradient in the Zeilke model. Finally, numerical results are compared with the results of another research to ensure the accuracy of the solution algorithm. The results of Non-Newtonian fluid modeling show significant changes in pressure values. The proposed formulas, similar to the two-dimensional models, can simulate these changes. As expected in the same continuous flow conditions, the maximum pressure decreases with decreasing viscosity of the fluid. In other words, by decreasing the viscosity of the fluid, the amount of drops across the pipe path will be reduced. According to expectations in the steady flow conditions, the maximum error in the maximum pressure at the valve location is about one percent higher than the two-dimensional state, which, with a decrease in the viscosity of the fluid, causes this error to be close to zero.

Review History:

Received: 7/5/2018

Revised: 8/2/2018

Accepted: 8/2/2018

Available Online: 8/25/2018

Keywords:

Water Hammer

Unsteady Friction

Zeilke Model

Brunon Model

Fluid Model of Power law

1. INTRODUCTION

Pressure surges are commonly encountered in both natural and engineering systems, such as oil transportation and human arterial networks. Precise simulation of these transients needs to elaborate on unsteady friction modeling. The most prominent research in the field of unsteady friction in Newtonian fluids is Zeilke's analytical article [1] where he obtained analytical relations to handle this phenomenon. Brunone et al. [2] adopted an additional term including a K factor to simulate the local momentum. The factor is effectively calibrated by Pezzinga [3]. Vardy and Brown [4] have been performed significant contributions to non-Newtonian unsteady pipe-flows especially modeling fluids with time-dependent viscosities. More recently, Wahba [5] compared shear-thinning and shear-thickening fluids in response to a fluid hammer event using the power-law model. Subsequently, Majd et al. [6] investigated power-law and Cross fluids.

2. GOVERNING EQUATIONS

2.1. Transient flow

The momentum and continuity equations in the following form are used in this research [7].

*Corresponding author's email: keramat.alireza@gmail.com

$$\frac{\partial H}{\partial z} + \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + \tau \frac{Q|Q|}{2DgA^2} = 0, \quad \tau = \tau_s + \tau_u \quad (1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

where Q is volumetric flowrate, H is the piezometric head, t is time, z is the distance along the pipe centerline, g is gravitational acceleration, D is inside pipe diameter, A is a cross-sectional flow area, a is wave speed of the fluid and τ is shear stress at pipe wall comprised from unsteady component τ_u (to be quantified later) and steady component τ_s :

$$\tau_s = \lambda \frac{L V^2}{D 2g} \quad (3)$$

in which, L is pipe length, λ is Darcy-Weisbach friction factor to be computed for laminar flows as:

$$\lambda = \frac{Re}{64} \quad (4)$$



in which, **Re** Reynolds number. Eq.s (3) and (4) are valid for Newtonian fluids. Chhabra and Richardson [8] derived τ_s the relation for non-Newtonian fluids:

$$\tau_s = m \left(\frac{8V}{D} \left(\frac{3n+1}{4n} \right) \right)^n \quad (5)$$

in which m and n are constants of the power-law fluid.

2.2. Unsteady friction in Newtonian fluids

2.2.1. Zeilke model

The unsteady component τ_u in Eq. (1) is found by:

$$(6) \quad \tau_u = \frac{32\mathcal{G}A}{DQ|Q|} \int_0^t \frac{\partial Q}{\partial t^*} W(t-t^*) dt^*$$

in which \mathcal{G} is kinematic viscosity. Assuming linear unsteady friction, Zeilke [1] derived this weight function

$$W(\tau^*) = \frac{A^* e^{-\frac{\tau^*}{C^*}}}{\sqrt{\tau^*}}, \quad \tau^* = 4\mathcal{G}t / D^2 \quad (7)$$

where A^* and C^* are constants in laminar flows [9].

2.2.2. Brunson's model

In this model τ_u depends on the time and spatial derivative of fluid velocity V as well as flow direction $\text{sign}(V)$ [2]:

$$\tau_u = \frac{KD}{V|V|} \left[\frac{\partial V}{\partial t} + a \text{sign}(V) \left| \frac{\partial V}{\partial x} \right| \right] \quad (8)$$

$$K = \frac{\sqrt{C^*}}{2}, \quad C^* = \begin{cases} 0.00476 & Re \leq 2300 \\ \frac{7.41}{Re^{\log(14.3Re^{-0.05})}} & Re > 2300 \end{cases} \quad (9)$$

2.3. Non-Newtonian power-law fluid

Among the wide range of non-Newtonian liquids, a type of time-independent ones namely power-law fluids are considered [8]. In this type of fluids, the fluid dynamic viscosity η is related to the velocity gradient dV_z / dr by means of two specified coefficients m and n :

$$\eta = m \left(\frac{dV_z}{dr} \right)^{n-1} = m(\dot{\gamma})^{n-1} \quad (10)$$

where r stands for radial direction and $V_z = V_z(r)$ denotes the cross-sectional velocity profile.

2.4. Unsteady friction in non-Newtonian fluids

2.4.1. Brunson's model

To implement this model, the coefficient K in Eq. (8) is fundamental. To account for non-Newtonian fluids in this equation, Reynolds number (Re) has to be accordingly defined [10]:

$$Re = \frac{8\rho V^{2-n} D^n}{m(6+2/n)^n} \quad (11)$$

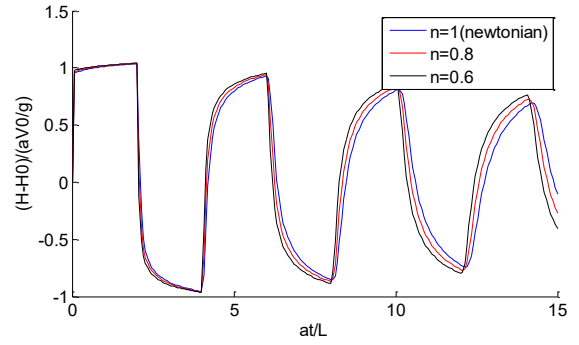


Fig. 1. Head at the valve located in the present study based on Zeilke's model

Using Eq. (11), C^* in Eq. (9) is found in Brunone's model:

$$C^* = 0.015 \left[\frac{0.28\rho V^{1-n} D^n}{m(6+2/n)^n} \sqrt{\frac{m \left(\frac{8V}{D} \left(\frac{3n+1}{4n} \right) \right)^n}{\rho}} \right] \quad (12)$$

2.4.2. Zeilke model

Considering Eq. (7), the weight function in Zeilke's model is computed according to τ^* which itself depends on the kinematic viscosity $\mathcal{G} = \eta / \rho$ which is made available using Eq. (10). Furthermore, a close investigation of power-law fluids during steady-state allows for computing the velocity gradient at the pipe wall [8]:

$$\left(\frac{dV_z}{dr} \right)_w = \left[\frac{3n+1}{4n} \right] \left(\frac{8V}{D} \right) \quad (13)$$

Eq. (13) in combination with Eq. (10) provides τ^* :

$$\tau^* = \frac{4\mathcal{G}t}{D^2} = \frac{4 \left(\frac{m \left(\frac{dV_z}{dr} \right)^{n-1}}{\rho} \right) t}{D^2} = \frac{4 \left(\frac{m \left[\frac{3n+1}{4n} \right] \left(\frac{8V}{D} \right)^{n-1}}{\rho} \right) t}{D^2} \quad (14)$$

3. VERIFICATION OF THE PROPOSED MODEL

The numerical results of the proposed solution (h^{1D}) were compared with those of Majd et al. (h^{2D}) [6] for a copper pipe, $D = 0.025$ m, $L = 36.09$ m, $Re = 82$ and $a = 1324$ m/s contained by high-viscosity oil of $\mu = 0.03484$ N.s/m². Figure 1 depicts computed heads at the valve (Zeilke model) and Figure 2 displays error (Eq. (15)) between the two aforementioned models versus time computed by:

$$\text{error}(t) = h^{2D}(t) - h^{1D}(t) \quad (15)$$

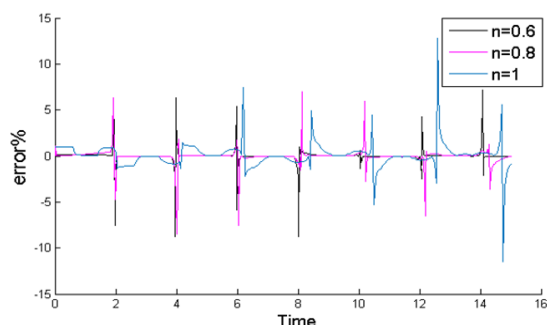


Fig. 2. Error propagation of the present model with respect to Majd et al.'s [6] study.

4. CONCLUSIONS

A fast, efficient and simple approximation for transients in non-Newtonian fluids was developed. The method was based on the well-known unsteady friction models of Brunone and Zeilke which was herein modified to treat power-law fluids during fluid hammer. The core idea behind this study was the computation of the shear stress only at the pipe wall instead of the whole flow cross-section. This stress was computed by the existing relation between the non-Newtonian viscosity of the fluid and the wall-shear stress which was derived for steady-state conditions but herein was exploited temporarily during transients. The proposed model was validated against verified and accurate two-dimensional transient results from literature and reveal acceptable approximation to fluid hammer simulation in power-law fluids.

REFERENCES

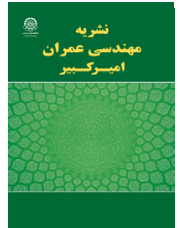
- [1] Zeilke, W. 1968. "Frequency-dependent friction in transient pipe flow." J. Basic Eng, pp. 109–115.
- [2] Brunone, B., Golia, U.M. and Greco M. 1991. "Modelling of fast transients by numerical methods." Ninth round table, IAHR, Valencia, Spain.
- [3] Pezzinga, G. 1999. "Model for Unsteady Flow in Pipe Networks." Journal of Hydraulic Engineering, pp. 676-685.
- [4] Vardy, A.E. and Brown, J.M.B. 2011. "Laminar pipe flow with time-dependent viscosity." J HYDROINFORM. 13(4), pp. 729–740.
- [5] Wahba, E.M. 2013. "Non-Newtonian fluid hammer in elastic circular pipes Shear-thinning and shear-thickening effects." J Non-Newtonian Fluid Mech, pp. 24-30.
- [6] Majd, A., Ahmadi, A. and Keramat, A. 2016. "Investigation of non-Newtonian fluid effects during transient flows in a pipeline." Strojniški Vestnik – Journal of Mechanical Engineering, pp. 105-115.
- [7] Chaudhry, M. H. 2014. *Applied Hydraulic Transients*. Springer, New York.
- [8] Chhabra, R.P. and Richardson, J.F. 2011. *Non-Newtonian Flow and Applied Rheology*. Engineering Applications. 2nd ed., Elsevier Science.
- [9] Vardy, A.E., and Brown, J.M.B. 1995. "Transient, turbulent, smooth pipe flow." Journal of Hydraulic Research, 256 IAHR, pp. 435-456.
- [10] Ohmi, N. and Usui T. 1976. "Pressure and velocity distributions in pulsating turbulent pipe flow." Part 1: Theoretical treatments. Bulletin JSME, 19, pp. 307-313.

HOW TO CITE THIS ARTICLE

A. Khamoshi, A. Keramat, A. Majd, *One-Dimensional Simulation of Water Hammer in Non-Newtonian Fluids*, Amirkabir J. Civil Eng., 52(1) (2020) 55-58.

DOI: [10.22060/ceej.2018.14682.5719](https://doi.org/10.22060/ceej.2018.14682.5719)





شبیه سازی یک بعدی ضربه قوچ در سیالات غیرنیوتنی

علیرضا خاموشی^۱، علیرضا کرامت^{۱*}، علی مجد^۲

^۱ دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی جندی شاپور دزفول، خوزستان، ایران

^۲ دکتری عمران هیدرولیک، سازمان آب و برق خوزستان، خوزستان، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۷-۰۴-۱۴

بازنگری: ۱۳۹۷-۰۵-۱۱

پذیرش: ۱۳۹۷-۰۵-۱۱

ارائه آنلاین: ۱۳۹۷-۰۶-۰۳

کلمات کلیدی:

ضربه قوچ

اصطکاک غیرماندگار

مدل زیلک

مدل برونون

سیال مدل توانی

خلاصه: برخلاف مطالعه های گذشته در جریان های غیرماندگار سیالات غیر نیوتنی که از مدل های پیچیده دو بعدی جهت محاسبه گرادیان سرعت استفاده شده است، در این تحقیق مدل های یک بعدی جهت محاسبه افت غیرماندگار به کار گرفته شده است که امکان پیاده سازی سریع تر و سرعت اجرایی بالاتری دارند. هدف اصلی این تحقیق بررسی پدیده ضربه قوچ در سیالات غیرنیوتنی از نوع توانی (Power law) با استفاده از مدل های برونون و زیلک می باشد. جهت محاسبه تنش برشی در رابطه مومنتم از مدل زیلک و برونون و به منظور حل معادلات از روش خطوط مشخصه ها جهت حل سیالات غیرنیوتنی استفاده شده است. مدل برونون بر این اساس حاکم است که تنش برشی دیواره به دلیل تغییر شتاب، متناسب با شتاب سیال تغییر می کند. روش زیلک برای محاسبه ضریب اصطکاک غیر ماندگار، مدلی بر اساس انتگرال کانولوشن که به صورت تحلیلی هست را ارائه می دهد. برای بدست آوردن گرادیان سرعت سیال توانی در مدل زیلک، از گرادیان سرعت در حالت ماندگار استفاده شده است. در انتها برای حصول اطمینان از صحت الگوریتم حل، نتایج عددی با نتایج مقالات دیگر مقایسه شده اند. نتایج حاصل از مدل سازی سیال غیرنیوتنی نشان دهنده تغییراتی قابل توجه در مقادیر فشار می باشند. فرمول های ارائه شده مشابه مدل های دو بعدی می توانند این تغییرات را شبیه سازی کنند. مطابق انتظار در شرایط جریان ماندگار یکسان، مقدار بیشترین خطا در فشار حداکثر در محل شیر حدود یک درصد نسبت به حالت دو بعدی می باشد که با کاهش لزجت سیال مقدار این خطا نزدیک به صفر می شود.

۱- مقدمه

و در بسیاری از کاربردهای بیولوژیکی مانند جریان خون در بدن و برخی از دستگاه ها مانند قلب مصنوعی اشاره نمود. موضوع مورد مطالعه از سه دیدگاه کلی قابل بررسی است. دیدگاه اول در تفکیک جریان آرام و آشفته، دوم ماندگاری و غیرماندگاری جریان و سوم در تفاوت سیال نیوتنی و سیال غیرنیوتنی می باشد [۱].

برای مدل سازی تغییرات تنش برشی در رابطه مومنتم از مدل های اصطکاک غیرماندگار استفاده می شود. از بارزترین تحقیق های انجام

شناخت خصوصیات جریان گذرا از موضوعات مهم در تحقیقات پایه در حوزه مکانیک سیالات است. در سیستم های خطوط لوله، هرگونه اغتشاش می تواند باعث تغییر شرایط حالت ماندگار و ایجاد جریان گذرا شود. جریان های سیال غیرنیوتنی در بسیاری از موارد طبیعی و کاربردهای صنعتی استفاده می شود، از جمله این کاربردها می توان به خطوط انتقال محصولات صنعتی، فرآیندهای پلیمری

* نویسنده عهده دار مکاتبات: keramat.alireza@gmail.com



که مقدار تنش برشی جداره در حالت جریان تند شونده، مثبت و در حالت جریان کند شونده، این مقدار منفی می باشد. آنها استدلال کردند که در حین جریان تندشونده قسمت مرکزی خطوط جریان، مقداری حرکت می کند در نتیجه پروفیل سرعت دارای شیب تندتری می گردد که تنش برشی بزرگ تری ایجاد می نماید.

در ادامه برونون و همکاران^۵ [۷] مدلی توسعه یافته از مدل دیلی استخراج کردند، که در آن شتاب جابه جایی به مدل اولیه دیلی اضافه شده است. آنها برای مدل سازی شتاب لحظه ای محلی یک ترم اضافی برای محاسبه تلفات اصطکاک غیر یکنواخت با ضریب کاهنده K که مرتبط با توزیع سرعت در مقطع عرضی بود را ارائه دادند. ضریب K بوسیله مدل آزمایشگاهی و مدل عددی دوبعدی کالیبره شده است (پزینگا^۶ [۸]). در مدل اصلی برونون ضریب K که با زمان و جابه جایی متغیر بود را در نظر گرفتند. مدل برونون نسبتاً ساده است و تطبیق خوبی بین نتایج اندازه گیری و محاسبه شده را نشان می دهد و جایگزین خوبی برای روش مشکل و پیچیده زیلک می باشد.

از سال ۱۹۴۸ مطالعه های بسیاری در زمینه رفتار سیال غیرنیوتنی به خصوص سیالات نیوتنی تعمیم یافته صورت گرفته است. اولین مطالعه صورت گرفته توسط توماس^۷ [۹] در زمینه سیالات غیرنیوتنی قابل توجه می باشد. در ادامه مطالعات آزمایشگاهی و مدل سازی ریاضی و عددی بسیاری در مورد جریان سیال غیرنیوتنی در لوله ها انجام شده است که می توان به مطالعه اولیورا و همکاران^۸ [۱۰] اشاره کرد. آن ها انتقال فشار در یک لوله با انتهای بسته حاوی سیال بینگهام را به صورت تحلیلی بررسی کرده اند. در این مقاله به بررسی جریان غیرماندگار لایه ای حاوی سیال غیرنیوتنی پرداخته شده است. پینهو و وایتلاو^۹ [۱۱] تحقیقاتی را در زمینه اندازه گیری سرعت محوری متوسط و تنش های نرمال جریان در یک لوله انجام داده اند. سیال به کار رفته ترکیب یک پلیمر (سدیم کربوکسی متیل سلولز) در محلول رقیق با چهار غلظت متفاوت است. محدوده عدد رینولدز در نظر گرفته شده بین ۲۴۰ تا ۱۱۱۰۰۰ می باشد. نتایج آن ها نشان دهنده ی آن است که در اثر خاصیت نازک شدگی برش سیال،

شده در زمینه اصطکاک غیرماندگار در سیال نیوتنی می توان به مقاله تحلیلی زیلک^۱ اشاره نمود [۲]. وی در این تحقیق برای جریان های غیرماندگار لایه ای در حالت تک بعدی روابطی تحلیلی بدست آورد که همچنان به عنوان مرجع برای مقایسه دیگر مسائل مشابه به کار می رود. یکی از مشکلات استفاده از این مدل، پیچیده بودن آن و نیاز به محاسبات سنگین کامپیوتری است. در حقیقت به علت وابسته بودن اصطکاک غیرماندگار به تاریخچه سرعت از شروع غیرماندگاری، لازم است که برای همه گام های زمانی محاسبات از ابتدای شروع جریان گذرا تکرار گردد. به همین سبب نیاز به محاسبات عددی قابل توجه ای می باشد؛ بطوری که استفاده از آن را در کارهای مهندسی محدود می نماید.

واردی و براون^۲ [۳ و ۴] تحقیقات ارزنده ای در ارتباط با یافتن مدل های ریاضی برای اصطکاک غیرماندگار در جریان های آشفتنه انجام دادند. این روابط بر اساس زبری و صاف بودن جداره لوله تقسیم بندی می شوند، اما روش استخراج این روابط یکسان می باشد. نویسندگان با تقسیم سطح مقطع لوله به نواحی مختلف برای هر کدام توزیع لزجت های مختلفی در نظر گرفته و بر این اساس روابطی ارائه نموده اند که به ازای مقادیر متفاوت عدد رینولدز جریان و مشخصات فیزیکی و هندسی مسئله عبارت اصطکاک غیرماندگار محاسبه می گردد. اما مشکلی که همچنان با آن مواجه هستیم مشابه روش زیلک انجام محاسبات پیچیده با حجم بالا و زمانگیر بودن آن می باشد.

ویتکوفسکی و همکاران^۳ [۵] برای برطرف نمودن حجم محاسبات زیاد در مدل های پیشین با استفاده از تخمین توابع وزنی مورد استفاده در روش های قبل توسط توابع نمایی توانستند راه حلی سریع و مقرون به صرفه برای به کار بردن مدل های پیشین پیشنهاد دهند. آنان با معادل سازی توابع ده جمله ای نمایی با توابع وزنی در مدل های قبل، ضرایب توابع پیشنهادی را به گونه ای تخمین زدند که کمترین خطا در مدل های پیشنهادی ایجاد گردد.

از طرفی، محققینی همچون دیلی و همکاران^۴ [۶] میکوشیدند تا برای محاسبه افت جریان گذرا، مدل های تجربی بر پایه شتاب لحظه ای ارائه نمایند. آن ها بر اساس نتایج آزمایشگاهی دریافتند

5 Brunone, B., et al.

6 Pezzinga

7 Toms, B.A.

8 Oliveira, G.M., et al.

9 Pinho, F.T. and J.H. Whitelaw

1 Zielke

2 Vardy, A.E. and J.M.B. Brown

3 Vítkovský, J., et al.

4 Daily, et al.

شرح داده شده و به بررسی و تحلیل نتایج پرداخته شده است.

۲- معادلات حاکم بر جریان های گذرا

معادله های حاکم بر جریان گذرا شامل معادلات مومنتم و پیوستگی می باشند که به شکل زیر قابل ارائه هستند (چادری^۲):

(۱)

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + \tau \frac{Q|Q|}{2DgA^2} = 0, \quad \tau = \tau_s + \tau_u$$

(۲)

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

در روابط فوق H هد پیزومتریک، Q دبی جریان، r شعاع لوله، x فاصله در طول لوله، t زمان، g شتاب جاذبه، A سطح مقطع لوله و ρ جرم حجمی سیال می باشد. τ_s بخش شبه ماندگار و τ_u بخش گذرای اصطکاک می باشد که برای حل قسمت گذرا دیدگاه های مختلفی وجود دارد. همچنین سرعت موج فشاری a ، در رابطه پیوستگی برابر است با:

$$a = \frac{\sqrt{\frac{E_w}{\rho}}}{\sqrt{1 + \left(\frac{E_w}{E_f}\right) \left(\frac{D}{S}\right)}} \quad (3)$$

که در آن D قطر داخلی لوله، E_w مدول الاستیسیته یانگ مواد دیواره لوله، E_f مدول حجمی الاستیسیته مایع، ρ جرم حجمی سیال است و S ضخامت دیواره لوله است. آزمایش ها نشان داده اند تنش برشی در دیواره τ_w تابعی از دانسیته (چگالی) سیال، سرعت جریان، لزجت دینامیکی سیال، قطر و زبری دیواره لوله است یعنی:

(۴)

$$\tau_w = \tau_w(\rho, V, \mu, D, \varepsilon)$$

رابطه زیر محاسبه می گردد [۱۵]:

$$\tau_s = \lambda \frac{L V^2}{D 2g} \quad (5)$$

محدوده ی ناحیه ی انتقال جریان از جریان لایه ای به جریان آشفته مقداری به سمت اعداد رینولدز بالاتر متمایل گشته، که علت آن را استهلاک نوسانات جریان آشفته خصوصاً در مؤلفه های شعاعی و مماسی تنش نرمال بیان داشته اند.

همچنین وهبا^۱ با استفاده از مدل سازی دو بعدی جریان غیرماندگار، اثرات ناشی از رفتار غیرنیوتنی سیال توانی را مورد بررسی قرار داده است [۱۲]. تمرکز وی در این مقاله بر روش های عددی می باشد. وی در نتایج خود آورده است که جریان غیرماندگار لایه ای، به شدت تحت تأثیر اثرات غیرنیوتنی سیال شامل رفتار نازک شدگی برش و ضخیم شدن برش قرار می گیرد.

مجد و همکاران [۱۳] در مقاله ای به بررسی اثر سیال غیرنیوتنی در جریان غیرماندگار پرداختند. آن ها پس از اطمینان از روش مدل سازی عددی، دو بعدی، از مدل های غیرنیوتنی توانی (Power law) و کراس (Cross) استفاده کردند و حالت های مختلف سیال غیرنیوتنی را مورد بررسی قرار دادند. افزایش اثر غیرنیوتنی سیال شبه پلاستیک (سیال به کار رفته در این مطالعه) و در نتیجه کاهش مقدار لزجت، سبب کاهش میزان افت در لوله شده و در پی آن میزان فشار ایجاد شده در محل شیر افزایش پیدا می کند. همچنین کاهش مقدار لزجت ظاهری در جداره سبب کاهش میزان افت انرژی شده که به دنبال آن اثر فشردگی مسیر (Line packing) کمتر شده است.

اژدری و همکاران [۱۴] نیز مطالعه ای بر روی جریان سریع انتقالی سیالات غیرنیوتنی در خط لوله انجام داده اند. آن ها در این مقاله به ویژگی هایی از جمله جنس لوله و نوع سیالات غیرنیوتنی اشاره دارند. مدل استفاده شده در این پژوهش مدل توانی می باشد. نتایج حاصل از تجزیه و تحلیل عددی در این مقاله ارائه شده است.

در مقاله حاضر به بررسی جریان غیرماندگار سیال غیرنیوتنی در حالت تک بعدی پرداخته می شود که این موضوع امکان پیاده سازی سریعتر و سرعت اجرایی بالاتری معادلات ضربه قوچ نسبت به حالت پیچید دو بعدی را دارد. مسأله مورد بررسی یک سیستم مخزن-لوله-شیر می باشد که در اثر بسته شدن شیر انتهای لوله، مقادیر فشار در طول لوله دچار نوسان می گردد. سیال به کار رفته از جنس سیال مدل توانی می باشد. ابتدا معادلات جریان غیرماندگار برای سیالات غیرنیوتنی بدست آمده اند. در ادامه، روش عددی برای حل معادلات

ارائه دهند (پیوست ۲). همچنین گیداوی و همکاران^۳ [۱۸] به جای استفاده از تابع تقریب مدل واردی و براون، مقدار دقیق انتگرال کانولوشن را حساب کردند.

۳-۲- مدل برونون

در این مدل جمله اصطکاک غیرماندگار τ_{ii} به سرعت جریان متوسط لحظه ای V ، شتاب محلی لحظه ای $\frac{dV}{dt}$ و شتاب جابه جایی لحظه ای $\frac{dV}{dx}$ ، وابسته است. بر اساس مدل اصلی برونون^۴ [۷] اصطکاک غیرماندگار τ_{ii} ، به صورت زیر ارائه می شود.

$$\tau_{ii} = \frac{KD}{V|V|} \left[\frac{\partial V}{\partial t} - a \frac{\partial V}{\partial x} \right] \quad (۸)$$

که در آن K ضریب اصطکاک برونون و a فاصله می باشد. از سوی دیگر، رابطه (۸) با وجود اینکه هر دو ترم شتاب مکانی و زمانی را در خود لحاظ نموده است اما تأثیر هر دو ترم یکسان می باشد. همچنین مدل اصلی برونون قادر به تشخیص علامت صحیح سرعت در هنگام بسته شدن شیر در بالادست در یک سیستم خطی لوله ای ساده با جریان اولیه در جهت x نمی باشد. البته این نکته قابل ذکر است که فرمول اصلی برونون در صورت بسته شدن شیر در پایین دست، عملکرد درستی دارد. لذا برای برطرف نمودن این مشکل رابطه اصلاح شده زیر توسط ویتکوفسکی [۱۹] ارائه شد.

$$\tau_{ii} = \frac{KD}{V|V|} \left[\frac{\partial V}{\partial t} + a \operatorname{sign}(V) \left| \frac{\partial V}{\partial x} \right| \right] \quad (۹)$$

$$\operatorname{sign}(V) = \begin{cases} +1 & V \geq 0 \\ -1 & V < 0 \end{cases}$$

در ابتدا، ضریب اصطکاک K مستقیماً به صورت تجربی بدست می آمد. بطوریکه برونون و همکاران [۲۰] مقادیر تجربی را بین ۰/۰۳ و ۰/۱۵ ذکر کرده اند. سپس، واردی و براون [۲۱] رابطه مناسبی را برای ضریب تحلیلی K در دو رژیم آرام و آشفته یافتند (پیوست ۲).

$$K = \frac{\sqrt{C^*}}{2} \quad (۱۰)$$

$$C^* = \begin{cases} 0.00476 & \text{جریان آرام } Re \leq 2300 \\ \frac{7.41}{Re \log(14.3Re^{-0.05})} & \text{جریان آشفته } Re > 2300 \end{cases} \quad (۱۱)$$

معادله (۵) همان معادله داریسی-ویسباخ می باشد و رابطه بسیار مهمی در تعیین افت اصطکاک در جریان های داخلی می باشد که مقدار λ در حالت آرام برابر است با [۱۵]:

$$\lambda = \frac{Re}{64} \quad (۶)$$

که در آن Re عدد رینولدز است.

۳- اصطکاک غیرماندگار در سیال نیوتنی

۳-۱- مدل زیلک

در قسمت غیرماندگار ضریب اصطکاک τ_{ii} در مدل زیلک^۱ [۱۶] به سابقه شتاب در هر مقطع محاسباتی وابسته است. زیلک برای جریان های خطی گذرا مدلی اساساً پیچیده (استفاده از انتگرال کانولوشن) را برای ضریب اصطکاک غیرماندگار به صورت تحلیلی گسترش داد که جزء غیرماندگار آن به وسیله یک تابع وزنی مطابق فرمول زیر به تغییرات دبی در طی زمان مرتبط می گردد.

$$\tau_{ii} = \frac{32\theta A}{DQ|Q|} \int_0^t \frac{\partial Q}{\partial t^*} W_0(t - t^*) dt^* \quad (۷)$$

در رابطه فوق θ لزجت سینماتیک و W_0 تابع وزنی بر اساس شرایط اولیه جریان شامل عدد رینولدز جریان و زبری نسبی جداره لوله که تابعی از متغیر انتگرال گیری t^* وابسته می باشد. زیلک برای بدست آوردن عبارت دقیق برای تابع وزنی W_0 روش تحلیلی تبدیل معکوس را برگزید که منجر به یک سری نامحدود شد. نتایج بدست آمده به سادگی قابل استفاده در روش های عددی نبود اما او نشان داد که می توان از عبارت ساده تری برای تخمین آن بهره جست. همچنین انتگرال گیری از معادله (۷) بسیار پیچیده و وقت گیر می باشد به این دلیل که می بایست در هر گام زمانی بر روی تمامی دبی های گذشته در تمامی نقاط انتگرال گیری عددی انجام گیرد. برای حل این مشکل واردی و براون^۲ [۱۷] تلاش نمودند برای محاسبه ضریب اصطکاک غیرماندگار، رابطه تابع وزن دیگری را

1 Zeilke, W.

2 Vardy, A. and J. Brown

3 Ghidaoui, M., S. Mansour

4 Brunone, B.

۴- معادلات حاکم بر سیال غیر نیوتنی

۴-۱- مدل توانی

سیالات غیرنیوتنی را در یک دسته بندی می توان به سه دسته کلی تقسیم نمود: دسته اول سیالات مستقل از زمان، دوم سیالات وابسته به زمان و دسته سوم سیالات ویسکوالاستیک. در این مقاله به بررسی اثرات سیال مدل توانی (مستقل از زمان) در جریان های غیرماندگار پرداخته خواهد شد. سیالات مدل توانی که در زمره مجموعه سیالات غیرالاستیک قرار می گیرند به نام سیالات نیوتنی تعمیم یافته نیز معروف می باشند. این دسته، مشابه سیالات نیوتنی هستند با این تفاوت که رابطه تنش برشی و نرخ کرنش برشی سیال مانند سیال نیوتنی خطی نخواهد بود. در حقیقت مقدار تنش برشی تابعی غیر خطی از مقدار کرنش برشی خواهد بود. بر این اساس و نوع رابطه ای که بین کرنش برشی و تنش برشی برقرار می باشد که از ویژگی های ذاتی سیال نشأت می گیرد، این دسته از سیالات خود به زیر گروه های دیگری تقسیم بندی می شوند. این مجموعه را می توان به دو بخش دارای تنش تسلیم و بدون تنش تسلیم تقسیم بندی کرد. در دسته بدون تنش تسلیم دو گروه شبه پلاستیک ها و سیالات دایلاتنت قرار دارند که گروه اول موضوع این تحقیق خواهد بود. در این تحقیق جهت مدل سازی ریاضی سیالات شبه پلاستیک مدل توانی استفاده می شود. این مدل به دلیل آن که می توان توسط جواب تحلیلی و دقیق برخی از مسائل را بدست آورد یکی از مدل های محبوب به شمار می رود. لزجت سینماتیکی در این مدل که دارای دو پارامتر ثابت است به صورت زیر بیان می شود.

$$\zeta = m \left(\frac{dV}{dr} \right)^{n-1} = m (\dot{\gamma})^{n-1} \quad (12)$$

در این رابطه n اندیس توانی است که بی بعد می باشد و m اندیس سازگاری است که دارای بعد پاسکال ثانیه به توان n است ($\text{Pa}\cdot\text{s}^n$). در این مدل چنانچه مقدار n برابر با یک فرض شود مدل سیال نیوتنی خواهد بود و در نتیجه ضریب سازگاری (m) همان لزجت سیال نیوتنی (μ) است. به ازای $n < 1$ در مقادیر بسیار کوچک نرخ برش، مدل برای لزجت سیال مقادیر بسیار بزرگ را ایجاد می کند و در مقادیر بزرگ نرخ برش لزجت بسیار کوچک خواهد شد. چنانچه $n > 1$ باشد، به ازای نرخ برش های کم لزجت سیال به سمت

صفر میل خواهد کرد، در حالی که اگر نرخ برش افزایش یابد با افزایش بی اندازه مقدار لزجت روبه رو خواهیم بود.

۴-۲- حالت ماندگار در سیالات غیر نیوتنی

در این قسمت به بررسی میزان افت، رفتار غیر نیوتنی سیال در حالت ماندگار پرداخته می شود. به دلیل رفتار متفاوت سیال غیر نیوتنی، معادله داری وایسباخ معمول قابل استفاده نیست. در این پژوهش سعی بر این است که رفتار سیال غیرنیوتنی با استفاده از رابطه بین تنش برشی و نرخ کرنش توصیف گردد. لذا در این قسمت با توجه به مدل توانی (معادله (۱۲))، رابطه ای برای حالت ماندگار سیال غیرنیوتنی بدست خواهد آمد. برای یک سیال توانی، رابطه رئولوژیکی مربوط به تنش برشی محلی برحسب نرخ کرنش محلی را می توان به صورت زیر ارائه داد [۲۲].

$$\hat{\sigma} = m \left| \frac{dV}{dr} \right|^{n-1} \frac{dV}{dr} = \mu \frac{\partial V}{\partial r} \quad (13)$$

در نهایت در مدل توانی مقدار تنش برشی در حالت ماندگار τ_s ، برای جریان آرام به صورت زیر بدست می آید (پیوست ۱).

$$\tau_s = \frac{\Delta PD}{4L} = m \left(\frac{8V}{D} \left(\frac{3n+1}{4n} \right) \right)^n \quad (14)$$

در رابطه فوق چنانچه n برابر یک فرض شود، تنش برشی در حالت آرام برای سیال نیوتنی بدست خواهد آمد. همچنین در رابطه (۱۴) سرعت میانگین V با رابطه زیر محاسبه می شود.

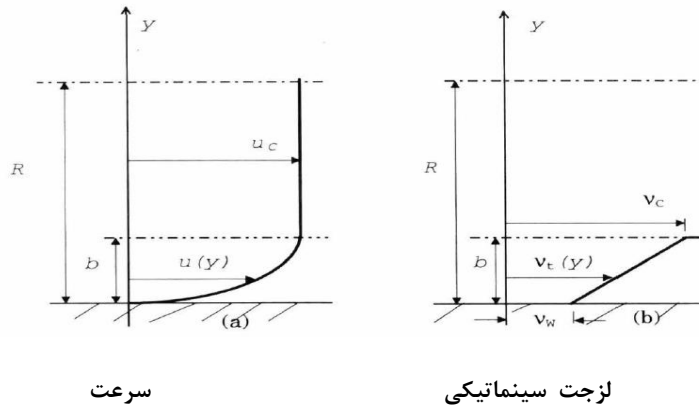
$$V = \frac{\int_0^R 2\pi u r dr}{\pi R^2} \quad (15)$$

که در آن R شعاع لوله و u سرعت جریان در مقطع لوله است.

۴-۳- حالت غیر ماندگار در سیالات غیر نیوتنی

۴-۳-۱- مدل برونون

همان طور که قبلاً ذکر شد در مدل برونون اصطکاک غیرماندگار τ_{II} ، به ضریب اصطکاک K وابسته است. لذا در این قسمت با توجه به این موضوع برای سیال غیرنیوتنی ضریب اصطکاکی را برای حالت



شکل ۱. تغییر ویسکوزیته از دیوار لوله تا هسته سیال [۲۳]

Fig. 1. Geometry of the shear layer; velocity and kinematic viscosity profiles.

$$u_t = \sqrt{\frac{\tau_s}{\rho}} = \sqrt{0.5fV^2} \quad (19)$$

در رابطه فوق V سرعت متوسط جریان در لوله و f اصطکاک می باشد. با جایگذاری رابطه (۱۹) در معادله (۱۸) رابطه زیر حاصل می شود.

$$g_c = 0.07R \sqrt{\frac{\tau_s}{\rho}} \quad (20)$$

با توجه به رابطه فوق و رابطه عدد رینولدز که بر حسب لزجت ویسکوزیته g_w ($Re = \frac{2fR}{g_w}$) می باشد، لذا با جایگذاری این دو رابطه در معادله (۱۷) مقدار نسبت ویسکوزیته در لایه برش σ ، را می توان به دو صورت بدست آورد.

$$\acute{o} \equiv \frac{g_c}{g_w} = 0.035Re \sqrt{0.5f} = \quad (21)$$

$$\frac{0.035Re \sqrt{\frac{\tau_s}{\rho}}}{V}$$

با توجه به رابطه فوق به جای مقدار τ_s رابطه تنش برشی در حالت ماندگار (معادله ۱۴) را جایگذاری خواهیم کرد. در نهایت، ضریبی به عنوان B^* تعریف می کنیم که برابر است با:

غیرماندگار ارائه خواهیم کرد. در حالت غیرماندگار توزیع ویسکوزیته در اطراف لوله به صورت زیر بدست می آید [۲۳].

$$g = g_w (1 + \alpha y) \quad (16)$$

که در آن g_w ویسکوزیته سینماتیک در دیوار و \acute{a} نرخ تغییر ویسکوزیته سینماتیک در دیوار تا ویسکوزیته هسته را تعیین می کند (شکل b-۱). نسبت ویسکوزیته هسته به ویسکوزیته دیواره طبق فرمول زیر بیان می شود [۲۳].

$$\acute{o} \equiv \frac{g_c}{g_w} = 1 + \alpha b \quad (17)$$

که در آن \acute{o} نسبت ویسکوزیته در لایه برش و b ضخامت لایه برش را نشان می دهد. نسبت ویسکوزیته در لایه برش \acute{o} ، با توجه به رابطه (۲۱) به اصطکاک f و عدد رینولدز Re بستگی دارد. همچنین ویسکوزیته در دیوار صاف g_w ، معادل ویسکوزیته آرام g_l است. اهمی و همکاران [۲۴] معادله ای را بر اساس نتایج آزمایشگاهی به صورت زیر ارائه دادند.

$$\frac{g_c}{u_t R} = 0.07 \quad (18)$$

که در آن R شعاع لوله و u_t سرعت اصطکاک می باشد که طبق رابطه زیر بدست می آید [۲۴].

شد، واردی و براون [۲۱] برای محاسبه ضریب اصطکاک غیرماندگار، تابع وزنی به شکل زیر ارائه دادند (پیوست ۲).

$$W(\tau) = \frac{A^* e^{-\frac{\tau}{C^*}}}{\sqrt{\tau}} \quad (24)$$

که در آن τ متغیر زمان بدون بعد ($\tau = 4.9t / D^2$) است. در رابطه (۲۴) مقادیر A^* و C^* ثابت هستند که در پیوست ۲ آمده است. از طرفی دیگر، رابطه متغیر زمان τ ، بر حسب لزجت می باشد که با توجه به رابطه لزجت ($g = \frac{\eta}{\rho}$) با جایگذاری رابطه مدل توانی (معادله ۱۲) به جای لزجت دینامیکی می توان از این رابطه برای سیالات غیر نیوتنی استفاده کرد، یعنی:

$$g = \frac{\eta}{\rho} = \frac{m \left(\frac{dV_z}{dr} \right)^{n-1}}{\rho} \quad (25)$$

همان طور که از رابطه فوق پیدا است برای محاسبه گرادیان سرعت، احتیاج به حل عددی به صورت دو بعدی می باشد. لذا برای حل این مشکل از معادله (۲۶) که گرادیان سرعت بر حسب سرعت متوسط در حالت ماندگار است، استفاده می شود.

$$\left(\frac{dV_z}{dr} \right)_w = \left[\frac{3n+1}{4n} \right] \left(\frac{8V}{D} \right) \quad (26)$$

که در آن n اندیس توانی، V سرعت متوسط جریان و D قطر لوله می باشد. روش استخراج رابطه گرادیان سرعت در حالت ماندگار به طور کامل در پیوست ۱ شرح داده شده است. با جایگذاری معادله (۲۵) و (۲۶) در معادله متغیر زمان τ ، رابطه زیر حاصل می شود.

$$\tau = \frac{4.9t}{D^2} = \frac{4 \left(\frac{m \left(\frac{dV_z}{dr} \right)^{n-1}}{\rho} \right) t}{D^2} = \frac{4 \left(\frac{m \left[\frac{3n+1}{4n} \right] \left(\frac{8V}{D} \right)^{n-1}}{\rho} \right) t}{D^2} \quad (27)$$

جدول ۱. تغییرات ضریب C^* نسبت به n و m
Table 1. Coefficient changes C^* to n and m

m	n	M^*
0/03483	0/6	0/0402
0/03483	0/8	0/0442
0/03483	1	0/0458
0/03483	1/2	0/0531
0/03483	1/4	0/0581

$$B^* = \frac{0.035 \text{Re} \sqrt{\frac{m \left(\frac{8V}{D} \left(\frac{3n+1}{4n} \right) \right)^n}{\rho}}}{V} \quad (22)$$

با توجه به رابطه C^* در پیوست ۲، مقدار 0.15 برای این ضریب بدست آمده است. از طرفی دیگر، ضریب C^* بر حسب B^* می باشد. که در نهایت معادله (۲۲) به صورت زیر نوشته می شود.

$$M^* = 0.015 \left(\frac{0.035 \text{Re} \sqrt{\frac{m \left(\frac{8V}{D} \left(\frac{3n+1}{4n} \right) \right)^n}{\rho}}}{V} \right) \quad (23)$$

در اینجا متغیر جدیدی به نام M^* تعریف می شود که با جایگزینی مقادیر مختلف n و m برای انواع سیالات غیر نیوتنی مقدار M^* تغییر می کند که در جدول ۱ آمده است. لذا برای استفاده از رابطه برونون (معادله (۱۰)) به جای C^* از M^* استفاده خواهد شد. همچنین برای اطمینان از رابطه فوق چنانچه n برابر یک قرار گیرد (سیال نیوتنی) نتایج آن با نتایج دیگر مقالات برای حالت نیوتنی یکی می شود که در ادامه این موضوع بررسی می شود.

۴-۳-۲- مدل زیلیک

با توجه به رابطه (۷) که توسط زیلیک برای جریان غیرماندگار ارائه

ثابتی باشد. بدیهی است که مقدار این هد ثابت، یکی از پارامترهای عمده ای است که در مقدار جوابی که برای H و Q تمام گره های شبکه در نهایت به دست خواهد آمد، تأثیر گذار خواهد بود. در این حالت در محل مخزن تنها می توان معادله C^- را نوشت.

$$C^- : Q_{Pi} = C_N + C_{a-} H_{Pi} \quad (۳۳)$$

همچنین مخزن پایین دست (یا شیر در پایین دست) هم در بعضی شبکه ها می تواند وجود داشته باشد که تفاوت آن ها در این است که مخزن بالا دست گرهی است که سیال در حالت جریان ماندگار خود، از آن خارج می شود و مخزن پایین دست گرهی است که سیال به آن وارد می شود. محاسبه گره های مخزن پایین دست مشابه حالت قبل است، با این تفاوت که برای گره مخزن باید معادله C^+ را نوشت.

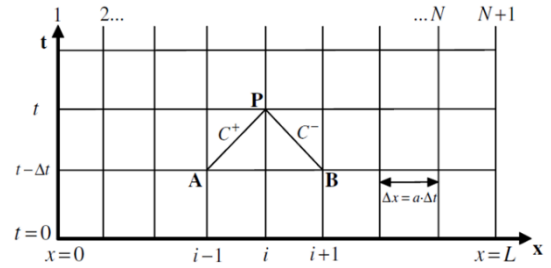
$$C^+ : Q_{Pi} = C_P - C_{a+} H_{Pi} \quad (۳۴)$$

۶- صحت سنجی مدل عددی

برای اطمینان از کارکرد صحیح مدل عددی و الگوریتم های حل، مقایسه ای بین نتایج آزمایشگاهی و نتایج عددی انجام شده است. در قسمت اول نتایج سیال نیوتنی و در ادامه نتایج روش عددی سیالات غیرنیوتنی در تحقیق حاضر و حالت دو بعدی که توسط مجد و همکاران [۱۱] انجام گرفته است را مورد بررسی قرار خواهیم داد. در حالت آزمایشگاهی این آزمایش که توسط هلمبو و رثلو انجام شده است [۲۷]، یک سیستم مخزن-لوله-شیر بوده که مشخصات آن به شرح زیر است مورد بررسی قرار می گیرد. در مدل سیال غیرنیوتنی لوله دارای طول ۳۶/۰۹ متر و قطر ۰/۰۲۵ متر می باشد، سیال به کار گرفته از جنس روغن با چگالی ۸۷۸/۴ کیلوگرم بر متر مکعب و لزجت دینامیکی ۰/۰۳۴۸۳ پاسکال ثانیه می باشد. سرعت اولیه سیال ۰/۰۱ متر بر ثانیه، سرعت موج ۱۳۲۴ متر بر ثانیه و عدد رینولدز ۸۲ بدست آمده است.

۶-۱- بررسی رفتار سیال نیوتنی در جریان گذرا

برای صحت سنجی در مدل نیوتنی (با همان لزجت دینامیکی ۰/۰۳۴۸۳) لوله دارای طول ۳۷/۲۳ متر و قطر ۰/۰۲۲ متر و هد مخزن ۳۲ متر می باشد. سرعت اولیه سیال ۰/۱ متر بر ثانیه و سرعت



شکل ۲. خطوط مشخصه در صفحه $x-t$
Fig. 2. Characteristic lines in $x-t$ plane.

۵- روش عددی

در این مقاله از روش عددی خطوط مشخصه ها جهت حل معادلات مومنتم و پیوستگی استفاده می شود. معادلات نهایی در امتداد خطوط مشخصه مثبت C^+ و منفی C^- به ترتیب به شرح زیر می باشد (شکل ۲).

$$C^+ : Q_{Pi} = C_P - C_{a+} H_{Pi} \quad (۲۸)$$

$$C^- : Q_{Pi} = C_N + C_{a-} H_{Pi} \quad (۲۸)$$

که در آن i نقطه موردنظر در لوله و C_P ، C_N ، C_{a+} و C_{a-} ضرایب وابسته به طرح عددی استفاده شده برای توصیف اصطکاک ماندگار و مدل اصطکاک غیرماندگار اتخاذ شده است که این ضرایب در جدول ۱-۳ در پیوست ۳ آمده است.

$$C_P = \frac{Q_{i-1,t-\Delta t} + C a_i H_{i-1,t-\Delta t} + C'_{P1} + C''_{P1}}{1 + C'_{P2} + C''_{P2}} \quad (۲۹)$$

$$C_N = \frac{Q_{i+1,t-\Delta t} - C a_i H_{i+1,t-\Delta t} + C'_{N1} + C''_{N1}}{1 + C'_{N2} + C''_{N2}} \quad (۳۰)$$

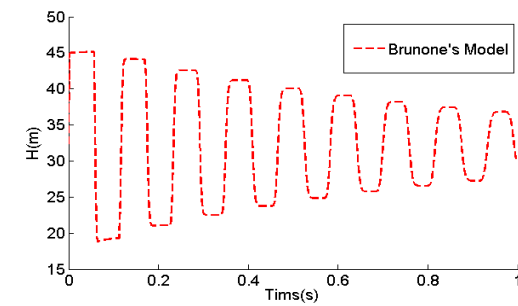
$$C_{a+} = \frac{C a_i}{1 + C'_{P2} + C''_{P2}} \quad (۳۱)$$

$$C_{a-} = \frac{C a_i}{1 + C'_{N2} + C''_{N2}} \quad (۳۲)$$

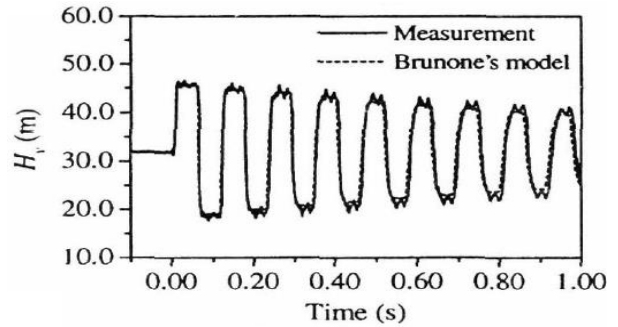
که در آن $C a_i = \frac{gA}{a}$ و علامت های ' و ' ' به ترتیب اصطکاک ماندگار و اصطکاک غیرماندگار را مشخص می کند.

۵-۱- شرایط مرزی

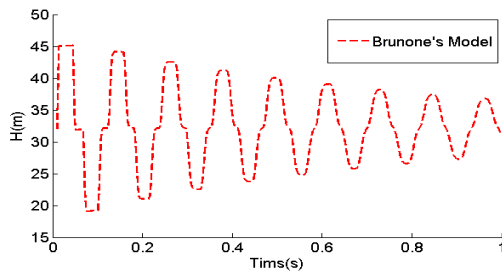
مخزن بالادست به گرهی گفته می شود که همواره دارای هد



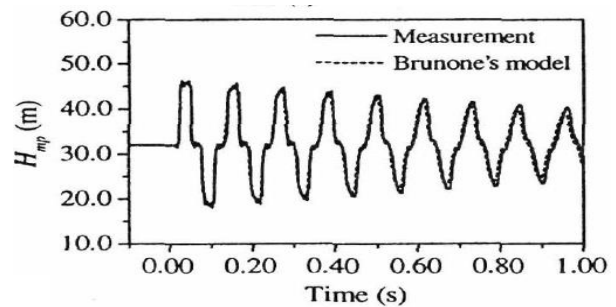
ب



الف



د



ج

شکل ۳. نتایج حاصل از حل عددی مدل برونون در محل شیر و نقطه میانی: الف) فشار در محل شیر تحقیقات برگانت و همکاران [۲۵]، ب) تحقیق حاضر برای سرعت ۰/۱، ج) فشار در گره میانی لوله تحقیقات برگانت و همکاران [۲۵] و د) تحقیق حاضر برای سرعت ۰/۱

Fig. 3. Results of numerical solution of Brunone's model at valve and midpoint: a) pressure at valve researched by Bergant et al. [25] b) present study for the velocity of 0.1 m/s) pressure in the midpoint researched by Bergant et al. [25] and d) present study for the velocity of 0.1 m/s

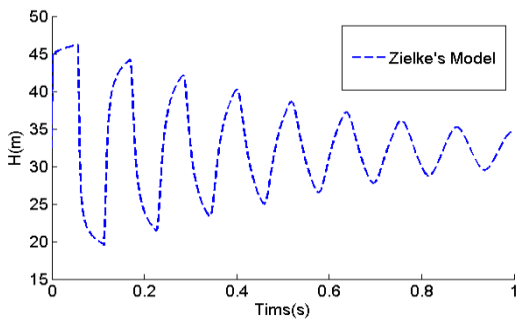
برای صحت سنجی مدل غیرنیوتنی با توجه به شرایط آزمایشگاهی که در قسمت ۶ ذکر شد، مدل را با روش زیلک و برونون برای سیالات غیرنیوتنی حل کرده و نتایج را برای راست آزمایی با مقاله مجد و همکاران [۱۳] مقایسه می شود. در این مدل سازی برای یکسان بودن مقدار اولیه فشار جوکوفسکی ($\Delta H = \frac{CV_0}{g}$) سرعت حالت ماندگار جریان یکسان فرض شده است. در این نمودارها محور افقی، محور زمان بوده که به صورت بی بعد شده (با استفاده از سرعت موج و طول لوله) نمایش داده شده است و محور عمودی مقادیر فشار هستند، که به نسبت فشار جوکوفسکی بی بعد شده اند. همان طور که در شکل ۶ مشاهده می شود نتایج عددی در مقاله مجد و همکاران [۱۳] در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی از دقت قابل قبولی برخوردار می باشند، که نشان دهنده صحت و درستی روش عددی می باشد. نتایج عددی پژوهش های وهبا [۲۶] در حالت یک بعدی برای

موج ۱۳۱۹ متر بر ثانیه برای هر دو مدل برونون و زیلک مورد مطالعه قرار خواهد گرفت. روش آزمایش بدین گونه است که بستن سریع شیر سبب قطع جریان سیال در محل شیر شده و سبب ایجاد نوسان در مقادیر فشار و سرعت سیال در طول لوله می گردد.

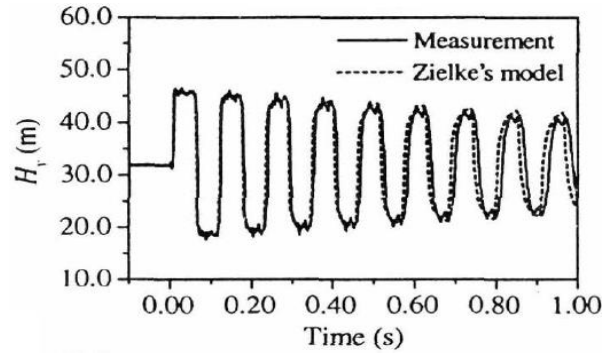
با توجه به نمودارهای فوق در این پژوهش مقدار دمپینگ بیشتر است که این به خاطر لزجت دینامیکی μ برابر ۰/۰۳۴۸۳ می باشد. لذا جهت اطمینان چنانچه لزجت دینامیکی آب برابر ۰/۰۰۱ قرار گیرد، دمپینگ یکسانی با تحقیقات برگانت و همکاران [۲۵] خواهد داشت (شکل ۵).

۲-۶- بررسی رفتار سیال غیرنیوتنی در جریان گذرا

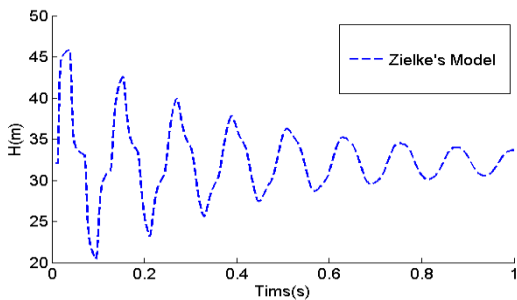
در این بخش به بررسی اثرات وجود یک سیال غیرنیوتنی یا به عبارت دیگر اثرات ناشی از تغییرات لزجت سیال پرداخته می شود.



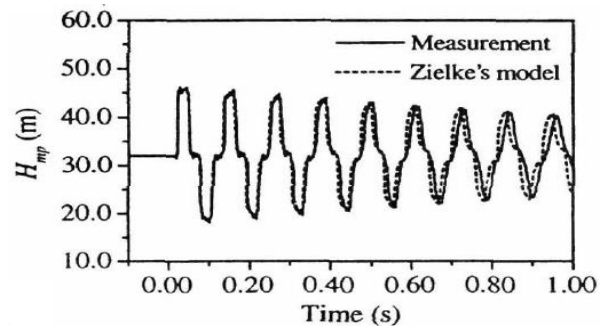
ب



الف



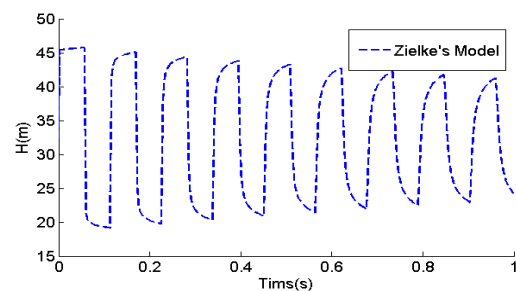
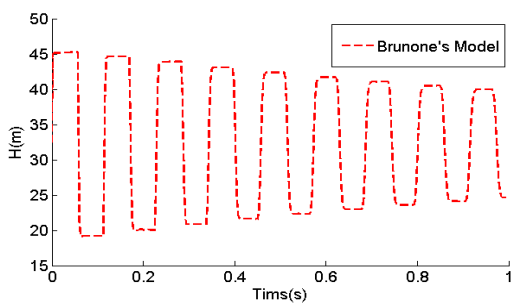
د



ج

شکل ۴. نتایج حاصل از حل عددی مدل زیلک در محل شیر و نقطه میانی: الف) فشار در محل شیر تحقیقات برگانت و همکاران [۲۵]. ب) تحقیق حاضر برای سرعت ۰/۱، ج) فشار در گره میانی لوله تحقیقات برگانت و همکاران [۲۵] و د) تحقیق حاضر برای سرعت ۰/۱

Fig. 4. Results of numerical solution of Zielke's model at valve and midpoint: a) pressure at valve researche by Bergant et al. [25] b) present study for the velocity of 0.1 m/s c) pressure in the midpoint researche by Bergant et al. [25] and d) present study for the velocity of 0.1 m/s

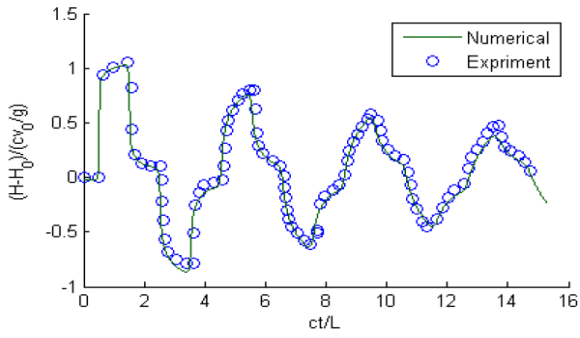


شکل ۵. فشار در محل شیر مدل برونون و زیلک برای سیال نیوتونی (لزجت دینامیکی ۰/۰۰۱) در تحقیق حاضر برای سرعت ۰/۱

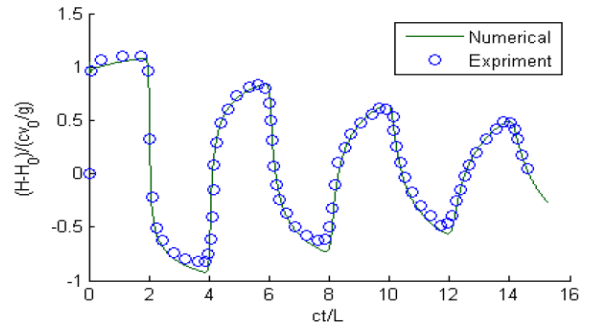
Fig. 5. Pressure at valve Brunon and Zielke's model for Newtonian fluid (Dynamic viscosity 0.001) present study for velocity 0.01.

نشان داده شده است. جهت صحت سنجی و راست آزمایی، نتایج مدل برونون را با نتایج مدل وهبا مقایسه شده است. لذا با حل عددی معادلات بدست آمده در قسمت ۳-۴ و ۴-۳-

رژیم آرام با توجه به مشخصات لوله دارای طول ۳۶/۰۹ متر، قطر ۰/۲۵ متر، سیال با لزجت دینامیکی ۰/۰۳۴۸۳، سرعت اولیه سیال ۰/۰۱ متر بر ثانیه و سرعت موج ۱۳۲۴ متر بر ثانیه در شکل ۷



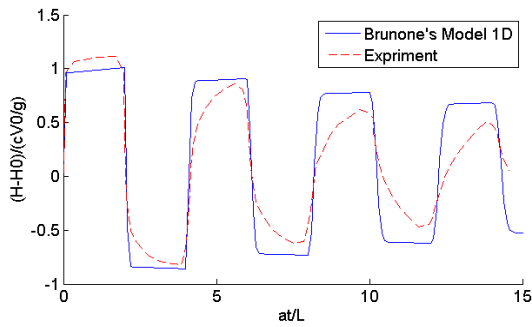
ب



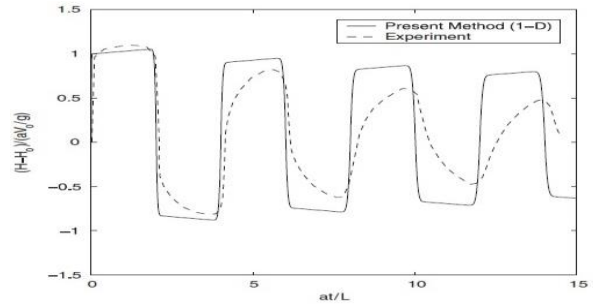
الف

شکل ۶. الف) مقدار فشار در محل شیر و ب) گره میانی [۱۳]

Fig. 6. a) Pressure at valve and b) midpoint [13].



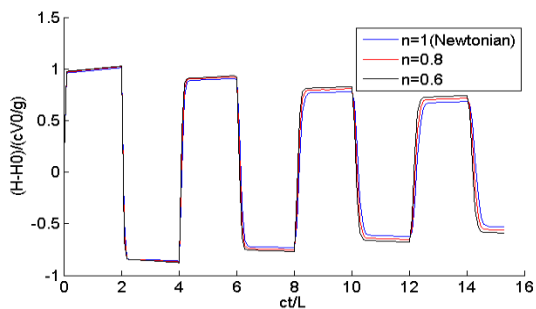
ب



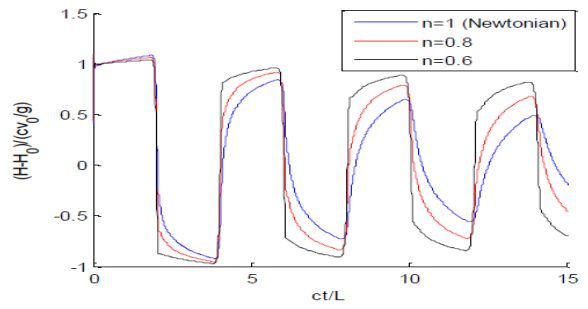
الف

شکل ۷. الف) فشار در محل شیر تحقیقات وهبا [۲۶] و ب) تحقیق حاضر برای مدل برونون

Fig. 7. a) Pressure at valve researche by Wahba [26] and b) Present study for Brunon's model.



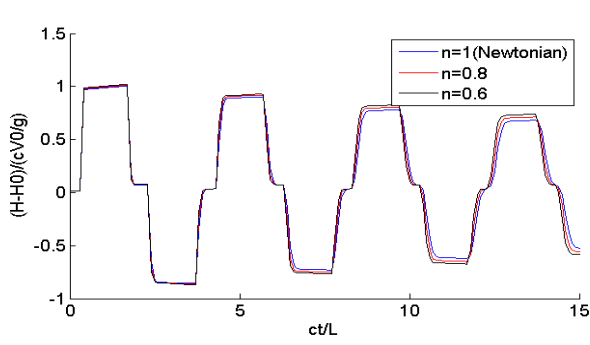
ب



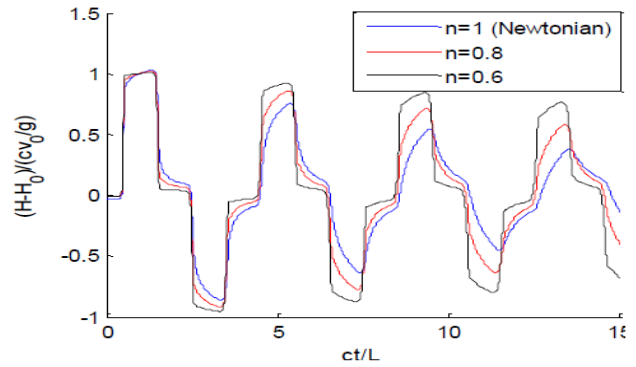
الف

شکل ۸. الف) تاریخچه فشار در محل شیر تحقیقات مجد و همکاران [۱۳] و ب) تحقیق حاضر مدل برونون

Fig. 8. a) Pressure time-history at the valve researche by Majd et al. [13] and b) Present study for Brunon's model.



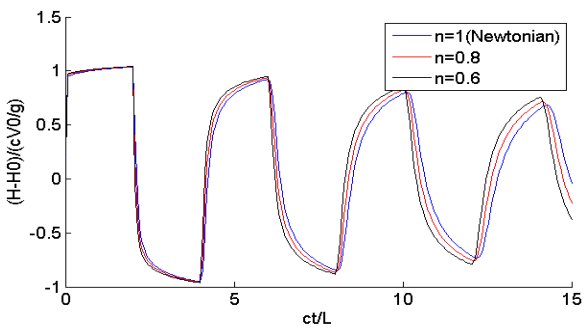
ب



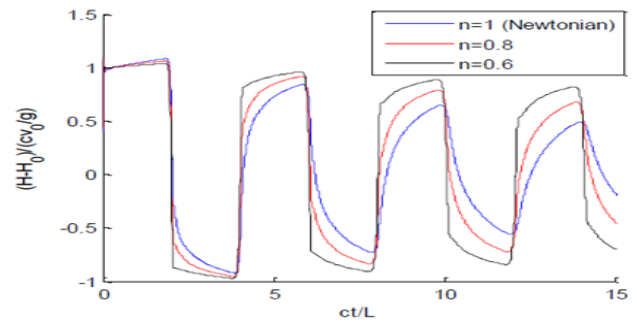
الف

شکل ۹. الف) فشار در گره میانی لوله تحقیقات مجد و همکاران [۱۳] و ب) تحقیق حاضر مدل برنون

Fig. 9. a) Pressure time-history at midpoint of pipe researche by Majd et al. [13] and b) Present study for Brunon's model.



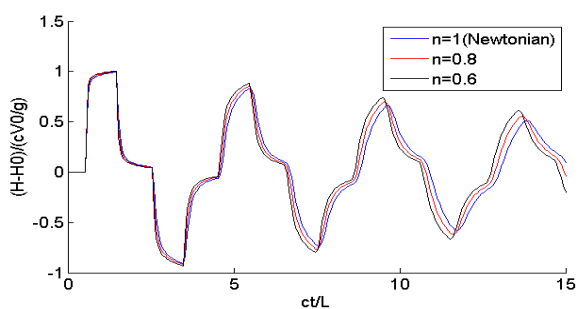
ب



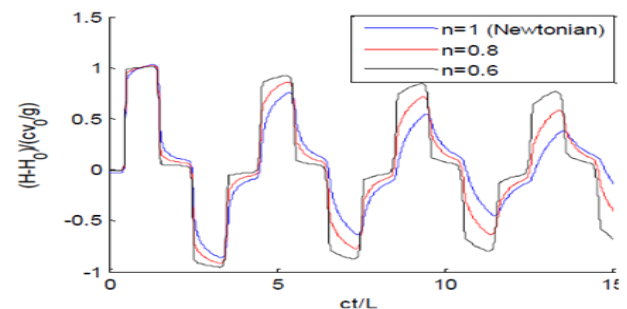
الف

شکل ۱۰. الف) تاریخچه فشار در محل شیر تحقیقات مجد و همکاران [۱۳] و ب) تحقیق حاضر مدل زیلک

Fig. 10. a) Pressure time-history at the valve researche by Majd et al. [13] and b) Present study for Zielke's model.



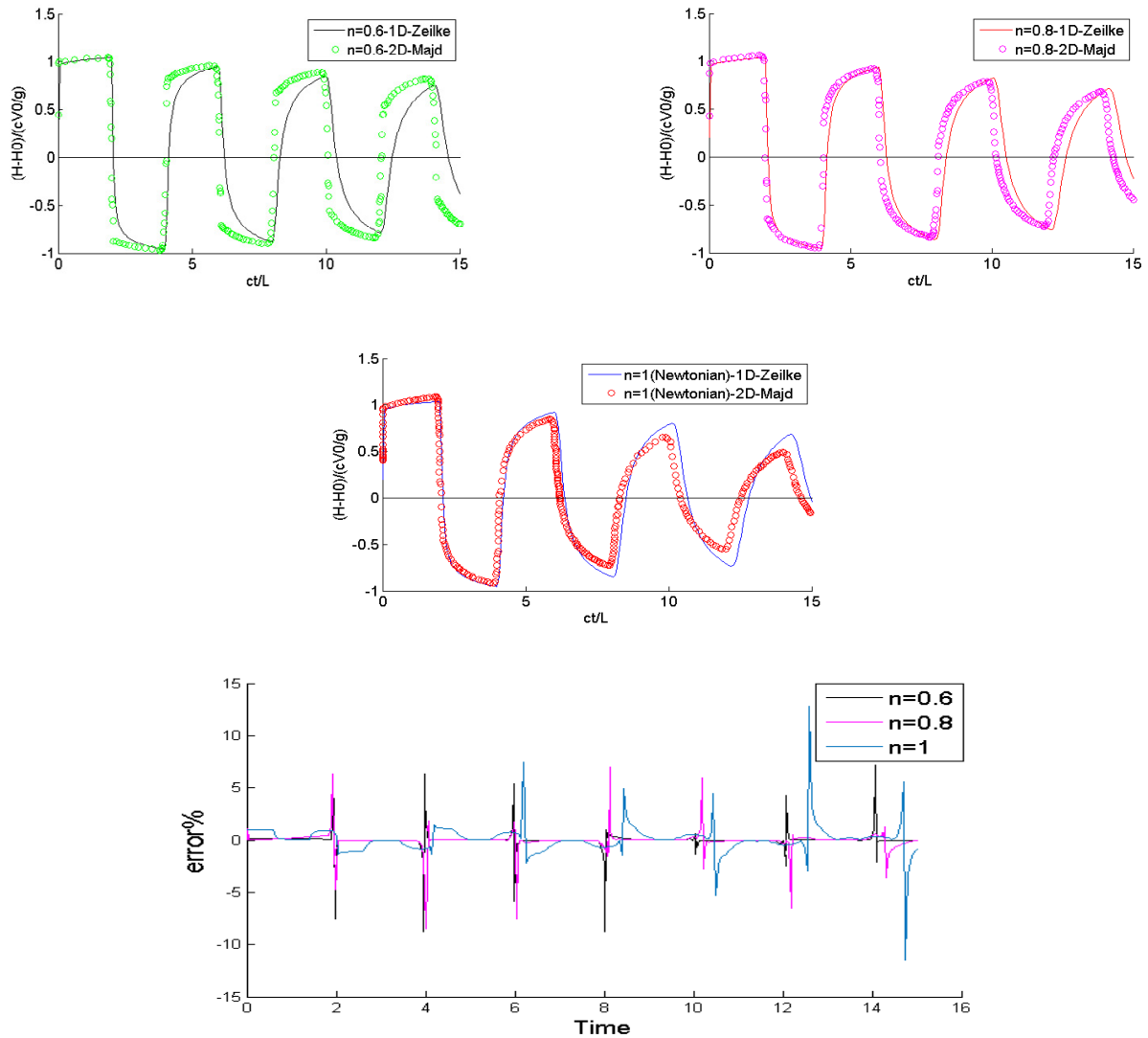
ب



الف

شکل ۱۱. الف) فشار در گره میانی لوله تحقیقات مجد و همکاران [۱۳] و ب) تحقیق حاضر مدل زیلک

Fig. 11. a) Pressure time-history at midpoint of pipe researche by Majd et al. [13] and b) Present study for Zielke's model.



شکل ۱۲: مقایسه درصد خطا مدل زیلک و مدل مجد [۱۳] برای مقادیر مختلف

Fig. 12. Comparison of error percentage of Zielke's model and Majd model [13] for different values.

زیلک بدست آمده است. همان طور که از نمودارها پیدا است، مدل زیلک نتایج بهتر و دقیق تری نسبت به روش برونون در گام های زمانی مختلف در مقایسه با حالت دو بعدی دارد. اگر چه دامنه نوسانات در مدل یک بعدی زیلک در مقایسه با مدل دو بعدی دارای کمی خطا می باشد که این امر به خاطر در نظر گرفتن پروفیل سرعت در حالت ماندگار می باشد. در دوره های متناوب جریان غیرماندگار، مطابق انتظار مقادیر حداکثر فشار با کاهش لزجت سیال، کاسته می گردد. به عبارت دیگر با کاهش لزجت سیال مقادیر افت در طول مسیر لوله کم خواهد شد که این موضوع در نمودارهای فوق به وضوح دیده می شود.

۲ و مقایسه نتایج آن ها با (حالت دوبعدی) تحقیقات مجد و همکاران شکل های ۸ و ۹ حاصل شده است.

تأثیر اعمال جمله اصطکاک غیرماندگار مدل برونون در محاسبه تغییرات هد شیر و نقطه میانی در نمودار شکل های ۸ و ۹ برای سیال غیرنیوتنی نشان داده شده است. مقایسه نتایج بین مقادیر مختلف ضریب C^* در نمودارهای فوق بیانگر این است که هرچه این ضریب بزرگتر بدست آید دامنه نوسانات سریع تر مستهلک می شود که این ضریب در سیال غیرنیوتنی به مقادیر m ، n و عدد رینولدز Re وابسته است. همچنین در شکل های ۱۰ و ۱۱ نتایج حاصل از مدل

حالت آشفته اطمینان حاصل کنیم.

در انتها مقدار درصد خطا برای مدل یک بعدی (روش زیلک) نسبت به مدل دو بعدی ارائه شد. نتایج حاصل نشان دهنده این است که، مقدار بیشترین خطا در فشار حداکثر در محل شیر برای n های $۰/۸$ و $۰/۶$ ، در گامهای زمانی اولیه نزدیک به صفر است و برای n برابر یک مقدار این خطا در حدود یک درصد می باشد.

مراجع

- [1] E.B. Wylie, V.L.A. Streeter, L. Suo, Fluid Transients in Systems, Prentice Hall PTR, (1993).
- [2] M. H. Chaudhry, Applied Hydraulic Transients, Springer New York, (2014).
- [3] A.E. Vardy, J.M.B. Brown, Laminar pipe flow with time-dependent viscosity, Journal of Hydroinform, 13(4) (2011) 729–740.
- [4] A. Vardy, J. Brown, Transient turbulent friction in fully rough pipe flows, Journal of Sound and Vibration, 270(1) (2004) 233-257.
- [5] J. Vítkovský et al. Efficient and accurate calculation of Zielke and Vardy-Brown unsteady friction in pipe transients, in Proceedings of the 9th International Conference on Pressure Surges, (2004).
- [6] J. W. Daily, W. L. Hankey, R. W. Olive, J. M. Jordaan. Resistance Coefficients for Accelerated and Decelerated Flows through Smooth Tubes and Orifices, Trans, ASME, 78 (1956) 1071–1077.
- [7] B. Brunone, U.M. Golia, Greco M. Modelling of fast transients by numerical methods. International meeting on hydraulic transients with column separation, Ninth round table, IAHR, Valencia, (1991).
- [8] G. Pezzinga, Quasi-2D Model for Unsteady Flow in Pipe Networks. Journal of Hydraulic Engineering, 125(7) (1999) 676-685.
- [9] B.A. Toms, Some Observation on the Flow of Linear Polymer Solutions Through Straight Tubes at Large Reynolds Numbers, (1948).
- [10] G.M Oliveira, C.O.R. Negrão, A.T. Franco, Pressure transmission in Bingham fluids compressed within a closed pipe, Journal of Non-Newtonian Fluid Mech,

در شکل ۱۲ مقدار درصد خطای مدل زیلک با مدل مجد [۱۳] نشان داده شده است. با توجه به نمودارها برای n های $۰/۸$ و $۰/۶$ ، مقدار فشار در محل شیر در گام های زمانی اولیه برابر با مدل دو بعدی می باشد. چنانچه برای n برابر یک مقدار این فشار در گام های زمانی اولیه، کمی با مدل دو بعدی اختلاف دارد.

۷- نتیجه گیری

پس از بدست آوردن معادلات حاکم برای جریان غیرماندگار غیرنیوتنی، روش عددی مشخصه ها جهت حل معادلات به کار برده شد. تفاوت اساسی که در استخراج معادلات با روش های گذشته وجود دارد عدم جایگزینی رابطه خطی تنش برشی سیال نیوتنی با نرخ برش است، چرا که خصوصیات و ویژگی های ذاتی سیالات غیرنیوتنی متغیر بوده و با افزایش اثر غیرنیوتنی سیال، تغییرات لزجت و تنش برشی به سمت جداره لوله وجود دارد.

در مدل برونون تنش برشی دیواره در حالت گذرا افزایش یافته و باعث استهلاکِ زودتر اثرات نوسانی می شود. ضریب M^* بیانگر مقدار جمله اصطکاک غیرماندگار در سیال غیر نیوتنی است یعنی هر چه این ضریب بزرگتر به دست آید دامنه نوسانات بیشتر مستهلک می شود که این ضریب در سیال غیرنیوتنی به مقادیر n ، m و عدد رینولدز Re وابسته است. لذا برای بدست آوردن یک مقدار مناسب M^* برای سیال غیرنیوتنی نیازمند نتایج آزمایشگاهی مشابه است. از طرفی دیگر نتایج بدست آمده از مدل زیلک، نتایج بهتر و دقیق تری نسبت به روش برونون در گام های زمانی مختلف در مقایسه با حالت دو بعدی دارند. به عبارت دیگر، این مدل نسبت به روش برونون قوی تر عمل می کند. نتایج حاکی از آن است که برای ادامه کار در زمینه سیالات غیرنیوتنی روش زیلک بهتر می باشد. همان طور که در دوره اول تناوب مشاهده می شود، با کاهش لزجت سیال میزان افزایش فشار (اثر فشردگی مسیر) در طی آن دوره کاهش می یابد که این امر ناشی از کاهش لزجت متوسط و در نتیجه کاهش افت در طول لوله می باشد.

با توجه به معادلات بدست آمده برای حالت غیرماندگار سیال غیرنیوتنی در حالت آرام که بر حسب عدد رینولدز می باشد، لذا جهت استفاده از این معادلات در حالت آشفته نیازمند نتایج آزمایشگاهی بوده که با مقایسه نتایج عددی و آزمایشگاهی از صحت روابط برای

pipe flow, Journal of Hydraulic Research, 256 IAHR, 33(4) (1995) 435-456.

[24] N. OHMI, T. Usui, Pressure and velocity distributions in pulsating turbulent pipe flow, Theoretical treatments, Bulletin JSME, 19 (1976) 307-313.

[25] A. Bergant, A. R. Simpson, J. Vitkovsky, Developments in unsteady pipe flow friction modelling, Journal of Hydraulic Research, 39(3) (2001) 249-257.

[26] E.M. Wahba, Runge-Kutta time-stepping schemes with TVD central differencing for the water hammer equations, 52 (5) (2006) 571-590.

[27] E.L. Holmboe, W.T. Rouleau, The Effect of Viscous Shear on Transients in Liquid Lines, Journal of Basic Engineering, 89(1) (1967) 174-180.

[28] M.M.K Khan, friction factor and flow characterisation of non-newtonian fluids Department of Mechanical Engineering, University of Central Queensland Rockhampton Mail Centre, (1992).

169-170(0) (2012) 121-125.

[11] F.T. Pinho, J.H. Whitelaw, Flow of non-newtonian fluids in a pipe, Journal of Non-Newtonian Fluid Mech, 34(2) (1990) 129-144.

[12] E.M. Wahba, Non-Newtonian fluid hammer in elastic circular pipes, Shear-thinning and shear-thickening effects, Journal of Non-Newtonian Fluid Mech, 198(0) (2013) 24-30.

[13] A. Majd, A. Ahmadi, A. Keramat, Investigation of non-Newtonian fluid effects during transient flows in a pipeline, Strojniški vestnik – Journal of Mechanical Engineering, 62 (2016) 105-115.

[14] M. Azhdari, A. Riasi, P. Tazraei, Numerical Study of Non-Newtonian Effects on Fast Transient Flows in Helical Pipes, preprint arXiv, (2017).

[15] M. H. Chaudhry, Applied Hydraulic Transients, Springer New York, (2014).

[16] W. Zeilke, Frequency-dependent friction in transient pipe flow, Journal of Basic Engineer, (1968) 109-115.

[17] A. Vardy, J. Brown, Transient turbulent friction in fully rough pipe flows, Journal of Sound and Vibration, 270(1) (2004) 233-257.

[18] M. Ghidaoui, S. Mansour, Efficient Treatment of the Vardy-Brown Unsteady Shear in Pipe Transients, Journal of Hydraulic Engineering, 128(10) (2008) 102-112.

[19] J. P. Vitkovsky, M. F. Lambert, A. R. Simpson, Advances in unsteady friction modelling in transient pipe flow, Publication No. 39, Suffolk, UK, (2000) 471-498.

[20] B. Brunone, U.M. Golia, M. Greco, Effects of Two-Dimensionality on Pipe Transients Modeling, Journal of Hydraulic Engineering, 121(12) (1995) 906-912.

[21] A. Vardy, J. Brown, On turbulent, unsteady, smooth-pipe flow, Proc, International Conference on Pressure Surges and Fluid Transients, (1996) 289-311.

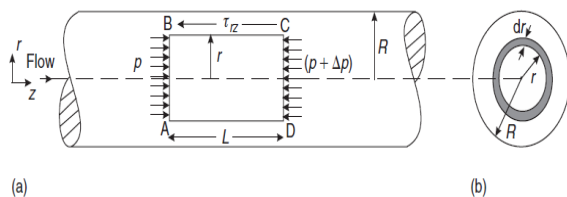
[22] R.P. Chhabra, J.F. Richardson, Non-Newtonian Flow and Applied Rheology, Engineering Applications, Elsevier Science, (2011).

[23] A. Vardy, J. Brown, Transient, turbulent, smooth

پیوست ۱: محاسبه افت اصطکاک در جریان ماندگار سیال غیرنیوتنی مدل توانی

جریان کاملاً توسعه یافته یکنواخت سیال تراکم ناپذیر در یک لوله با شعاع R در شکل ذیل نمایش داده می شود. جریان ناشی از اختلاف فشار در دو انتهای لوله حاکم می باشد. از آنجایی که هیچ سرعت زاویه‌ای وجود ندارد و سیال در یک حالت یکنواخت جریان دارد، نیروی حرکت خطی بر روی یک المان سیال ABCD از شعاع r و طول L می تواند به صورت زیر نوشته شود [۲۲].

$$p(\pi r^2) - (P + \Delta P)(\pi r^2) = \tau_{rz}(2\pi rL) \quad (1-1)$$



شکل ۱-۱. نیروهای وارده به سیال در لوله
Fig. 1.1. Schematics of flow in a pipe.

$$\frac{\tau_{rz}}{\tau_w} = \frac{r}{R} \quad (۸-۱)$$

و با مشتق‌گیری بر رابطه فوق (برای مقادیر ثابت R و τ_w) معادله زیر حاصل می‌شود.

$$dr = \left(\frac{R}{\tau_w} \right) d\tau_{rz} \quad (۹-۱)$$

با جایگذاری معادله (۹-۱) و (۱-۷) در معادله (۱-۶) دبی جریان بدست می‌آید.

$$Q = \frac{\pi R^3}{\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} \tau_{rz}^2 f(\tau_{rz}) d\tau_{rz} \quad (۱۰-۱)$$

برای تعیین برش و نرخ تنش برشی خصوصیات سیال مستقل از زمان که جهت داده‌های رئولوژیکی برای مایع در این بخش نشان داده شده، لازم است که معادله فوق دوباره بازسازی شود:

$$\left(\frac{Q}{\pi R^3} \right) \tau_w^3 = \int_0^{\tau_w} \tau_{rz}^2 f(\tau_{rz}) d\tau_{rz} \quad (۱۱-۱)$$

از آنجا که سمت راست معادله فوق مفهوم یک انتگرال نهایی است لذا نتیجه نهایی، تنها به مقدار تنش برشی دیوار بستگی دارد و بر ماهیت عملکرد $f(\tau_{rz})$ بستگی ندارد. بنابراین، لازم است فقط تنش برشی دیواره τ_w و میزان برش متناظر در دیوار $\left(\frac{-dV_z}{dr} \right)$ در $r=R$ و یا مدل ساده $f(\tau_w)$ ارزیابی کنیم. با استفاده از قانون لاینیتس، یک انتگرال مشخص از فرم $\left(\frac{d}{ds} \right) \left\{ \int_0^s f(s) ds \right\}$ را می‌توان به صورت $(s')^2 f(s')$ نوشت [۲۱]. جایی که S یک متغیر انتگرالی است که در اینجا τ_{rz} می‌باشد و S' به طور طبیعی τ_w تعریف شده است. با استفاده از این قاعده معادله (۱۱-۱) را تفکیک می‌کنیم.

$$\frac{d}{d\tau_w} \left\{ \left(\frac{Q}{\pi R^3} \right) \tau_w^3 \right\} = \quad (۱۲-۱)$$

$$\frac{d}{d\tau_w} \left\{ \int_0^{\tau_w} \tau_{rz}^2 f(\tau_{rz}) d\tau_{rz} \right\}$$

که پس از ساده سازی رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\left(3\tau_w^2 \right) \left(\frac{Q}{\pi R^3} \right) + \tau_w^3 \frac{d}{d\tau_w} \left(\frac{Q}{\pi R^3} \right) =$$

$$\tau_w^2 f(\tau_w)$$

$$\tau_{rz} = \left(\frac{r}{2} \right) \left(-\frac{\Delta P}{L} \right) \quad (۲-۱)$$

بنابراین تنش برشی روی جداره لوله مدور در حالت افقی در حالت آرام به صورت زیر ارائه می‌شود.

$$\tau_w = \left(\frac{R}{2} \right) \left(-\frac{\Delta P}{L} \right) \quad (۳-۱)$$

همان طور که در شکل (۱-۱) نشان داده شده است. دبی جریان عبارت است از:

$$dQ = 2\pi r V_z(r) dr \quad (۴-۱)$$

به خاطر ساده سازی $V_z(r)$ به صورت V_z نوشته می‌شود. نرخ حجمی کل جریان توسط انتگرال‌گیری بر معادله (۴-۱) روی مقطع لوله به صورت زیر می‌باشد:

$$Q = \int_0^R 2\pi r V_z dr$$

$$= 2\pi \left\{ \left(\frac{r^2}{2} V_z \right) \Big|_0^R + \int_0^R \frac{r^2}{2} \left(\frac{-dV_z}{dr} \right) dr \right\} \quad (۵-۱)$$

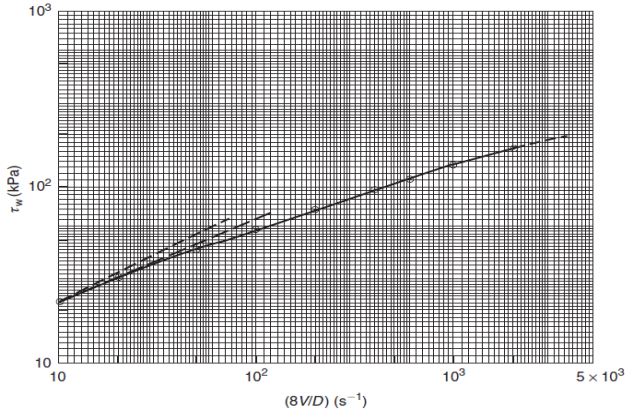
فرض کنید شرایط بدون لغزش در دیوار لوله وجود دارد، یعنی $V_z = 0$ هنگامی که $r=R$ است و اولین ترم در سمت راست معادله (۱-۵) صفر می‌شود. بنابراین، معادله (۱-۵) به صورت معادله زیر ساده می‌شود:

$$Q = \pi \int_0^R r^2 \left(\frac{-dV_z}{dr} \right) dr \quad (۶-۱)$$

برای جریان آرام سیالات مستقل از زمان، نرخ برشی $\left(\frac{-dV_z}{dr} \right)$ تنها با مقدار تنش برش τ_{rz} تعیین می‌شود. بدین ترتیب، بدون از بین رفتن کلیات موضوع، رابطه کاربردی فوق را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

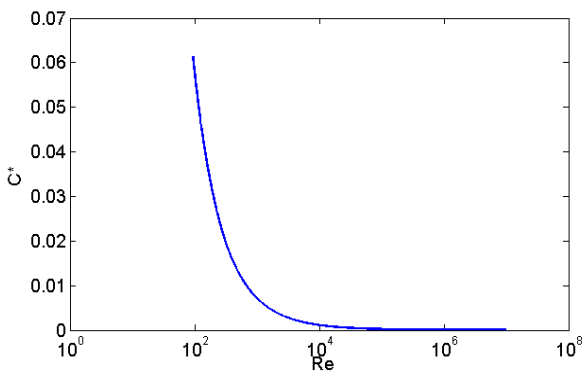
$$-\frac{dV_z}{dr} = f(\tau_{rz}) \quad (۷-۱)$$

که در آن f یک تابع نامشخص است. همچنین، از ترکیب معادله (۱-۴) و (۱-۵) داریم:



شکل ۱-۲. تغییرات تنش برشی نسبت به $(8V/D)$ برای سیال غیرنیوتنی [۲۲]

Fig. 2.1. Shear stress changes relative to $(8V/D)$ for non-Newtonian fluid



شکل ۲-۱. تغییرات ضریب اصطکاک نسبت به عدد رینولدز

Fig. 1.2. Changes in the coefficient of friction with respect to the Reynolds number

با توجه به معادله (۱-۱۵) و شکل لگاریتمی (۱-۲) تنش برشی در مقابل $(8V/D)$ برای سیال غیر نیوتنی و با تعریف پارامتر، n ، می توان معادله گرادین سرعت مدل توانی در دیواره لوله برای جریان آرام را به صورت زیر نوشت [۲۲] و [۲۸]:

$$n = \frac{d \ln \tau_w}{d \ln (8V/D)} \quad (18-1)$$

$$\left(\frac{dV_z}{dr}\right)_w = \left[\frac{3n+1}{4n}\right] \left(\frac{8V}{D}\right) \quad (19-1)$$

بدین ترتیب مقدار نرخ برش در دیواره لوله به صورت زیر بدست

می آید [۲۲ و ۲۸]

$$f(\tau_w) = 3 \left(\frac{Q}{\pi R^3}\right) + \tau_w \frac{d}{d\tau_w} \left(\frac{Q}{\pi R^3}\right) \quad (13-1)$$

معرفی عامل چهارم در سمت راست معادله فوق و استفاده از تعریف مشتق تابع لگاریتمی $d \ln x = dx/x$ معادله زیر بدست می آید.

$$f(\tau_w) = \left(-\frac{dV_z}{dr}\right)_w = \quad (14-1)$$

$$\frac{4Q}{\pi R^3} \left\{ \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{d \ln \left(\frac{4Q}{\pi R^3}\right)}{d \ln \tau_w} \right\}$$

با توجه به ترم متوسط سرعت در مقطع عرضی، $V = \frac{Q}{\pi r^2}$ ، و قطر لوله D داریم:

$$-\frac{dV_z}{dr} \Big|_w = \left(\frac{8V}{D}\right) \left\{ \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{d \ln \left(\frac{8V}{D}\right)}{d \ln (\tau_w)} \right\} \quad (15-1)$$

در جریان آرام سیال در لوله های مدور، افت انرژی ناشی از اصطکاک به صورت زیر بدست می آید که به معادله هاگن-پوازی معروف است.

$$V = \left(-\frac{\Delta P}{L}\right) \left(\frac{R^2}{8\mu}\right) \quad (16-1)$$

با توجه به رابطه فوق و رابطه (۱-۳) داریم:

$$\left(-\frac{\Delta P}{L}\right) \left(\frac{R}{2}\right) = \tau_w = \mu \left(\frac{8V}{D}\right) \quad (17-1)$$

بدین ترتیب، در معادله (۱-۱۷) نرخ برشی واقعی $(8V/D)$ در دیواره برای یک سیال نیوتنی دیده می شود، اما معادله (۱-۱۷) نشان می دهد که یک فاکتور اصلاحی باید برای سیالات غیر نیوتنی اضافه شود چرا که لزجت دینامیکی سیال ثابت نیست و نسبت به نرخ برش تغییر می کند. با این حال، $(8V/D)$ اغلب به عنوان نرخ اسمی (یا ظاهری) برش در دیوار برای مایعات غیر نیوتنی نیز استفاده می شود.

[۲۱]. از طرفی دیگر، برای جریان‌های آشفته این ضرایب به عدد رینولدز جریان و در نتیجه به سرعت متوسط جریان وابسته می‌باشند، که رابطه C^* به شکل زیر اصلاح می‌شود.

$$C^* k = \frac{7.41}{Re^k} = \log(143Re^{-0.05}) \quad (2-2)$$

با توجه به معادله فوق واردی و براون [۲۱] برای سیال نیوتنی با مقدار دهی به عدد رینولدز Re در حالت آرام، مقدار C^* را برابر 0.0476 بدست آوردند. لذا در این تحقیق با توجه به رابطه عدد رینولدز در سیالات غیر نیوتنی ($Re = \frac{8\rho V^{2-n} D^n}{m(6+2/n)^n}$) و معادله (۲-۲)، مقدار C^* برای حالت آرام در سیالات غیرنیوتنی مقدار 0.15 بدست می‌آید (شکل ۱-۲).

پیوست ۳: ضرایب استفاده شده جهت کد نویسی

$$\dot{\gamma}_w = \left(-\frac{dV_z}{dr}\right)_w = \left(\frac{8V}{D}\right) \left(\frac{3n+1}{4n}\right) \quad (20-1)$$

در نهایت در مدل توانی در جریان آرام مقدار تنش برشی در حالت ماندگار به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\tau_s = \frac{\Delta PD}{4L} = m \left(\frac{8V}{D} \left(\frac{3n+1}{4n}\right)\right)^n \quad (21-1)$$

پیوست ۲: تخمین تابع وزن مدل زیلک توسط واردی و براون

واردی و براون [۲۱] برای محاسبه ضریب اصطکاک غیرماندگار مدل زیلک، تابع وزنی برای دو رژیم آرام و آشفته روابطی را به صورت زیر ارائه کردند.

$$W_{(\tau)} = \frac{A^* e^{-\frac{\tau}{\tau_0}}}{\sqrt{\tau}} \quad (1-2)$$

که τ متغیر زمان بدون بعد ($\tau = 49t/D^2$) است. برای جریان‌های آرام و خطی $A^* = 1/2\sqrt{\pi}$ و $C^* = \frac{1}{B^*}$ می‌باشد

جدول ۳-۱: ضرایب $C_{p1}, C_{p2}, C_{N1}, C_{N2}$

Table 3.1. Coefficients $CP1, CP2, CN1$ and $CN2$.

<i>No-unsteady friction</i>	$C''_{p1} = C''_{p2} = 0$,	$C''_{N1} = C''_{N2} = 0$
<i>Trikha's or Vardy et al.: s</i>	$C''_{p1} = C''_{N1} = gA\Delta t \frac{16v'}{gD^2} \sum_K (e^{-\frac{4v'}{D^2}\Delta t} Y_{k,t-1} - \frac{m_k}{A} Q_{i,t-1})$		
	$C''_{p2} = C''_{N2} = gA\Delta t \frac{16v'}{gD^2} \sum_K \left(\frac{m_k}{A}\right)$		
<i>Vitkovsky et al.: s</i>	$C''_{p1} = k'\theta Q_{i,t-1} - k'(1-\theta)(Q_{i-1,t-1} - Q_{i-1,t-2}) - k'SGN(Q_{i-1,t-1}) Q_{i,t-1} - Q_{i-1,t-1} $		
	$C''_{N1} = k'\theta Q_{i,t-1} - k'(1-\theta)(Q_{i+1,t-1} - Q_{i+1,t-2}) - k'SGN(Q_{i+1,t-1}) Q_{i,t-1} - Q_{i+1,t-1} $		
	$C''_{p2} = C''_{N2} = k'\theta$		
<i>Frictionless</i>	$C'_{p1} = C'_{p2} = 0$,	$C'_{N1} = C'_{N2} = 0$
<i>First-order accuracy</i>	$C'_{p1} = -R\Delta t Q_{i-1,t-1} Q_{i-1,t-1} $		$C'_{N1} = -R\Delta t Q_{i+1,t-1} Q_{i+1,t-1} $
	$C'_{p2} = 0$,	$C'_{N2} = 0$
<i>Second-order accuracy</i>	$C'_{p1} = 0$,	$C'_{N1} = 0$
	$C'_{p2} = R\Delta t Q_{i-1,t-1} $		$C'_{N2} = R\Delta t Q_{i+1,t-1} $
	$R = f \frac{(3n+1)}{(4n)} \left(\frac{8V}{D}\right)^n$		

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

A. Khamoshi, A. Keramat, A. Majd, *One-Dimensional Simulation of Water Hammer in Non-Newtonian Fluids*, *Amirkabir J. Civil Eng.*, 52(1) (2020) 225-242.

DOI: [10.22060/ceej.2018.14682.5719](https://doi.org/10.22060/ceej.2018.14682.5719)

