

مدل کردن جریان سیال در شکستگی سنگی به روش اتومات سلولی

علی وارث وزیریان^{۱*}؛ احمد فهیمی فر^۲

چکیده

مدل سازی جریان سیال درون شکستگی طبیعی سنگی یکی از مسائل مهم در ژئومکانیک بشمار می رود. بطور کلی روشهای عددی گوناگونی بمنظور مدل سازی جریان سیال در شکستگیها بکار می روند. در کنار روشهای عددی متداول، روش اتومات سلولی قابلیت زیادی در مدل سازی پدیده های فیزیکی پیچیده مانند جریان سیال، مدل سازی گسل و ایجاد و رشد ترک از خود نشان داده است و از این رو می تواند نقش مفیدی در مدل سازی جریان در شکافهای سنگی، به کمک سایر روشها ایفا کند.

در این مطالعه، جریان سیال نیوتنی در یک شکستگی با دیواره های صاف و نیز زبر با بهره گیری از روش عددی اتومات سلولی مدل شده است. در این تحقیق سیال بصورت تک فاز در نظر گرفته شده و شکاف طبیعی نیز بصورت دوبعدی مدل می شود. بمنظور مدل سازی عددی، برنامه ای در محیط برنامه نویسی فرترن تهیه شده و مورد استفاده قرار گرفته است. در این مقاله، ابتدا روش اتومات سلولی معرفی شده و چگونگی کاربرد آن در مدل سازی جریان سیال تشریح می گردد. در ادامه، چگونگی مدل سازی جریان سیال و چگونگی شبیه سازی شرایط مرزی بیان می گردد. در پایان نیز نتایج مدل سازی ارائه شده و با روشهای تحلیلی و تجربی مقایسه می شود.

کلمات کلیدی

جریان سیال، شکستگی سنگی ایده آل، زبری نسبی، روش اتومات سلولی، شبکه بولتزمن.

Fluid Flow Modeling in Single Fracture Using Cellular Automata Method

Ali Varesvazirian; Ahmad Fahimifar

ABSTRACT

Fluid flow simulation through a natural fracture is one of the most important and complex problem in Geomechanics. In general, various analytical and numerical methods are used to model fluid flow in fractures. Cellular automata method has been known as a powerful tool for simulation of complex phenomena such as fluid flow, fault movement and fracture production and propagation in a media. As a result, it can have predominant role on simulation of fluid flow in rock fractures.

In this study, the modeling of fluid flow in ideal fracture has been carried out employing cellular automata method. For this purpose, a computer program has been developed and used in Fortran Power Station Domain. In this paper, the cellular automata method has been introduced and its application in fluid flow modeling described. The method of fluid flow simulation has also been presented and the results compared with available analytical solution.

KEYWORDS

Fluid Flow, Single Fracture, Relative Roughness, Cellular Automata, Lattice Boltzmann.

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۷/۸/۲

تاریخ اصلاحات مقاله: ۱۳۸۹/۴/۱

^{۱*} نویسنده مسئول و دانشجوی دکترای مکانیک خاک و مهندسی پی، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران) Email: avvazirian@aut.ac.ir

^۲ استاد دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست و عضو هسته قطب علمی مقاوم سازی و بهینه سازی ابنیه، ساختگاهها و شریانهای حیاتی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)، Email: fahim@Aut.ac.ir



$$f = 1 + 8.8(R_r)^{1.5}, \quad R_r = \frac{\varepsilon}{b} \quad (2)$$

که در آن R_r و ε به ترتیب زبری نسبی و اندازه میانگین برآمدگیهای سطوح می‌باشد.

در مدل‌سازی جریان سیال در شکافهای طبیعی با فرض شبیه‌سازی دقیق هندسه شکاف، استفاده از روشهای عددی اجتناب‌ناپذیر است. روشهای عددی گوناگونی برای مدل‌سازی سیال و جریان سیال در درزها و شکستگیها و نیز اثر همراهی آنها ارائه شده است. از این جمله می‌توان به روشهای تفاوت محدود، المان محدود، المان مرزی و المان مجزا اشاره کرد. هر یک از این روشها با توجه به تغییرپذیری خصوصیات درزه در سطح آن، دارای محدودیتهایی از نظر حجم محاسبات هستند. چندی پیش مدل‌های شبکه‌ای (Lattice Models) همراه با روش اتومات سلولی، موفقیت‌هایی در زمینه مدل‌سازی پدیده‌های پیچیده نظیر جریان سیالات در مقیاس میکرو به دست آورده‌اند [۵] و [۶]. بمنظور سازگار نمودن خواص ماکروسکوپی سیال با معادلات بکار رفته در مدل‌سازی جریان سیال به کمک مفهوم اتومات سلولی، از تقریب بولتزمان استفاده شده است [۷]. بهمین دلیل اتومات سلولی مورد استفاده در دینامیک سیالات بیشتر با نام شبکه بولتزمان شناخته می‌شود.

اساس روش اتومات سلولی، مدل‌سازی سیال با استفاده از جزء بجزء سازی محیط و زمان در مقیاس میکرو و توسعه آن در مقیاسهای بزرگتر می‌باشد. بر این اساس مدل‌های ریاضی ارائه شده در این روشها دارای مفهوم ساده و در عین حال مفید برای توصیف پدیده‌های پیچیده می‌باشد. از طرفی، به دلیل محلی بودن معادلات، احتمال ناپایداری عددی در شبیه‌سازی به این روش ناچیز است. از این رو در این تحقیق برای شبیه‌سازی جریان سیال درون شکستگی منفرد با هندسه و مشخصه‌های ایده‌آل سازی شده از این روش استفاده شده است.

در این مقاله ابتدا روش اتومات سلولی به طور مختصر معرفی شده و سپس چگونگی مدل‌سازی سیالات به کمک این روش بیان می‌گردد. در ادامه سازگاری معادلات دیفرانسیل حاکم بر سیالات با روش یاد شده نشان داده شده و به دنبال آن مدل‌سازی جریان سیال در یک شکاف ایده‌آل به کمک برنامه تهیه شده در محیط فرترن بیان می‌گردد. در ادامه همچنین شبیه‌سازی جریان درون شکستگیهای دارای سطوح زبر تشریح شده و نتایج مدل‌سازی آن ارائه می‌گردد. در پایان این نتایج با روشهای تحلیلی و تجربی مقایسه می‌شود.

بررسی جریان سیال در شکاف طبیعی سنگی موضوعی است که در زمینه‌های گوناگون علوم مهندسی کاربرد فراوانی دارد. یکی از موارد کاربرد این موضوع در مهندسی مخازن نفت بوده که تحقیقات فراوانی در دهه‌های اخیر در زمینه آن انجام شده است. اهمیت این موضوع در مهندسی مخازن نفت به دلیل آن است که بسیاری از بزرگترین ذخائر نفت دنیا در سازندهایی که بصورت طبیعی درزدار هستند، قرار دارند. در ایران نیز بیش از ۹۰ درصد مخازن نفتی را سنگهای شکافدار تشکیل می‌دهد. بنابراین مطالعات در زمینه مدل‌سازی جریان سیال در این گونه مخازن، مهم است. بعلاوه این موضوع در سایر مباحث ژئومکانیک از جمله هیدرولوژی آب زیر زمینی و دفن زباله‌های هسته‌ای نیز کاربرد فراوان دارد.

تاریخچه مطالعه در این زمینه به نزدیک چهار دهه می‌رسد. بر این اساس روشهای فراوانی در زمینه مدل‌سازی جریان در شکافها ارائه شده است. این روشها بطور کلی دو روند متفاوت را دنبال می‌کنند. الف: ایده‌آل‌سازی شکاف و استفاده از روشهای تحلیلی و عددی، و ب: مدل‌سازی دقیق درزه با در نظر گرفتن تغییرات خصوصیات هندسی و مکانیکی درزه در سطح آن به کمک حل عددی معادلات حاکم بر جریان.

تا کنون مطالعات زیادی در زمینه تعیین نفوذپذیری یک شکستگی منفرد سنگی در اثر عبور جریان تک‌فاز انجام گرفته است، [۱]، [۲] و [۳]. در این مطالعات، مقدار نفوذپذیری برای جریان دائمی و لایه‌ای یک سیال بین دو صفحه موازی شیشه‌ای تعیین شده است. برای وارد کردن اثر زبری سطوح در تعیین مقدار دبی عبوری از واحد عرض درزه، Q/w ، رابطه شماره (۱) ارائه شده است [۴].

$$\frac{Q}{w} = \left(\frac{\Delta p}{12\nu\rho\Delta L} \right) \frac{b^3}{f} \quad (1)$$

در این رابطه که به قانون مکعب شهرت دارد، Δp ، اختلاف فشار بین دو انتهای درزه بوده و ρ و ν به ترتیب چگالی و لزجت کینماتیکی سیال می‌باشد. پارامتر b نیز معرف بازشدگی متوسط درزه ΔL طول آن است. f ضریب تصحیح برای در نظر گرفتن اثر زبری سطوح بوده که مقداری بین ۱/۰۴ تا ۱/۶۵ برای آن پیشنهاد شده است. مقدار این ضریب برای حالت ایده‌آل برابر ۱ است. لوئیس برای تعیین این ضریب بر حسب زبری نسبی سطوح شکستگی رابطه تجربی شماره (۲) را ارائه کرده است [۲].

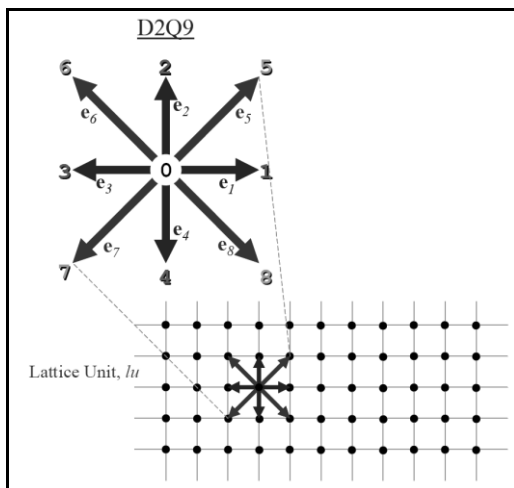
۲- مروری بر روش اتومات سلولی

استوکس و حالات خاص آنرا نیز در مدل خود برقرار سازد. این مدل که به مدل شبکه بولتزمن شهرت دارد، بعدها توسط محقق دیگری و با الگوهای متنوعی توسعه یافت [۱۱]. در بخش بعدی روش اتومات سلولی ارائه شده توسط مکنامارا و زانتی [۱۲] که نوع توسعه یافته مدل فریسچ بوده، تشریح شده و چگونگی سازگاری آن با معادلات ماکرودینامیک بیان می‌گردد.

۳- روش اتومات سلولی شبکه بولتزمن

۳-۱- شبکه بولتزمن

همانگونه که گفته شد، روش شبکه بولتزمن، تکامل یافته روش شبکه گازی بوده که بر اساس دینامیک مولکولی ساده شده‌ای توسعه یافته است. در این اتومات سلولی فضا و زمان بصورت جزء جزء در نظر گرفته می‌شود. بعبارت دیگر فضا بصورت یک مجموعه از سلولهایی در نظر گرفته می‌شود که از طریق شبکه با سلولهای همسایه خود در ارتباط است. ذرات سیال موجود در هر سلول تنها از طریق شبکه و بر اساس قوانین برخورد و انتشار می‌تواند به سلولهای مجاور منتقل شود. تا کنون انواع مختلفی از شبکه‌های دوبعدی و سه بعدی مورد استفاده قرار گرفته است. شبکه دو بعدی به کار رفته در این مطالعه، یک شبکه مربعی با $1+8$ همسایگی (هشت سلول مجاور به همراه سلول مبدأ) بوده که به شبکه $D2Q9$ معروف است. این شبکه و همسایگی‌های آن در شکل (۱) دیده می‌شود.



شکل (۱): شبکه بولتزمن بکار رفته در این مطالعه [۱۳]

۳-۲- معادلات شبکه بولتزمن

در شبکه بولتزمن بر خلاف شبکه گازی، بجای استفاده از متغیرهای گسسته Boolean برای پر یا خالی بودن سلولها، از متغیرهای پیوسته استفاده می‌شود. این متغیر پیوسته در واقع یک متغیر احتمالاتی بوده که احتمال حرکت سیال در هر مسیر را نشان می‌دهد. معادلات کلی شبکه بولتزمن بصورت (۳)

تاریخچه اتومات سلولی به سال ۱۹۶۶ میلادی باز می‌گردد [۸]. اتومات سلولی یک سیستم جزء جزء دینامیکی بوده که رفتار آن بر اساس روابط موضعی مشخص می‌شود. این سیستم در واقع متشکل از تعداد زیادی اجزاء ساده بوده که توسط یک دسته قوانین موضعی با یکدیگر دارای اندرکنش هستند [۹]. ویژگیهای یک اتومات سلولی عبارتند از:

- هر اتومات سلولی از شبکه‌ای یک یا چند بعدی از سلولهای فرضی تشکیل شده است.
- مشخصه دیگر یک اتومات سلولی، تعریف همسایگی برای هر سلول می‌باشد. برای هر سلول تعدادی از سلولهای مجاور بعنوان همسایه آن سلول تعریف می‌گردد که سلول مورد نظر تنها با آنها دارای اندرکنش است.
- از مشخصه‌های دیگر یک اتومات سلولی، زمان یا پارامتری شبیه آن است که به صورت جزء جزء تعریف می‌شود.
- از ویژگیهای مهم یک اتومات سلولی، تعریف وضعیت (state) برای آن می‌باشد. به عبارت دیگر برای هر سلول در هر پله زمانی، یک وضعیت مشخص از مجموعه وضعیتهای از پیش تعریف شده نسبت داده می‌شود.

- در هر اتومات سلولی، قانون و یا قوانینی (Rules) حاکم است که اندر کنش بین هر سلول با همسایگانش را مشخص کرده و بر اساس آن، وضعیت یک سلول را در هر مرحله با توجه به وضعیت سلولهای همسایه آن در مرحله قبل توصیف می‌کند.

ملاحظه می‌گردد که اتوماتهای سلولی از دیدگاه کلی دارای مفهوم بسیار ساده‌ای هستند. دلیل آنچه که این ابزار می‌تواند رفتار سیستم‌های پیچیده فیزیکی را شبیه‌سازی کند، انعطاف‌پذیری در تعریف خصوصیات آن نظیر همسایگی و به ویژه قوانین حاکم بر آن می‌باشد. همین ویژگی باعث گردیده است که با بیان یک مجموعه قوانین ساده، بتوان رفتار پیچیده برخی پدیده‌ها که برخی ماهیت تصادفی نیز دارند را به سادگی بیان نمود. فریسچ [۱۰] از این قابلیت اتومات سلولی برای مدل‌سازی رفتار سیالات استفاده نموده و مدل اتومات سلولی شبکه گازی (Lattice Gas Cellular Automata) را ارائه نمود. او همچنین با استفاده از تقریب بولتزمن توانست مفاهیمی نظیر فشار و ویسکوزیته را با اتومات سلولی خود بیان کرده و معادلات رفتاری ماکروسکوپی سیال یعنی معادله ناویر-

می باشد.

(۱۰) خواهد بود.

$$f_i^{eq} = \rho \left[a_1 + a_2 \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u} + a_3 (\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u})^2 + a_4 u^2 \right] \quad (10)$$

که در آن $u = |\mathbf{u}|$ بوده و a_1 تا a_4 ثوابت شبکه بولتزمن هستند که با توجه به هندسه آن و روابط پایستاری جرم و اندازه حرکت ((۷) و ((۸) تعیین می گردد. برای مدل مورد استفاده در این تحقیق، رابطه (۱۰) بصورت (۱۱) قابل باز نویسی است [۱۶].

$$f_i^{eq} = \rho \omega_i \left[1 + \frac{3}{c} \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u} + \frac{9}{2c^2} (\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u})^2 - \frac{3}{2c^2} u^2 \right] \quad (11)$$

که در آن $c = \Delta \mathbf{x} / \Delta t$ ، ثابت سرعت شبکه بوده و ω_i به صورت (۱۲) می باشد.

$$\omega_i = \begin{cases} \frac{4}{9} & i=0 \\ \frac{1}{9} & i=1,2,3,4 \\ \frac{1}{36} & i=5,6,7,8 \end{cases} \quad (12)$$

۳-۳- استخراج خواص ماکرودینامیکی از مشخصه های میکرو دینامیکی شبکه بولتزمن

می توان نشان داد که برای مدل دو بعدی D2Q9، مقدار فشار، p ، و ویسکوزیته کینماتیکی سیال، ν ، به ترتیب از روابط (۱۳) و (۱۴) قابل تعیین است [۷].

$$p = c_s^2 \cdot \rho = \frac{c^2}{3} \cdot \rho \quad (13)$$

$$\nu = \frac{\Delta t \cdot c^2}{3} \left(\tau - \frac{1}{2} \right) \quad (14)$$

در (۱۳) c_s ثابت سرعت صوت شبکه است که با توجه به ویژگی های شبکه D2Q9 برابر $(1/\sqrt{3})c$ است. توجه شود که c_s همواره برابر سرعت واقعی صوت در سیال مورد نظر نیست.

۳-۴- دقت شبیه سازی

برای دستیابی به دقت کافی در نتایج شبیه سازی، مقدار پارامتر Δx ، باید در مقایسه با L_{Hydro} (کوچکترین بعد ماکروسکوپی مدل که بر جریان سیال تأثیرگذار است) به اندازه کافی کوچک باشد [۱۴]. همچنین، (۹) در صورتی معتبر است که عدد ماخ (Ma) مدل کوچک باشد [۱۷]. عدد ماخ حداکثر سرعت سیال به سرعت صوت در مدل (u_{max}/c_s) می باشد. لذا به منظور کوچک نگه داشتن آن باید سرعت صوت در مدل، c_s ، و پیرو آن مقدار c به اندازه کافی بزرگ اختیار شود. این خود بمعنی نسبت $\Delta x / \Delta t$ بزرگ یا مقدار Δt بسیار کوچک است. با داشتن مقدار واقعی ν می توان پارامتر τ را از رابطه

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \Delta x, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) + \Omega_i(f(\mathbf{x}, t)), \quad (3)$$

$$i = 0, 1, \dots, 8$$

که در آن $f_i(\mathbf{x}, t)$ مقدار چگالی ورودی سیال به گره با مختصات \mathbf{x} در زمان t و در جهت i می باشد. بردارهای جهت \mathbf{e}_i به صورت (۴) تعریف می گردد.

$$\mathbf{e}_i = \begin{cases} (0,0) & i=0 \\ \left(\cos\left([i-1]\frac{\pi}{2}\right), \sin\left([i-1]\frac{\pi}{2}\right) \right) & i=1,2,3,4 \\ \sqrt{2} \left(\cos\left([i-5]\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right), \sin\left([i-5]\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \right) & i=5,6,7,8 \end{cases} \quad (4)$$

پارامترهای $\Delta \mathbf{x}$ و Δt مقدار نمو مکان و زمان می باشد. تابع Ω ، عملگر برخورد نامیده می شود که نرخ تغییر توزیع سیال در هر جهت را در اثر برخورد تعیین می کند. به عبارت دیگر این عملگر همان قوانین حاکم بر اتومات سلولی می باشد.

با توجه به تعریف ارائه شده برای f ، مقدار چگالی سیال، ρ ، و بردار سرعت آن، \mathbf{u} ، در هر نقطه به کمک (۵) و (۶) قابل بیان است.

$$\rho = \sum_i f_i \quad (5)$$

$$\rho \mathbf{u} = \sum_i f_i \mathbf{e}_i \quad (6)$$

همچنین از آنجا که عملگر Ω ، بیان کننده مفهوم برخورد در فیزیک می باشد، بایستی قوانین بقای جرم و اندازه حرکت را برآورده نماید:

$$\sum_i \Omega_i = 0 \quad (7)$$

$$\sum_i \Omega_i \mathbf{e}_i = 0 \quad (8)$$

به کمک (۷) و (۸) برخی از خصوصیات تابع عملگر برخورد قابل تعیین می باشد. با استفاده از تقریب بولتزمن و فرض خطی بودن عملگر برخورد فرم کلی این تابع در شرایط کلی به صورت (۹) تخمین زده می شود [۱۴].

$$\Omega_i(f(\mathbf{x}, t)) = -\frac{1}{\tau} [f_i(\mathbf{x}, t)] - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) \quad (9)$$

در (۹) f^{eq} ، تابع توزیع چگالی در شرایط تعادلی بوده و τ ، پارامتر بدون بعد تمدد زمان (single Relaxation time) نامیده می شود که سرعت نزدیک شدن به شرایط تعادل را کنترل می کند. چن و همکارانش در شرایط سرعت کم (عدد ماخ کوچک) با بسط تابع f^{eq} ، فرم کلی آنرا بدست آوردند [۱۵]. با توجه به اینکه معادلات دیفرانسیل جاری بر سیالات تراکم ناپذیر نظیر نایتر استوکس، غیر خطی از درجه ۲ است، بسط تابع f^{eq} در صورت حذف جملات مرتبه بالاتر بصورت رابطه



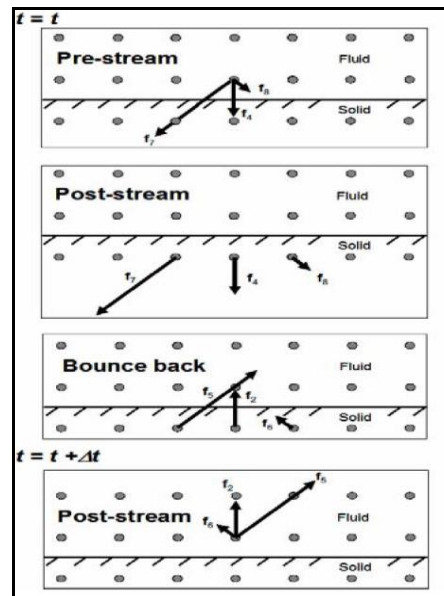
(۱۵) که معکوس (۱۴) است، بدست آورد.

$$\tau = \frac{3}{\Delta t \cdot c^2} \nu + \frac{1}{2} \quad (15)$$

رابطه یاد شده برای مقادیر واقعی ν ، یک حد پایین برای τ ارائه می‌کند ($\tau = 0.5$). مطالعات نشان می‌دهد که برای مقادیر کوچک τ (نزدیک به ۰/۵) الگوریتم بولتزن ناپایدار می‌گردد. درحالی‌که برای مقادیر بزرگ این پارامتر ($\tau > 1$)، تابع f بطور یکنواخت و آرام به f^{eq} همگرا می‌گردد. برای مقدار $\tau = 1$ ، توزیع سرعت به تندی به حالت نهایی رسیده و برای مقادیر $0.5 < \tau < 1$ ، تابع f حول f^{eq} با کاهش دامنه نمایی نوسان کرده و همگرا می‌گردد [۱۸].

۳-۵- شرایط مرزی

یکی از مهمترین مسائل در روش اتومات سلولی شبکه بولتزن، چگونگی تعریف شرایط مرزی است. بطور کلی روشهای گوناگونی برای مدل‌سازی عددی شرایط مرزی وجود دارد که بسته به شرایط و نیازها مورد استفاده قرار می‌گیرد. از این جمله می‌توان به مرزهای بدون اصطکاک، بدون لغزش، متناوب، و مرزهای آزاد اشاره کرد. [۱۳]. در این پژوهش سطوح درزه به صورت مرزهای بدون لغزش در نظر گرفته می‌شوند. در این مرزها معادلات شبکه به گونه‌ای در نظر گرفته می‌شود که جهت جریان مبادله شونده بین گره‌های داخلی و مرزی پس از برخورد معکوس شود [۱۹]. شرایط مرزی یاد شده بطور شماتیک در شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل (۲): چگونگی باز توزیع جریان در مرز برگشتی [۱۸]

بمنظور مدل نمودن شرایط مرزی در ورودی و خروجی درزه، از شرایط مرزی آزاد با کنترل فشار، مطابق روش ارائه شده توسط Sukap [۱۳] استفاده شده است.

۳-۶- شرایط اولیه

از آنجا که اتومات سلولی شبکه بولتزن، یک سیستم دینامیک است، لذا می‌توان آن را برای هر الگوی اولیه ممکن اجرا نمود. الگوی اولیه شامل مقادیر اولیه فشار و سرعت برای تمامی گره‌های داخلی می‌باشد اما از آنجا که محاسبه مقدار f اولیه به طور مستقیم از مقادیر فشار و سرعت اولیه ممکن نیست، بجای سرعت و فشار اولیه، مقدار تابع f در شرایط اولیه فرض گردیده و فشار و سرعت اولیه از آن محاسبه می‌گردد. چنانچه سیستم مورد نظر یک جریان دائمی باشد، میدان فشار و سرعت در شبکه بولتزن، پس از اجرای چند مرحله به شرایط دائمی خواهد رسید و پس از آن بدون تغییر می‌ماند. بدیهی است در این مورد انتخاب مناسب شرایط اولیه در کاهش زمان همگرا شدن مدل بسیار مؤثر است.

۴- شبیه‌سازی جریان سیال در شکستگی سنگی ایده‌آل به کمک روش شبکه بولتزن

۴-۱- هندسه مدل

برای مدل سازی جریان سیال در شکاف ایده‌آل سنگی، یک شکاف دو بعدی با بازشدگی ۵ میلی‌متر و طول ۵۰ میلی‌متر در نظر گرفته شده است.

۴-۲- انتخاب پارامترهای مدل

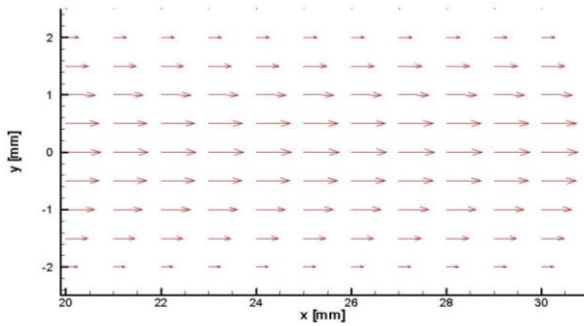
برای مدل سازی جریان سیال از مدل دوبعدی D2Q9 که در بخشهای قبل توضیح داده شد، بهره گرفته شده است. لزجت کینماتیکی سیال، $\nu = 1 \text{ mm}^2 / \text{s}$ (معادل لزجت آب در درمای ۲۰ درجه سانتیگراد) در نظر گرفته شده است. در این راستا، پارامترهای مدل مطابق (۱۶) انتخاب شده است:

$$\begin{aligned} \Delta x &= 0.05 \text{ mm} \ll L_{\text{hydro}} = 5 \text{ mm} \\ \Delta t &= 0.0004 \text{ s} \Rightarrow c_s = 72.17 \text{ mm/s} \\ \tau &= \frac{3}{\Delta t \cdot c^2} \nu + \frac{1}{2} = 0.98 \end{aligned} \quad (16)$$

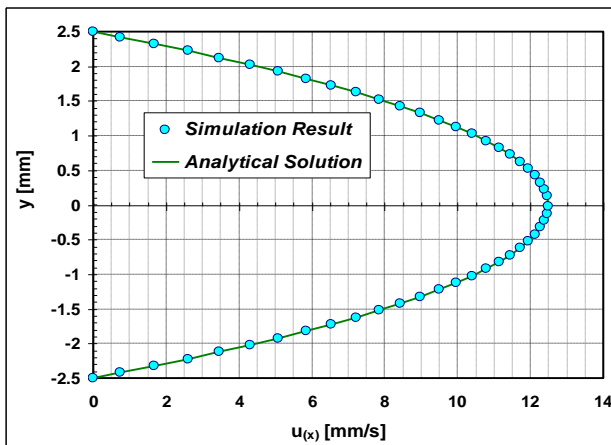
پارامترهای مدل با رعایت موارد بند ۳-۴ انتخاب شده‌اند. همچنین فشار ورودی ۰/۴ پاسکال در برابر فشار خروجی ۰/۲ پاسکال به مدل اعمال گردیده است. در شرایط اولیه تمامی مقادیر $f_i(\mathbf{x}, 0)$ برای سلولهای داخلی صفر فرض شده است.

۴-۳- ابزار مدل‌سازی

بمنظور محاسبات عددی مورد نیاز، برنامه‌ای در محیط فرترن تهیه شده است که قابلیت شبیه‌سازی مدل شبکه بولتزن، حل معادلات و ایجاد شرایط مرزی مورد نظر را دارا



شکل (۳): میدان بردار سرعت سیال در محدوده میانی درزه



شکل (۴): توزیع مؤلفه طولی سرعت سیال بر روی مقطع عرضی گذرنده از وسط درزه

$$u_x(x, y) = u_x(y) = \frac{h^2(p_2 - p_1)}{2\nu \cdot \rho \cdot L} \times \left(1 - \left(\frac{y}{h}\right)^2\right) \quad (19)$$

$$u_y(x, y) = 0$$

در رابطه یاد شده که حل تحلیلی معادله عمومی ناویر-استوکس، برای شرایط خاص این مسأله است، u_x و u_y بترتیب مؤلفه های بردار سرعت در جهت x و y بوده و (x, y) مختصات نقطه مورد بررسی می باشد. h برابر نصف بازشدگی درزه بوده ($h = b/2$) و L طول آن است. پارامترهای p_1 و p_2 بترتیب فشار سیال در دو انتهای درزه بوده و ρ و ν نیز بترتیب چگالی و ویسکوزیته کینماتیکی سیال می باشد.

به منظور بررسی اثر بازشدگی درزه، b ، بر مقدار جریان سیال، تحلیل فوق برای درزه های با باز شدگی مختلف از ۱ تا ۴ میلی متر تکرار شده و جریان عبوری از درزه با انتگرال گیری از پروفیل عرضی سرعت محاسبه شده است. نمودار تغییرات دبی عبوری از درز با مکعب باز شدگی در شکل (۵) نشان داده شده است. همانگونه که ملاحظه می گردد، مقدار دبی با b^3 متناسب است. ضریب تناسب نیز برابر $\Delta p / 12\nu\rho$ می باشد. بر این اساس قانون مکعب مطابق (۱) با ضریب تصحیح ۱ برای درزه های ایده آل شبیه سازی شده برقرار است.

می باشد. روند انجام محاسبات در این برنامه عبارت است از:

- ابتدا پارامترهای ورودی شامل ابعاد هندسی درزه، ویژگیهای سیال، شرایط مرزی و شرایط اولیه تعریف می شود.
- بعنوان نقطه آغاز، مقادیر اولیه تابع توزیع چگالی، $f_i(\mathbf{x}, t)$ برای همه نقاط داخلی فرض گردیده و اختصاص داده می شود. فرض اولیه می تواند متناسب با شرایط اولیه تعیین گردد.
- به کمک (۵) و (۶)، مقادیر اولیه چگالی و سرعت برای تمامی نقاط تعیین می گردد.
- با توجه به معلوم بودن مقادیر چگالی و سرعت، مقدار تابع f^{eq} به کمک (۱۱) قابل محاسبه خواهد بود.
- پس از تعیین تابع f^{eq} ، مقدار عملگر برخورد از (۹) محاسبه می گردد.
- تابع توزیع چگالی خروجی از گره ها، $f_i'(\mathbf{x}, t)$ در زمان t از رابطه (۱۷) محاسبه می شود.

$$f_i'(\mathbf{x}_i, t) = f_i(\mathbf{x}, t) + \Omega_i(f(\mathbf{x}, t)), \quad (17)$$

- در این مرحله، تابع توزیع چگالی خروجی بعنوان ورودی گره های همسایه در نظر گرفته می شود:

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \Delta x, t + \Delta t) = f_i'(\mathbf{x}, t) \quad (18)$$

- مراحل یاد شده تا رسیدن به وضعیت پایدار یا زمان مورد نظر ادامه می یابد. وضعیت پایدار در برنامه حالتی است که نسبت تغییرات متوسط سرعت در هر مرحله نسبت به مرحله قبل، از ۰/۰۱ درصد کمتر شود.

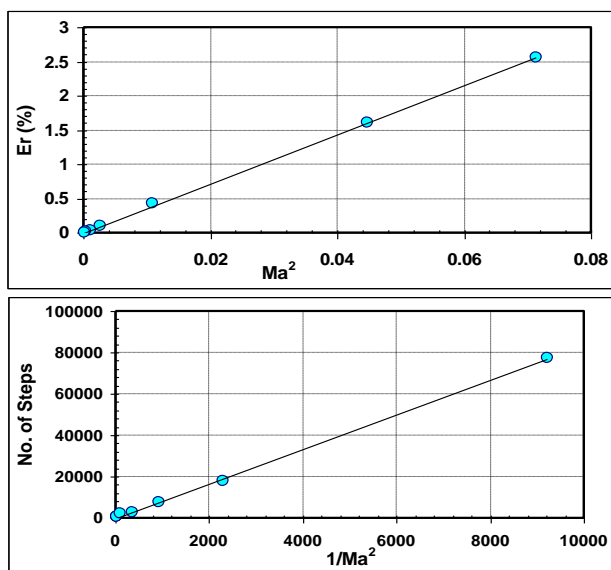
۴-۴- نتایج مدل سازی عددی

برای شرایط تعریف شده، شبیه سازی عددی جریان سیال پس از تکرار مراحل زیاد، به وضعیت پایدار همگرا گردیده است. در این حالت، میدان سرعت سیال در محدوده میانی شکستگی برابر شکل (۳) به دست آمده است. همچنین، پروفیل مؤلفه طولی سرعت سیال در مقطع عرضی گذرنده از وسط درزه در شکل (۴) نشان داده شده است. در این شکل، پروفیل سرعت سیال که بر اساس حل تحلیلی مسأله برابر (۱۹) به دست آمده است نیز، مشخص شده است. همانگونه که دیده می شود، نتایج شبیه سازی عددی از برابری مناسبی با نتایج حل تحلیلی برخوردار است.

همانگونه که ملاحظه می‌گردد، خطای شبیه سازی به ازای مقادیر τ بین ۰/۹ تا ۱ حداقل بوده و به ازای مقادیر کمتر از آن به شدت زیاد می‌گردد. شاخص خطای شبیه سازی برای مقادیر بیش از ۱ به طور نسبی ثابت مانده است. درحالیکه تعداد مراحل مورد نیاز برای دستیابی به شرایط پایدار، با افزایش τ به صورت هموار افزایش می‌یابد. بر این اساس مقدار بهینه τ که به ازای آن دقت و سرعت شبیه سازی هر دو رضایت بخش باشد، نزدیک به ۱ است.

پارامتر Ma

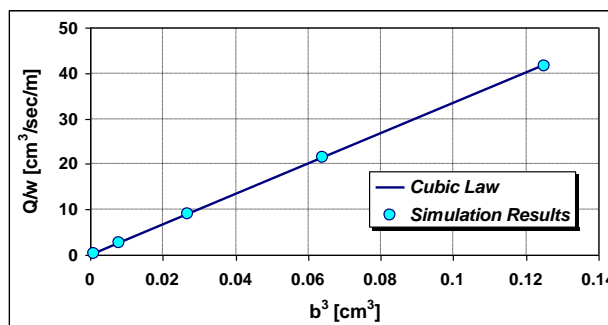
در این حالت نیز مقادیر Δx و Δt به گونه ای تغییر داده می‌شود که عدد Ma تغییر کرده، ولی τ ثابت بماند ($\tau \approx 1$). نتایج این تحلیل در شکل (۷) نشان داده شده است. همانگونه دیده می‌شود، خطای شبیه سازی به صورت خطی با مجذور عدد Ma وابسته است؛ درحالیکه تعداد مراحل مورد نیاز برای رسیدن به حالت پایدار دارای رابطه خطی با معکوس Ma^2 می‌باشد. بنابراین کاهش عدد ماخ منجر به افزایش دقت و نیز افزایش زمان شبیه سازی می‌گردد.



شکل (۷): نمودار تغییرات شاخص خطا و تعداد مراحل شبیه سازی به تغییرات عدد Ma

لزجت کینماتیکی ν

تغییر لزجت کینماتیکی بدون تغییر دادن Δx و Δt ، منجر به تغییر هردو پارامتر τ و Ma می‌گردد. اما از آنجا که خطای شبیه سازی به این دو پارامتر وابسته است، باید همراه با تغییر ν ، Δx و Δt را نیز طوری تغییر داد تا در وهله نخست مقدار τ در حدود ۱ باقی بماند و دیگر آنکه مقدار Ma نیز بیش از ۰/۱ نشود. نتایج تحلیل حساسیت نشان می‌دهد که مقدار خطای شبیه سازی در این حالت کم و مستقل از تغییرات ν است. در



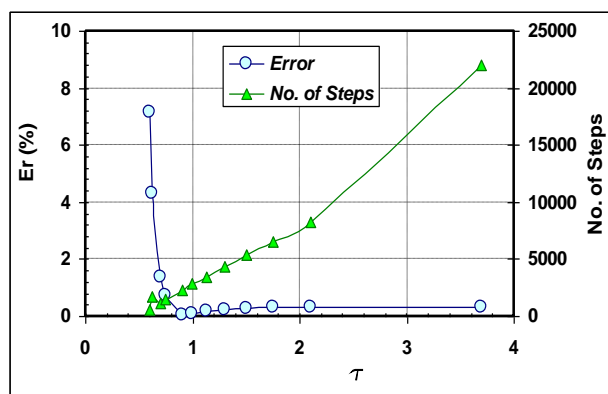
شکل (۵): نمودار تغییرات دبی عبوری از واحد عرض درزه بر حسب مکعب بازشدگی آن

۴-۵- مطالعه پارامتریک و ارزیابی دامنه کاربرد مدل

به منظور تعیین دامنه کاربرد پارامترها و سنجش محدوده درستی مدل، بر روی برخی متغیرهای مدل شامل τ و Ma ، مطالعه پارامتری انجام گرفته است. این متغیرها به این دلیل انتخاب شده‌اند که هر یک در برگزیده تعدادی از پارامترهای تأثیرگذار می‌باشد. به علاوه، تحلیل پارامتریک برای لزجت کینماتیکی نیز به دلیل اهمیت آن انجام شده است. شبیه سازی با تغییر دادن هر یک از این پارامترها به صورت مستقل تکرار شده و خطای شبیه سازی (نسبت سرعت حداکثر به دست آمده از شبیه سازی به مقدار محاسبه شده از حل تحلیلی) و نیز تعداد مراحل مورد نیاز برای رسیدن به وضعیت پایدار تعیین شده است. این دو شاخص به ترتیب نمایانگر دقت و سرعت شبیه سازی می‌باشد. در ادامه نتایج این تحلیل پارامتریک ارائه می‌گردد. گفتنی است در تمامی این شبیه سازیها عدد رینولدز کوچک بوده و شرایط جریان لایه ای برقرار بوده است.

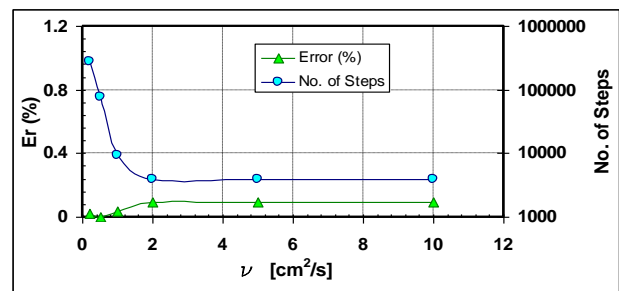
پارامتر τ

به منظور تحلیل پارامتریک τ ، Δx و Δt به طور متناسب تغییر داده شده که نتیجه آن تغییر τ و ثابت ماندن Ma می‌باشد. نتایج این تحلیل در شکل (۶) نشان داده شده است.



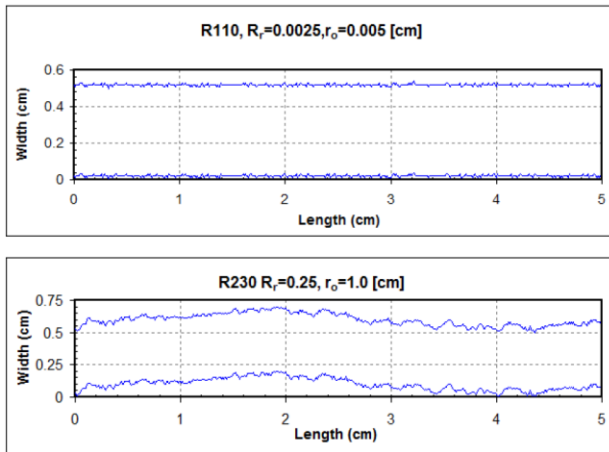
شکل (۶): نمودار تغییرات شاخص خطا و تعداد مراحل شبیه سازی به تغییرات τ

حالی که مقدار مراحل مورد نیاز برای رسیدن به حالت پایدار با کاهش مقدار ν به شدت افزایش می‌یابد (شکل ۸).



شکل ۸: نمودار تغییرات خطای شبیه‌سازی و تعداد مراحل آن به تغییرات لزجت کینماتیکی، ν

واریانس متغیر تصادفی همبسته X می‌باشد. در این پژوهش به ازای هر زبری نسبی، چهار شکستگی با طول همبستگی فاصله‌ای $r_0 = 0.005, 0.01, 0.05, 0.1$ cm تولید گردیده است. لذا در مجموع ۱۶ شکستگی با سطوح زبر تولید گردیده و شبیه‌سازی جریان سیال درون آنها انجام شده است. در شکل (۹) دو نمونه از این شکستگیها نشان داده شده است.



شکل ۹: نمونه‌هایی از درزه‌های تولید شده با زبری نسبی R_r و فاصله همبستگی r_0

۵-۲- ابزار مدل‌سازی و پارامترهای مدل

بمنظور شبیه‌سازی جریان سیال، روش شبکه بولتزمن که در بخش ۳ معرفی شد، به کار گرفته شده است. برای انجام محاسبات عددی مورد نیاز، از برنامه تهیه شده در محیط فرترن که در بند ۴-۳ معرفی شد، با همان خصوصیات استفاده شده است. برای شبیه‌سازی مرز سیال با سطوح درزه از شرایط مرزی با اصطکاک کامل استفاده شده است. همچنین بمنظور مدل نمودن شرایط مرزی در ورودی و خروجی درزه، از شرایط مرزی آزاد با کنترل فشار برابر روش ارائه شده توسط Sukap [۱۳] استفاده شده است.

در این قسمت نیز لزجت کینماتیکی سیال شبیه‌سازی شده، $\nu = 1 \text{ mm}^2/\text{s}$ (معادل لزجت آب در درمای ۲۰ درجه سانتیگراد) و چگالی $\rho = 1 \text{ kg/cm}^3$ در نظر گرفته شده است. در این راستا، پارامترهای مدل مطابق (۲۱) انتخاب شده است:

$$\begin{aligned} \Delta x &= 0.05 \text{ mm} \ll L_{\text{hydro}} = 5 \text{ mm} \\ \Delta t &= 0.0004 \text{ s} \Rightarrow c_s = 72.17 \text{ mm/s} \\ \tau &= \frac{3}{\Delta t \cdot c^2} \nu + \frac{1}{2} = 0.98 \end{aligned} \quad (21)$$

برای ایجاد جریان سیال، اختلاف فشار ۲، ۲۰، ۲۰۰ و ۲۰۰۰ پاسکال بین ورودی و خروجی درزه‌های مختلف ایجاد شده و شبیه‌سازی انجام گرفته است. نتایج شبیه‌سازی‌ها در بند بعد ارائه می‌شود.

۵-۵- بررسی اثر زبری بر شدت جریان عبوری از درزه

در بخش گذشته، جریان سیال درون شکستگی ایده‌آل شبیه‌سازی شده و نتایج آن با حل تحلیلی مقایسه شد. همچنین تحلیل حساسیت برای پارامترهای مدل انجام گرفته و مقادیر مناسب آنها تعیین شد. در این بخش، با استفاده از نتایج به دست آمده، شبیه‌سازی سیال درون شکستگی با سطوح زبر انجام شده و نتایج آن ارائه می‌گردد. بدین منظور ابتدا چگونگی تولید سطوح زبر تشریح شده و پس از بیان شیوه شبیه‌سازی، نتایج آن ارائه می‌شود.

۵-۱- تولید سطوح زبر

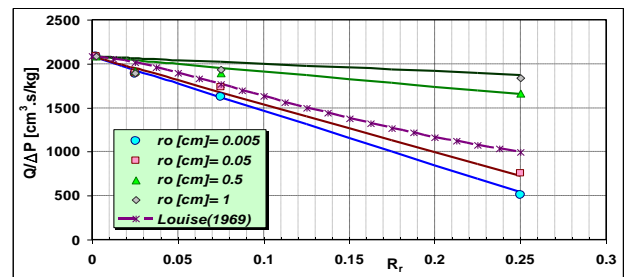
در این بخش اثر زبری سطوح شکستگی بر شدت جریان عبوری از آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. بر این اساس شکستگیهایی با باز شدگی یکسان ولی زبری‌های متفاوت تولید شده و جریان سیال درون آنها شبیه‌سازی می‌گردد. سطوح تولید شده همگی به طول ۵ سانتیمتر و باز شدگی ۵ میلیمتر بوده درحالی که زبری نسبی آنها $0.0025, 0.01, 0.025, 0.075$ و 0.25 می‌باشد. برای توزیع زبری از فرآیند گاوسی برگشتی درجه اول (Gaussian first-order auto-regressive Process) یا به اختصار $AR1$ استفاده شده است. به کمک این روش همبستگی زبری روی هر سطح با استفاده از پارامتر طول همبستگی فاصله‌ای (Spatial Correlation Length) یا r_0 ایجاد می‌گردد. در روش $AR1$ ، متغیر تصادفی همبسته $X^{(L)}$ در موقعیت L ، به کمک (۲۰) از $X^{(L-1)}$ (متغیر تصادفی وابسته در موقعیت $L-1$) و متغیر تصادفی مستقل $Y^{(L)}$ در همان موقعیت به دست می‌آید:

$$X^{(L)} = Y^{(L)} + R_1 X^{(L-1)} + \mu, \quad R_1 = (-1/r_0) \quad (20)$$

در (۲۰)، $Y^{(L)}$ متغیر تصادفی مستقل با میانگین صفر و واریانس $\sigma^2 [1 - (R_1)^2]$ بوده و μ و σ^2 به ترتیب میانگین و

۵-۳- نتایج شبیه‌سازی

نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که مطابق انتظار، برای همه درزها رابطه خطی بین جریان عبوری از درزه و اختلاف فشار بین دو سوی درزه برقرار است. بر این اساس در شکل (۱۰) نمودار تغییرات نسبت جریان به اختلاف فشار $Q/\Delta P$ برحسب زبری نسبی برای هریک از طولهای همبستگی فاصله‌ای نشان داده شده است. همانگونه که ملاحظه می‌گردد، با افزایش زبری، شدت جریان کاهش می‌یابد. این کاهش نسبت به زبری نسبی تا اندازه‌ای به صورت خطی بوده و برای شکستگیهای با طول همبستگی کوچکتر، بیشتر است. به عبارت دیگر هرچه پارامتر زبری دارای همبستگی بیشتری روی سطوح باشد، اثر زبری نسبی در کاهش جریان کمتر می‌گردد. همانگونه که ملاحظه می‌شود، اثر طول همبستگی فاصله‌ای در شدت جریان عبوری از درزه بسیار زیاد و قابل مقایسه یا زبری نسبی می‌باشد.



شکل (۱۰): نمودار تغییرات نسبت $Q/\Delta P$ به تغییرات زبری نسبی سطوح به ازای طول همبستگی مختلف r_o

در این شکل همچنان نقاط مربوط به رابطه تجربی ارائه شده توسط Louis برای اثر زبری بر جریان درون درزه‌های طبیعی نشان داده شده است. این رابطه در محدوده زبری نشان داده شده به طور نسبی خطی است. همانگونه که ملاحظه می‌گردد، نتایج شبیه‌سازی رابطه Louis را در بر می‌گیرد. به عبارت دیگر، می‌توان دریافت که شکستگیهای آزمایش شده توسط Louis دارای همبستگی زبری با طول همبستگی در محدوده $0.05 < r_o < 0.5$ cm می‌باشد.

با توجه به نتایج به دست آمده و رابطه بین زبری نسبی و جریان عبوری از درزه در محدوده مورد مطالعه ($R_r < 0.25$)، می‌توان ضریب f در (۱) را به صورت (۲۲) در نظر گرفت.

$$f = \frac{1}{1 - F(r_o) \cdot R_r} \quad (22)$$

که در آن $F(r_o)$ تابعی کاهشی از طول همبستگی فاصله‌ای زبری سطوح می‌باشد. نوع این تابع شدیداً به چگونگی توزیع زبری روی سطوح بستگی داشته و تعیین دقیق‌تر آن نیازمند

تولید نمونه‌های بیشتری از شکستگی با توزیع زبری مختلف و شبیه‌سازی سیال درون آنها بوده و می‌تواند زمینه‌ای برای تحقیقات آتی به شمار رود.

۶- نتیجه

در این مقاله، جریان سیال در یک شکستگی سنگی ایده‌آل‌سازی شده به کمک روش اتومات سلولی و با استفاده از معادلات شبکه بولتزمن شبیه‌سازی گردید. نتایج مدل‌سازی از برابری بسیار خوبی با نتایج حل تحلیلی برخوردار بوده و با قانون مکعب سازگاری کامل دارد. آنالیز پارامتری انجام شده نیز نشان می‌دهد که به منظور دستیابی به دقت و سرعت کافی، پارامتر τ باید نزدیک به ۱ انتخاب گردد. همچنین به منظور افزایش دقت شبیه‌سازی، عدد Ma باید به 0.1 محدود گردد. نتایج تحلیل حساسیت بر روی لزجت کینماتیکی نیز نشان می‌دهد با کاهش این پارامتر، که به معنی افزایش عدد رینولدز است، تعداد مراحل مورد نیاز برای رسیدن مدل به وضعیت پایدار، به شدت افزایش می‌یابد. بنابراین می‌توان گفت سرعت انجام شبیه‌سازی به ویسکوزیته و به عبارت بهتر به عدد رینولدز وابستگی زیادی دارد.

نکته قابل توجه در این مدل‌سازی چگونگی تعیین پارامترهای ورودی شبکه بولتزمن، به کمک خواص ماکرودینامیکی سیال و درزه می‌باشد. بدین منظور مقادیر نمو زمان و مکان در این مدل‌سازی بسیار کوچک انتخاب گردیده که موجب شد زمان انجام محاسبات تا اندازه‌ای طولانی گردد. لذا بالابردن سرعت همگرایی مدل با استفاده از روشهای عددی در افزایش کارایی آن نقش اساسی خواهد داشت و زمینه تحقیقات بعدی را فراهم می‌کند.

شبیه‌سازی جریان دورن شکستگیهای زبر نشان داد که علاوه بر زبری نسبی، مقدار همبستگی فاصله‌ای آن نیز در شدت جریا عبوری بسیار مؤثر است. بر این اساس در محدوده زبری نسبی کوچکتر از 0.25 می‌توان رابطه بین زبری نسبی و جریان عبوری را خطی در نظر گرفت که شیب آن وابسته به طول همبستگی فاصله‌ای زبری روی سطوح می‌باشد. به عبارت دیگر هرچه پارامتر زبری دارای همبستگی بیشتری روی سطوح باشد، یعنی طول همبستگی فاصله‌ای بیشتر باشد، شیب خط مورد نظر کمتر بوده و اثر زبری بر جریان کوچکتر خواهد شد. همچنین این مطالعه نشان داد که به ازای طول همبستگی فاصله‌ای مشخص رابطه تجربی لوئیس [۲] برابری خوبی با نتایج شبیه‌سازی عددی انجام شده دارد.

۷- مراجع

- McNamara, G.; Zanetti, G.; "Use of the Boltzmann equation to simulate lattice-gas automata", *Phys. Rev. Lett.* Vol. 61, p.p. 2332–2335, 1988. [۱۱]
- D'Humières, D.; Lallemand, P.; Frisch, U.; "Lattice-gas models for 3D hydrodynamics", *Europhys. Lett.* 2, 291–297, 1986. [۱۲]
- Sukop, M. C.; Trone, T. D.; *Lattice Boltzmann Modeling (An Introduction for Geoscientists and Engineers)*, Springer-Verlag publication, Berlin, Heidelberg, 2006. [۱۳]
- Rothman, D.H.; Zaleski, S.; *Lattice-Gas Cellular Automata (Simple Models of Complex Hydrodynamics)*, Cambridge University press, Cambridge, 1997. [۱۴]
- Chen, S.; Wang Z.; Shan X.W.; Doolen G.D.; "Lattice Boltzmann computational fluid dynamics in three dimensions", *J. Stat. Phys.*, Vol. 68, p.p. 379–400, 1992. [۱۵]
- Qian, Y.H.; d'Humières, D.; Lallemand, P.; "Lattice BGK models for Navier-Stokes equation", *Europhys. Lett.*, Vol. 17, p.p. 479–84, 1992. [۱۶]
- Feng, Y. T.; Han, K; Owen, D. R. J.; Coupled lattice Boltzmann method and discrete element modeling of particle transport in turbulent fluid flow: Computational issue", *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol. 72, p.p. 1111–1134, 2007. [۱۷]
- Aaltosalmi, U.; *Fluid Flow in Porous Media with the Lattice-Boltzmann Method*, Ph.D. Thesis, University of Jyväskylä, Finland, 2005. [۱۸]
- Succi, S.; *The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond*, Oxford University Press, 2001. [۱۹]
- Snow, D. T.; "Anisotropic Permeability of Fractured Media", *Water Resources Res.*, Vol.5, No. 6, p.p. 1273-1289, 1965. [۱]
- Louis, C. A; "A study of groundwater flow in jointed rock and its influence on the stability of rock masses", *Rock Mech. Res. Rep.* 10, Imperial College, London, 90 pp, 1969. [۲]
- Golf-Racht, Van, T. D.; *Fundamentals of Fractured Reservoir Engineering*, Elsevier Publishing Company, 710 pp, 1982. [۳]
- Witherspoon, P. A.; Wang, J. S. Y.; Iwai K; Gale, J. E.; "Validity of the cubic law for fluid flow in a deformable rock fracture", *Water Resources Res.* Vol. 16, No. 6, p.p. 1016-1024, 1980. [۴]
- Gutfraind, R.; Hansen, A.; "Study of fracture permeability using lattice-gas automata", *Transport Porous Media*, Vol. 18, No. 2, p.p. 131-149, 1995. [۵]
- Zhang, X.; Knackstedt, M. A.; Sahimi, M.; "Fluid flow across mass fractals and self-affine surfaces", *Physica A*, Vol. 233, p.p. 835, 1996. [۶]
- Chen, S.; Doolen, G. D.; "Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows", *Fluid Mech.*, Vol. 30, p.p. 329-364, 1998. [۷]
- Von Neumann, J.; "The Theory of Self-Reproducing Automata", Urbana, University of Illinois Press 1966. [۸]
- Wolfram, S.; "Universality and complexity in cellular automata", *Physica D* Vol. 10, p.p. 1–35, 1984. [۹]
- Frisch, U.; Hasslacher, B.; Pomeau, Y.; "Lattice-Gas Automata for the Navier-Stokes Equation", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 56, p.p. 1505-1508, 1986. [۱۰]