ارائه مدلی برای پیش بینی رفتار مخلوط های آسفالتی

رضا پور حسینی ۱ *؛ سید عبد العظیم امیر شاہ کرمی ۲

چکیدہ

تکرار بارگذاری چرخ سبب افزایش افت و خیز به علت نرم شدگی مصالح و کاهش سختی سیستم روسازی میشود. در این تحقیق میزان کاهش سختی لایه های آسفالتی با انجام تحلیل برگشتی بر روی منحنی های خیز سطح روسازی زیر بار چرخ تعیین گردید. در تحلیل برگشتی از مدل غیر خطی ویسکو – الاستوپلاستیک و روش اجزاء محدود استفاده شد. مدلسازی رفتار بتن آسفالتی با مدل ویسکو – الاستوپلاستیک به منظور بررسی کاهش سختی روسازی برای اولین بار در اینجا مورد توجه قرار میگیرد. برتری این مدل بر مدل های ویسکوالاستیک توانایی در

کلمات کلیدی

مدل ويسكو – الاستوپلاستيك، نرم شدگى مصالح، بتن آسفالتى، تحليل برگشتى

A Model for Behavior Prediction of Asphalt Mixtures

R. Pourhoseini A.; S. A. A. Shahkarami

ABSTRACT

The vehicle load repetition on the pavements leads to further deflections due to the material softening and the reduction of pavement stiffness. In this research, the stiffness reduction studied using a back analysis of surface bowls under wheel load. In this back analysis the visco-elastoplastic model and the finite element method used. There seems to be no evidence of evaluating the stiffness reduction of pavements using visco-elastoplastic modeling of asphalt concrete behavior. The results indicated that this modeling approach provides a more accurate predication of performance and useful cycle life of asphalt mixtures when compared to the visco-elastic models.

KEYWORDS

visco-elastoplastic model, material softening, asphalt concrete, back analysis

تاریخ دریافت مقاله:۱۳۸۷/۹/۲۱ تاریخ اصلاحات مقاله:۱۳۸۸/٤/۲٤

^۱ * نویســـــنده مســـــئول و اســـــتادیار، عضـــــو هیئــــت علمــــی دانشـــکده فنــــی و مهندســــی دانشـــگاه یــــزد Email: r_porhoseini@vazduni.ac.ir

^۲ دانشیار، عضو هیئت علمی دانشکده مهندسی عمران ومحیط زیست دانشگاه صنعتی امیرکبیر Email: <u>amirshah@aku.ac.ir</u>

۱– مقدمه

با انجام آزمایش های غیر مخرب (Falling Weight

F.W.D (Deflectometer، تير بنكلمن، Road Rater و انجام

آنالیز برگشتی بر اساس اندازه گیری خیزها میتوان خصوصیات مکانیکی و عملکرد لایه های روسازی را بطور غیر

مستقیم برآورد نمود، [۱]. مطالعات متعدد انجام شده بر روی مقاطع روسازی آزمایشی و در حال بهره برداری نشان داده اند که ارتباط نزدیکی بین عملکرد و خیز سطح روسازی وجود دارد، [۲]. استفاده از انحنای کاسه ای شکل بوجود آمده در زیر چرخ در مقالات علمی معتبر به منظور برآورد کیفیت لایه های روسازی مورد توجه قرار گرفته است، برای مثال [۳]. در این روش پارامتر های مکانیکی لایه های روسازی برای بهترین انطباق با نتایج میدانی تعیین می شوند. برنامه های مختلفی بدین منظور تهیه شده اند. برنامه آنالیز برگشتی VESYSBACK [۴] نمونه ای از این برنامه ها می باشد که بر اساس برنامه نمونه ای از این برنامه ها می باشد که بر اساس برنامه تئوری لایه ای برمیستر عمل می نماید.

مدلهای ویسکو – الاستوپلاستیک در مدلسازی رفتار آسفالت در مجموعه روسازی راه و پیش بینی عملکرد دراز مدت توسط محققین استفاده می شوند. به عنوان نمونه [۶] از روش ویسکو – الاستوپلاستیک در تعیین عملکرد روسازی، [۷] در تعیین شیار شدگی (Rutting) آسفالت از مدل الاستو– ویسکوپلاستیک به همراه تاثیر تغییرات دما بهره بردهاند. Uzan منظور پیش بینی گسیختگی برای آسفالت ارائه نموده است[۸]. این مدلها کرنش را به مولفه های الاستیک، ویسکوالاستیک، پلاستیک و ویسکوپلاستیک تجزیه می نمایند.

در این تحقیق ابتدا مدل ویسکو – الاستوپلاستیک مناسب برای آسفالت ارائه شده است. رویه تسلیم این مدل از [۹] انتخاب گردید. آنالیزهای عددی توسط برنامه اجزاء محدود POLYMAT انجام پذیرفت. این برنامه توسط مؤلف تهیه شده است و مدلهای غیر خطی و ویسکو – الاستوپلاستیک را نیز شامل می شود. در ادامه اعتبار این مدل در شبیه سازی رفتار خزشی بتن آسفالتی مورد بررسی قرار می گیرد و با استفاده از این مدل و آنالیز برگشتی، کاهش پارامترهای مکانیکی لایه های آسفالتی به علت عبور چرخ مشخص خواهد شد.

۲- مدل ویسکو ـ الاستو پلاستیک مورد استفاده د*ر* آنالیز بر گشتی

در مدلهای ویسکو – الاستوپلاستیک هنگامی که تنش از حد جاری شدن تجاوز میکند هم کرنش الاستیک و هم کرنش ویسکو پلاستیک بوجود میآید. فرض می شود که کرنش کل به دو جزء کرنش الاستیک، _e و ویسکو پلاستیک، \mathcal{E}_{vp} قابل تجزیه است[۱۰].

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_{vp} \tag{1}$$

آهنگ تغییرات کرنش ویسکو پلاستیک را میتوان از قانون جریان ویسکو پلاستیک تعیین نمود.

$$\dot{\varepsilon}_{vp} = \gamma \langle \Phi(F) \rangle \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} \tag{7}$$

F در (۲)، Φ تابع تنظیم کننده رشد کرنش، γ پارامتر جریان، F تابع تسلیم، Q تابع پتانسیل پلاستیک و ε_{vp} آهنگ تغییرات کرنش ویسکوپلاستیک با زمان میباشند. در مدلهای همساز F=Q است.

در مدلهای رفتاری ویسکو – الاستوپلاستیک انتخاب سطح تسلیم اولین فرض به منظور پیش بینی رفتار مصالح میباشد، هر اندازه سطح تسلیم جامع تر باشد مدل وابسته به آن نیز قویتر خواهد بود. در اینجا توابع تسلیم بر حسب تنش هیدرواستاتیک متوسط، σ_m و نامتغیر دوم تنشهای تفاضلی s نوشته شده اند. تابع تسلیم در شکل (۱) نشان داده شده است. رابطه s بر اساس تانسور تنشهای تفاضلی s_{ij} و تانسور تنش رات

$$\sigma_{m} = \frac{1}{3}\sigma_{kk} , s = \sqrt{\frac{1}{2}(s_{ij} s_{ij})} = \sqrt{\frac{1}{2}(\sigma_{ij} \sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma_{kk}^{2})} ,$$

$$i, j, k = 1, 2, 3$$
(r)





سطوح تسلیمی که با ترکیب آنها سطح تسلیم مدل شکل میگیرد عبارتند از: $F_1 = 0$ معیار تسیلم دراکر– پراگر (۱۹۵۲) که در وضعیت گسیختگی برشی فعال میگردد، $F_2 = 0$ کلاهک بیضی شکلی است که بر خط دراکر– پراگر مماس است و در وضعیت تنش های جانبی زیاد فعال خواهد شد، $F_3 = 0$ سطح تسلیم ناحیه کششی در نظر گرفته شده است. در شکل (۱)، $\sigma_m^c , k, \alpha (1)$ پارامتر های مدل میباشند

که در ادامه تعریف میشوند.

معیار تسلیم دراکر– پراگر به صورت (۴) نوشته میشود.
$$F_{1} = \alpha \, \sigma \, + s - k = 0$$
 (۴)

به ترتیب بر حسب زاویه اصطکاک داخلی arphi و ضـریب k, lpha

$$\alpha = \frac{6\sin\varphi}{\sqrt{3}(3-\sin\varphi)}, k = \frac{6C\cos\varphi}{\sqrt{3}(3-\sin\varphi)}$$
(a)

در مدل حاضر کلاهک به شکل بیضی در نظر گرفته شده است که بر خط دراکر – پراگر مماس است و از مبدأ مختصات و مقاومت فشاری σ_m^c نیز عبور میکند و با توجه به پارامترهای σ_m^c, k, α

$$F_2 = \frac{\sigma_m \left(\sigma_m - \sigma_m^c\right) + R^2 s^2}{R^2 s - R \sigma_m^c / 2} = 0 \qquad (\varepsilon)$$

$$R^{2} = \frac{\left(\sigma_{m}^{c}\right)^{2}}{4k\left(k - \alpha \sigma_{m}^{c}\right)} \tag{V}$$

برای این قسمت از سطح سیالان سخت شوندگی ایزوترپ غیرخطی مطابق با شکل(۲) در نظرگرفته شده است. در این مدل پارامتر سخت شوندگی به کرنش حجمی پلاستیک وابسته شده است. میزان تراکم اولیه با، $\overline{\mathcal{E}}_{V_0}^P$ (کرنش مؤثر حجمی پلاستیک اولیه)، مشخص شده است. با این حساب میزان افزایش تراکم به علت بارگذاری برابر است با[۱۱]:



$$\bar{\varepsilon}_{V}^{p} = \bar{\varepsilon}_{V}^{p} + \varepsilon_{V}^{p} \tag{A}$$

$$\overline{\varepsilon}_{V}^{p} = W \left[1 - \exp\left(D \sigma_{m}^{c} \right) \right]$$
(9)

ناحیـه انقطـاع کشـش $F_3 = 0$ معیـار تسـلیمی اسـت کـه در وضعیت تنش های کششی مورد استفاده قرار مـیگیـرد. سـطح تسلیم در ناحیه کشش به صورت بیضی در نظر گرفته شـد کـه از نقطــه ($s = 0, \sigma_m = \sigma_m^T$) عبــور کــرده و در نقطــه ($s = k, \sigma_m = 0$) بر معیار دراکر ـ پراگر ممـاس مـیباشـد. σ_m^T پارامتر مقاومت کششی آسفالت است.

$$F_{3} = \frac{\left(k - 2\alpha\sigma_{m}^{T}\right)}{\left(\sigma_{m}^{T}\right)^{2}} \cdot \left(\sigma_{m} + \frac{\alpha\left(\sigma_{m}^{T}\right)^{2}}{k - 2\alpha\sigma_{m}^{T}}\right)^{2} + \frac{s^{2}}{k} - \frac{\left(k - \alpha\sigma_{m}^{T}\right)^{2}}{k - 2\alpha\sigma_{m}^{T}} = 0 \qquad (1.)$$

در ادامه از روش آنالیز برگشتی بمنظور تعیین پارامتر های مدل استفاده خواهد شد.

۳- مدلسازی خزش بتن آسفالتی با مدل ارائهشده

نتایج آزمایشهای خزش نمونه های آسفالتی ارائه شده در [۱۲] به منظور اعتبار سنجی رفتار خزش در مدل ویسکو-الاستوپلاستیک پیشنهادی مورد استفاده قرار گرفت. مشخصات مصالح، قیر مصرفی و مخلوط آسفالتی بصورت جداول و منحنیها در همان مقاله مشخص شده اند.

نمونه های تهیه شده برای آزمایش خزش دارای قطر (3) نمونه های تهیه شده برای آزمایش خزش دارای قطر (3) ۱۰۲mm میباشند و توسط دستگاه (Texas Gyratory Compactor) متراکم شده اند. عمل متراکم سازی نمونه ها به گونه ای تنظیم شده تا درصد حفرات هوا (تخلخل) در کلیه نمونه ها چیزی بین ه الی درصد حفرات هوا (تخلخل) در کلیه نمونه ها چیزی بین ه الی م⁰ σ_m^0 در باشد. آزمایش های خزش آسفالت به روش سیستم ویسکو – الاستیک [۷] انجام گرفته است و تغییر شکل های نمونه در بارگذاری استاتیک (۶ الدازه گیری شده است.

شکلهای (۳) الی (۶) نتایج آزمایشگاهی و شبیه سازی عددی را در درصدهای شکستگی مختلف نشان میدهند.



شکل (۳): نتایج آزمایشگاهی و عددی خزش استاتیک مخلوط آسفالتی با ۰٪ مصالح آهکی شکسته.



شکل(٤): نتایج آزمایشگاهی و عددی خزش استاتیک مخلوط آسفالتی با ٥٠٪ مصالح آهکی شکسته.



شکل(۵): نتایج آزمایشگاهی و عددی خزش استاتیک مخلوط آسفالتی با ۸۵٪ مصالح آهکی شکسته.



شکل (۶): نتایج آزمایشگاهی و عددی خزش استانیک مخلوط آسفالتی با ۱۰۰٪ مصالح آهکی شکسته.

با توجه به شکل های (۳) الی (۶)، نتایج عددی به دست آمده از مدل برابری خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارند. براین اساس اعتبار مدل پیشنهادی برای مدل سازی رفتار خزشی آسفالت با توجه به نتایج یادشده تأیید میگردد.

شکل (۷) تغییرات یارامتر مدل در شبیه سازی خزش نمونه های مختلف را نشان میدهد. همانطور که ملاحظه میشود با افزايش درصد شكستكى يارامترهاى مدول الاستيسيته، زاويه اصطکاک داخلی، میزان چسبندگی، افزایش مییابند که ضمن تطابق با واقعیت بر درستی عملکرد و نتایج مدل دلالت دارد.











درصد شکستگی مصالح (درصد وزنی دانه های مانده برروی الک نمره ۸ که حداقل در دوجبهه شکستگی دارند) بر روی تمام پارامترهای مکانیکی مد ل اثر میگذارد، این تاثیر بر روی φ° يارامترهاى مدول الاستيسيته E و زاويه اصطكاك داخلى بیشتر میباشد.

٤- نرم شوندگی آسفالت با تکرار با*ر* گذاری

Mulgrave اندازه گیری های انجام شده از نمونه آزمایشی Mulgrave [۱۳] در مرکز تحقیقات راههای استرالیا (ARRB) توسط Collop و Collop (۱۹۹۶) به منظور آنالیز برگشتی مورد استفاده قرار گرفته است.

مشخصات کلی استفاده شده در این آنالیز برگشتی در شکل (۸) نشان داده شده است. بار چرخ ۸۳ kN میباشد که در سطح دایره ای با قطر ۳W mm و فشار یکنواخت بر روسازی اعمال میگردد.

به لحاظ اینکه منحنی خیز کاسه ای نسبت به ضریب پواسن لایه ها حساس نیست [۳]، مقدار آن در کلیه آنالیزها ثابت فرض گردید. در اینجا سیستم سه لایهای روسازی به صورت تقارن محوری و با المانهای هشت گرهای مدل سازی شد. از ضخامت نامحدود بستر ۱/۵ متر آن در مدل اجزاء محدود در نظر گرفته شده است.

	tttt	p = י/٣٧٧ <u>MPa</u>		
$\nu_= \ \boldsymbol{\cdot} / \boldsymbol{\xi}$	E =VAR.	لايه اول (أسفالت)		۱۲۰mm
v= •/۴	E =VAR.	لايه دوم (اساس)	2	۸۰۰mm
$\nu_{=} \cdot / \texttt{f}$	E =VAR.	لايه سوم (بستر)		48

شکل (۸): مشخصات کلی مقطع روسازی mulgrave، مورد استفاده در آنالیز برگشتی

با توجه به انتشار و رشد ترک ها با افزایش دفعات عبور چرخ از روی لایه آسفالت پارامترهای مکانیکی مصالح آسفالتی کاهش مییابد[۱۴]. بدین لحاظ با افزایش تعداد عبور چرخ، افت و خیز بیشتری در سیستم روسازی بوجود میآید. به کمک مدل ارائه شده در این تحقیق تغییر در پارامترهای ویسکو– الاستوپلاستیک آسفالت با گذشت زمان (تکرار بارگذاری) تعیین میشود.

به منظور تعیین میزان تأثیر گذاری پارامترهای مدل بر نتایج آنالیزها، مطالعه پارامتری (Parameter Study) انجام شده است. در این مطالعه تأثیر چهار پارامتر ($\varphi,\sigma_m^T, \mathcal{E}^p_{Vo}, C$) بر تغییر شکل مرکز بارگذاری بررسی شده است و پارامترهای Wو D بترتیب برابر ۲۰۰ /۰۰ و ۲/۹۰ فرض شده اند. شکل (۹) تأثیر این پارامترها را نشان می دهد. مطالعه پارامتری نشان می دهد نتایج آنالیزها به پارامتر زاویه اصطکاک داخلی φ و پارامتر چسبندگی D، حساسیت کمتری نسبت به دو پارامتر مقاومت کششی σ_m^T ، و کرنش پلاستیک اولیه \mathcal{E}^p_{Vo} دارد.



جدول (۱) تغییرات پارامترهای مدل ویسکو – الاستو پلاستیک آسفالت را با توجه با آنالیز برگشتی منحنی های خیز در تعداد دفعات عبور مختلف نشان میدهد.

_								
	تعداد دفعات عبور	E (MPa)	ν	σTm (MPa)	C (MPa)	εрvo×1∙-۳	φ°	γ×1۴
	())	(٢)	(٣)	(۴)	(۵)	(۶)	(V)	(^)
_	•	۶۲۵۰	۰/۴	١/٨٧	۳/۷۵	۵/۷۵	۳۵	١/٢
	1482	418.	۰/۴	۱/ • V	۲/۱۵	۵	۳۵	۱.
_	****	۷۹۸	۰/۴	۰/۵۵	١/١	۲/۷	۳۵	١٠

جدول (۱): پارامترهای مدل ویسکو الاستو پلاستیک آسفالت در دفعات عبور چرخ

اشکال (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) به ترتیب نتایج آنالیز برگشتی POLYMAT و اندازه گیری های محلی را در ۰، ۱۴۸۲۰۰ و ۳۲۳۶۰۰ عبور را نشان میدهند.



در این شکلها انطباق بسیار خوبی بین اندازه گیری ها و نتایج عددی مدل دیده میشود. جدول (۱) کاهش پارامترهای مقاومتی آسفالت با عبور چرخ را نشان میدهد.

۵- مقایسه بین نتایج آنالیز بر گشتی با POLYMAT و VESYSBACK

با مراجعه به شکل (۱۳) که نتایج آنالیز برگشتی VESYSBACK را نشان میدهد، دیده می شود مماس بر منحنی خیز در محور تقارن (r =0) موازی با محور افقی نمی باشد. این وضعیت با توجه به تقارن موجود در بارگذاری و هندسه توجیه پذیر نیست. در سازه های متقارن شیب منحنی خیز در محور تقارن صفر می باشد.



شکل (۱۳): اندازه گیری های محلی و نتایج آنالیز برگشتی منحنی کاسه ای با VESYSBACK [۴].

از طرف دیگر منحنی خیز بدست آمده از VESYS III در فواصل شعاعی ۰–۲۷۷ میلیمتر با رفتار فیزیکی روسازی برابری ندارد که میتوان به تغییر شکل های تیز در این ناحیه اشاره نمود. منحنی های خیز بدست آمده از POLYMAT. شکل های(۱۰)، (۱۱) و (۱۲) با فرم خیز واقعی هماهنگی بهتری دارند.

مقایسه ای بین تنش های کششی افقی در پایین لایه آسفالت محاسبه شده از دو برنامه POLYMAT و VESYS III انجام گردیده است. تنش های کششی بدست آمده از دو مدل در شکل (۱۴) آمده است. به علت اینکه در III VESYS آسفالت به صورت ویسکوالاستیک مدل شده است؛ صلبیت بیشتری

نسبت به مدل ویسکو – الاستوپلاستیک خواهد داشت و تنش کششی بزرگتری در مقایسه با POLYMAT نتیجه میدهد. اختلاف بین تنش های کششی در دفعات عبور بیشتر، افزایش مییابند. با مدل پیشنهادی میتوان نرم شوندگی آسفالت (انقباض محدوده الاستیک) را با گذشت زمان (تکرار بارگذاری) نشان داد در حالیکه برنامه III VESYS این قابلیت را ندارد. این مسأله برتری مدل ارائه شده بر مدلهای ویسکوالاستیک را نشان میدهد.



دو برنامه POLYMAT و VESYS III.

- ۷- مراجع
- Siddharthan, R.; Sebaaly, P. E.; Javaregowde, M. [1] "Influence of Statistical Variation in Falling Weight Deflectometers on Pavement Analysis" Transp. Res. Rec. 1377, Transp. Res. Board, Washington, D.C., p.p.57-66, (1992).
- Croney, D., "Is the Measured Deflection of A Flexible Pavement A Reliable Guide to Life Prediction and Overlay Design", Highways, surrey, England, 58 (part 1986), p.p. 24-26, (1990).
- Maestas, J. M.; Mamlouk, M. S. "Comparison of Pavement Deflection Analysis Methods Using Overlay Design" Transp. Res. Rec. 1377, Transp. Res. Board, Washington, D. C., p.p.17-25, (1991).
- Collop, A. C.; Cebon, D.; "Stiffness Reductions of Pavements Due to Cumulative Fatigue Damage", J. of Trnsp. Engrg.,122 (2), p.p.131-139, (1996).
- Kenis, W. J.; "Predictive Design Procedures : VESYS User's Manual" FHWA Rep, p.p.77-154, Washington, D. C, (1978).
- Lu, Y.; Lu, L.; Wright, P.J.; "Vsico-Elastoplastic Method for Pavemnt Performance Evaluation" Proc. Of The Institution of Civil Engineering, vol(153), p.p.227-234, (2002).
- Ali, B.; Sadek, M.; Shahrour, I.; "Elasto- Vsicoplastic Finite Element Analysis of Long Term Behavior of Flexible Pavements, Application to Rutting" International Journal Road Material and Pavement Design, vol(9/3), p.p.463-479,(2008).

۶- نتيجه گيري

مدل ویسکو – الاستوپلاستیک ارائه شده رفتار آسفالت را به گونه ای قابل قبول شبیه سازی می کند بطوریکه نتایج آنالیز برگشتی خیز روسازی با مقادیر اندازه گیری شده برابری بسیار خوبی دارند.

برنامه POLYMAT میتواند به طور همزمان کاهش پارامترهای مقاومتی آسفالت و سختی رویه های آسفالتی را با عبور چرخ نشان میدهد. این خصوصیت سبب برتری بر مدل های ویسکوالاستیک میباشد.

FOLYMAT آنالیز برگشتی انجام شده توسط برنامه POLYMAT هماهنگی بیشتری نسبت به VESYSBACK با اندازه گیریهای میدانی دارد. بنابراین تعیین عمر مفید روسازی با استفاده از نتایج برنامه POLYMAT با دقت بیشتری انجام میپذیرد.

مدل ارائه شده رفتار خزشی آسفالت را با دقت بالا شبیه سازی میکند. با توجه به جدول (۱)، با تکرار بارگذاری چرخ پارامترهای مدول الاستیسیته E مقاومت کششی σ_m^T و چسبندگی بیشترین کاهش را نشان میدهند.

Uzan, J.; "Viscoelastic-Viscoplastic Model With Damage for Asphalt Concrete" J. of Materials in Civil Engineering, ASCE, 17(5), p.p.528-534, (2005). [A]

Owen, D. R. J.; Hinton, E.; "Finite Element In Plasticity", Pineridge Press Limited, Swansea,UK, (1980).

Bathe, K. J.; ADINA – A Finite Element Program for Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis, Report AVL 82448-1, Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Tech, (revised 1978), (1975).

Yegooni, M.; Button, J. W. ;Zollinger, D. G.; "Fractals of Aggregates Correlated With Creep in Asphalt Concrete" J. Transp . Engrg. ASCE ,122 (1), p.p.22-28, (1996).

Johnson-Clark, J. R.; Vertessy, N. J.; Fossey, D. W.; [17] Smith, P. B.; Sharp, K. G.; "Data Report on Testing of Full Depth Asphalt Pavements: Mulgrave ALF Trial" Res. Rep. ARR No. 209, Australian Road Res. Board, Victoria Australia, (1991).

Ramsamooj, D. V.; Ramadam, J.; Lin G. S. "Model [*] Prediction of Rutting in Asphalt Concrete" J. Transp, Engrg, ASCE, 124 (5), p.p.448-456, (1998).

امير كبير/مهندسي عمران / سال چهل ودو / شماره ۱ / تابستان ۱۳۸۹ 🗸