

بررسی عملکرد شتاب دهنده آیتکن در تحلیل دینامیکی به روش زیرفضای تعمیم یافته یک بعدی

رضا عطارنژاد^۱؛ سیده نگار طوافزاده حقی^{۲*}؛ سید علی حسینی^۳

چکیده

در ابتدا کلیات تکنیک تحلیل دینامیکی غیرخطی به روش زیرفضای تعمیم یافته توضیح داده شده و نیاز به گسترش تحلیل با این روش پرداخته شده است. در ادامه به بررسی روش تحلیل زیرفضای یک بعدی پرداخته خواهد شد. سپس با توجه به نیاز فرآیند حل به انجام تکرار در هر گام زمانی، اصلاحات مورد نیاز بر روی مراحل حل با استفاده از شتاب دهنده آیتکن انجام گرفته است. در پایان تحلیل‌های عددی انجام شده براساس الگوریتم حل اصلاح شده، به طور خلاصه آورده شده‌اند.

کلمات کلیدی

زیرفضای تعمیم یافته یک بعدی، شتاب دهنده آیتکن، صفحه، پوسته.

Investigating Performance of Aitken Accelerator in Dynamic Analysis by One-Dimensional Generalized Subspace Method

R.Attarnejad; N. Tavafzadeh; A.Hosseini

ABSTRACT

This article investigates the performance of Aitken accelerator in analysis by one-dimensional generalized subspace method. At first, it has dealt with non-linear dynamic analysis by generalized subspace technique and the necessity of extending analysis by this method. There after one-dimensional subspace procedure is presented. According to requirement of the process to iteration in each time step, the approach is modified with the help of Aitken accelerator.

Finally, the numerical examples, according to modified algorithm, are presented.

KEYWORDS

One-Dimensional Generalized Subspace, Aitken Accelerator, Plate, Shell.

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۷/۶/۲۷

تاریخ اصلاحات مقاله: ۱۳۸۹/۱/۳۱

ⁱ عضو هیات علمی دانشگاه تهران: attarnjd@ut.ac.ir

ⁱⁱ نویسنده مسئول و کارشناس ارشد عمران - سازه - دانشگاه تهران - دانشکده فنی: negar_tavaf@yahoo.com

ⁱⁱⁱ کارشناس ارشد عمران - سازه - دانشگاه گیلان - دانشکده فنی: ali92h@yahoo.com



خاص بارگذاری و حالاتی که تغییر شکل‌های سازه بزرگ است.

۲- مفهوم عمومی کاهش ابعاد

معادله حرکت یک سیستم در حالت دینامیکی به صورت رابطه (۱) بیان می‌شود:

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = F \quad (1)$$

که در آن \ddot{U} ، \dot{U} ، U و F بردار تغییر مکان، سرعت، شتاب و بار و M ، C و K ماتریس‌های جرم، میرایی و سختی سیستم هستند.

اعمال روش کاهش عبارت است از تبدیل مختصات معادلات حرکت سیستم که برای این تبدیل، بردار تغییر مکان مجهول $U(t)$ (مرتبه n) به صورت ترکیب خطی از تغییر مکان‌های تعمیم یافته $Y(t)$ (مرتبه m) بیان می‌شود:

$$U = \Psi Y \quad (2)$$

که این عبارت نشان دهنده تبدیل مختصات سیستم است. ماتریس تبدیل Ψ دارای m بردار ستونی Ψ_i (مرتبه n) بوده که بصورت خطی مستقل و کامل هستند. با انجام تبدیل مشابه در مورد بردارهای سرعت و شتاب و با پیش ضرب نمودن هر یک از عبارت‌های دستگاه معادلات حرکت در Ψ^T ، شکل تبدیل یافته معادلات حرکت سیستم به صورت رابطه (۳) بیان می‌شود:

$$\tilde{M}\ddot{Y} + \tilde{C}\dot{Y} + \tilde{K}Y = \tilde{F} \quad (3)$$

به طوری که \tilde{M} ، \tilde{C} و \tilde{K} ماتریس‌های مربعی کاهش یافته از درجه m و \tilde{F} بردار بارهای کاهش یافته از درجه m است. مراحلی که برای کاهش ابعاد سیستم در این روش باید صورت گیرد عبارتند از:

۱- ایجاد بردارهای پایه زیرفضا

۲- معیارهای قطع تولید بردارهای پایه

۳- محاسبات ماتریس‌های تعمیم یافته و بردارهای شرایط

اولیه مربوط به گام‌های زمانی متوالی

۴- تشکیل دستگاه معادلات در زیرفضای تعمیم یافته

۵- حل معادلات و انتقال به فضای واقعی

اولین سری بردار پیشنهادی در این روش بردارهای ویژه بودند، ولی از آنجا که بهترین بردارها برای روش زیرفضای تعمیم یافته نیستند، بردارهای مختلف دیگری پیشنهاد شدند [۲]. بردارهای مختلفی برای تولید زیرفضای تعمیم یافته وجود دارند مانند بردارهای ویژه، بردارهای ریتز-ویلسون، مودهای کمانش، مشتقات مسیر، مشتقات مودال و غیره. بردارهای مورد استفاده برای ایجاد زیرفضا در این تحقیق،

حل تحلیلی سازه‌ها در اشکال خاص، شرایط مختلف بارگذاری، سخت شدگی‌های غیرمعمول و شرایط تکیه‌گاهی، به خصوص در رفتارهای غیرخطی شرایط دینامیکی محدودیت‌هایی دارد. بنابراین روش اجزا محدود به عنوان روشی که در آن چنین پیچیدگی‌هایی را می‌توان در نظر گرفت در بسیاری از موارد مورد استفاده قرار گرفته است.

از آنجا که تحلیل دینامیکی در حالت غیرخطی یک تحلیل تکراری - افزایشی است که بر اساس مدل اجزا محدود با استفاده از تعداد زیادی از المان‌ها است، بنابراین در تحلیل‌های واقعی با یک سیستم بزرگ معادلات تعادل همزمان که براساس تعادل در هر یک از گره‌های متصل کننده المان‌ها بنا شده است، رو به رو خواهیم بود که بخصوص در مسایل غیرخطی و وابسته به زمان صرف هزینه و زمان زیادی می‌خواهد.

در بسیاری از موارد تعداد زیاد درجه آزادی (دستگاه‌های بزرگ معادلات)، نه به علت پاسخ پیچیده مورد انتظار بلکه به دلیل توپولوژی سیستم و یا تغییرات سریع خصوصیات فیزیکی تعریف می‌شود [۱]. این موضوع اساس روش‌های کاهش درجات آزادی سیستم بدون از دست دادن دقت قابل قبول بازتاب‌ها است.

عمل کاهش ابعاد فضای اولیه سیستم به یک زیرفضا، در حقیقت یک نوع تصویرسازی است که با یک تبدیل خطی $Z=TX$ ، از یک فضا به یک زیرفضا صورت می‌گیرد. X یک بردار دلخواه n بعدی و Z تصویر آن در زیرفضای m بعدی است. بنابراین ماتریس تصویر کننده T ، از n بردار m بعدی تشکیل شده است.

ولی، عمل تصویرسازی همواره با از دست دادن اطلاعات همراه است. به عنوان مثال نمی‌توان یک خانه را فقط از روی تصویر افقی آن ساخت. بنابراین باید در نظر داشت که عمل کاهش فضای اولیه سیستم همواره با خطا همراه خواهد بود. تلاش برای حداقل نمودن این خطا، باعث بوجود آمدن روش تحلیل در زیرفضای یک بعدی شده است. در این روش با مجزاسازی معادلات تعادل دینامیکی همزمان سیستم، به جای حل m معادله تعادل همزمان، m معادله تعادل مجزای یک بعدی حل خواهد شد.

چون برای اصلاح جواب حاصل از حل معادلات تعادل مجزای سیستم نیاز به یک راه حل تکراری خواهد بود، برای ایجاد شیوه‌ای قابل رقابت با روش‌های معمول تحلیل، تعداد این تکرارها باید به حداقل کاهش یابد. به خصوص در شرایط

بردارهای ریتز است [۳]. مرحله اول برای تعیین این مجموعه بردارهای متعامد، تعیین توزیع مکانی بردار بارگذاری سیستم است. اولین بردار ریتز نشان دهنده پاسخ استاتیکی سیستم در مقابل بردار بار F است [۴]. در مرحله بعد، بردار بدست آمده به صورت (۴) و (۵) نسبت به بردار جرم نرمالیزه [۵] می‌شود:

$$\Psi_1 = U_1 / \|U_1\|_M \quad (4)$$

$$\|U_1\|_M = (U_1^T M U_1)^{1/2} \quad (5)$$

در تعیین بردار اول ریتز از بردارهای دینامیکی که در تحلیل دخالت دارند، صرف‌نظر می‌گردد. این بردار خطا در مرحله بعد به عنوان بردار بارگذاری بر سیستم اعمال شده و به این ترتیب بردارهای ریتز بعدی محاسبه می‌شوند. در واقع در پاسخ‌های استاتیکی، در هر گام نرم‌های دینامیکی حذف شده‌اند که در گام بعد به عنوان بردار بارگذاری اعمال شده و به همین ترتیب بردارهای ریتز بعدی محاسبه می‌گردند.

چون بردارهای پایه باید مستقل و کامل باشند در هر مرحله بردار ریتز به دست آمده باید بر بردارهای قبلی عمود شود تا مولفه‌های بردار جدید که در جهت بردارهای قبل است، حذف شوند. برای ارتقاء خصوصیات پایداری روش، می‌توان در هر گام از بردار استاتیکی به هنگام شده به جای بردار ریتز قبلی استفاده نمود.

بردارهای ریتز محاسبه شده، شامل بخش اصلی پاسخ سیستم یعنی تغییر مکان ماندگار ناشی از بارگذاری هستند. از معیارهایی به‌طور همزمان برای قطع تولید بردار ریتز استفاده می‌گردد که عبارتند از [۵]:

$$\varepsilon_f = \frac{|f^T (f - f_m)|}{f^T f} \quad (6)$$

$$\varepsilon_M = 1 - \frac{\sum_{i=1}^m (\bar{M}^T \Psi_i)^2}{\sum_{i=1}^n M_i} \quad (7)$$

که f بردار بارگذاری سیستم و بردار \bar{M} برداری است که عناصر آن \bar{M}_i است. مقادیر \bar{M}_i و f_m از روابط (۸) و (۹) به دست می‌آیند:

$$f_m = \sum_{i=1}^m (f^T M \Psi_i) \Psi_i \quad (8)$$

$$\bar{M}_i = \sum_{j=1}^n M_{ij} \quad (9)$$

۳- خطا در زیرفضای تعمیم یافته

همان‌طور که در مقدمه اشاره شد، تصویرسازی در زیرفضا همیشه با خطا همراه است [۶]. خطای تغییر مکان در

عمل تصویرسازی شامل دو مولفه است که عبارتند از [۷]:
الف- مولفه خارج از (عمود بر) زیرفضای تعمیم یافته که نشان دهنده آن بخش از بردارهای پایه مولد فضای برداری اصلی است که در دسته بردارهای مولد زیرفضای تحلیل قرار ندارند و نمایانگر بخش از دست رفته اطلاعات سیستم تحت اثر تصویرسازی فضای برداری بر زیرفضای تعمیم یافته است. تنها عامل موثر بر این بخش از خطای تحلیل، نحوه انتخاب بردارها مولد زیرفضا و خصوصیات این بردارهای پایه با توجه به ویژگی‌های فیزیکی و بردار بارگذاری وارد بر سیستم (که ترسیم کننده پاسخ سیستم هستند)، خواهد بود.

ب- مولفه داخل زیرفضای تعمیم یافته که نه تنها به بردارهای پایه مولد زیرفضا و سختی سیستم بلکه به روش تحلیل و حتی گام زمانی انتخابی نیز بستگی دارد. این مولفه در حقیقت ناشی از درگیری معادلات تعادل دینامیکی سیستم در زیرفضای تعمیم یافته است بنابراین اگر بتوان معادلات تعادل دینامیکی همزمان سیستم را مجزاسازی (Decouple) نمود، (مانند حالت استفاده از بردارهای ویژه سیستم تعمیم یافته) این مولفه خطا حذف می‌شود [۷].

۴- تحلیل در زیرفضای یک بعدی

در حالت عمومی کاهش ابعاد زیرفضا و زمانی که بردارهای پایه فقط نسبت به ماتریس جرم متعامد هستند، ماتریس سختی سیستم کاهش یافته پر بوده و دستگاه معادلات حرکت سیستم در زیرفضای تعمیم یافته به صورت مجزا نشده باقی می‌ماند. در صورتی که اثر عناصر غیرقطری ماتریس‌های سختی و میرایی سیستم کاهش یافته را در تحلیل نادیده گرفت و دستگاه معادلات را مجزا فرض کرد و پس از انجام تحلیل اثر این عوامل در پاسخ سیستم آورده شود، الگوریتم تحلیل در زیرفضای تعمیم یافته براساس بردارهای ریتز از لحاظ حجم محاسبات کارایی بردارهای ویژه را خواهد داشت، بدون این که محاسبات سنگین حل مساله ویژه را به همراه داشته باشد.

براین اساس با انتقال سیستم معادلات به زیرفضا و حذف اعضای غیرقطری، معادلات تعادل بطور مجزا و در حالت یک بعدی حل خواهند شد. این بدان معناست که بجای حل n معادله تعادل همزمان، m معادله تعادل مجزا حل گردد. پس از حل، تغییر مکان‌ها برای دخالت دادن اعضای غیرقطری به صورت رابطه (۱۰) اصلاح می‌گردند [۷]:

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_1 + \Lambda \bar{U}_1 + \bar{\Lambda} \bar{U}_0 \quad (10)$$

در رابطه (۱۰) \bar{U}_1 دارای پاسخ‌های مربوط به سیستم کاهش یافته با صرف نظر نمودن از عناصر غیرقطری ماتریس‌های

که i شماره تکرار است. در نزدیک همگرایی، C_i تا اندازه‌ای ثابت می‌ماند. با جایگزین کردن i با $i+1$ و حذف C و سپس حل معادله برای α خواهیم داشت:

$$\alpha \approx \frac{X_i X_{i+2} - X_{i+1}^2}{X_{i+2} - 2X_{i+1} + X_i} = X_{i+2} - \frac{(\Delta X_{i+1})^2}{\Delta^2 X_i} \quad (14)$$

به علت تفاوت درجه دو در معادله (۱۴) که می‌تواند به صورت یک تفاوت مرکزی بیان شود، این شیوه به نام شیوه δ^2 Aitken خوانده می‌شود.

همان‌طور که در ضمیمه (۱) نشان داده شده است، معادله (۱۰) به صورت خطی همگرا می‌شود. بنابراین از معادله (۱۴) برای سرعت دادن به این شیوه حل می‌توان استفاده نمود. در این‌گونه معادلات، رابطه (۱۴) به صورت رابطه (۱۵) بازنویسی می‌شود:

$$X_i^{(r)} \approx X_{i+2}^{(r)} - \frac{(\Delta X_{i+1}^{(r)})^2}{\Delta^2 X_i^{(r)}} \quad r=1,2,\dots,m \quad (15)$$

Γ اجزای بردار وابسته و i شماره تکرار را تعریف می‌کنند. این روش بسیار ساده بوده و در حل‌های تکراری سرعت همگرایی را با کارایی مناسبی ارتقاء دهد.

۶- بررسی کارایی شتاب دهنده آیتکن

برای بررسی کارایی روش پیشنهادی، نرم‌افزاری به کمک زیربرنامه‌های موجود [۹] و براساس الگوریتم حل، نوشته شد و مثال‌هایی به شرح زیر مورد بررسی قرار گرفت.

۶-۱- مثال شماره یک:

در این مثال سقف استوانه‌ای شکل با تکیه‌گاه دو طرف مفصلی به مشخصات زیر تحت بارگذاری سینوسی قرار می‌گیرد:

ابعاد سقف: شعاع $7/6$ متر، ضخامت 0.076 سانتیمتر، زاویه بازشدگی 40 درجه، طول $15/20$ متر (شکل شماره (۱)) و بارگذاری $f(t) = 0.005 \sin(0.75t)$

مشخصات مواد: $\nu = 0.3$ ، $\sigma_{0x} = 30.0$ ، $\sigma_0 = 40.0$ و $\sigma_{045} = 35.0$ ، $G_{xy} = G_{xz} = G_{yz} = 11540.00$ ، $\tau_{012} = 20.2$ و $E_x = E_y = 30000.0$ ، وزن مخصوص 0.003 ، واحدها m و MN است.

سختی و میرایی، \bar{U}_1 پاسخ مربوط به سیستم کاهش یافته با در نظر گرفتن اثر عناصر غیرقطری ماتریس‌های سختی و میرایی و \bar{U}_0 تغییر مکان اولیه است. اجزای ماتریس‌های $\bar{\Lambda}, \Lambda$ در اعضای قطری برابر صفر و در اعضای غیرقطری به صورت رابطه (۱۱) و (۱۲) تعریف می‌شوند:

$$k_{ij}^{nl} = \frac{-\frac{\tau^2}{4} \Psi_i^T K_1 \Psi_j - \frac{\tau}{2} \Psi_i^T C \Psi_j}{1 + \frac{\tau^2}{4} \Psi_i^T K_1 \Psi_i + \frac{\tau}{2} \Psi_i^T C \Psi_i} \quad (11)$$

$$\bar{k}_{ij}^{nl} = \frac{-\frac{\tau^2}{4} \Psi_i^T K_0 \Psi_j + \frac{\tau}{2} \Psi_i^T C \Psi_j}{1 + \frac{\tau^2}{4} \Psi_i^T K_1 \Psi_i + \frac{\tau}{2} \Psi_i^T C \Psi_i} \quad (12)$$

که τ گام زمانی انتخابی است.

هدف تعیین \bar{U}_1 بر مبنای \bar{U}_1 حاصل از سیستم معادلات حرکت مجزا بدست آمده، به این ترتیب یک راه حل تکراری برای تحلیل رابطه بازگشتی فوق خواهیم داشت که در تکرار اول $\bar{U}_1 = \bar{U}_1$ است و معادلات مربوط به هر تکرار در رابطه تکراری مرحله بعد قرار داده می‌شود. بنابراین در این مرحله برای اصلاح بردار تغییر مکان نیاز به تکرارهایی است که بخصوص در مسائل غیرخطی هندسی شدید، تعداد این تکرارها بر سرعت بسیار تاثیرگذار خواهد بود. چنانچه بتوان به گونه‌ای تعداد این تکرارها را به حداقل ممکن کاهش داد، کارایی الگوریتم در مسائل غیرخطی بسیار بالا خواهد رفت [۳].

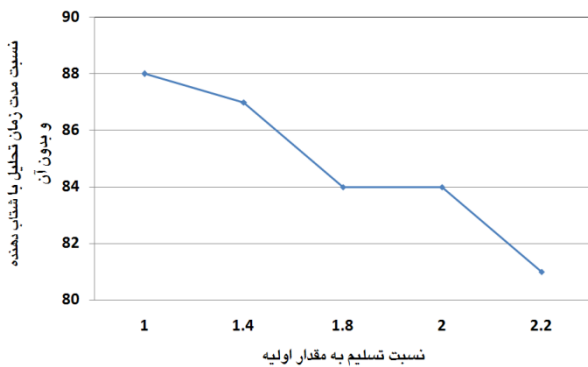
۵- شتاب دهنده آیتکن

فرآیند تکراری در اصلاح بردار تغییرمکان آورده شده در معادله (۱۰) بخصوص در تحلیل‌های غیرخطی هندسی، یکی از زمان‌برترین قسمت‌های حل است. بنابراین کارایی روش تحلیل، بستگی به تعداد این تکرارها خواهد داشت. هر روشی که بتواند تعداد تکرار مورد نیاز برای رسیدن به همگرایی را به حداقل برساند، کارایی را بالا می‌برد. بنابراین یکی از موثرترین و ساده‌ترین شیوه‌های شتاب بخشی به فرآیندهای حل تکراری با نام شتاب‌دهنده آیتکن در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته است [۸]. در این روش با محاسبه سه بردار تکرار ابتدایی می‌توانیم، جوابی با دقت بسیار بالا و نزدیک به جواب واقعی به دست آوریم.

این شتاب‌دهنده برای فرآیندهای تکراری که به صورت خطی همگرا می‌شوند به کار می‌رود. وقتی یک فرآیند به طور خطی همگرا می‌شود [۸]:

$$\alpha - x_{i+1} = C_i (\alpha - x_i) \quad |C_i| < 1 \quad (13)$$



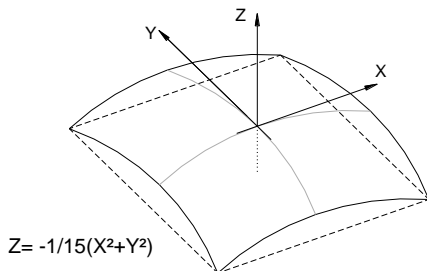


شکل (۴): نسبت مدت زمان تحلیل با استفاده از شتاب دهنده و بدون آن

۶-۲- مثال شماره دو:

در این مثال رفتار پوسته دارای تکیه‌گاه گیردار سرتاسری با مشخصات زیر، تحت بار گسترده سینوسی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

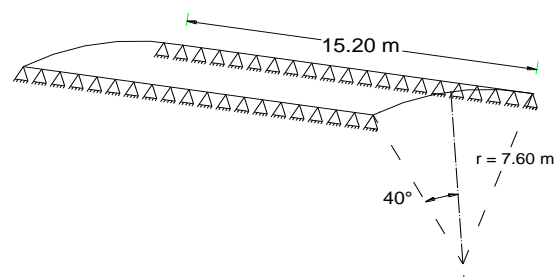
ابعاد پوسته: ۶ متر در ۶ متر با ضخامت ۰/۱۲ سانتیمتر. اگر مبدا مختصات در مرکز پوسته قرارداده شود، ارتفاع هر نقطه روی پوسته برابر است با: $z = -1/15(x^2 + y^2)$ ، (شکل (۵))



شکل (۵): پوسته دارای تکیه‌گاه سرتاسری

مشخصات مواد: وزن مخصوص ۰/۰۰۳،
 $G_{xy} = G_{xz} = G_{yz} = 76900.0$ ، $E_x = E_y = 200000.0$ ، $\nu = 0.3$
 $\sigma_{0x} = 30.0$ ، $\sigma_{0y} = 40.0$ ، $\sigma_{045} = 345.0$ و
 $\tau_{013} = \tau_{012} = \tau_{023} = 144.0$ با واحدهای m و MN است.
 تغییر مکان جسم تحت بار $f(t) = 3.5 \sin(0.75t)$ در شکل (۶) نشان داده شده است.

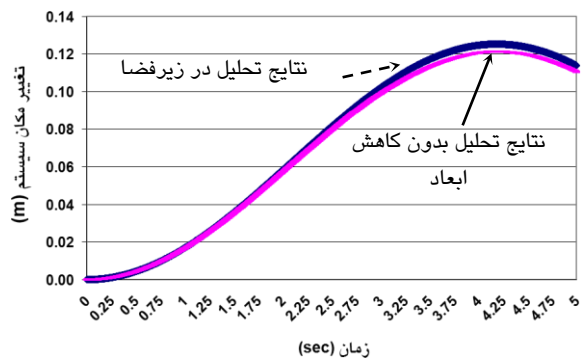
همانند مثال قبل، برای نشان دادن مقدار کارایی شتاب‌دهنده جسم تحت بارگذاری‌های متعدد برای انجام تغییرشکل‌های بزرگ قرار می‌گیرد و مدت زمان تحلیل با شتاب دهنده و بدون آن، بر حسب میزان بار وارده در شکل (۷) مقایسه شده است. همچنین مشخصات تسلیم جسم با افزایش‌های متعدد مورد بررسی قرار گرفته است که نتایج برای بار حداکثر ۵/۵ در شکل (۸) نشان داده شده است.



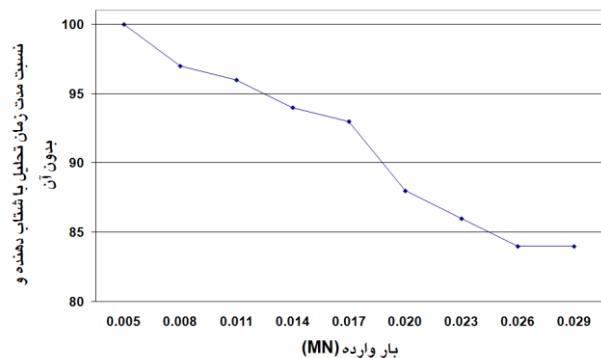
شکل (۱): هندسه سقف و ابعاد

تغییر مکان جسم تحت بار وارده در شکل (۲) نشان داده شده است. سپس برای بررسی عملکرد شتاب دهنده آیتکن، سیستم در شدت بارهای مختلف و تغییر مکان‌های بسیار بزرگ مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج براساس نسبت مدت زمان تحلیل با استفاده از شتاب دهنده و بدون آن برحسب بار وارده در شکل (۳) آورده شده است.

همچنین برای بررسی اثر متقابل تنش تسلیم و شتاب دهنده آیتکن، نتایج بدست آمده از تغییرات تنش تسلیم ماده، برای ماده‌ای که تسلیم آن ۰/۰۴، ۰/۰۸، ۰/۱۰ و ۰/۱۲ درصد بیشتر از تسلیم واقعی ماده باشد، در مقدار بار حداکثر ۰/۰۲۰ در شکل (۳) ارائه گردیده است.



شکل (۲): تغییر مکان سیستم



شکل (۳): نسبت مدت زمان تحلیل با استفاده از شتاب دهنده و بدون آن

تحلیل دخالت کرده و جسم بر اثر بار وارده، تغییر مکان‌ها و تنش‌های بزرگی را تجربه می‌کند. علت اصلی این موضوع می‌تواند افزایش تنش‌ها و وارد شدن تنش‌های برشی و خمشی در معادله سازنده سختی و رشد اعضای غیرقطری ماتریس سختی سازه باشد.

نمودارها بیانگر آن است که هر چه سیستمی تحت بارگذاری یکسان بتواند تنش‌های بزرگتری را تجربه کند، به این معنا که تنش تسلیم آن بالاتر رود، اثر شتاب دهنده مورد استفاده بیشتر است.

پس از تسلیم اکثریت المان‌ها، به این علت که تغییرات ماتریس سختی کند می‌شود، درصد کاهش زمان تا اندازه‌ای متوقف شده و تفاوت زیادی نخواهد کرد.

کاهش زمان بدست آمده براساس سیستم مورد بررسی متفاوت بوده و حداکثر درصد به دست آمده برای کاهش مدت زمان حل برابر با ۲۰٪ است.

۸- ضمیمه (۱)

معادله اصلاح تغییر مکان (۱۰) به صورت رابطه (۱۶) بازنویسی می‌شود:

$$\bar{U}_1^{(n)} = \Lambda \bar{U}_1^{(n-1)} + U \quad (16)$$

که در آن U نشان دهنده آن بخش از تکرار است که مقدار ثابتی دارد. بنابراین، خطا در تکرار n ام به صورت رابطه (۱۷) نوشته می‌شود [۶]:

$$\varepsilon_n = \bar{U}_1^{(n)} - U_t \quad (17)$$

که U_t جواب حقیقی معادله است. حال اگر معادله (۱۷) به صورت رابطه (۱۸) بازنویسی شود:

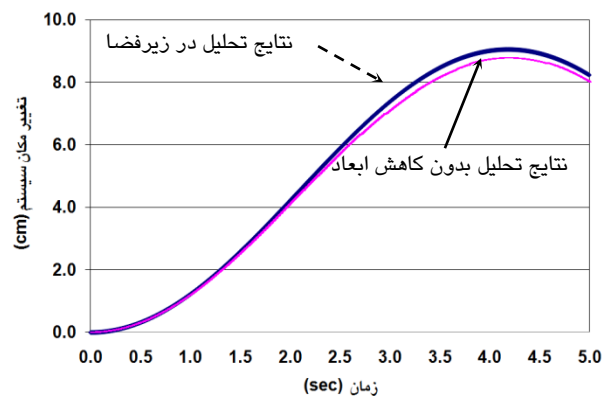
$$\varepsilon_n = \Lambda \bar{U}_1^{(n-1)} + U - U_t \quad (18)$$

از آنجا که U_t در معادله (۱۶) را صادق است، رابطه (۱۸) به صورت رابطه (۱۹) نوشته می‌شود:

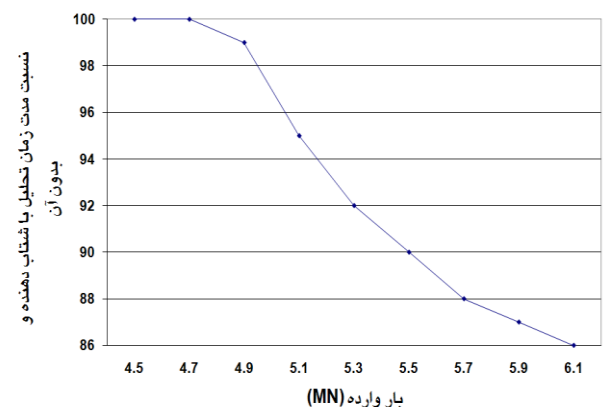
$$\varepsilon_n = \Lambda \bar{U}_1^{(n-1)} + U - \Lambda U_t + U = \Lambda \bar{U}_1^{(n-1)} - \Lambda U_t = \Lambda \varepsilon_{n-1} \quad (19)$$

بنابراین تکرار اگر همگرا شود، به صورت خطی همگرا می‌شود. برای بررسی همگرایی به مرجع شماره [۷] مراجعه شود.

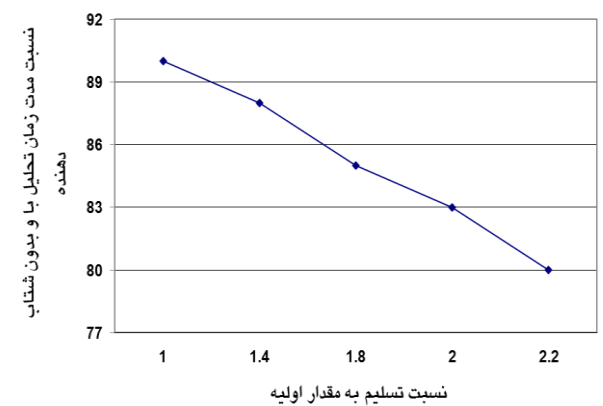
۹- مرجع



شکل (۶): تغییر مکان سیستم (cm)



شکل (۷): کارایی شتاب دهنده تحت اثر بار



شکل (۸): کارایی شتاب دهنده با توجه به تسلیم

۷- نتیجه

نتایج نشان می‌دهند که جسم مدل شده به روش توصیف شده نرم‌تر از جسم مدل شده بدون کاهش ابعاد فضا است. ولی روش ارائه شده دقت خوبی دارد.

اصلاح انجام شده با شتاب دهنده، در مواقعی کاربرد واقعی خود را نشان می‌دهد که عوامل غیرخطی براساس هندسه در



- Vtku, S.; Clemente, J.L.M. and Salama, M. ; [٦] “*Errors in Reduction Methods*“, Computers and structure , Vol. 21 ,1985.
- Heravi Gh.R.; Attarnejad R.; “*Non-linear Dynamic Analysis Using One-dimentional Update Subspaces*“, Engineering Computations, Vol. 21, No. 8, 2004, pp.848-866. [٧]
- Ralston A.; Rabinowitz P.; “*A First Course in Numerical Analysis*“, 2nd. Ed., McGraw-Hill ,New York, 1978. [٨]
- Hinton E.; Owen D.R.J; *Finite Element Software for Plates and Shells*, Pine ridge Press Limited, 1984. [٩]
- Noor A.K.; “*Recent Advantages and Applications of Reductions Methods*“, Applied Mechanics Review, Vol. 47 No. 5 ,1994. [١]
- Wilson, E.L., Yuan, M. and Dickens, J.M.; “*Dynamic Analysis by Direct Superposition of Ritz Vectors*“,Earthq. Eng. Struct. Dyn., Vol. 10, 1982. [٢]
- Tavafzadeh, S.N. ; “ *Non-Linear Dynamic Analysis of Plates and Shells by Modified One Dimensional Generalized Subspace*” , M.S. dissertation supervised by Attarnejad, R.Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering , University of Tehran, Tehran. [٣]
- Xia, H. and Humar, J.L.; “*Frequency Dependent Ritz Vectors*“, Earthq. Eng. Struct. Dyn., Vol. 21, 1992. [٤]
- Joo K.; Wilson E.L.; Leger P.; “*Ritz Vectors and Generation Criteria for Mode Superposition Analysis*“, Earthq. Engng. Strct. Dyn., 18, 149-167, 1989. [٥]

