

# کنترل تغییر شکل دینامیکی قاب بتن آرمه تحت بار زلزله با استفاده از لایه پیزوالکتریک

محمود ربانی بیدگلی<sup>۱\*</sup>، مسعود کارگر<sup>۱</sup>، حمید مظاهری<sup>۱</sup>

۱- گروه مهندسی عمران، واحد خمین، دانشگاه آزاد اسلامی، خمین، ایران

۲- گروه مهندسی عمران، واحد جاسب، دانشگاه آزاد اسلامی، جاسب، ایران

## چکیده

مواد پیزوالکتریک نوعی از مصالح هوشمند می‌باشند که به دلیل خصوصیات فوق‌العاده همانند تبدیل انرژی مکانیکی به الکتریکی و بالعکس مورد توجه پژوهشگران زیادی در علوم مهندسی مختلف قرار دارند. امروزه استفاده از این مصالح، برای کنترل تغییر شکل، کاهش نوسان و کنترل فعال سازه‌ها در صنعت ساختمان رو به افزایش می‌باشد. در این مقاله، به تعیین و کنترل تغییر شکل دینامیکی یک قاب بتنی یک دهانه با پوشش لایه پیزوالکتریک روی تیر و ستون‌ها تحت بار لرزه‌ای پرداخته می‌شود. به منظور کنترل تغییر شکل دینامیکی قاب بتنی، از یک کنترل‌کننده تناسبی- مشتقی استفاده شده است بدین شکل که یک لایه پیزوالکتریک در نقش محرک و یک لایه در نقش سنسور در نظر گرفته می‌شود. معادلات حاکم بر اجزا تیر و ستون قاب بتنی با استفاده از تئوری برشی مرتبه بالا، محاسبه روابط انرژی، اعمال اصل همپلتون و در نظر گرفتن ولتاژ اعمالی بر مصالح پیزوالکتریک به دست می‌آیند. جهت کوپل کردن معادلات بدست آمده برای تیر و ستون، از شرایط مرزی پیوستگی در نقاط اتصال تیر به ستون‌ها به یکدیگر استفاده می‌شود. به منظور حل عددی معادلات کوپل شده دینامیکی، از روش عددی تفاضلات مربعی استفاده شده است در این روش، معادلات دیفرانسیلی به معادلات جبری تبدیل شده و در نهایت به کمک روش نیومارک، تغییر شکل دینامیکی قاب بتنی بر حسب زمان محاسبه می‌گردد. بعد از صحت‌سنجی نتایج، اثر پارامترهای مختلفی همچون ولتاژ اعمالی به لایه پیزوالکتریک، کنترل‌کننده از نوع پیزوالکتریک، ضخامت لایه پیزوالکتریک و اثرات ترکیبی آنها بر تغییر شکل دینامیکی بررسی شد. در اینجا، مقادیر بهینه پارامترهای کنترل‌کننده شامل ضریب تناسب و ضریب مشتق به ترتیب برابر با  $3/824$  و  $5/812$  به دست آمدند. نتایج نشان می‌دهد برای تعداد نقاط شبکه ۱۵، تغییر شکل دینامیکی بدست آمده از روش تفاضلات مربعی همگرا می‌شود. همچنین، اگر از یک کنترل‌کننده از نوع پیزوالکتریک استفاده شود، دامنه نوسانات تغییر شکل به شدت کاهش یافته و زمان میرایی سیستم کوتاه‌تر خواهد شد. به عبارت دیگر استفاده از کنترل‌کننده به ترتیب منجر به کاهش ۷۲ و ۶۵ درصدی تغییر شکل دینامیکی جانبی و قائم قاب می‌شود. همچنین مشاهده شد، که تغییر شکل دینامیکی جانبی قاب در حالتی که فقط ستون‌ها لایه پیزوالکتریک دارند کمتر از حالتی است که فقط تیر لایه پیزوالکتریک دارد در حالی که این موضوع برای خیز دینامیکی قائم قاب بالعکس می‌باشد.

## کلمات کلیدی

تغییر شکل دینامیکی، قاب بتنی، روش عددی، کنترل‌کننده پیزوالکتریک، مدل‌سازی ریاضی

\* M.rabanibidgoli@gmail.com, mahmood.rabanibidgoli@iau.ac.ir

امروزه مدل‌های مکانیک پیوسته به طور وسیعی برای مدل‌سازی ریاضی سازه‌ها کاربرد دارد. اما در زمینه مدل‌سازی ریاضی المان-های بتنی مورد استفاده در سازه‌ها همانند تیرها و ستون‌ها، با استفاده از روش انرژی مبتنی بر تئوری الاستیسیته، پژوهش‌های محدودی انجام شده است. جعفریان آرانی و همکاران در سال ۲۰۱۶ [۱] کمانش تیرهای بتنی تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی را با تئوری‌های تیر اوپلر-برنولی و تیموشنکو شبیه‌سازی کردند. با استفاده از تئوری مقاله قبل، صفری بیلویی و همکاران [۲] به تحلیل کمانش ستون بتنی مقاوم شده با لایه FRP پرداختند. آنها نتیجه گرفتند که وجود لایه FRP تا حد زیادی بار کمانشی را کاهش می‌دهد. اربابی و همکاران در سال ۲۰۱۷ [۳] کمانش ستون‌های تقویت‌شده با نانو ذرات سیلیس تحت میدان الکتریکی را مورد بررسی قرار دادند. زمانیان و همکاران در سال ۲۰۱۷ [۴] اثر انباشتگی روی رفتار کمانش ستون‌های بتنی تقویت‌شده با نانو ذرات سیلیس را مورد بررسی قرار دادند. محمدیان و همکاران در سال ۲۰۱۷ [۵] به آنالیز دینامیکی تیرهای بتنی تقویت‌شده با نانوذرات اکسید آهن تحت میدان مغناطیسی به کمک تئوری مرتبه بالای هاپربولیک پرداختند. آنها به این نتیجه رسیدند که میدان مغناطیسی حدود ۵۴ درصد خیز دینامیکی سازه را کاهش می‌دهد. شریفی و همکاران در سال ۲۰۱۸ [۶] به بررسی خیز دینامیکی ناشی از بار لرزه‌ای در تیرهای بتنی حاوی نانوذرات اکسید تیتانیوم پرداختند. تحلیل دینامیکی تیرهای بتنی حاوی نانوذرات تحت بار انفجاری توسط عزمی و همکاران [۷] در سال ۲۰۱۹ انجام شد. آنها از تئوری سینوسی برشی برای مدل کردن سازه استفاده نموده و نشان دادند که وجود نانوذرات، خیز دینامیکی سازه را کاهش می‌دهد.

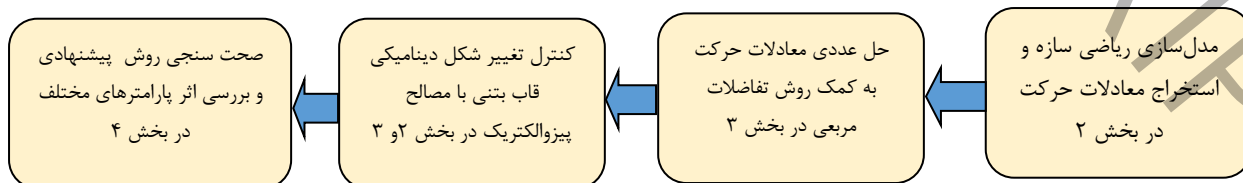
در زمینه تحلیل رفتار دینامیکی قاب‌های بتنی، لیو و ژانگ [۸] رفتار لرزه‌ای قاب‌های نزدیک گسل به دلیل رانش گسل را با استفاده از روش موج خمشی و مدل ویسکوالاستیک تحلیل نمودند. تحلیل دینامیکی ناشی از باد و زلزله روی قاب‌های فولادی تحت آتش توسط مازا [۹] انجام شد. از نتایج مهم این کار آن بود که قاب تحت دمای ۵۰۰ درجه سانتی‌گراد دچار آسیب می‌شود. پاولتره و همکاران [۱۰] به تعیین و تخمین آسیب لرزه‌ای در قاب‌های بتنی با مقاومت بالا پرداختند. لارسن و همکاران [۱۱] به بررسی احتمال تخریب قاب‌های بتنی تحت زلزله پرداخته و به این نتیجه رسیدند که محصور کردن سازه می‌تواند تا ۱۲ درصد این خطر را کاهش دهد. سید و همکاران [۱۲] مقاومت لرزه‌ای قاب بتنی تقویت‌شده با میلگرد تحت بارهای ناگهانی انفجاری در یک ساختمان واقع در ابوظبی را بررسی نمودند. تحلیل تاریخچه زمانی قاب‌های بتنی با طبقات نرم در طبقات سوم، ششم، نهم و دوازدهم توسط محمود و همکاران [۱۳] انجام شد. سیپوس و همکاران [۱۴] به تقویت قاب‌های بتنی با استفاده از تراشه‌های سنگ در برابر بار لرزه‌ای پرداختند. آنها به این نتیجه رسیدند که تعداد طبقات، نسبت سطح قاب تقویت‌شده به سطح کل طبقه و تغییرات شتاب زمین پارامترهای تاثیرگذار روی اثر بار لرزه‌ای بر سازه بتنی هستند. ونگ و همکاران [۱۵] به تحلیل دینامیکی و میرایی غیرخطی قاب‌های بتنی تحت بار لرزه‌ای پرداختند. آنها نتیجه گرفتند که وجود میراگر می‌تواند نسبت میرایی سازه را تا ۴۵ درصد افزایش دهد. آسیب و خرابی در قاب‌های بتنی با استفاده از الگوریتم وزنی توسط سو و همکاران [۱۶] مورد بررسی قرار گرفت. آنها با چینش میلگردها در قاب، نتیجه گرفتند که قاب بتنی می‌تواند تا حدود ۸ برابر مقاومت طراحی، در برابر آسیب و گسیختگی تحمل داشته باشد. تحلیل دینامیکی قاب‌های بتنی شامل کامپوزیت‌های سیمانی ساده و انعطاف‌پذیر توسط یو و همکاران [۱۷] انجام شد. آنها اثبات کردند که مقاومت لرزه‌ای سازه شامل کامپوزیت‌های سیمانی ساده و انعطاف‌پذیر بهتر از قاب بتنی معمولی می‌باشد. شا و همکاران [۱۸] تحلیل دینامیکی و شبه استاتیک قاب‌های بتنی پیش‌ساخته با اتصالات خشک با کارایی بالا را مورد بررسی قرار دادند. آنها از روش آزمایشگاهی برای این کار استفاده کرده و نتیجه گرفتند که سرعت و جابجایی اولیه غیر صفر تاثیر شایانی در روی تحلیل دینامیکی سازه دارد.

در پژوهش‌های اشاره شده قبلی، مبحث هوشمندسازی سازه مطرح نبوده است. امروزه استفاده از مواد هوشمند در سازه‌های بتنی و سایر سازه‌ها، یکی از موضوعات و ایده‌های جدیدی است که بسیاری از محققان به دنبال آن هستند. به کمک این مواد می‌توان رفتار دینامیکی یک سازه را کنترل نموده و از آسیب و گسیختگی آن جلوگیری نمود. تزو و گاداره [۱۹] پوسته‌های استوانه‌ای پوشش داده شده با لایه‌های پیزوالکتریک را مورد بررسی قرار دادند. در این پژوهش از تئوری برشی مرتبه بالا برای بدست آوردن معادلات حاکم استفاده شد. شنگ و وانگ [۲۰] به تحلیل کمانش و ارتعاشات ترمومکانیکی پوسته‌های استوانه‌ای پیزوالکتریک پرداختند. آنها از تئوری میندلین برای بدست آوردن معادلات حاکم بر سازه استفاده نموده و به کمک یک روش تحلیلی به محاسبه بار

کمانشی و فرکانس سیستم پرداختند. ارتعاشات آزاد پوسته های استوانه‌ای جداسازی شده با لایه‌های پیزوالکتریک در حالت سه بعدی توسط علی بیگلو و کانی تحلیل [۲۱] گردید. در این کار از روش تفاضلات مربعی برای بدست آوردن فرکانس سازه استفاده شد. حسینی هاشمی و همکاران در سال ۱۳۹۰ به بررسی استفاده از مواد پیزوالکتریک در صنعت حمل و نقل پرداختند [۲۲]. در این تحقیق، پس از معرفی انواع مواد هوشمند و ارائه ویژگیهای آنها، مزیت‌های استفاده از مواد پیزوالکتریک نسبت به سایر مواد هوشمند در جهت تشخیص قابلیت اطمینان و مودهای شکست در صنعت حمل و نقل ارائه گردید. که و همکاران [۲۳] ارتعاشات غیرخطی نانوتیرهای پیزوالکتریک را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها با در نظر گرفتن این‌که نانوتیر در راستای ضخامت قطبی شده است، با اعمال ولتاژ مناسب رفتار ارتعاشی تیر را به کنترل در آوردند. بوداچی و شاکری [۲۴]، ارتعاشات آزاد و پاسخ دینامیکی یک پنل دو سر مفصل ساخته شده از مواد مدرج تابعی پیزوالکتریک را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها در معادلات کرنش- تغییر مکان، اثرات برش را نیز در نظر گرفتند. علی‌بیگلو و همکاران [۲۵] با استفاده از تئوری سه بعدی الاستیسیته، ارتعاشات آزاد یک پوسته‌ی استوانه‌ای ساخته شده از مواد مدرج تابعی در بستر لایه‌های پیزوالکتریک را تحلیل کردند. عرب در سال ۱۳۹۲ به تحلیل کنترل ارتعاشات پوسته‌ها با مصالح پیزوالکتریک پرداخت [۲۶]. در این پژوهش، با نوشتن روابط انرژی پتانسیل، انرژی جنبشی و کار مجازی، ماتریس جرمی و سختی المان پوسته و سپس معادلات حاکم بدست آمد و در نهایت با استفاده از روش کنترل پس خور سرعت و هم چنین کنترلر تناسبی - انتگرالی - مشتقی، مقدار میرایی نوسانات یک سازه کنترل نشده تحت آزمایش دینامیکی با استفاده از مواد پیزوالکتریک بررسی گردید. ینگ و همکاران [۲۷] یک روش تحلیلی برای تحلیل کمانش پوسته‌های استوانه‌ای با ضخامت متغیر ارائه کردند. یاکوب یاسین و کاپوریا [۲۸] با استفاده از روش المان محدود، به مطالعه پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی و ساندویچی پیزوالکتریک پرداختند. در این تحقیق، از تئوری زیگزاگ جهت افزایش دقت محاسبات استفاده شد. لپتین و موروزو [۲۹] به بررسی رفتار کمانشی یک پوسته‌ی استوانه‌ای ساندویچی تحت فشار خارجی پرداختند. آن‌ها با استفاده از روش گالرکین به حل معادلات حاکم برای پوسته‌ی استوانه‌ای دو سر مفصل پرداختند. قاسمی و جامی الاحمدی [۳۰] در سال ۱۳۹۴، رفتار کمانشی ورق‌های مدرج تابعی دارای لایه‌ی پیزوالکتریک را با تئوری‌های برشی مرتبه بالای تغییر مکان تحلیل نمودند. بدین منظور، معادلات حاکم بر ورق دارای لایه پیزو، با استفاده از اصل حداقل انرژی پتانسیل و معادله ماکسول استخراج و با فرض تکیه گاه ساده روی هر چهار لبه ورق به صورت تحلیلی حل شده و بارهای بحرانی کمانش به دست آمدند. اثر پارامترهای مختلف مانند توان ماده مدرج تابعی، نسبت ابعادی ورق، ضخامت لایه‌های پیزو الکتریک، ضخامت ورق، حالت‌های مدار باز و مدار بسته، شرایط بارگذاری و نوع ماده پیزو الکتریک بر بار بحرانی کمانش بررسی گردید. نتایج نشان داد که با ازدیاد ضخامت لایه پیزوالکتریک، بار بحرانی کمانش ورق افزایش می‌یابد. رفتار کمانشی یک پوسته‌ی استوانه‌ای ساخته شده از مواد مدرج تابعی تحت بار محوری تقویت شده در راستاهای طولی و محوری توسط فراهانی و همکاران [۳۱] مورد مطالعه قرار گرفت. آن‌ها فرض کردند که خواص پوسته در راستای ضخامت پوسته به طور پیوسته تغییر کرده و برای بدست آوردن روابط اساسی و معادلات پایداری و تعادل از تئوری تغییر شکل مرتبه سوم برشی استفاده کردند. هم‌چنین برای حل معادلات حاکم و بدست آوردن بار کمانش بحرانی با در نظر گرفتن شرایط مرزی دو سر مفصل، یک حل بسته ارائه کردند. ایشان نشان دادند که پارامتر ناهمگنی، هندسه‌ی پوسته و تعداد تقویت‌های استفاده شده تاثیر قابل ملاحظه‌ای بر بار کمانش بحرانی پوسته دارد. لی و همکاران [۳۲] تحلیل دینامیکی پنل‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی چیده شده به صورت مدرج تابعی را مورد بررسی قرار دادند. لی و کیائو [۳۳] به بررسی رفتار کمانش و بعد از کمانش پوسته‌های استوانه‌ای تحت فشار خارجی و فشار محوری پرداختند. آن‌ها فرض کردند که پوسته‌ی استوانه‌ای در یک میدان حرارتی قرار گرفته است. هم‌چنین، برای بدست آوردن معادلات حاکم از تئوری کلاسیک پوسته‌های استوانه‌ای و روابط کرنش تغییر مکان دائل-ون کارمن استفاده کردند. سلیم و همکاران، کنترل ارتعاشات فعال صفحات کامپوزیتی تقویت شده با لایه‌های پیزوالکتریک بر اساس تئوری تغییر شکل برشی ردی را مورد بررسی قرار دادند [۳۴]. در این تحقیق، یک مدل بدون شبکه ریتز بر اساس تئوری تغییر شکل برشی ارائه شده است. هم‌چنین ویژگی‌های مواد موثر صفحات بوسیله روش موری تاناکا محاسبه شدند. ایشان برای کنترل ارتعاشات صفحات کامپوزیتی، دو سنسور پیزوالکتریک برای کنترل ارتعاشات آزاد در نظر گرفتند. لی و همکاران کنترل ارتعاشات تصادفی صفحات چندلایه کامپوزیتی تقویت شده بوسیله فیبر پیزوالکتریک را مورد بررسی قرار دادند [۳۵]. در تحقیق ایشان، با استفاده از اصل همیلتون و روش ریلی ریتز، تاثیر الیاف پیزوالکتریک بر کاهش ارتعاشات تصادفی بدست آمده است. علی‌بیگلو [۳۶] به تحلیل ترموالاستیک پنل‌های استوانه‌ای کامپوزیت تقویت شده با نانولوله‌های کربنی به صورت

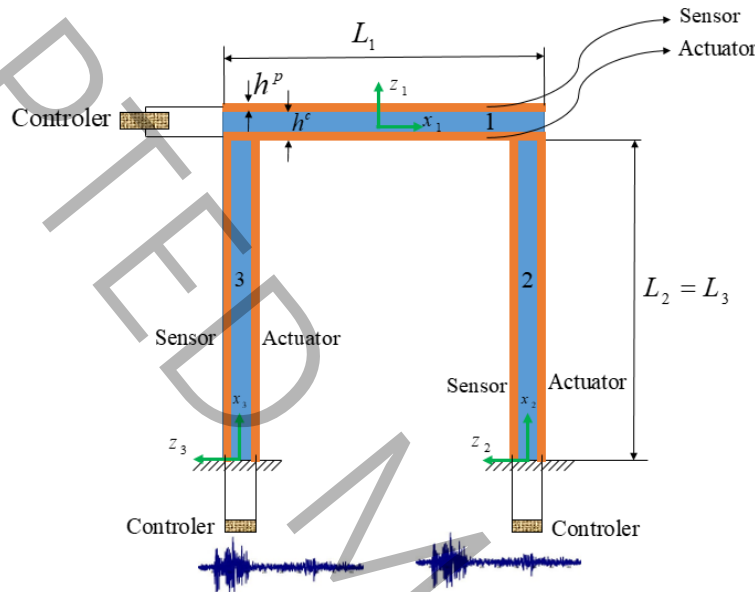
مدرج تابعی قرار گرفته در لایه‌های پیزوالکتریک پرداختند. ایشان تنش‌های حرارتی ایجاد شده در ورق را به دست آورده و اثرات درصد حجمی نانولوله‌های کربنی بر آن را بررسی نمودند. براتی و همکاران، کمانش ورق‌های پیزوالکتریک هوشمند واقع بر فونداسیون‌های الاستیک را بررسی نمودند [۳۷]. در این تحقیق، با در نظر گرفتن اثرات تغییر شکل برشی، خصوصیات مواد الکترواستاتیک در جهت عرضی ورق براساس قانون توانی و استفاده از اصل همیلتون، موده‌های کمانشی ورق برای شرایط مرزی مختلف بدست آمد. کریمی و همکاران [۳۸]، در سال ۱۳۹۵ به تحلیل مقدار انرژی برداشت شده ناشی از عبور وسایل نقلیه روی یک پل دارای وصله پیزوالکتریک به روش تئوری و تجربی پرداختند. در این تحقیق، برداشت انرژی از پل تحت عبور جرم‌های متوالی بررسی شد. برداشت کننده شامل یک تیر طره با وصله پیزوالکتریک و جرم اضافی بود که در وسط پل نصب شده بود. بدین منظور، معادله حاکم بر پل دو سر مفصل با استفاده از تئوری برنولی و تحت عبور جرم‌های متوالی و برداشت کننده انرژی استخراج شد. نتایج نشان داد که با توجه به شرایط مرزی دو سر مفصل پل، وسط پل که در مود اول، بیشترین مقدار دامنه را دارد، محل بهینه برای قرارگیری وصله پیزوالکتریک می‌باشد. کولینسکی و پرژیبیلیسکی [۳۹] اثر هوشمندی را روی ارتعاشات عرضی و کمانش تیرهای با سطح مقطع متغییر مورد بررسی قرار دادند. آنها از روش عددی برای بدست آوردن فرکانس و بار کمانشی سازه استفاده کردند. پرژیبیلیسکی و گاسیورسکی [۴۰] ارتعاشات غیر خطی تیرهای الاستیک با لایه پیزوالکتریک را تحلیل نمودند. بطحایی و همکاران [۴۱]، در سال ۱۳۹۷ به تحلیل عملکرد کنترل نیمه فعال یک سازه ۵ طبقه به کمک عملگرهای پیزوالکتریک نصب شده بر روی میراگر اصطکاکی مطابق الگوریتم کنترل منطق فازی پرداختند. ایشان استنتاج نمودند که برای زلزله‌های حوزه دور، استفاده از عملگر پیزوالکتریک، حدود ۱۰/۵ درصد در مقدار برش پایه و حدود ۱۱ درصد در مقدار تغییر مکان نتایج بهتری به همراه دارد. نینه و همکارانش [۴۲] به تحلیل ارتعاشات صفحه‌های جدار ضخیم پوشیده شده با لایه‌های پیزوالکتریک پرداختند. آنها از لایه‌های پیزوالکتریک به منظور کنترل سازه استفاده نمودند. پدرل و همکاران [۴۳] به کنترل تیرهای نازک کوپل شده با لایه‌های پیزوالکتریک پرداختند. ژانگ و کی [۴۴] به تحلیل ارتعاشات، کمانش و خمش ورق‌های گرد پوشش داده شده با لایه‌های پیزوالکتریک پرداختند. آنها از روش عددی تفاضلات مکعبی برای حل معادلات حاکم استفاده نمودند.

با توجه به جستجو در ادبیات فنی، تحلیل و کنترل پاسخ دینامیکی قاب‌های بتنی با لایه پیزوالکتریک به عنوان محرک و سنسور تحت اثر زلزله برمبنای روش انرژی و استفاده از روش عددی تفاضلات مربعی انجام نشده است. لذا، در این مقاله، پاسخ دینامیکی قاب بتنی پوشش داده شده با یک لایه هوشمند برای کنترل رفتار دینامیکی سازه تحت اثر زلزله به صورت عددی تحلیل می‌شود. بدین منظور، برای مدل‌سازی ریاضی سازه از تئوری تغییر شکل برشی تیر استفاده شده و به کمک روش انرژی و اصل همیلتون، معادلات حاکم با در نظر گرفتن لایه پیزو استخراج می‌گردند. در نهایت با استفاده از حل عددی، تغییر شکل دینامیکی جانبی و قائم سیستم محاسبه شده و به بررسی اثر پارامترهایی همچون وجود و محل لایه پیزوالکتریک، ضخامت لایه پیزوالکتریک، ولتاژ اعمالی به لایه پیزوالکتریک، اثر کنترلی لایه پیزوالکتریک و شرایط مرزی روی پاسخ لرزه‌ای قاب پرداخته می‌شود. همچنین، جهت کنترل تغییر شکل قاب از یک لایه محرک و یک لایه سنسور بر روی اجزا قاب یعنی تیر و ستون‌ها در حالات مختلف استفاده شده است در حالی که در پژوهش‌های دیگر از لایه پیزو فقط بر روی المان تیر یا ستون و به صورت محدود استفاده شده و تاکنون کنترل رفتار لرزه‌ای قاب با لایه پیزوالکتریک و استخراج معادلات حاکم مربوطه با روش انرژی و حل آن با روش عددی تفاضلات مربعی انجام نشده است. از مزایای دیگر پژوهش حاضر، استفاده از روش عددی تفاضلات مربعی به همراه روش نیومارک جهت حل معادلات حاکم بوده که دارای سرعت همگرایی بسیار بالا و زمان تحلیل بسیار کوتاه می‌باشد که نسبت به استفاده از روش اجزا محدود در مسائل کنترل فعال سازه بسیار مطلوب می‌باشد. فلوچارت نمایش روند پژوهش به فرم زیر می‌باشد:



## ۲- مدل سازی ریاضی

پیکربندی شماتیک قاب بتنی با کنترل کننده پیزوالکتریک در شکل (۱) نشان داده شده است. این شکل، یک قاب بتنی یک دهانه به طول تیر  $L_1$ ، طول ستون های  $L_2 = L_3$ ، ضخامت بتن  $h_c$  و ضخامت لایه های پیزوالکتریک  $h_p$  را نشان می دهد. تیر و ستون قاب بتنی با دو لایه پیزوالکتریک پوشش داده شده است که یکی نقش محرک و دیگری نقش سنسور را دارد. سیگنال خروجی از سنسور وارد کنترل کننده تناسبی-مشتقی (PD) شده و بعد از اصلاح سیگنال توسط محرک به سازه وارد می شود. محورهای مختصات تیر با  $x_1$  و  $z_1$  به ترتیب در راستای طولی و ضخامت، و محورهای مختصات ستون ها با  $x_2, x_3$  و  $z_2, z_3$  به ترتیب در راستای طولی و ضخامت نشان داده شده است. قاب در روی تکیه گاه واقع شده و تحت بار لرزه ای قرار دارد.



شکل ۱- شماتیک قاب بتنی پوشش داده شده با لایه های پیزوالکتریک به عنوان محرک و سنسور

Figure 1- Schematic of the concrete frame covered with piezoelectric layers as actuator and sensor

با استفاده از تئوری تیر برشی هایپربولیک، میدان جابجایی بصورت زیر می باشد [۴۵]:

$$u_1(x, z, t) = u(x, t) - z \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} + f \psi(x, t), \quad (1)$$

$$u_2(x, z, t) = 0. \quad (2)$$

$$u_3(x, z, t) = w(x, t). \quad (3)$$

در حالی که  $u_1$  و  $u_2$ ، جابجایی نقاط صفحه میانی در راستای طولی، عرضی و ضخامت هستند. همچنین  $f = h \sinh\left(\frac{z}{h}\right) - z \cosh\left(\frac{z}{h}\right)$  (تغییر مکان هایپربولیک تیر)، بوده و  $\psi$  بیانگر چرخش سطح مقطع، حول محور  $y$  می باشد. با

جایگذاری روابط (۱) تا (۳) در روابط کرنش، معادلات کرنش- تغییر مکان سازه به صورت زیر نوشته می شوند:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + f \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (4)$$

$$\varepsilon_{xz} = \cosh\left(\frac{z}{h}\right) \psi. \quad (5)$$

هنگامی که بر مواد پیزوالکتریک، تنش مکانیکی اعمال شود، این امر، موجب ایجاد میدان الکتریکی، در این مواد می شود. به طور عکس، نیز، اعمال یک میدان الکتریکی، موجب ایجاد کرنش مکانیکی، در این گونه مواد می شود. در اینگونه مواد، تنش ها ( $\sigma$ ) و

کرنش ها ( $\varepsilon$ )، با جابجایی الکتریکی ( $D$ ) و میدان الکتریکی ( $E$ ) از دیدگاه الکترواستاتیک و مکانیک سازه به طریق زیر کوبل می‌شوند [۴۶]:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx}^p \\ \sigma_{yy}^p \\ \sigma_{zz}^p \\ \tau_{yz}^p \\ \tau_{xz}^p \\ \tau_{xy}^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{23} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{13} & Q_{23} & Q_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{32} \\ 0 & 0 & e_{33} \\ 0 & e_{24} & 0 \\ e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix}, \quad (۶)$$

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{24} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix}, \quad (۷)$$

در روابط فوق  $Q_{ij}$ ،  $e_{ij}$  و  $\varepsilon_{ij}$ ، به ترتیب ثابت الاستیک، پیزوالکتریک و دی‌الکتریک می‌باشند. همچنین، میدان الکتریکی  $E_k$  بر حسب پتانسیل الکتریکی به صورت زیر تعریف می‌گردد [۴۶]:

$$E_k = -\nabla\Phi. \quad (۸)$$

در این مقاله، توزیع پتانسیل الکتریکی به صورت زیر در نظر گرفته شده است [۴۷]:

$$\Phi(x, z, t) = -\cos\left(\frac{\pi z}{h}\right)\phi(x, t) + \frac{2V_0 z}{h}, \quad (۹)$$

که  $V_0$ ، ولتاژ خارجی اعمالی بر سازه، در راستای طولی می‌باشد. بنابراین، میدان الکتریکی در دو راستا به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$E_x = -\frac{\partial\Phi}{\partial x} = \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right)\frac{\partial\phi}{\partial x}, \quad (۱۰)$$

$$E_z = -\frac{\partial\Phi}{\partial z} = -\frac{\pi}{h}\sin\left(\frac{\pi z}{h}\right)\phi - \frac{2V_0}{h}. \quad (۱۱)$$

با توجه به تئوری برشی هاپرپولیک، روابط کوبل الکترومکانیکی برای لایه پیزوالکتریک، به صورت زیر خلاصه می‌شوند [۲۰]:

$$\sigma_{xx}^p = Q_{11}\varepsilon_{xx} + e_{31}\left(\frac{\pi}{h}\sin\left(\frac{\pi z}{h}\right)\phi + \frac{2V_0}{h}\right). \quad (۱۲)$$

$$\sigma_{xz}^p = Q_{55}\varepsilon_{xz} - e_{15}\left(\cos\left(\frac{\pi z}{h}\right)\frac{\partial\phi}{\partial x}\right), \quad (۱۳)$$

$$D_x = e_{15}\varepsilon_{xz} + \varepsilon_{11}\left(\cos\left(\frac{\pi z}{h}\right)\frac{\partial\phi}{\partial x}\right), \quad (۱۴)$$

$$D_z = e_{31}\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{33}\left(\frac{\pi}{h}\sin\left(\frac{\pi z}{h}\right)\phi + \frac{2V_0}{h}\right), \quad (۱۵)$$

برای تیرهای بتنی، با حذف ضرایب پیزوالکتریک، روابط تنش-کرنش عبارتند از:

$$\sigma_{xx}^c = C_{11} \varepsilon_{xx}, \quad (16)$$

$$\sigma_{xz}^c = C_{55} \varepsilon_{xz}, \quad (17)$$

در روابط فوق  $C_{ij}$  ثوابت الاستیک بتن می‌باشند. انرژی پتانسیل سازه، با در نظر گرفتن میدان الکتریکی بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$U = \frac{1}{2} \int_V (\sigma_{xx}^c \varepsilon_{xx} + \sigma_{xz}^c \varepsilon_{xz} + \sigma_{xx}^p \varepsilon_{xx} + \sigma_{xz}^p \varepsilon_{xz} - D_x E_x - D_z E_z) dV, \quad (18)$$

با جایگذاری روابط (۴)، (۵)، (۱۰) و (۱۱) در رابطه (۱۸)، انرژی پتانسیل به صورت زیر در می‌آید:

$$U = \frac{1}{2} \int_V \left( (\sigma_{xx}^c + \sigma_{xx}^p) \left( \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + f \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + (\sigma_{xz}^c + \sigma_{xz}^p) \left( \frac{\partial f}{\partial z} \psi \right) - D_x \left( \cos \left( \frac{\pi z}{h} \right) \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - D_z \left( -\frac{\pi}{h} \sin \left( \frac{\pi z}{h} \right) \phi - \frac{2V_0}{h} \right) \right) dV. \quad (19)$$

با تعریف نیرو و ممان‌های درون صفحه‌ای به صورت زیر:

$$(N_x, M_x, P_x) = \int_{A^c} (1, z, f) \sigma_{xx}^c dA^c + \int_{A^p} (1, z, f) \sigma_{xx}^p dA^p, \quad (20)$$

$$Q_x = \int_{A^c} \frac{\partial f}{\partial z} \sigma_{xz}^c dA^c + \int_{A^p} \frac{\partial f}{\partial z} \sigma_{xz}^p dA^p. \quad (21)$$

انرژی پتانسیل، به صورت زیر ساده می‌شود:

$$U = \int_x \left( N_x \frac{\partial u}{\partial x} - M_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + P_x \frac{\partial \psi}{\partial x} + Q_x \psi \right) dx + \int_V \left( -D_x \left( \cos \left( \frac{\pi z}{h} \right) \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - D_z \left( -\frac{\pi}{h} \sin \left( \frac{\pi z}{h} \right) \phi - \frac{2V_0}{h} \right) \right) dV. \quad (22)$$

همچنین، انرژی جنبشی سازه عبارت است از:

$$K = \frac{\rho}{2} \int_V \left( \left( \frac{\partial u_1}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_2}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_3}{\partial t} \right)^2 \right) dV, \quad (23)$$

در رابطه بالا  $\rho$  دانسیته مصالح قاب می‌باشد. با جایگذاری رابطه (۱) تا (۳) در معادله بالا داریم:

$$K = \int \left[ I_0 \left( \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right) + I_2 \left( \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \right)^2 - \frac{24}{\pi^3} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{24}{\pi^3} \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{6}{\pi^2} \left( \frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2 \right) \right] dx. \quad (24)$$

در ادامه، کار خارجی ناشی از نیروی زلزله مطابق با رابطه زیر بدست می‌آید:

$$W = \int (m a_w(t) u_3 + m a_u(t) u_1) dA, \quad (25)$$

در رابطه فوق،  $m$  و  $a(t)$ ، به ترتیب جرم بر واحد طول و شتاب سازه می‌باشند. اصل همیلتون به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\int_0^t (\delta U - \delta K - \delta W) dt = 0, \quad (26)$$

در روابط بالا  $\delta$ ، بیانگر تغییرات انرژی‌های سیستم می‌باشد. حال، با جایگذاری معادله‌های انرژی در رابطه (۲۶)، روابط متشکله

عبارتند از:

$$\delta u_1 : \frac{\partial N_{x1}}{\partial x_1} = I_0 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + ma_u(t), \quad (27)$$

$$\delta w_1 : \frac{\partial^2 M_{x1}}{\partial x_1^2} = I_0 \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} + \frac{24I_2}{\pi^3} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x_1 \partial t} - I_2 \frac{\partial^4 w_1}{\partial x_1^2 \partial t^2} + ma_w(t), \quad (28)$$

$$\delta \psi_1 : \frac{\partial P_{x1}}{\partial x_1} - Q_{x1} = \frac{6I_2}{\pi^2} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial t^2} - \frac{24I_2}{\pi^3} \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1 \partial t}. \quad (29)$$

$$\delta \phi : \int_{-h/2}^{h/2} \left( \frac{D_z \pi}{h} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) + \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) \frac{\partial D_x}{\partial x} \right) dz = 0. \quad (30)$$

با جایگذاری معادله‌های (۱۲) تا (۱۵)، در روابط (۲۰) و (۲۱)، روابط نیروها و ممان‌های داخلی تیر را می‌توان، به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\delta u_1 : (Q_{11}A^p + C_{11}A^c) \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} = I_0 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + ma_u(t), \quad (31)$$

$$\delta w_1 : -(Q_{11}I^p + C_{11}I^c) \frac{\partial^4 w_1}{\partial x_1^4} + \frac{24(Q_{11}I^p + C_{11}I^c)}{\pi^3} \frac{\partial^3 \psi_1}{\partial x_1^3} \quad (32)$$

$$- (2e_{31}V_0) \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} = I_0 \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} + \frac{24I_2}{\pi^3} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x_1 \partial t} - I_2 \frac{\partial^4 w_1}{\partial x_1^2 \partial t^2} + ma_w(t), \quad (33)$$

$$\delta \psi_1 : -\frac{24(Q_{11}I^p + C_{11}I^c)}{\pi^3} \frac{\partial^3 w_1}{\partial x_1^3} + \frac{6(Q_{11}I^p + C_{11}I^c)}{\pi^2} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x_1^2} \quad (34)$$

$$+ \frac{e_{31}h}{2} \frac{\partial \phi_1}{\partial x} - \frac{(Q_{55}A^p + C_{55}A^c)}{2} \psi_1 + \frac{e_{15}h}{2} \frac{\partial \phi_1}{\partial x} = \frac{6I_2}{\pi^2} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial t^2} - \frac{24I_2}{\pi^3} \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1 \partial t},$$

$$\delta \phi_1 : -\frac{2h^p}{\pi} \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} + \frac{h^p}{2} \frac{\partial \psi_1}{\partial x_1} - \frac{\pi^2 \epsilon_{33}}{2h^p} \phi_1 + \frac{h^p}{2} \frac{\partial \psi_1}{\partial x_1} + \frac{h^p \epsilon_{11}}{2} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x_1^2} = 0. \quad (34)$$

با در نظر گرفتن نیروی وزن ستون‌ها و لایه پیزوالکتریک برای آن‌ها، معادلات حاکم بر ستون‌های قائم بتنی عبارت است از:

$$\delta u_i : (Q_{11}A^p + C_{11}A^c) \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i^2} = I_0 \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + ma_u(t), \quad (35)$$

$$\delta w_i : -(Q_{11}I^p + C_{11}I^c) \frac{\partial^4 w_i}{\partial x_i^4} + \frac{24(Q_{11}I^p + C_{11}I^c)}{\pi^3} \frac{\partial^3 \psi_i}{\partial x_i^3} \quad (36)$$

$$- \rho^c g A^c \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ (L-x) \frac{\partial w_i}{\partial x_i} \right] - (2e_{31}V_0) \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i^2} =$$

$$I_0 \frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} + \frac{24I_2}{\pi^3} \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial x_i \partial t} - I_2 \frac{\partial^4 w_i}{\partial x_i^2 \partial t^2} + ma_w(t), \quad (37)$$

$$\delta \psi_i : -\frac{24(Q_{11}I^p + C_{11}I^c)}{\pi^3} \frac{\partial^3 w_i}{\partial x_i^3} + \frac{6(Q_{11}I^p + C_{11}I^c)}{\pi^2} \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial x_i^2} \quad (38)$$

$$+ \frac{e_{31}h}{2} \frac{\partial \phi_i}{\partial x} - \frac{(Q_{55}A^p + C_{55}A^c)}{2} \psi_i + \frac{e_{15}h}{2} \frac{\partial \phi_i}{\partial x} = \frac{6I_2}{\pi^2} \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial t^2} - \frac{24I_2}{\pi^3} \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i \partial t},$$

$$\delta \phi_i : -\frac{2h^p}{\pi} \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i^2} + \frac{h^p}{2} \frac{\partial \psi_i}{\partial x_i} - \frac{\pi^2 \epsilon_{33}}{2h^p} \phi_i + \frac{h^p}{2} \frac{\partial \psi_i}{\partial x_i} + \frac{h^p \epsilon_{11}}{2} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x_i^2} = 0. \quad (38)$$

به منظور کنترل رفتار دینامیکی سازه، از یک کنترل کننده تناسبی-مشتقی استفاده می‌شود. بنابراین پتانسیل الکتریکی لایه

محرک بر حسب پتانسیل الکتریکی سنسور به صورت زیر می‌تواند نوشته شود:

$$\phi^{(a)} = G_d \phi^{(s)} + G_v \dot{\phi}^{(s)}, \quad (39)$$



در رابطه فوق  $G_d$  و  $G_v$  به ترتیب ضرایب کنترل تناسبی و مشتقی می باشند و بالانویس های  $a$  و  $s$  به ترتیب پتانسیل الکتریکی لایه محرک و سنسور را نشان می دهند. بنابراین با جایگذاری پتانسیل الکتریکی بدست آمده از لایه پیزوالکتریک بالا که در نقش سنسور است (معادله های (۳۴) برای تیر بتنی و (۳۸) برای ستون بتنی) در معادله (۳۹) داریم:

$$\begin{aligned} \phi_{beam}^{(a)} = & G_d \left( -\frac{2h^p}{\pi} \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} + \frac{h^p}{2} \frac{\partial \psi_1}{\partial x_1} - \frac{\pi^2 \epsilon_{33}}{2h^p} \phi_1 + \frac{h^p}{2} \frac{\partial \psi_1}{\partial x_1} + \frac{h^p \epsilon_{11}}{2} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x_1^2} \right) \\ & + G_v \left( -\frac{2h^p}{\pi} \frac{\partial^3 w_1}{\partial t \partial x_1^2} + \frac{h^p}{2} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial t \partial x_1} - \frac{\pi^2 \epsilon_{33}}{2h^p} \frac{\partial \phi_1}{\partial t} + \frac{h^p}{2} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial t \partial x_1} + \frac{h^p \epsilon_{11}}{2} \frac{\partial^3 \phi_1}{\partial t \partial x_1^2} \right), \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \phi_{column}^{(a)} = & G_d \left( -\frac{2h^p}{\pi} \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i^2} + \frac{h^p}{2} \frac{\partial \psi_i}{\partial x_i} - \frac{\pi^2 \epsilon_{33}}{2h^p} \phi_i + \frac{h^p}{2} \frac{\partial \psi_i}{\partial x_i} + \frac{h^p \epsilon_{11}}{2} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x_i^2} \right) \\ & + G_v \left( -\frac{2h^p}{\pi} \frac{\partial^3 w_i}{\partial t \partial x_i^2} + \frac{h^p}{2} \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial t \partial x_i} - \frac{\pi^2 \epsilon_{33}}{2h^p} \frac{\partial \phi_i}{\partial t} + \frac{h^p}{2} \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial t \partial x_i} + \frac{h^p \epsilon_{11}}{2} \frac{\partial^3 \phi_i}{\partial t \partial x_i^2} \right), \end{aligned} \quad (41)$$

شرایط مرزی عمومی سازه عبارت است از:

➤ گیردار-گیردار

$$\begin{aligned} w_3 = 0, u_3 = 0, \frac{\partial w_3}{\partial x_3} = 0 & @ x_3 = 0 \\ w_2 = 0, u_2 = 0, \frac{\partial w_2}{\partial x_2} = 0 & @ x_2 = 0 \end{aligned} \quad (42)$$

➤ گیردار-ساده

$$\begin{aligned} w_2 = 0, u_2 = 0, \frac{\partial w_2}{\partial x_2} = 0 & @ x_2 = 0 \\ w_3 = 0, u_3 = 0, M_{x_3} = 0 & @ x_3 = 0 \end{aligned} \quad (43)$$

➤ ساده-ساده

$$\begin{aligned} w_2 = 0, u_2 = 0, M_{x_2} = 0 & @ x_2 = 0 \\ w_3 = 0, u_3 = 0, M_{x_3} = 0 & @ x_3 = 0 \end{aligned} \quad (44)$$

شرایط مرزی پیوستگی بین تیرها عبارت است از:

$$\begin{cases} w_1 = u_2 \\ u_1 = w_2 \\ M_{x_1} = M_{x_2} \\ N_{x_1} = N_{x_2} \end{cases} @ x_2 = L_2 \text{ and } x_1 = L_1 / 2 \quad (45)$$

$$\begin{cases} w_1 = u_3 \\ u_1 = w_3 \\ M_{x_1} = M_{x_3} \\ N_{x_1} = N_{x_3} \end{cases} @ x_3 = L_3 \text{ and } x_1 = -L_1 / 2 \quad (46)$$

### ۳- روش حل

روش تفاضلات مربعی<sup>۱</sup> از جمله روش های عددی است که در آن با استفاده از ضرایب وزنی، معادلات دیفرانسیلی حاکم، به دسته ای از معادلات جبری مرتبه اول تبدیل می شوند. بدین ترتیب که در هر نقطه، مشتق بصورت یک مجموع خطی از ضرایب وزنی و مقادیر

<sup>1</sup> Differential quadrature method (DQM)

تابع در آن نقطه و دیگر نقاط دامنه و در جهت محورهای مختصات بیان خواهند شد. قابل ذکر است که از این روش تاکنون برای تعیین تغییرشکل قاب استفاده نشده است. رابطه اصلی این روش برای حالت یک بعدی، به شکل زیر بیان می شود [۴۸]:

$$\frac{df}{dx} \Big|_{x=x_i} \rightarrow \sum_{j=1}^N C_{ij} f_j \quad (47)$$

در رابطه فوق  $N$  تعداد نقاط نمونه و  $C_{ij}$  ضرایب وزنی برای بدست آوردن مشتق تابع در نقطه نمونه  $i$  ام است که بصورت زیر تعریف می شوند:

$$X_i = \frac{L}{2} \left[ 1 - \cos \left( \frac{i-1}{N_x-1} \pi \right) \right] \quad i = 1, \dots, N_x \quad (48)$$

$$C_{ij}^{(1)} = \frac{L_1(x_i)}{(x_i - x_j) L_1(x_j)} \quad \text{for } i \neq j, \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (49)$$

$$C_{ii}^{(1)} = - \sum_{j=1, j \neq i}^N C_{ij}^{(1)} \quad \text{for } i = j, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (50)$$

که در روابط فوق:

$$M(x_i) = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_x} (x_i - x_j) \quad (51)$$

بنابراین معادلات حاکمه و شرط مرزی المانهای قاب در فرم ماتریسی به صورت زیر نوشته می شود:

$$\left( [K]_{12N \times 12N} \begin{Bmatrix} \{d_b\} \\ \{d_d\} \end{Bmatrix}_{12N \times 1} + [C]_{12N \times 12N} \begin{Bmatrix} \{\dot{d}_b\} \\ \{\dot{d}_d\} \end{Bmatrix}_{12N \times 1} + [M]_{12N \times 12N} \begin{Bmatrix} \{\ddot{d}_b\} \\ \{\ddot{d}_d\} \end{Bmatrix}_{12N \times 1} \right) = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{-Ma(t)\} \end{Bmatrix}_{12N \times 1}, \quad (52)$$

در رابطه فوق  $[K]$ ،  $[C]$  و  $[M]$  به ترتیب بیانگر ماتریس سختی، ماتریس دمپ و ماتریس جرم می باشند. همچنین  $\{d_b\}$  و  $\{d_d\}$  به ترتیب بردار تغییرشکل دینامیکی مربوط به نقاط شرط مرزی و میدان می باشند. در این قسمت، برای بدست آوردن پاسخ زمانی سازه تحت بار لرزه ای، روش عددی نیومارک [۴۹] در حوزه زمان بکار گرفته شده است. بر اساس این روش، معادله بالا به فرم کلی زیر نوشته می شود:

$$K^*(d_{i+1}) = Q_{i+1}, \quad (53)$$

به طوری که زیرنویس  $i+1$  نشان دهنده زمان  $t = t_{i+1}$  بوده،  $K^*(d_{i+1})$  ماتریس سختی موثر و  $Q_{i+1}$  بردار بار موثر می باشند که به صورت زیر نوشته می شوند:

$$K^*(d_{i+1}) = K + \alpha_0 M + \alpha_1 C, \quad (54)$$

$$Q_{i+1}^* = F_{i+1} + M (\alpha_0 d_i + \alpha_2 \dot{d}_i + \alpha_3 \ddot{d}_i) + C (\alpha_0 \dot{d}_i + \alpha_2 \ddot{d}_i + \alpha_3 \dddot{d}_i), \quad (55)$$

به طوری که

$$\alpha_0 = \frac{1}{\chi \Delta t^2}, \quad \alpha_1 = \frac{\gamma}{\chi \Delta t}, \quad \alpha_2 = \frac{1}{\chi \Delta t}, \quad \alpha_3 = \frac{1}{2\chi} - 1, \quad \alpha_4 = \frac{\gamma}{\chi} - 1, \quad (56)$$

$$\alpha_5 = \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{\gamma}{\chi} - 2 \right), \quad \alpha_6 = \Delta t (1 - \gamma), \quad \alpha_7 = \Delta t \gamma,$$

در روابط بالا  $\gamma = 0.5$  و  $\chi = 0.25$  می باشند. بر اساس روش تکرار، معادله اصلی روش در هر بازه زمانی حل شده و شتاب و سرعت اصلاح شده از روابط زیر محاسبه می شوند:

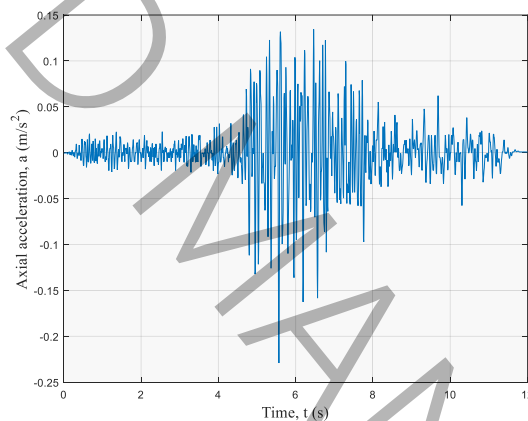
$$\ddot{d}_{i+1} = \alpha_0 (d_{i+1} - d_i) - \alpha_2 \dot{d}_i - \alpha_3 \ddot{d}_i, \quad (57)$$

$$\dot{d}_{i+1} = \dot{d}_i + \alpha_6 \ddot{d}_i + \alpha_7 \ddot{d}_{i+1}, \quad (58)$$

#### ۴- نتایج و نمودارها

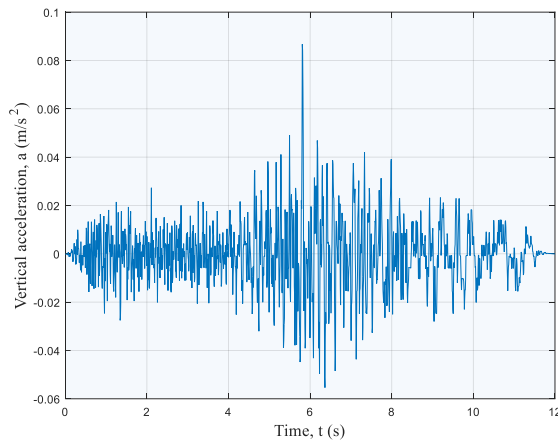
##### ۴-۱- مشخصات قاب ولایه پیزوالکتریک

در این قسمت به بررسی تغییر شکل دینامیکی جانبی و خیز قائم تیر قاب بتنی با پوشش پیزوالکتریک تحت بار لرزه‌ای و کنترل آن پرداخته می‌شود. بدین منظور یک قاب بتنی با طول  $L_1 = 5m$  و  $L_2 = L_3 = 3m$  در نظر گرفته شده است. ضخامت بتن و لایه پیزوالکتریک به ترتیب  $h^c = 30cm$  و  $h^p = 3cm$  است. قاب بتنی دارای مدول الاستیک  $E^c = 20GPa$  و  $\nu^c = 0.3$  ضریب پواسون می‌باشد. لایه پیزوالکتریک از جنس پلی وینیلیدن فلوراید (PVDF) با ضرایب الاستیک  $Q_{11} = 8GPa$  و  $Q_{55} = 1.8GPa$ ، ضرایب پیزوالکتریک  $e_{31} = -0.51 C/m^2$  و  $e_{15} = -0.45 C/m^2$  و ضریب دی الکتریک  $\epsilon_{15} = 7.77e-8 F/m$  است. هدف این مقاله، مطالعه پارامتریک برای قاب بتنی هوشمند با کنترل کننده تناسبی-مشتقی است. بنابراین برای بررسی اثر پارامترهای مختلفی همچون وجود و ضخامت لایه پیزوالکتریک، کنترل کننده، ولتاژ خارجی، شرایط مرزی و اثرات ترکیبی آنها، یک شتاب نگاشت به عنوان ورودی مسئله در نظر گرفته شده است. شتاب نگاشت زلزله بم ایستگاه چشمه سبز در راستای طولی و قائم به ترتیب در شکل های (۲) و (۳) نشان داده شده است. زلزله در این ایستگاه دارای بیشینه شتاب  $0.14$  متر بر مجذور ثانیه، عرض جغرافیایی  $29/31$ ، طول جغرافیایی  $59/67$ ، عمق  $50$  کیلومتر و شدت  $5/3$  ریشتر می باشد.



شکل ۲- مولفه شتاب نگاشت افقی زلزله ایستگاه چشمه سبز از شهر بم

Figure 2- Horizontal component of acceleration time history for Bam earthquake recorded at Cheshme Sabz station



شکل ۳- مولفه شتاب‌نگاشت قائم زلزله ایستگاه چشمه سبز از شهر بم

Figure 3- Vertical component of acceleration time history for Bam earthquake recorded at Cheshme Sabz station

#### ۲-۴- همگرایی روش عددی

به منظور بررسی همگرایی روش عددی تفاضلات مربعی برای پاسخ دینامیکی قاب بتنی با لایه های پیزوالکتریک در نقش محرک و سنسور، جدول (۱) آورده شده است. ماکزیمم تغییرشکل دینامیکی جانبی برای حالت‌های بدون و با لایه‌های هوشمند در این جدول نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می شود، با افزایش نقاط شبکه، تغییرشکل دینامیکی سازه کمتر شده تا جایی که بعد از  $N=15$  نتایج در مرتبه چهارم اعشار تغییری نمی‌کند. به عبارت دیگر، برای حالت  $h^P = 0$ ، تغییرشکل دینامیکی برای ۱۵ نقطه شبکه برابر  $3/3510$  است درحالی‌که اگر نقاط شبکه به ۱۷ افزایش پیدا کند، تغییرشکل دینامیکی ثابت مانده و همان مقدار  $3/3510$  می‌باشد. این روند برای حالت  $h^P \neq 0$  نیز صادق است. بنابراین، در هر دو حالت برای تعداد نقاط شبکه ۱۵، تغییرشکل دینامیکی همگرا می‌شود.

جدول ۱- همگرایی روش عددی روی تغییرشکل دینامیکی جانبی بر حسب میلی‌متر

Table 1- Convergence of the numerical method for lateral dynamic deflection (millimeters)

تعداد نقاط	$h^P = 0$ بدون لایه پیزوالکتریک	$h^P \neq 0$ با لایه پیزوالکتریک	زمان اجرا
۵	۴/۴۵۱۹	۳/۸۹۹۱	۲ ثانیه
۷	۳/۹۲۱۵	۲/۴۷۱۸	۳/۵ ثانیه
۹	۳/۳۶۱۸	۲/۴۶۲۳	۵/۱ ثانیه
۱۳	۳/۳۵۱۱	۲/۴۶۲۱	۶/۶ ثانیه
۱۵	۳/۳۵۱۰	۲/۴۶۲۰	۸/۳ ثانیه
۱۷	۳/۳۵۱۰	۲/۴۶۲۰	۱۰ ثانیه

روش گالرکین یک روش تحلیلی است که برای حل معادلات دیفرانسیل استفاده می‌شود. یکی از مزایای کلیدی روش گالرکین، انعطاف‌پذیری آن جهت در نظر گرفتن انواع شرایط مرزی و هندسه‌های پیچیده می‌باشد. در این روش، بردار جابجایی بصورت زیر فرض می‌شود:

$$d(x,t) = \Theta(x)\Gamma(t), \quad (59)$$

در رابطه بالا،  $\Gamma(t)$  یک متغیر وابسته به زمان است و  $\Theta(x)$  متغیر مکانی وابسته به شرایط مرزی است که برای تیر دو سر گیردار بصورت زیر می‌باشد [۵۰-۵۲]:

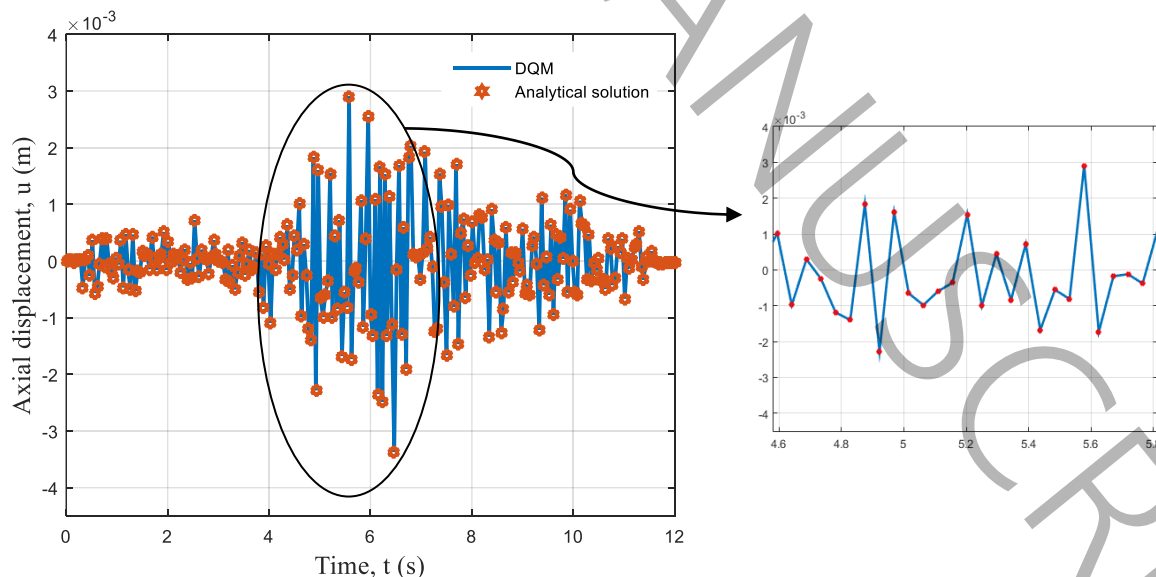
$$\Theta(x) = \frac{\text{Sinh}(q) - \text{Sin}(q)}{\text{Cos}(q) - \text{Cosh}(q)} (\text{Cosh}(qx/L) - \text{Cos}(qx/L)) + \text{Sinh}(qx/L) - \text{Sin}(qx/L) \quad q = 4.730041 \quad (60)$$

با جایگذاری رابطه (۵۹) در روابط (۳۱) تا (۳۸) و نوشتن آنها به فرم ماتریسی خواهیم داشت:

$$([K]\{d\} + [C]\{\dot{d}\} + [M]\{\ddot{d}\}) = \{-Ma(t)\}, \quad (61)$$

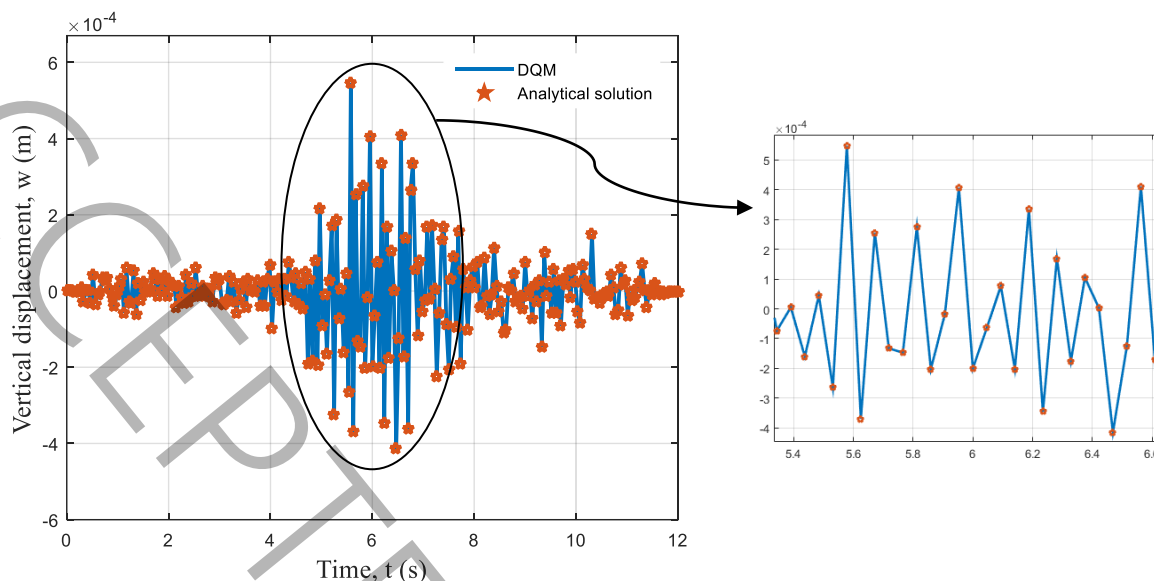
در نهایت به کمک روش نیومارک و حل معادله زمانی (۶۱)، پاسخ دینامیکی به روش تحلیلی محاسبه می‌شود و با نتایج حاصل از روش عددی ارائه شده (تفاضلات مربعی) مقایسه می‌گردد.

مقایسه نتایج تحلیلی (روش گالرکین) و عددی (روش تفاضلات مربعی) در شکل‌های (۴) و (۵) به ترتیب برای تغییر شکل جانبی و خیز قائم نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که نتایج عددی و تحلیلی تطابق خوبی دارند که این نشان از اعتبار نتایج حاصل شده از روش تفاضلات مربعی دارد. بیشینه تغییر شکل دینامیکی جانبی و قائم بدست آمده از روش تحلیلی به ترتیب ۲/۹۹۱ و ۰/۵۵۴۱ میلی‌متر است در حالی که بیشینه تغییر شکل دینامیکی جانبی و خیز قائم بدست آمده از روش عددی به ترتیب ۲/۹۸۲ و ۰/۵۵۳۵ میلی‌متر است. به عبارت دیگر خطای روش عددی نسبت به تحلیل برای خیز دینامیکی جانبی و قائم به ترتیب ۰/۳ و ۰/۱ درصد است. خطای روش عددی تفاضلات مربعی نسبت به روش تحلیلی بسیار ناچیز بوده و قابل قبول می‌باشد که این نشان از صحت نتایج این پروژه دارد.



شکل ۴- مقایسه نتایج عددی و تحلیلی برای تغییر شکل جانبی قاب

Figure 4- Comparison of numerical and analytical results for the lateral deflection of the frame

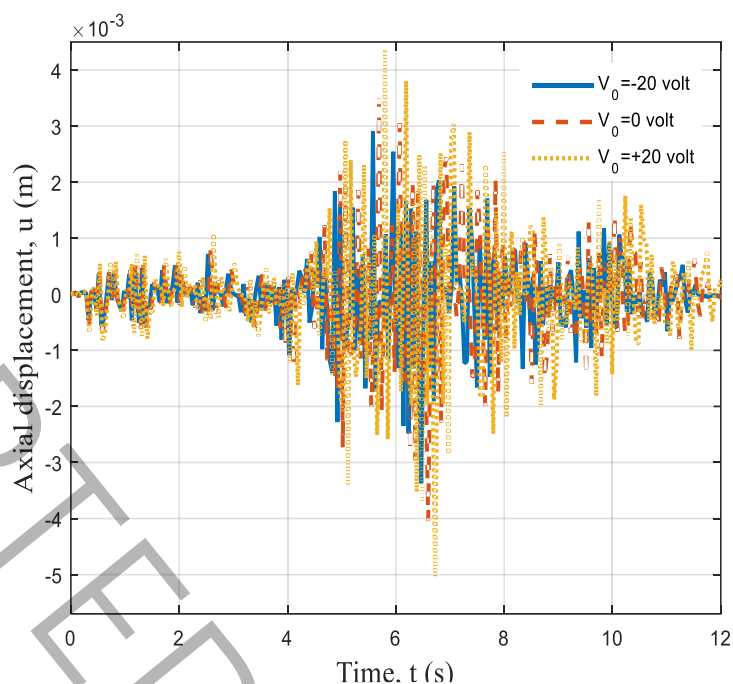


شکل ۵- مقایسه نتایج عددی و تحلیلی برای خیز قائم

Figure 5- Comparison of numerical and analytical results for the vertical deflection

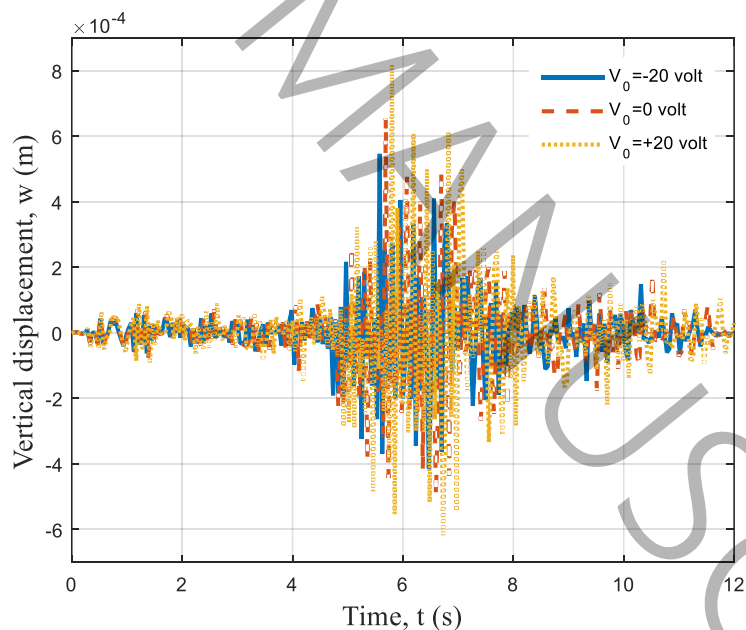
#### ۴-۴- اثر ولتاژ لایه پیزوالکتریک

تاثیر ولتاژ خارجی اعمال شده به لایه پیزوالکتریک روی تغییر شکل دینامیکی افقی و خیز قائم بر حسب زمان زلزله به ترتیب در شکل‌های (۶) و (۷) نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود ولتاژ خارجی اثر قابل توجهی روی جابجایی دینامیکی سیستم دارد بطوریکه با اعمال ولتاژ خارجی منفی به لایه پیزوالکتریک، تغییر شکل دینامیکی کمتر خواهد شد و بالعکس. به منظور مطالعه کمی، بیشینه تغییر شکل دینامیکی جانبی برای ولتاژ منفی و مثبت به ترتیب  $2/98$  و  $4/33$  میلی‌متر و بیشینه خیز دینامیکی قائم برای ولتاژ منفی و مثبت به ترتیب  $0/58$  و  $0/81$  میلی‌متر است. به عبارت دیگر، اعمال ولتاژ منفی به لایه پیزوالکتریک تغییر شکل دینامیکی جانبی و خیز قائم را به ترتیب  $31/17$  و  $28/39$  درصد کاهش می‌دهد. دلیل این موضوع این است که اعمال ولتاژ خارجی منفی باعث ایجاد نیروی فشاری و ولتاژ خارجی مثبت سبب ایجاد نیروی کششی در سازه می‌شود. بنابراین ولتاژ خارجی می‌تواند به عنوان یک عامل کنترل کننده برای تغییر شکل دینامیکی سازه نقش مهمی داشته باشد.



شکل ۶- اثر ولتاژ خارجی روی تغییر شکل دینامیکی جانبی قاب بتنی تحت زلزله

Figure 6- Effect of external voltage on lateral dynamic deflection of concrete frame under earthquake



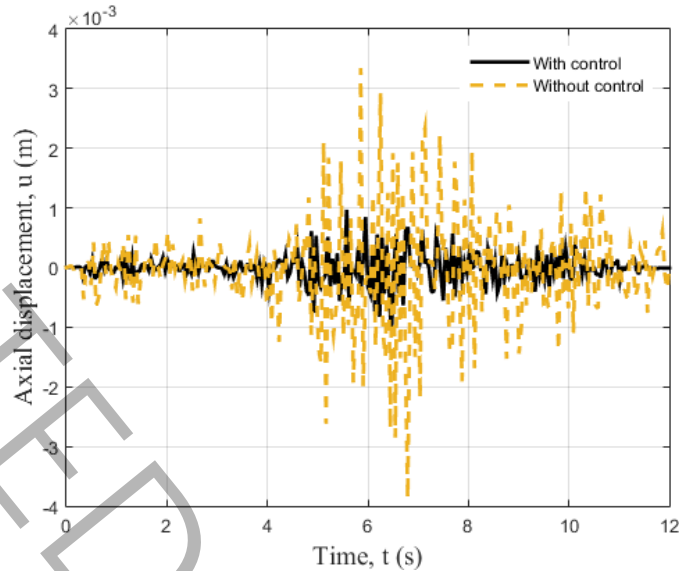
شکل ۷- اثر ولتاژ خارجی روی تغییر شکل دینامیکی قائم قاب بتنی تحت زلزله

Figure 7- Effect of external voltage on vertical dynamic deflection of concrete frame under earthquake

۴-۵ اثر کنترل کننده بر تغییر شکل جانبی و خیز قائم قاب

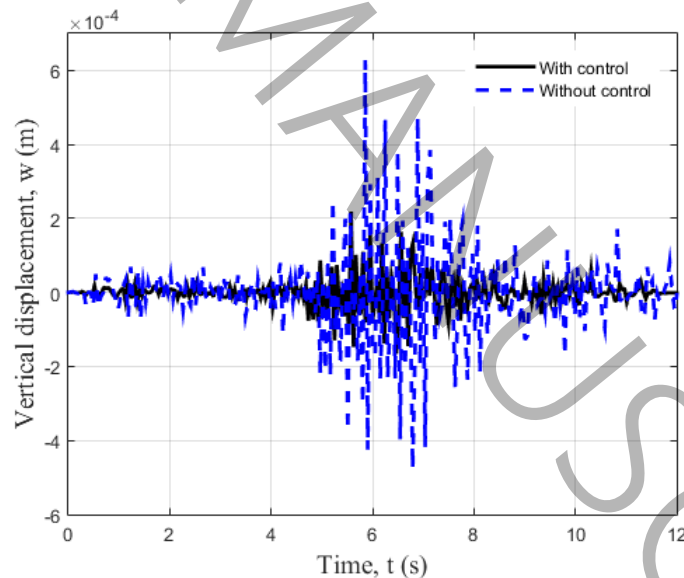
تغییر شکل دینامیکی افقی و خیز قائم بر حسب زمان زلزله به ترتیب در شکل های (۸) و (۹) برای حالت های با و بدون کنترل کننده نشان داده شده است. شایان ذکر است که چون در تحلیل دینامیکی سازه خطای حالت ماندگار وجود ندارد، وجود بهره های

(ثوابت) انتگرالی نه تنها باعث بهبود پاسخ دینامیکی سیستم نمی‌شود بلکه پاسخ را کندتر خواهد کرد. لذا در این مقاله از کنترل کننده تناسبی-مشتقی استفاده شده است. بدین منظور مقادیر بهینه پارامترهای کنترل کننده شامل ضریب تناسب ( $G_d$ ) و ضریب مشتق ( $G_v$ ) به ترتیب برابر با  $3/824$  و  $5/812$  به دست آمدند.



شکل ۸- اثر کنترلر روی تغییر شکل دینامیکی جانبی قاب بتنی تحت زلزله

Figure 8- Effect of controller on the lateral dynamic deflection of concrete frame under earthquake



شکل ۹- اثر کنترلر روی خیز دینامیکی قائم قاب بتنی تحت زلزله

Figure 9- Effect of controller on the vertical dynamic deflection of concrete frame under earthquake

در این شکل‌ها، بدون استفاده از کنترل کننده، زمان میرایی سازه بسیار طولانی خواهد بود. همچنین اگر از یک کنترل کننده استفاده شود، دامنه نوسان پاسخ دینامیکی به شدت کاهش یافته و زمان میرایی سیستم کوتاه‌تر خواهد شد. دلیل این امر ایجاد یک میرایی فعال در سازه به واسطه وجود کنترل کننده می‌باشد. به منظور مطالعه کمی، ماکزیمم تغییر شکل دینامیکی جانبی و قائم برای حالت با کنترل کننده به ترتیب  $0.0009698$  و  $0.002187$  متر و برای حالت بدون کنترل کننده به ترتیب  $0.03346$  متر و

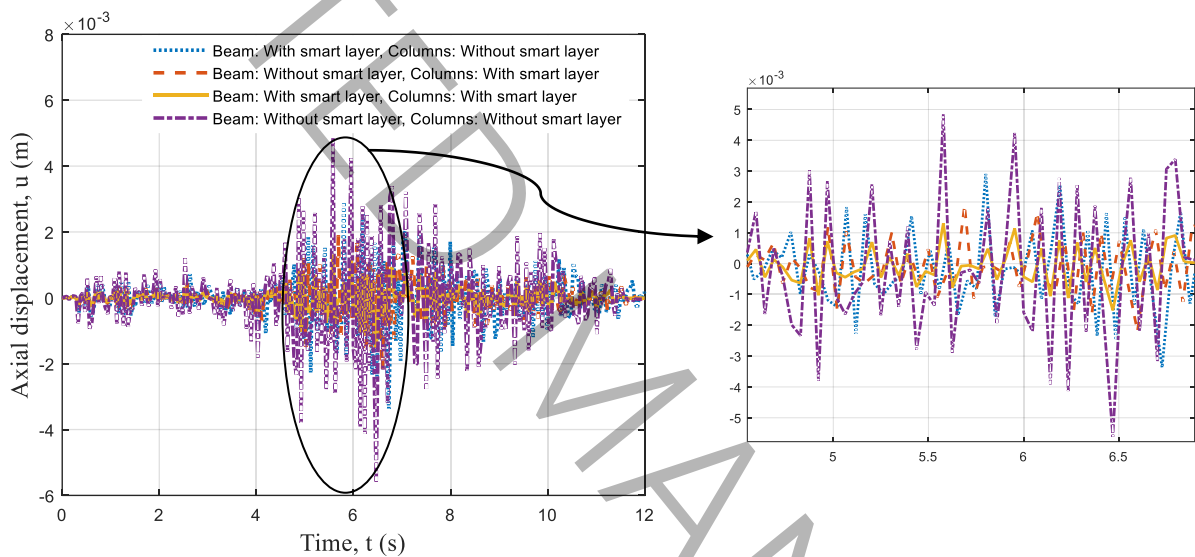


۰/۰۰۰۶۲۸۱ متر است. به عبارت دیگر استفاده از کنترل کننده منجر به کاهش ۷۲ و ۶۵/۱۸ درصدی تغییرشکل دینامیکی جانبی و خیز قائم می‌شود.

#### ۴-۶- اثر محل قرار گیری لایه پیزوالکتریک بر تغییرشکل دینامیکی جانبی و خیز قائم قاب

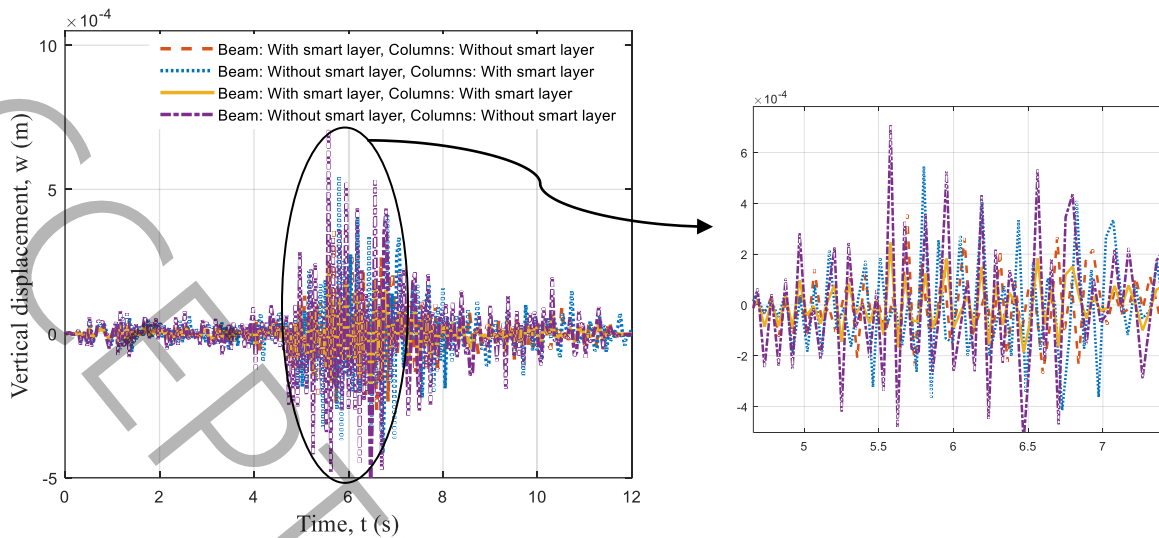
تاثیر محل قرار گیری لایه پیزوالکتریک واقع بر تیر و یا ستون‌های قاب بتنی روی تغییرشکل دینامیکی جانبی و قائم بر حسب زمان زلزله به ترتیب در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) نشان داده شده است. چهار حالت در نظر گرفته شده:

- حالت اول: تیر دارای لایه پیزوالکتریک بوده و ستون‌های بدون لایه پیزوالکتریک است.
- حالت دوم: تیر بدون لایه پیزوالکتریک بوده و ستون‌های دارای لایه پیزوالکتریک است.
- حالت سوم: تیر و ستون‌ها دارای لایه پیزوالکتریک است.
- حالت چهارم: تیر و ستون‌ها بدون لایه پیزوالکتریک است.



شکل ۱۰- اثر وجود لایه پیزوالکتریک روی تغییرشکل دینامیکی جانبی قاب بتنی تحت زلزله

Figure 10- Effect of piezoelectric layer on lateral dynamic deflection of concrete frame under earthquake



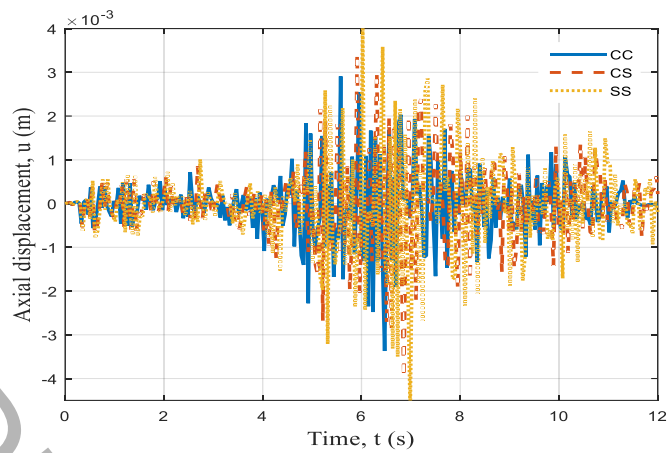
شکل ۱۱- اثر وجود لایه پیزوالکتریک روی خیز دینامیکی قائم قاب بتنی تحت زلزله

Figure 11- Effect of piezoelectric layer on vertical dynamic deflection of concrete frame under earthquake

همانطور که مشاهده می شود، تغییرشکل دینامیکی جانبی سازه در حالت دوم (حالتی که فقط ستون‌ها لایه پیزوالکتریک دارند) کمتر از حالت اول (حالتی که فقط تیر لایه پیزوالکتریک دارد) است در حالی که خیز دینامیکی قائم سازه در حالت اول کمتر از حالت دوم است. به عبارت دیگر وجود لایه پیزوالکتریک روی تیر اثر بیشتری روی خیز قائم دارد در حالی که وجود لایه پیزوالکتریک روی ستون‌ها، اثر بیشتری روی تغییرشکل جانبی سازه دارد. همچنین در حالت سوم، خیز دینامیکی جانبی و قائم از سایر حالت‌ها کمتر می باشد. از لحاظ فیزیکی این نتیجه منطقی به نظر می رسد چراکه ستون‌ها نقش بیشتری روی تغییرشکل جانبی سازه دارند و تیر نقش مهمی در تغییر شکل قائم قاب بتنی دارد. به علاوه، اگر لایه پیزوالکتریک روی تیر و ستون نباشد (حالت چهارم)، تغییرشکل دینامیکی جانبی و خیز قائم از تمامی حالت‌ها بیشتر می‌شود.

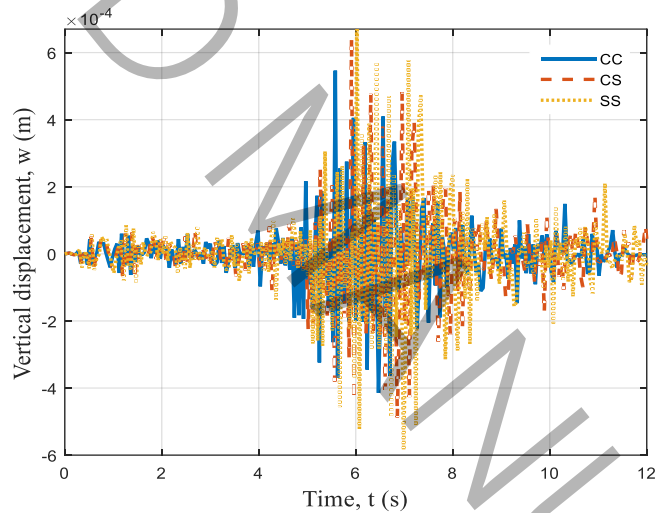
#### ۴-۷- اثر شرایط مرزی بر تغییرشکل دینامیکی جانبی و قائم قاب دارای لایه پیزوالکتریک

شکل‌های (۱۲) و (۱۳) اثر شرایط مرزی به ترتیب روی تغییرشکل دینامیکی افقی و قائم بر حسب زمان را نشان می دهند. با توجه به شکل مشخص است که با در نظر گرفتن شرایط مرزی گیردار-گیردار (CC)، تغییرشکل دینامیکی سیستم کاهش می یابد چراکه سفتی و بالتبع سختی سازه بیشتر می شود. همچنین تغییرشکل دینامیکی قاب با شرط مرزی گیردار-ساده (CS) از شرط مرزی ساده-ساده (SS) کمتر است چراکه سفتی سازه با شرط مرزی گیردار-ساده بیشتر از قاب با شرط مرزی ساده-ساده است. به بیان دیگر، شرایط مرزی گیردار در دو طرف قاب بتنی دارای لایه پیزوالکتریک، تغییرشکل دینامیکی جانبی و قائم را به ترتیب ۲۵/۵ و ۱۴/۱۲ درصد نسبت به شرایط مرزی دو سرمفصل کاهش می‌دهد.



شکل ۱۲- اثر شرایط مرزی روی تغییر شکل دینامیکی جانبی قاب بتنی دارای لایه پیزوالکتریک تحت زلزله

**Figure 12- Effect of boundary conditions on lateral dynamic deflection of concrete frame with piezoelectric layer under earthquake**



شکل ۱۳- اثر شرایط مرزی روی خیز دینامیکی قائم قاب بتنی دارای لایه پیزوالکتریک تحت زلزله

**Figure 13- Effect of boundary conditions on vertical dynamic deflection of concrete frame with piezoelectric layer under earthquake**

۴-۸- بررسی اثر همزمان ولتاژ اعمالی به لایه پیزوالکتریک، محل قرار گیری لایه پیزوالکتریک و شرایط مرزی بر تغییر شکل دینامیکی جانبی قاب بتنی

در این قسمت به بررسی اثر همزمان محل قرار گیری لایه پیزوالکتریک روی تیر، ستون‌ها و یا هر دو، شرایط مرزی انتهای دو سر قاب و تغییرات ولتاژ اعمالی بر تغییر شکل دینامیکی جانبی قاب پرداخته شده است (جدول (۲)). جدول مورد نظر برای طول تیر برابر ۴ متر و همچنین طول ستون‌ها برابر ۴ متر داده شده است. همچنین در اینجا، حالت ۱ مربوط به استفاده همزمان از لایه پیزو روی تیر و ستون، حالت ۲ مربوط به وجود لایه پیزو روی ستون و عدم وجود لایه پیزو روی تیر و حالت ۳ مربوط به وجود لایه پیزو روی تیر و عدم وجود لایه پیزو روی ستون می‌باشد. همانطور که در جدول (۲) مشخص است با تغییرات ولتاژ از مثبت به منفی، در تمامی سه حالت قرار گیری لایه پیزو و برای تمامی شرایط مرزی انتهای قاب، تغییر شکل دینامیکی کاهش می‌یابد. همچنین تغییر شکل دینامیکی جانبی به ترتیب در حالت وجود لایه پیزو روی تیر و ستون کمترین و در حالت وجود لایه پیزو تنها روی تیر بیشترین می‌باشد. همچنین اثر تغییرات شرایط مرزی از دو سر گیردار به دو سر مفصل بر تغییر شکل دینامیکی جانبی در حالت ۲ یعنی وجود لایه پیزو روی ستون و عدم وجود لایه پیزو روی تیر بیشتر از دو حالت دیگر می‌باشد. به طوریکه تغییر شکل دینامیکی جانبی در حالت ۲ برای تمامی ولتاژهای در نظر گرفته شده در حالت شرایط تکیه‌گاهی دو سر مفصل نسبت به دو سر گیردار به طور میانگین حدود ۱۹/۴ درصد بیشتر بوده در حالیکه این مقدار برای حالت ۱ یعنی استفاده همزمان از لایه پیزو روی تیر و ستون برابر ۱۴/۹ درصد و برای حالت ۳ یعنی وجود لایه پیزو روی تیر و عدم وجود لایه پیزو روی ستون برابر ۱۱/۹ درصد بیشتر می‌باشند.

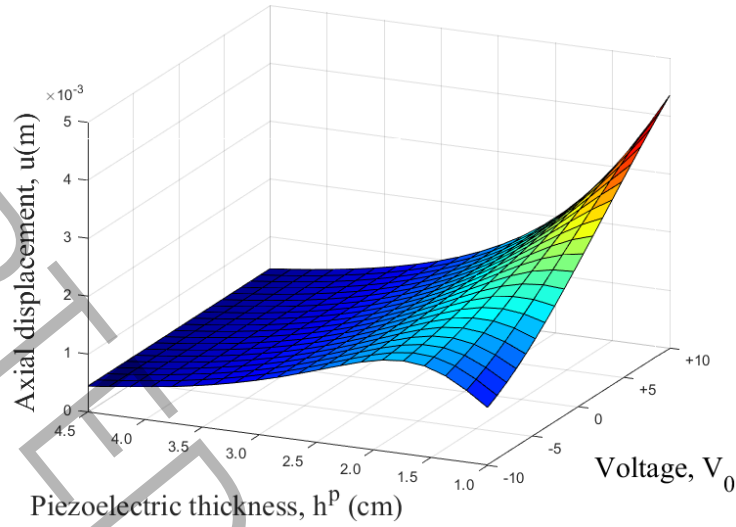
جدول ۲- بررسی اثر همزمان مقدار ولتاژ، شرایط مرزی و محل قرار گیری لایه پیزوالکتریک بر تغییر شکل دینامیکی جانبی قاب بتنی تحت زلزله

Table 2- The simultaneous effect of voltage value, boundary conditions and the location of the piezoelectric layer on the lateral dynamic deflection of the concrete frame under earthquake

Voltage	Case 1			Case 2			Case 3		
	CC	CS	SS	CC	CS	SS	CC	CS	SS
۱۵+	۳/۵۵۱	۳/۷۷۴	۴/۰۱۲	۴/۱۲۵	۴/۵۲۱	۴/۹۲۴	۴/۹۹۸	۵/۱۰۳	۵/۴۵۱
۷+	۳/۴۵۳	۳/۶۱۱	۳/۹۱۳	۴/۰۷۷	۴/۴۴۱	۴/۸۰۹	۴/۷۹۸	۴/۹۸۲	۵/۳۰۹
۰	۳/۳۱۷	۳/۵۱۰	۳/۸۰۹	۳/۹۰۱	۴/۳۰۹	۴/۷۱۲	۴/۶۱۰	۴/۸۹۰	۵/۲۵۵
۷-	۳/۲۲۱	۳/۴۸۷	۳/۷۲۲	۳/۸۸۱	۴/۲۳۳	۴/۶۶۷	۴/۵۶۱	۴/۷۷۱	۵/۱۵۶
۱۵-	۳/۱۱۲	۳/۳۲۹	۳/۶۶۵	۳/۷۱۲	۴/۱۲۵	۴/۵۱۲	۴/۴۴۱	۴/۶۷۱	۵/۰۱۲

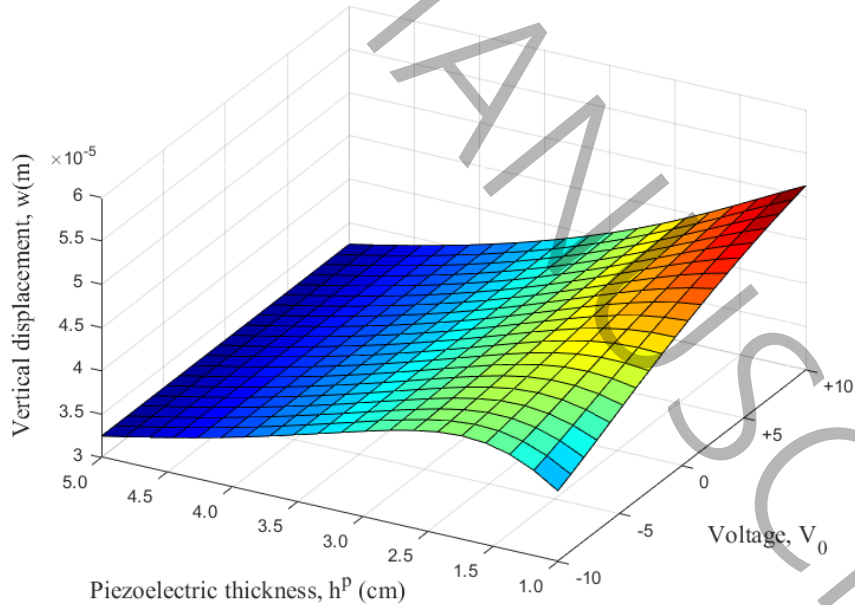
۴-۹- بررسی اثر همزمان مقدار ولتاژ و ضخامت لایه پیزوالکتریک بر تغییر شکل دینامیکی جانبی و خیز قائم قاب تحت اثر زلزله  
اثر همزمان مقدار ولتاژ اعمالی و ضخامت لایه پیزوالکتریک بر تغییر شکل دینامیکی جانبی و خیز قائم قاب به ترتیب در شکل‌های (۱۴) و (۱۵) نشان داده شده است. همانطور که از دو شکل مشخص است مقدار تغییر شکل دینامیکی قاب تحت اثر زلزله در حالت وجود لایه پیزوالکتریک با هر نوع ضخامتی در حالت اعمال ولتاژ منفی کمتر از اعمال ولتاژ مثبت می‌باشد. همچنین مقدار تغییر شکل دینامیکی جانبی بیش از تغییر شکل دینامیکی قائم تیر قاب می‌باشد. نکته بسیار مهم دیگری که در اینجا مشخص می‌شود این است که برای حالت اعمال ولتاژ مثبت، تاثیر ضخامت لایه پیزو حاکم نبوده و با افزایش ضخامت لایه پیزو، تغییر شکل دینامیکی کاهش می‌یابد، اما در ولتاژهای منفی، تاثیر مقدار ضخامت لایه پیزو بیشتر نمایان شده به-طوریکه در ضخامت‌های کم لایه پیزو تا یک حد خاص، وجود لایه پیزو اثر معکوس داشته و سبب افزایش تغییر شکل دینامیکی

شده اما بعد از یک مقدار خاص ضخامت لایه پیزو (در اینجا حدود ۲ سانتی متر برای تغییر شکل دینامیکی جانبی و ۲/۵ سانتی-  
متر برای تغییر شکل دینامیکی قائم) با افزایش ضخامت، تغییر شکل دینامیکی به شدت کاهش می یابد.



شکل ۱۴- اثر همزمان مقدار ولتاژ و ضخامت لایه پیزوالکتریک بر تغییر شکل دینامیکی جانبی قاب تحت اثر زلزله

**Figure 14- The simultaneous effect of the voltage value and the thickness of the piezoelectric layer on the lateral dynamic deflection of the frame under earthquake**



شکل ۱۵- اثر همزمان مقدار ولتاژ و ضخامت لایه پیزوالکتریک بر تغییر شکل دینامیکی قائم تیر قاب تحت اثر زلزله

**Figure 15- The simultaneous effect of the voltage value and the thickness of the piezoelectric layer on the vertical dynamic deflection of the frame under earthquake**

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله به تحلیل و کنترل دینامیکی قاب بتنی یک دهانه پوشش داده شده با لایه پیزوالکتریک روی تیر و ستون‌ها تحت بار لرزه‌ای پرداخته شد. به منظور کنترل قاب بتنی، از یک کنترل کننده تناسبی- مشتقی استفاده شد بدین صورت که یک لایه پیزوالکتریک در نقش محرک و دیگری در نقش سنسور در نظر گرفته شد. برای استخراج معادلات حاکم بر قاب بتنی دارای لایه پیزوالکتریک، ابتدا قاب به کمک تئوری هایپربولیک برشی مرتبه بالا و روش انرژی به صورت ریاضی مدل‌سازی شد و در نهایت جهت کوپل کردن معادلات بدست آمده برای تیر و ستون، از شرایط مرزی پیوستگی در نقاط اتصال تیر به ستون‌ها به یکدیگر استفاده شد. به منظور حل عددی معادلات کوپل شده دینامیکی، برای اولین بار روش عددی تفاضلات مربعی به همراه روش نیومارک بکار گرفته شدند. مزیت این روش، دقت بالای نتایج به همراه سرعت بالا در محاسبه آن می‌باشد. بعد از صحت‌سنجی نتایج، اثر پارامترهای مختلفی همچون ولتاژ اعمالی به لایه پیزوالکتریک، کنترل کننده از نوع پیزوالکتریک، ضخامت لایه پیزوالکتریک و اثرات ترکیبی آنها بر تغییر شکل دینامیکی بررسی شد. در اینجا، مقادیر بهینه پارامترهای کنترل کننده شامل ضریب تناسب و ضریب مشتق به ترتیب برابر با  $3/824$  و  $5/812$  به دست آمدند. نتایج نشان می‌دهد برای تعداد نقاط شبکه ۱۵، تغییر شکل دینامیکی بدست آمده از روش تفاضلات مربعی همگرا می‌شود. همچنین، اگر از یک کنترل کننده از نوع پیزوالکتریک استفاده شود، دامنه تغییر شکل به شدت کاهش یافته و زمان میرایی سیستم کوتاه‌تر خواهد شد. به منظور مطالعه کمی، ماکزیمم تغییر شکل دینامیکی جانبی و ماکزیمم خیز قائم قاب با مشخصات مفروض برای حالت با کنترل کننده به ترتیب  $0/0009698$  و  $0/0002187$  متر و برای حالت بدون کنترل کننده به ترتیب  $0/003346$  متر و  $0/006281$  است. به عبارت دیگر استفاده از کنترل کننده به ترتیب منجر به کاهش ۷۲ و ۶۵/۱۸ درصدی تغییر شکل دینامیکی جانبی و قائم می‌شود. همچنین مشاهده شد، که تغییر شکل دینامیکی جانبی سازه درحالتی که فقط ستون‌ها لایه پیزوالکتریک دارند کمتر از حالتی است که فقط تیر لایه پیزوالکتریک دارد درحالی که این موضوع برای خیز دینامیکی قائم سازه بالعکس می‌باشد. به عبارت دیگر وجود لایه پیزوالکتریک روی تیر اثر بیشتری روی خیز دینامیکی قائم دارد در حالی که وجود لایه پیزوالکتریک روی ستون‌ها، اثر بیشتری روی تغییر شکل دینامیکی جانبی سازه دارد. از دیگر نتایج این تحقیق می‌توان به اثر قابل توجه ولتاژ خارجی بر روی جابجایی دینامیکی سیستم اشاره کرد بطوریکه با اعمال ولتاژ خارجی منفی به لایه پیزوالکتریک، جابجایی دینامیکی کمتر خواهد شد و بالعکس. به منظور مطالعه کمی، بیشینه خیز دینامیکی جانبی برای ولتاژ منفی و مثبت به ترتیب  $2/98$  و  $4/33$  میلی‌متر و بیشینه خیز دینامیکی قائم برای ولتاژ منفی و مثبت به ترتیب  $0/58$  و  $0/81$  میلی‌متر است. به عبارت دیگر، اعمال ولتاژ منفی به لایه پیزوالکتریک تغییر شکل دینامیکی جانبی و قائم را به ترتیب  $31/17$  و  $28/39$  درصد کاهش می‌دهد. به علاوه، شرایط مرزی گیردار در دو طرف قاب بتنی دارای لایه پیزوالکتریک، خیز دینامیکی جانبی و قائم را به ترتیب  $25/5$  و  $14/12$  درصد نسبت به شرایط مرزی دو سر مفصل کاهش می‌دهد. همچنین اثر تغییرات شرایط مرزی از دو سر گیردار به دو سر مفصل بر تغییر شکل دینامیکی جانبی در حالت وجود لایه پیزو روی ستون و عدم وجود لایه پیزو روی تیر بیشتر از دو حالت دیگر یعنی استفاده همزمان از لایه پیزو روی تیر و ستون و یا وجود لایه پیزو روی تیر و عدم وجود لایه پیزو روی ستون می‌باشد. به طوریکه تغییر شکل دینامیکی جانبی در این حالت برای تمامی ولتاژهای در نظر گرفته شده در حالت شرایط تکیه‌گاهی دو سر مفصل نسبت به دو سر گیردار و طول تیر و ستون برابر ۴ متر به طور میانگین حدود  $19/4$  درصد بیشتر بوده درحالی که این مقدار برای حالت استفاده همزمان از لایه پیزو روی تیر و ستون برابر  $14/9$  درصد و برای حالت وجود لایه پیزو روی تیر و عدم وجود لایه پیزو روی ستون برابر  $11/9$  درصد بیشتر می‌باشند. از نتایج مهم دیگر این تحقیق این است که برای حالت اعمال ولتاژ مثبت، تاثیر ضخامت لایه پیزو حاکم نبوده و با افزایش ضخامت لایه پیزو، تغییر شکل دینامیکی کاهش می‌یابد اما در ولتاژهای منفی، تاثیر مقدار ضخامت لایه پیزو بیشتر نمایان شده به-طوری که در ضخامت‌های کم لایه پیزو تا یک حد خاص، وجود لایه پیزو اثر معکوس داشته و سبب افزایش تغییر شکل دینامیکی شده اما بعد از یک مقدار خاص ضخامت لایه پیزو (در اینجا حدود ۲ سانتی‌متر برای تغییر شکل دینامیکی جانبی و  $2/5$  سانتی‌متر برای تغییر شکل دینامیکی قائم) با افزایش ضخامت، تغییر شکل دینامیکی به شدت کاهش می‌یابد.

- [1] A. Jafarian Arani, R. Kolahchi, Buckling analysis of embedded concrete columns armed with carbon nanotubes, *Computers and Concrete*, 17 (2016) 567-578.
- [2] B. Safari Bilouei, R. Kolahchi, M. Rabani Bidgoli, Buckling of concrete columns retrofitted with Nano-Fiber Reinforced Polymer (NFRP), *Computers and Concrete*, 18(5) (2016) 1053-1063.
- [3] A. Arbabi, R. Kolahchi, M. Rabani Bidgoli, Concrete columns reinforced with Zinc Oxide nanoparticles subjected to electric field: buckling analysis, *Wind and Structures*, 24 (2017) 431-446.
- [4] M. Zamanian, R. Kolahchi, M. Rabani Bidgoli, Agglomeration effects on the buckling behaviour of embedded concrete columns reinforced with SiO<sub>2</sub> nano-particles, *Wind and Structures*, 24 (2017) 43-57.
- [5] H. Mohammadian, R. Kolahchi, M. Rabani Bidgoli, Dynamic response of concrete beams reinforced by Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanoparticles subjected to magnetic field and earthquake load, *Earthquakes and Structures*, 13(6) (2017) 589-598.
- [6] M. Sharifi, R. Kolahchi, M. Rabani Bidgoli, Dynamic analysis of concrete beams reinforced with TiO<sub>2</sub> nano particles under earthquake load, *Wind and Structures*, 26(1) (2018) 1-9.
- [7] M. Azmi, R. Kolahchi, M. Rabani Bidgoli, Dynamic analysis of concrete column reinforced with SiO<sub>2</sub> nanoparticles subjected to blast load, *Advances in Concrete Construction*, 7(1) (2019) 51-63.
- [8] T. Liu, W. Zhong, Earthquake responses of near-fault frame structure clusters due to thrust fault by using flexural wave method and viscoelastic model of earth medium, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 61–62 (2014) 57-62.
- [9] F. Mazza, Wind and earthquake dynamic responses of fire-exposed steel framed structures, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 78 (2015) 218-229.
- [10] P. Paultre, B. Weber, S. Mousseau, J. Proulx, Detection and prediction of seismic damage to a high-strength concrete moment resisting frame structure, *Engineering Structures*, 114 (2016) 209-225.
- [11] N. Øystad-Larsen, E. Erduran, A.M. Kaynia, Evaluation of effect of confinement on the collapse probability of reinforced concrete frames subjected to earthquakes, *Procedia Engineering*, 199 (2017) 784-789.
- [12] Z.I. Syed, O.A. Mohamed, K. Murad, M. Kewalramani, Performance of Earthquake-resistant RCC Frame Structures under Blast Explosions, *Procedia Engineering*, 180 (2017) 82-90.
- [13] S. Mahmoud, M. Genidy, H. Tphoon, Time-History Analysis of Reinforced Concrete Frame Buildings with Soft Storeys *Arabian Journal for Science and Engineering*, 42 (2017) 1201–1217.
- [14] T.K. Šipoš, H. Rodrigues, M. Grubišić, Simple design of masonry infilled reinforced concrete frames for earthquake resistance, *Engineering Structures*, 171 (2018) 961-981.
- [15] C. Wang, J. Xiao, C. Wang, C. Zhang, Nonlinear damping and nonlinear responses of recycled aggregate concrete frames under earthquake loading, *Engineering Structures*, 201 (2019) 109575.
- [16] J. Su, B. Liu, G. Xing, Y. Ma, J. Huang, Seismic Damage and Collapse Assessment of Reinforced Concrete Frame Structures Using a Component-Classification Weighted Algorithm, *Mathematical Problems in Engineering*, (2019) 6438450, 19 pages.
- [17] J. Yu, J. Ye, B. Zhao, Shilang Xu, Dynamic Response of Concrete Frames Including Plain Ductile Cementitious Composites, *Journal of Structural Engineering*, 145(6) (2019) 04019042.
- [18] H. Sha, X. Chong, J. Wei, Seismic performance of precast concrete frame with energy dissipative cladding panel system: Half-scale test and numerical analysis, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 165 (2022) 107712.
- [19] H.S. Tzou, M. Cadre, Theoretical analysis of a multi-layered thin shell coupled with piezoelectric shell actuators for distributed vibration controls, *Journal of Sound and Vibration*, 132 (1989) 433-450.

- [20] G.G. Sheng, X. Wang, Thermoelastic vibration and buckling analysis of functionally graded piezoelectric cylindrical shells, *Applied Mathematical Modelling*, 34 (2010) 2630–2643.
- [21] A. Alibeigloo, A.M. Kani, 3D free vibration analysis of laminated cylindrical shell integrated piezoelectric layers using the differential quadrature method, *Applied Mathematical Modelling*, 34 (2010) 4123–4137.
- [22] S. Hashemi Hoseini, S. Fazeli, M. Fadaei, Piezoelectric materials and their application in the transportation industry, *Mechanical Engineering*, 20(77) (2011) 48-56. (in Persian)
- [23] L.L. Ke, Y.S. Wang, Z.D. Wang, Nonlinear vibration of the piezoelectric nanobeams based on nonlocal theory, *Composite Structures*, 94 (2012) 20-38.
- [24] M. Bodaghi, M. Shakeri, An analytical approach for free vibration and transient response of functionally graded piezoelectric cylindrical panels subjected to impulsive loads, *Composite Structures*, 94 (2012) 17-21.
- [25] A. Alibeigloo, A.M. Kani, M.H. Pashaei, Elasticity solution for the free vibration analysis of functionally graded cylindrical shell bonded to thin piezoelectric layers, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 89 (2012) 98.
- [26] M. Arab, Control of shell vibrations with piezoelectric materials, MS Thesis, University of Yazd, Faculty of Civil Engineering, (2013). (in Persian)
- [27] L. Yang, Y. Luo, T. Qiu, M. Yang, G. Zhou, G. Xie, An analytical method for the buckling analysis of cylindrical shells with non-axisymmetric thickness variations under external pressure, *Thin-Walled Structures*, 85 (2014) 431.
- [28] M. Yaqoob Yasin, S. Kapuria, An efficient finite element with layerwise mechanics for smart piezoelectric composite and sandwich shallow shells, *Computational Mechanics*, 53 (2014) 101-124.
- [29] A.V. Loptain, E.V. Morozov, Buckling of the composite sandwich cylindrical shell with clamped ends under uniform external pressure, *Composite Structures*, 122 (2015) 209.
- [30] M. Ghasemi, A. jaamialahmadi, Analytical solution based on higher order shear and normal deformation theory for Buckling of functionally graded plates with piezoelectric layers, *Modares Mechanical Engineering*, 15(3) (2015) 387-397. (in Persian)
- [31] H. Farahani, R. Azarafza, F. Barati, Mechanical buckling of a functionally graded cylindrical shell with axial and circumferential stiffeners using third-order shear deformation theory, *Comptes Rendus Mécanique*, 342 (2014) 501.
- [32] Z.X. Lei, L.W. Zhang, K.M. Liew, J.L. Yu, Dynamic stability analysis of carbon nanotube-reinforced functionally graded cylindrical panels using the element-free kp-Ritz method, *Composite Structures*, 113 (2014) 328.
- [33] Z.M. Li, P. Qiao, Buckling and postbuckling of anisotropic laminated cylindrical shells under external pressure and axial compression in thermal environments, *Composite Structures*, 119 (2015) 709.
- [34] B.A. Selim, L.W. Zhang, K.M. Liew, Active vibration control of CNT-reinforced composite plates with piezoelectric layers based on Reddy's higher-order shear deformation theory. *Composite Structures*, 11 (2016) 11-19.
- [35] J. Li, Zh. Ma, Zh. Wang, Y. Narita, Random Vibration Control of Laminated Composite Plates with Piezoelectric Fiber Reinforced Composites, *Acta Mechanica Solida Sinica*, 29 (2016) 316-327.
- [36] A. Alibeigloo, Thermoelastic analysis of functionally graded carbon nanotube reinforced composite cylindrical panel embedded in piezoelectric sensor and actuator layers, *Composite Part B: Engineering*, 98 (2016) 225–243.
- [37] M.R. Barati, M.H. Sadr, A.M. Zenkour, Buckling analysis of higher order graded smart piezoelectric plates with porosities resting on elastic foundation, *International Journal of Mechanical Sciences*, 117 (2016) 309-320.



- [38] M. Karimi, R. Tikani, S. Ziaei-Rad, Piezoelectric energy harvesting from bridge vibrations under moving consecutive masses, *Modares Mechanical Engineering*, 16(6), (2016) 108-118. (in Persian)
- [39] K. Kuliński, J. Przybylski, Piezoelectric effect on transversal vibrations and buckling of a beam with varying cross section, *Mechanics Research Communications*, 82 (2017) 43-48.
- [40] J. Przybylski, G. Gasiorski, Nonlinear vibrations of elastic beam with piezoelectric actuators, *Journal of Sound and Vibration*, 437 (2018) 150-165.
- [41] A. Bathaei, M. Ramezani, S.M. Zahrai, Semi-active fuzzy control of 5-story structure under near & far field earthquakes using piezoelectric friction dampers, *Journal of Structure & Steel*, 12(24) (2019) 65-76. (in Persian)
- [42] D.G. Ninh, T.V. Vang, D.V. Dao, Effect of cracks on dynamical responses of double-variable-edge plates made of graphene nanoplatelets-reinforced porous matrix and sur-bonded by piezoelectric layers subjected to thermo-mechanical loads, *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 96 (2022) 104742.
- [43] A-S Poudrel, V-H Nguyen, G. Rosi, Optimization of a smart beam for monitoring a connected inaccessible mechanical system: Application to bone-implant coupling, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 192 (2023) 110188.
- [44] X. Zhang, H. Qi, Dynamic behavior of an inhomogeneous piezoelectric/piezomagnetic half space with a circular ring structure under SH wave, *Wave Motion*, 114 (2022) 103037.
- [45] H.T. Thai, T.P. Vo, A nonlocal sinusoidal shear deformation beam theory with application to bending, buckling, and vibration of nanobeams, *International Journal of Engineering Science*, 54 (2012) 58–66.
- [46] A. Zamani, R. Kolahchi, M. Rabani Bidgoli, Seismic response of smart nanocomposite cylindrical shell conveying fluid flow using HDQ-Newmark methods, *Computers and Concrete*, 20 (2017) 671-682.
- [47] Q. Zhao, Y. Liu, L. Wang, H. Yang, D. Cao, Design method for piezoelectric cantilever beam structure under low frequency condition, *International Journal of Pavement Research and Technology*, 11 (2018) 153-159.
- [48] R. Kolahchi, M. Safari, M. Esmailpour, Dynamic stability analysis of temperature-dependent functionally graded CNT-reinforced visco-plates resting on orthotropic elastomeric medium, *Composite Structures*, 150 (2016) 255–265.
- [49] M.H. Hajmohammad, A. Farrokhian, R. Kolahchi, Smart control and vibration of viscoelastic actuator-multiphase nanocomposite conical shells-sensor considering hygrothermal load based on layerwise, *Aerospace Science and Technology*, 78 (2018) 260-270.
- [50] H. Rafieipour, S.M. Tabatabaei, M. Abbaspour, A novel approximate analytical method for nonlinear vibration analysis of Euler–Bernoulli and Rayleigh beams on the nonlinear elastic foundation, *Arabian Journal for Science and Engineering*, 39 (2014) 3279–3287.
- [51] M. Şimşek, Large amplitude free vibration of nanobeams with various boundary conditions based on the nonlocal elasticity theory, *Composites: Part B*, 56 (2014) 621-628.
- [52] R. Ansari, H. Rouhi, A. Nasiri Rad, Vibrational analysis of carbon nanocones under different boundary conditions: An analytical approach, *Mechanics research communications*, 56 (2014) 130–135.

# Dynamic deflection control of reinforced concrete frame under earthquake load with piezoelectric layer

Mahmood Rabani bidgoli<sup>1,2\*</sup>, Masood Kargar<sup>1</sup>, Hamid Mazaheri<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Civil Engineering, Khomein Branch, Islamic Azad University, Khomein, Iran,

<sup>2</sup>Department of Civil Engineering, Jasb Branch, Islamic Azad University, Jasb, Iran

## ABSTRACT

Piezoelectric materials are a type of smart materials that are of interest to many researchers in various engineering sciences due to their extraordinary properties such as converting mechanical energy into electrical energy and vice versa. In this article, the determination and control of the dynamic deformation of a one-span concrete frame with a piezoelectric layer coating on beams and columns under seismic load is discussed. In order to control the dynamic deformation of the concrete frame, a proportional-derivative controller has been used in such a way that a piezoelectric layer is considered as an actuator and a layer as a sensor. The governing equations for the beam and column components of concrete frame are obtained by using high-order shear theory, calculating energy relations, applying Hamilton's principle and considering the applied voltage on piezoelectric materials. In order to solve the dynamic coupled equations, the numerical method of differential quadrature method has been used and finally, with the help of Newmark method, the dynamic deformation of the concrete frame is calculated. After validating the results, the effect of various parameters such as voltage applied to the piezoelectric layer, piezoelectric type controller, thickness of the piezoelectric layer on dynamic deformation were investigated. Here, the optimal values of controller parameters, including proportionality coefficient and derivative coefficient, were obtained as 3.824 and 5.812, respectively. The results show that the use of the controller leads to a reduction of 72 and 65 percent of the lateral and vertical dynamic deflection of the frame, respectively.

## KEYWORDS

Dynamic deflection, concrete frame, numerical method, piezoelectric controller, mathematical modeling

---

\* Corresponding Author: Email: m.rabanibidgoli@gmail.com, mahmood.rabanibidgoli@iau.ac.ir