

بهینه‌سازی هندسه کارگاه زیرزمینی با استفاده از تقریب تابع خطی شکسته و حل برنامه‌ریزی عدد صحیح

یوسف میرزائیان^۱؛ مجید عطائی پور^۲

چکیده

با استفاده از تقریب زدن سود تجمعی با تابع خطی شکسته و حل عدد صحیح، روشی برای بهینه‌سازی ابعاد و مکان قرارگیری کارگاه‌های استخراج زیرزمینی ارائه شده است. در این روش از گسسته‌سازی یک، دو و یا سه بعدی ذخیره معدنی (مدل بلوکی) استفاده می‌شود. برای هر ردیف یا ستون از بلوک‌ها، هندسه کارگاه با تعیین نقاط بهینه شروع و انتهای عملیات استخراج، مشخص می‌شود. برای تعیین این نقاط از دو تقریب خطی شکسته‌ی تابع تجمعی سود استخراج بلوکهای هر پهنه‌ی استخراجی استفاده شده است. محدوده نهایی کارگاه به وسیله برنامه‌ریزی عدد صحیح و با استفاده از متغیر ویژه‌ای به نام متغیر "مجموعه‌های منظم ویژه نوع ۲" تعیین می‌شود. این مقاله به تشریح گام به گام ساخت مدل، حل برنامه‌ریزی عدد صحیح و استفاده از نرم افزار GAMS/Cplex11 برای اعمال مدل بر روی مثال‌های عددی می‌پردازد. اعتبارسنجی مدل با مقایسه‌ی موارد مشابه ارائه شده است.

کلمات کلیدی

بهینه‌سازی، معدن زیرزمینی، تقریب خطی شکسته، برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط، مجموعه منظم ویژه نوع ۲.

Optimization of Stope Geometry Using Piecewise Linear Function and MIP Approach

Yousef Mirzaeian; Majid Ataee-pour

ABSTRACT

The MIP technique in combination with Piecewise linear function has lead to a method of stope design, which uses a one, two or three-dimensional discretisation of the ore zone (block model). An optimal economic stoping boundary is developed by optimizing the starting and ending locations for mining within each row or column of blocks (a mining panel). To determine these locations, two piecewise linear, cumulative functions are used for each row. The stope boundary model is optimized using a MIP approach that employs a special kind of variables named "special ordered sets type 2". This paper presents a step by step explanation of the model construction. The optimizing problem is solved using the MIP approach. GAMS/Cplex11 software tool is employed to numerical examples. The model is validated by comparison with similar cases.

KEYWORDS

Optimization, underground mine, piecewise linear function, mixed integer programming, special ordered sets type 2.

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۸/۶/۲

تاریخ اصلاحات مقاله: ۱۳۸۹/۹/۱

^۱ نویسنده مسئول و دانشجوی دکتری استخراج معدن، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر تهران؛

mirzaeian@aut.ac.ir

^۲ دانشیار دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر تهران؛ map60@aut.ac.ir



تحلیل قرار گرفته است. در پایان نتایج به دست آمده با موارد مشابه مقایسه و اعتبارسنجی شده است.

۲- پیشینه مطالعات

بیشتر تکنیک‌های بهینه‌سازی زیرزمینی شامل استفاده از الگوریتم پویا [۲ و ۳]، بکارگیری زمین آمار پایین دستی^۲ و جبر تصویری^۳ [۴]، الگوریتم تقسیم هشتگانه^۴ [۵]، روش کارگاه شناور^۵ [۶]، الگوریتم با ارزشترین همسایگی^۶ [۷]، استفاده از برنامه‌ریزی عدد صحیح [۸] هستند. از این میان الگوریتم پویا، زمین آمار پایین دستی و برنامه‌ریزی عدد صحیح از نوع ریاضی محور^۷ و سایر روشها جستجو محور^۸ هستند.

روش بهینه‌سازی الگوریتم پویا با اصلاح روش بهینه‌سازی پویای معادن روباز توسعه یافت. مهم‌ترین تفاوت در این دو روش تغییر محدودیت توالی برداشت بلوکها است، بطوریکه در روش زیرزمینی محدودیت ارتباط فضای حفیه با سطح زمین به واسطه دیواره‌ای با شیب پایدار حذف شده است [۲]. الگوریتم دیگری توسط جلالی و همکاران ارائه شده که در آن مساله بهینه‌سازی هندسه کارگاه زیرزمینی با هدف بیشینه‌سازی سود استخراجی با استفاده از برنامه‌ریزی پویا حل شده است. در این حل، از دو الگوریتم جزء گرای OLIPS و کل گرای GOUMA برای حل همزمان در مقیاس‌های کوچک و بزرگ ماده معدنی استفاده شده است [۳].

روش زمین آمار پایین دستی برای اولین بار در یک پژوهش معدن اورانیم زیرزمینی بکار رفت. در این روش با استفاده از زمین آمار غیرخطی نقشه‌های تصویری از بلوکهای سود ده و باطله‌های ماده معدنی تهیه و سپس با استفاده از روش جبر تصویری^۱ و محدودیت ابعاد کارگاهها و طول پایه‌های معدنی مکان بهینه قرارگیری کارگاههای استخراجی بر روی تصویر ماده معدنی محاسبه می‌شود.

الگوریتم تقسیم هشتگانه که به عنوان ابزاری از نرم‌افزار برنامه‌ریزی تولید بونانز^۱ مطرح شده [۵]، به طور ساده بر اساس تقسیمات هشتگانه توده معدنی و انتخاب بلوکهای اقتصادی مناسب برای استخراج با توجه به ابعاد کارگاه استخراجی بنا نهاده شده است.

روش کارگاه شناور به وسیله دیتامین^{۱۱} برای شناسایی محدوده ماده معدنی قابل استخراج یا حدود اقتصادی کارگاه استخراج زیرزمینی ارائه شده است [۶]. ایده اصلی روش کارگاه شناور برگرفته از روش جستجو محور مخروط شناور مثبت برای بهینه‌سازی محدوده استخراج روباز بوده با این تفاوت که محدودیت استخراج مواد از سطح زمین به محدودیت

برای روش‌های استخراج روباز انواع مختلفی از الگوریتم‌های بهینه‌سازی محدوده نهایی مورد استفاده قرار گرفته است (مانند مخروط شناور مثبت، الگوریتم لرج و گروسمن و غیره). در مقایسه با روش‌های روباز، تلاش بسیار کمتری برای بهینه‌سازی محدوده استخراجی معادن زیرزمینی انجام شده است. علت‌های اصلی کم بودن تعداد تحقیقات در زمینه بهینه‌سازی استخراج زیرزمینی عبارتند از [۱]:

- عمومیت: توسعه الگوریتمی که برای انواع مختلف و بیشتر روش‌های استخراج زیرزمینی عمومیت داشته باشد، بسیار مشکل است.

- پیچیدگی: اطلاعات زمین شناسی، ژئومکانیکی و اقتصادی نسبتاً پیچیده و مدل کردن آنها مشکل است.

- مقبولیت: هر چند که سیستم‌های طراحی به کمک کامپیوتر گام‌های طراحی را به صورت خودکار طی می‌نمایند، اما طراحان معادن زیرزمینی همواره به روش‌های سنتی و اعمال قوانین سرانگشتی پایبندی بیشتری دارند.

هدف از این تحقیق تبیین روشی است که با استفاده از تقریب سود تجمعی با تابع خطی شکسته^۱ و اعمال حل عدد صحیح، ابعاد و مکان بهینه قرارگیری کارگاه‌های زیرزمینی بر روی هر پهنه استخراجی را تعیین نماید. برای هر ردیف یا ستون از بلوکها (به عبارتی پهنه استخراجی) هندسه کارگاه با تعیین نقاط بهینه شروع و انتهای عملیات استخراجی مشخص می‌شود. برای تعیین این نقاط از دو تقریب خطی شکسته‌ی تابع تجمعی مطلوبیت استخراج بلوکهای هر پهنه‌ی استخراجی استفاده می‌شود. این دو تقریب فرمول یکسانی دارند و در هر نقطه از پهنه میزان سود تجمعی استخراج از ابتدای ردیف تا نقطه موردنظر را به دست می‌دهند. با در نظر گرفتن نقاط شروع و انتهای متغیر برای کارگاه، توابع تقریب مقادیر متفاوتی از سود تجمعی در این نقاط به دست می‌دهند. اختلاف این مقادیر معادل ارزش مواد بین دو نقطه در صورت استخراج شدن است. با بیشینه‌سازی اختلاف ارزش تجمعی سود در نقاط شروع و انتهای کارگاه، با توجه به محدودیت‌های هندسی و عملیاتی استخراج، ابعاد و مکان قرارگیری کارگاه بهینه در هر ردیف یا پهنه استخراجی به دست می‌آید.

پس از توضیح تفصیلی درباره چگونگی عملکرد الگوریتم، روش مدل‌سازی مسأله در نرم‌افزار بهینه‌سازی Cplex با واسط نرم‌افزاری Gamside مورد بحث واقع شده و نتایج بهینه‌سازی برای مثالهای یک و دو بعدی ارائه شده و مورد

استخراج مواد از نقاط تخلیه زیرزمینی تغییر یافته است.

روش جستجو محور نزدیکترین همسایه بر اساس مفاهیم "نسبت بلوک/کارگاه" و "درجه همسایگی" پایه‌ریزی شده و از مدل بلوکی ۳ بعدی اقتصادی استفاده می‌نماید. اساس روش تعیین بهترین بلوکهای همسایه‌ای است که بیشترین ارزش خالص فعلی را تضمین نموده و محدودیت های هندسی (ابعاد) کارگاه استخراج را در نظر گیرند [۷].

۳- روش بهینه‌سازی

در این تحقیق هدف از بهینه‌سازی، بیشینه نمودن ارزش یک مطلوبیت دلخواه استخراجی با توجه به نیاز در نظر گرفته شده است. این مطلوبیت ممکن است ارزش اقتصادی، میزان محصول نهایی، عکس هزینه استخراج و یا هر مطلوبیت مناسب دیگری باشد. مطلوبیت گفته شده به طور معمول ارزش اقتصادی بوده و هدف بهینه‌سازی، اغلب بیشینه‌سازی ارزش اقتصادی استخراج در نظر گرفته می‌شود. برای اعمال مدلسازی در ابتدا ارزش اقتصادی بلوکها با توجه به اطلاعات عیاری و اقتصادی مدل بلوکی به دست می‌آید (شکل ۱).

ارزش اقتصادی بلوکها						
$i=0$	1	2	3	4	5	6
	45	85	5	90	70	10
$X_i=0$	25	50	75	100	125	150
	مکان قرار گیری واقعی بلوکها (m) →					

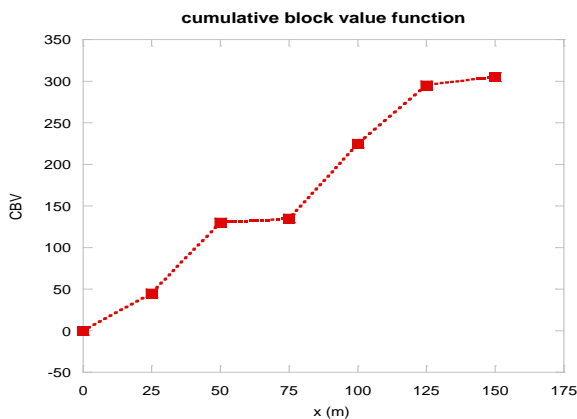
شکل (۱): مثالی از یک ردیف (پهنه استخراجی) از بلوکها، مکان قرارگیری و ارزش اقتصادی آنها [۱]

پس از تعیین ارزش بلوکها، ارزش تجمعی آنها در جهت طول پهنه (بعدی که تصمیم‌گیری محل کارگاه بر روی آن انجام می‌شود)، از جمع ارزش بلوکها به دست می‌آید. ارزش‌های تجمعی به دست آمده ماهیتی گسسته داشته و مقدار آنها فقط در نقاط انتهایی بلوکها مشخص است. اما برای مدلسازی مساله به ارزش تجمعی پیوسته‌ای که مقدار آن در هر نقطه‌ای پهنه استخراجی مشخص شده نیاز است. با فرض یکنواخت بودن خصوصیات بلوکها، ارزش تجمعی آنها در طول بلوک به طور خطی افزایش می‌یابد، بنابراین تابع گسسته ارزش تجمعی را می‌توان به صورت خطی شکسته بیان نموده و در مدلسازی استفاده نمود (شکل ۲). بیان تابع خطی شکسته با یک رابطه واحد، به منظور استفاده در بهینه‌سازی دارای اهمیت است.

۱-۳- تقریب تابع خطی شکسته

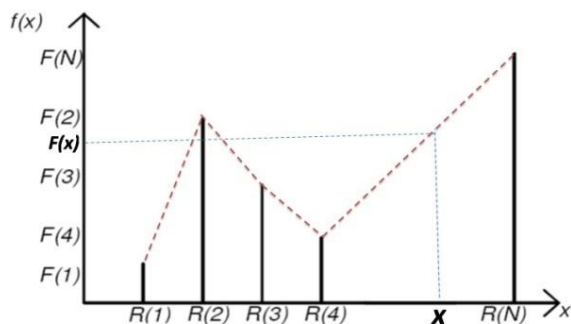
برای بیان یک تابع خطی شکسته با یک رابطه واحد، از نوعی از متغیرها به نام "مجموعه مرتب ویژه نوع ۲" یا به

اختصار SOS2 استفاده می‌شود. مجموعه‌های مرتب ویژه، مجموعه‌های مرتبی از اعدادند که دارای شرایط ویژه‌ای هستند. متغیر مجموعه مرتب ویژه نوع ۱ (SOS1) مجموعه‌ای از اعداد است که به جز یکی بقیه صفر هستند. متغیر مجموعه مرتب ویژه نوع ۲ (SOS2) مجموعه‌ای مرتب از اعداد است که حداکثر ۲ تای آنها می‌توانند غیر صفر باشند و اگر دو متغیر غیر صفر وجود داشته باشند این دو متغیر همسایه (پشت سر هم) خواهند بود [۸].



شکل (۲): تابع خطی شکسته به دست آمده از مقادیر گسسته ارزش تجمعی بلوکهای شکل ۱ (مقادیر گسسته تجمعی به شکل مربع های توپر و تقریبها با نقطه چین نشان داده شده‌اند)

مهم‌ترین کاربرد متغیرهای SOS2 تقریب یک تابع گسسته یا پیوسته غیرخطی، با استفاده از یک تابع خطی شکسته است. تابع گسسته، $F(x)$ ، که مقادیر آن در شبکه مشخصی از نقاط، x مانند $R(1), R(2), \dots, R(N)$ معین شده، مفروض است. با در نظر گرفتن i به صورت اعداد صحیح بین ۱ تا N می‌توان شکل ۳ را برای نقاط شبکه $F(i)=F(R(i))$ در نظر گرفت.



شکل (۳): مثالی از تابع گسسته [۸]

اگر $w(1), w(2), \dots, w(N)$ متغیرهای وزن (تاثیر) هر یک از نقاط گسسته شبکه در یک نقطه دلخواه x باشند، تقریب خطی شکسته تابع F با روابط ذیل انجام می‌شود:

$$x = \sum_{i=1}^N w(i) \times R(i) \quad (1)$$

۳-۳- محدودیت‌ها

محدودیت‌های متعددی برای تابع هدف بالا تعریف شده [۱] که در ادامه تشریح می‌شوند. اولین محدودیت به طبیعت تقریب تابع خطی شکسته، باز می‌گردد. مجموع همه اعضای یک متغیر SOS2 باید برابر با ۱ باشد (رابطه ۳)، در غیر این صورت تقریب از حالت خطی خارج می‌شود بنابراین:

$$\sum_{i=0}^n T_i = 1.0 \quad (5)$$

$$\sum_{i=0}^n L_i = 1.0 \quad (6)$$

محدودیت ابعاد هندسی کارگاه، دومین محدودیت در این زمینه است. هنگامی که بیشترین و کمترین ابعاد کارگاه دارای محدودیت هستند، این محدودیت‌ها بوسیله روابط (۷ تا ۱۰) بر مدل اعمال می‌شوند.

$$B_i - B_l \leq s \max \quad (7)$$

$$B_i - B_l \geq s \min \quad (8)$$

$$B_i = \sum_{i=0}^n x_i L_i \quad (9)$$

$$B_i = \sum_{i=0}^n x_i T_i \quad (10)$$

که در این روابط x_i مکان شروع بلوک i ام (شکل ۱)، یا به عبارتی مقدار متغیر مستقل در نقاط اطلاعاتی گسسته است. B_l و B_i به ترتیب نقاط شروع و خاتمه کارگاه استخراج و $smax$ و $smin$ نیز به ترتیب بیشترین و کمترین طول مجاز کارگاه بر روی پهنه مورد بررسی هستند. روابط (۹ و ۱۰) با رابطه (۲) متناظر بوده و نقطه متناظر با متغیر $SOS2$ را بر روی محور دکارتی X مشخص می‌کنند. در صورتی که محدودیت‌های دیگری بر روی مکان و ابعاد کارگاه تاثیر گذار باشند، باید با اضافه نمودن روابط متناظر با آنها در مدل‌سازی اضافه شوند. با در نظرگیری روابط ۴ تا ۱۰ مساله بهینه‌سازی محدود شده کارگاه استخراج با هدف بیشینه نمودن مطلوبیت هدف بر روی یک پهنه به صورت یک بعدی مدل می‌شود.

۴- حل مساله

با توجه به ماهیت گسسته متغیر مجموعه مرتب ویژه نوع ۲ برای حل این مساله باید به جای بهینه‌سازی خطی از حل کننده‌های عدد صحیح مختلط^{۱۲} استفاده نمود. از مهمترین حل کننده‌های تجاری عدد صحیح Cplex، Xpress، XARAR، XA، FortMP و XLSOL هستند. از این میان دو نوع Cplex و Xpress قابلیت حل مسائل با ابعاد بسیار بزرگ در زمان کوتاه

$$F(x) = \sum_{i=1}^N F(i) \times w(i) \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N w(i) = 1 \quad (3)$$

رابطه (۱) مکان متغیر مستقل دلخواه x را با توجه به دو نقطه گسسته مجاورش مشخص می‌نماید. رابطه (۲) مقدار تابع در مکان متغیر x را به دست می‌دهد. رابطه (۳) شرط خطی بودن تغییرات تابع در فاصله بین دو نقطه گسسته را برآورده می‌نماید. البته در هر نقطه حداکثر دو وزن مجاور بزرگتر از صفر هستند (طبیعت خطی بودن تابع بین دو نقطه این شرط را القا می‌کند). دو متغیر $w(i)$ و $w(j)$ زمانی مجاور هستند که هیچ $w(k)$ ای وجود نداشته باشد که $R(i) \leq R(k) \leq R(j)$. مجموعه وزنه‌های $w(1), w(2), \dots, w(N)$ را می‌توان در داخل یک متغیر SOS2 قرار داد، زیرا این مجموعه شرایط متغیر SOS2 را دارا است. مجموعه روابط (۱) تا (۳) یک تابع خطی شکسته را به دست می‌دهند که از نقاط گسسته اولیه مفروض می‌گذرد.

۳-۲- تابع هدف

برای تعریف تابع هدف در ابتدا دو متغیر $SOS2$ در نظر گرفته می‌شود. یک متغیر $SOS2$ برای نشان دادن محل شروع استخراج در نظر گرفته شده و متغیر دیگر برای تعیین مکانی که استخراج تمام می‌شود. متغیر اول L و متغیر دوم T نامگذاری می‌شوند. اختلاف تابع ارزش تجمعی در دو نقطه‌ی شروع و انتهای استخراج، معرف ارزش مواد بین این دو نقطه در صورت استخراج است. تابع هدف به صورت بیشینه کردن ارزش مواد داخل کارگاه (بین دو نقطه ابتدایی و انتهایی) تعریف می‌شود. بنابراین اگر مقادیر ارزش تجمعی در هر نقطه گسسته، i ، با شاخص، a_i مشخص شود، تابع هدف بهینه‌سازی با رابطه ۴ تعریف می‌شود [۱].

$$\max \text{imize} \sum_{i=0}^n a_i T_i - \sum_{i=0}^n a_i L_i \quad (4)$$

پایین نویس i در L و T معرف مقدار i امین عضو از مجموعه مرتب ویژه نوع ۲ است. تابع هدف رابطه (۴) نقاط شروع و انتهایی را انتخاب می‌نماید که بیشترین اختلاف را در تابع ارزش تجمعی داشته باشند، به عبارتی نقاطی که استخراج مواد بین آنها بیشترین سود را به دست می‌دهند. باید توجه داشت که تابع

$$CV(SOS2) = \sum_{i=0}^n a_i SOS2_i \quad SOS2_i = L_i, T_i$$

تجمعی استخراج از ابتدای پهنه تا نقطه متناظر با $SOS2$ (با توجه به رابطه‌های (۱ و ۲)) است.



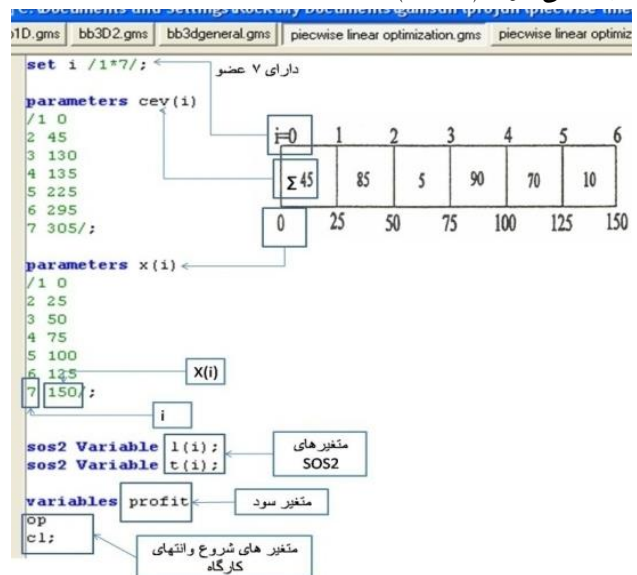
را دارند. نوع Cplex برای حل مسائل بزرگ از روش شاخه و برش^{۱۴} استفاده می‌کند. این روش حل، قابلیت زیادی برای حل سریع مسائل عدد صحیح نسبت به روشهای دیگر دارد. واسطه‌های نرم‌افزاری مختلفی از ترکیب این حل‌کننده‌ها برای حل مسائل بهینه‌سازی استفاده می‌نمایند. در بسیاری از این واسطه‌ها امکان تعریف متغیر SOS در نظر گرفته نشده است. واسطه‌های AMPL، TOMLAB+MATLAB، Gamside و SOS(1,2) از واسطه‌های با قابلیت در نظرگیری متغیرهای SOS هستند. از میان این واسطه‌ها نوع Gamside راهنمای قویتری برای کاربر داشته و زبان برنامه نویسی ساده‌تری دارد، بنابراین از بین واسطه‌ها، Gamside [۹] و از بین حل‌کننده‌ها Cplex v.11 [۱۱]، مورد استفاده قرار گرفتند.

۴-۱- مثال عددی ۱:

در ابتدا مثال عددی ارائه شده در شکل ۱ مدل‌سازی می‌شود. در این مثال محدودیت بیشترین طول کارگاه برابر با ۳۳/۳۳ متر فرض شده و در پهنه نشان داده شده در شکل (۱) فقط یک کارگاه قابل احداث خواهد بود. مراحل حل به صورت زیر است:

الف) معرفی دسته‌ها، پارامترها و متغیرها:

در نرم‌افزار GAMS دسته‌ها^{۱۵} اجزای سازنده ساختار مسئله هستند، نگاه برنامه به دسته مجموعه‌ای حاوی شی و نه مجموعه‌ای از اعداد است. در اینجا بلوک‌های یک پهنه که پیمایش مسئله بر روی آنها قرار دارد به عنوان دسته در نظر گرفته می‌شوند (شکل ۴).



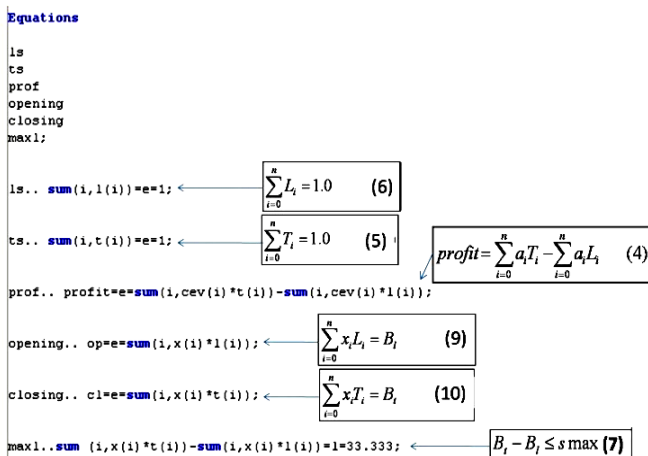
شکل (۴): معرفی دسته‌ها، پارامترها و متغیرهای مثال عددی در محیط GAMS

پارامترها دارای مقادیر ثابت اطلاعاتی مساله هستند که به طور معمول متناظر با اشیاء دسته‌ای خاص تعریف می‌شوند و برنامه آنها را با دید مقادیر عددی در نظر می‌گیرد. در این مساله ارزش تجمعی در انتهای هر بلوک و مکان قرارگیری بلوکها (شبکه نقاط قرارگیری) در رده پارامترها تعریف می‌شوند (شکل ۴).

متغیرها، ماهیت‌هایی هستند که در طول حل مساله بارها تغییر می‌نمایند تا مساله به جواب بهینه خود برسد. در این مساله دو متغیر از نوع SOS2، سود عملیات و نقاط شروع و خاتمه عملیات از جمله متغیرهای مساله هستند. در شکل (۴) چگونگی معرفی دسته‌ها، پارامترها و متغیرها برای مثال عددی گفته شده در فضای نرم‌افزار تجاری GAMS نشان داده شده است.

ب) اعمال روابط

پس از معرفی دسته‌ها، پارامترها و متغیرها در محیط نرم‌افزار باید روابط (۴) تا (۱۰) که برای بهینه‌سازی مورد نیاز هستند به نرم‌افزار اعمال شوند. در اینجا تابع هدف به متغیری به نام سود تعلق می‌گیرد. از آنجا که در این مثال کمترین طول کارگاه محدودیتی ندارد، رابطه (۸) در مدل‌سازی مساله وارد نمی‌شود. چگونگی اعمال روابط در شکل (۵) نشان داده شده است.

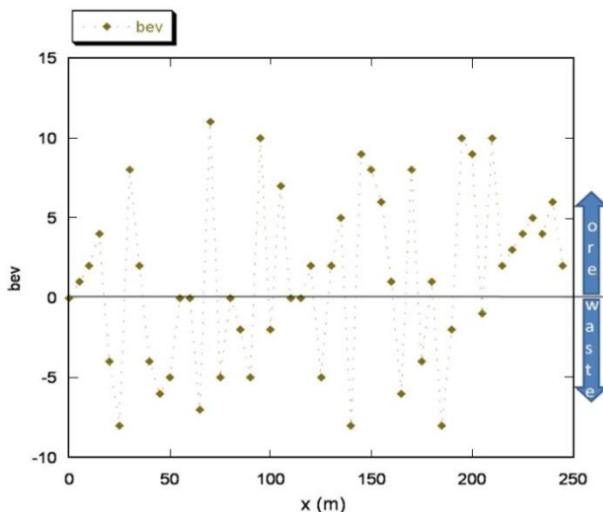


شکل (۵): اعمال فرمولاسیون به نرم‌افزار GAMS

ت) مدل‌سازی، حل مساله با برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط و نمایش نتایج

پس از اعمال روابط با در نظر گرفتن همه آنها مدل تعیین محدوده نهایی کارگاه زیرزمینی ساخته شده و برای هدف بیشینه کردن متغیر سود ناشی از استخراج حل می‌شود. در پایان، مقدار بهینه متغیرهای مورد علاقه نمایش داده می‌شود. در شکل (۶) نحوه اعمال مراحل بالا به نرم‌افزار نشان داده شده است.

گرفته شده بود، اما در عمل، همه بلوکهای مدل بلوکی سود ده (دارای مطلوبیت) نیستند. در واقعیت استخراج بلوکهای ماده معدنی سود آور و برداشت بلوکهای باطله ضرر ده است. در مثال عددی ۲ یک پهنه واقعی تر شامل بلوکهای با ارزش مثبت و منفی مورد حل قرار می‌گیرد، ضمن آنکه در این مثال تعداد متغیرها بسیار بیشتر از حالت قبلی (۵۰ متغیر) در نظر گرفته شده است. برای اختصاص ارزش اقتصادی بلوکها (bev) از اعداد تصادفی بین ۸- تا ۱۰+ استفاده شده است. استفاده از اعداد تصادفی، امکان در نظر گرفتن بدترین مساله ممکن که مطلوبیت مساله روند مشخصی ندارد را به دست می‌دهد. در این مثال طول بلوکها برابر با ۵ متر فرض شده است. در شکل (۸) توزیع ارزش اقتصادی بلوکها نشان داده شده است. کمترین و بیشترین طول مجاز کارگاه مساله به ترتیب ۵۰ و ۱۰۲ متر فرض شده است. برخلاف مثال قبل که مثبت بودن ارزش مطلوبیتها باعث پیشنهاد کارگاه با بیشترین طول ممکن شده و بنابراین نیازمند اعمال محدودیت کمترین طول کارگاه نیست، در این مثال وجود همزمان مطلوبیتها و نامطلوبیتها اعمال شرط کمترین طول مجاز کارگاه را ضروری می‌نماید. با اعمال روابط (۴ تا ۱۰) نقاط ابتدایی و انتهایی کارگاه و ارزش استخراج بهینه عملیات به دست می‌آیند. در شکل (۹) نمودار ارزش تجمعی بلوکها و نقاط ابتدایی و انتهایی کارگاه بهینه و ارزش بیشینه عملیات استخراج نشان داده شده است. نقطه شروع و انتهای کارگاه به ترتیب در فواصل ۱۴۰ و ۲۴۲ متری از ابتدای پهنه سود بهینه استخراج ۶۵/۸ میلیون دلار به دست می‌آید.



شکل (۸): ارزش اقتصادی بلوکها

```

model stopelimits /all/;
solve stopelimits using mip maximizing profit;
display l.l.;
display t.l.;
display op.l.;
display cl.l.;
display profit.l.;

```

مدلسازی مساله با در نظرگیری تمامی معادلات اصلی

حل مدل ساخته شده با حل برنامه ریزی عدد صحیح مختلط با هدف بیشینه سازی سود

نمایش مقادیر نهایی (بهینه) متغیرهای SOS2

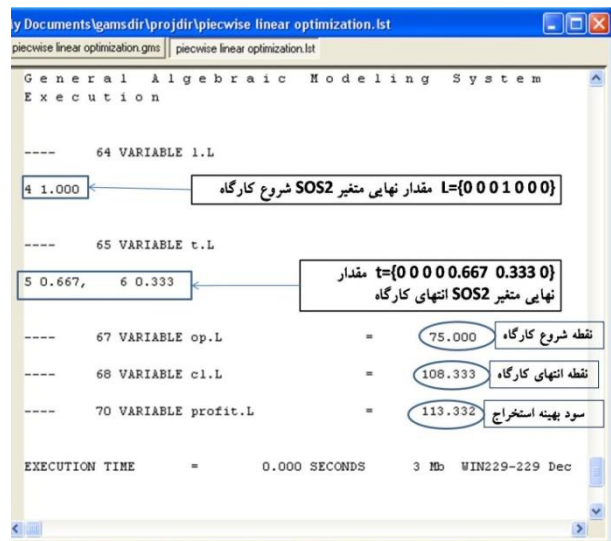
نمایش مقادیر نهایی (بهینه) شروع و انتهای کارگاه

نمایش مقدار نهایی (بهینه) سود

شکل (۶): مدل سازی مساله در محیط GAMS

۸) اجرای برنامه و ثبت نتایج

با اجرای برنامه، نرم افزار گزارشی از چگونگی و زمان حل و همچنین نتایج به دست آمده ارائه می‌دهد. نتایج ثبت شده نرم افزار به صورت شکل (۷) خواهد بود. برای بلوکهایی با ارزش نشان داده شده در شکل (۱) و محدودیت بیشترین طول کارگاه ۳۳/۳۳ متر، کارگاه در فاصله $x_7=75m$ تا $x_7=108/333m$ واقع شده و سود بهینه عملیات استخراج ۱۳۳/۳۳۲ واحد ارزش مطلوبیت است. البته لازم نیست که ارزش مورد نظر تنها ارزش اقتصادی بلوکها باشد، بلکه همه مطلوبیت‌های جمع پذیر می‌توانند در این مدل سازی در نظر گرفته شوند.



شکل (۷): گزارش نتایج اجرای مثال عددی

برای اعتبارسنجی، مدل ارائه شده با تحقیق مشابهی مقایسه شد. در تحقیق مشابه [۱]، مساله با استفاده از نرم افزار MIP3 حل شده بود. نتایج به دست آمده در هر دو تحقیق با یکدیگر برابری کامل دارند.

۴-۲- مثال عددی ۲:

در مثال عددی ۱ استخراج همه بلوکها سود آور در نظر

که در این روابط ز نشان‌دهنده شماره پهنه مورد نظر در مقطع دوبعدی است. همه روابط به جز تابع هدف برای هر پهنه به صورت جداگانه اعمال می‌شود.

۵-۱- مثال عددی ۳:

در مثال سوم مقطعی افقی از معدن در نظر گرفته، که بر روی آن ۸ پهنه، کنار هم قرار گرفته و هدف مساله پیدا نمودن مکان شروع و پایان جبهه کار هر کدام از پهنه‌ها است. هر کدام از این ۸ پهنه دارای ۱۱ بلوک با ارزشهای متفاوت تصادفی بین ۵- تا ۱۵ است که در شکل (۱۰) نشان داده شده‌اند. در این مثال عددی طول بلوکها ۶۰ متر و عرض بلوکها برابر عرض پهنه‌ها در نظر گرفته شده است. کمترین و بیشترین طول مجاز هر کارگاه استخراج نیز به ترتیب ۵۰ و ۲۵۰ متر در نظر گرفته شده‌اند.

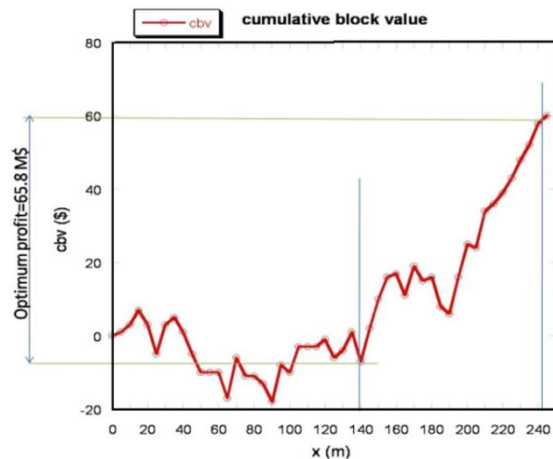
با اعمال فرمولاسیون ۱۱ تا ۱۷ به برنامه GAMS/Cplex و حل مدل، نتایج بهبود یافته (نه بهینه) به دست می‌آیند. نرم‌افزار بدلیل تعداد زیاد متغیرها و زمانبری حل، پس از مدت زمانی حل را متوقف نموده و به جای جواب بهینه، جواب بهبود یافته را با توجه به بیشترین خطای محتمل به دست می‌دهد. نرم‌افزار به دلیل توانایی در تعیین مرز بالایی جواب (در بیشینه‌سازی) و یا مرز پایینی جواب (در کمینه‌سازی)، می‌تواند بیشترین خطای ممکن و فاصله از جواب بهینه را در گامهای مختلف حل در نظر بگیرد. حل ساده این مساله با نرم‌افزار GAMS/Cplex دارای حداکثر ۸/۶۷٪ خطا^{۱۷} بوده و در حالی که بهترین مقدار ممکن برابر با ۲۵۲/۷۱ واحد مطلوبیت است جواب مساله با حداکثر ۲۰/۱۷ واحد خطا میزان ۲۳۲/۵۴ واحد مطلوبیت را به دست می‌دهد.

پهنه‌ها (j) →

X=0	1	2	3	4	5	6	7	8	
60	1	3	9	14	0	7	-5	2	0
120	2	5	4	15	4	4	-5	-2	12
180	3	2	6	11	14	-4	-1	9	0
240	4	4	11	4	9	-4	7	9	11
300	5	0	-4	5	-1	1	-4	10	13
360	6	7	7	-1	12	-5	2	5	0
420	7	10	-4	8	8	3	8	6	0
480	8	6	3	1	-2	9	9	-3	-4
540	9	8	1	14	-1	-3	9	4	-3
600	10	-1	12	10	7	-4	-3	9	8
660	11	3	-5	3	8	7	4	13	-1

← پهنه‌ها (i)

شکل (۱۰): ارزش اقتصادی بلوکها (پهنه‌ها به صورت ستونی در نظر گرفته شده‌اند)



شکل (۹): ارزش تجمعی بلوکها و نقاط ابتدائی و انتهایی کارگاه و میزان بیشینه سود

از شکل (۹) می‌توان استدلال کرد که مساله برای این نوع از داده‌ها نیز جواب بهینه را به دست می‌دهد. البته امکان رخداد چندین جواب بهینه نیز وجود خواهد داشت که در این حالت بهتر است از بین موارد بهینه، کارگاه با بیشترین طول انتخاب شود تا علاوه بر بیشینه نمودن مطلوبیت حرکت در راستای بیشینه‌سازی بازیابی از ذخیره و افزایش طول عمر معدن نیز مورد نظر قرار گیرد.

۵- حل مسئله برای پهنه‌بندی دو بعدی

در دو مثال عددی قبل، بررسی محدوده کارگاه بر روی یک پهنه و به صورت یک بعدی انجام شد. اما در بسیاری از موارد چند پهنه در کنار هم و به صورت دو بعدی قرار گرفته‌اند. در صورتی که تصمیم‌گیری برای تعیین طول و مکان قرارگیری کارگاهها برای هر پهنه مد نظر قرار گیرد، می‌توان فرمولاسیون ارائه شده را تعمیم داد:

$$\max \text{imize} \left(\sum_{j=1}^m \left(\sum_{i=0}^n a_{ij} T_{ij} - \sum_{i=0}^n a_{ij} L_{ij} \right) \right) \quad (11)$$

$$\text{st.} \quad \sum_{i=0}^n T_{ij} = 1 \quad \forall j \quad (12)$$

$$\sum_{i=0}^n L_{ij} = 1 \quad \forall j \quad (13)$$

$$B_{lj} - \sum_{i=0}^n L_{ij} \times x_{ij} = 0 \quad \forall j \quad (14)$$

$$B_{lj} - \sum_{i=0}^n T_{ij} \times x_{ij} = 0 \quad \forall j \quad (15)$$

$$B_{lj} - B_{lj} \leq s \max \quad \forall j \quad (16)$$

$$B_{lj} - B_{lj} \geq s \min \quad \forall j \quad (17)$$

محدودیت های استخراج بنا شده است. به علت طبیعت گسسته متغیرهای SOS2، تعیین نقاط بهینه شروع و انتهای کارگاه به وسیله حل کننده های عدد صحیح انجام می شود.

روش حل در صورت توانایی در مدل سازی محدودیت های استخراجی یک روش بهینه قطعی است، اما در اجرای روش ممکن است، حل کننده ها قادر به رسیدن به جواب بهینه نبوده و تنها جواب بهبود یافته را به دست دهند.

در این تحقیق مثال های عددی یک و دو بعدی با داده های تصادفی (در سخت ترین شرایط) مورد بررسی قرار گرفتند. حل مسائل با حل کننده عدد صحیح مختلط Cplex انجام شد. زمان حل برای همه مثال های ارائه شده در حد کسری از ثانیه بود. این وجود تضمینی برای رخ ندادن مشکل نفرین بعد^{۱۸} در مسائل با تعداد زیاد متغیر وجود خواهد داشت.

روش بکار گرفته شده، روشی با فرمولاسیون ریاضیاتی و بهینه قطعی است که برای همه انواع روش های استخراجی و هر شکلی از بلوکها کارآمد است. این روش در جانمایی کارگاه کسره های بلوکی را نیز در نظر می گیرد.

در این تحقیق از روش یک بعدی برای یافتن محدوده کارگاهها بر روی پهنه استخراجی استفاده شده است. اما در مورد روش های استخراجی که کارگاه علاوه بر طول می تواند عرض و یا ارتفاع متغیر نیز داشته باشد، پیشنهاد می شود این روش به صورت دو و یا سه بعدی تعمیم داده شود. در حالت های دو و سه بعدی، ارزش تجمعی به جای محاسبه در یک راستا در دو و یا سه راستا محاسبه شده و تصمیم گیری در مورد نقاط شروع و انتهای کارگاه در دو یا سه بعد انجام می شود.

پهنه ها (j)

X=0	1	2	3	4	5	6	7	8
60	1	3	9	14	0	7	-5	2
120	2	5	4	15	4	4	-5	-2
180	3	2	6	11	14	-4	-1	9
240	4	4	11	4	9	-4	7	9
300	5	0	-4	5	-1	1	-4	10
360	6	7	7	-1	12	-5	2	5
420	7	10	-4	8	8	3	8	6
480	8	6	3	1	-2	9	9	-3
540	9	8	1	14	-1	-3	9	4
600	10	-1	12	10	7	-4	-3	9
660	11	3	-5	3	8	7	4	13

شکل (۱۱): مکان قرارگیری کارگاهها در مثال عددی

در شکل (۱۱) مکانهای شروع و انتهای کارگاههای هر پهنه، که با حل تعمیم یافته مساله به دست آمده نشان داده شده اند. البته در این حل نیز امکان تقلیل خطا و دستیابی به جواب بهتر وجود دارد، اما ممکن است بر زمان انجام محاسبات افزوده شود.

۶- نتیجه گیری و پیشنهاد

معادن از بزرگترین واحد های اقتصادی هر جامعه ای هستند، لذا بهینه سازی محدوده نهایی و تولید آنها از اهمیت بسیار زیادی برخوردار است. درمقایسه با روش های روباز تعداد تلاش های صورت گرفته برای دستیابی به روش تعیین محدوده نهایی بهینه معادن زیر زمینی بسیار کمتر بوده است. در این تحقیق تلاش شده است تا روش جانمایی بهینه کارگاه های استخراج بر روی پهنه های استخراجی مورد بررسی و برای مثال های فرضی مشابه با معادن واقعی اجرا شود. روش بر اساس تقریب خطی شکسته ی تابع ارزش تجمعی مطلوبیت در طول پهنه استخراجی با استفاده از متغیری به نام مجموعه مرتب ویژه نوع ۲ (SOS2) و پیدا نمودن دو نقطه با بیشترین اختلاف در مقدار ارزش تجمعی با توجه به

۷- مراجع

- Rotterdam, Balkema, pp. 45-52.
- [۴] Deraisme J., de Fouquent C., and Fraisse H., 1984, "Geostatistical orebody model for computer optimization of profits from different underground mining methods," in: Proceedings of the 18th International APCOM Symposium, The Inst. of Mining and Metallurgy.
- [۵] Cheimanoff N. M., Deliac E. P., and Mallet J. L., 1989, "GEOCAD: an alternative CAD artificial intelligence tool that helps moving from geological resources to mineable reserves," in: Proceedings of the 21st International APCOM Symposium, SME, Colorado.
- [۶] Alford C., 1995, "Optimization in underground mine design," in: Proceedings of the 25th
- [۱] Ovanic J., Young D. S., 1995, "Economic optimization of stope geometry using separable programming with special Branch and Bound techniques," the 3rd Canadian Conference on Computer Applications in the Mineral Industry, Ed.: H S Mitri, Balkema, Rotterdam.
- [۲] Riddle J. M., 1977, "A dynamic programming solution of a block-caving mine layout," in: Proceedings of the 14th International APCOM Symposium, SME, Colorado.
- [۳] S. E. Jalali and M. Ataee-pour, "A 2D Dynamic Programming Algorithm to Optimize Stope Boundaries", in 2004 Proceedings of the 13th symposium on Mine Planning and Equipment Selection, (eds. M. Hardygora et al.),

December 2002.
GAMS Development Corporation, Washington
DC, USA, www.gams.com, 2008.

[۹]

ILOG CPLEX's mathematical optimization
technology, ILOG corporate, Headquarters:
France and California,
http://www.ilog.com/products/cplex, 2008.

[۱۰]

International APCOM Symposium, The
Australasian Institute of Mining and
Metallurgy, Melbourne.

Ataee-pour M., 2005, "A CRITICAL SURVEY
OF THE EXISTING STOPE LAYOUT
OPTIMIZATION TECHNIQUES," Journal of
Mining Science, Vol. 41, No. 5

[۷]

Dash Optimization Manual, "Special Ordered
Sets", Minneapolis, MN USA,
www.dashoptimization.com/home
/downloads/pdf/SpecialOrderedSets.pdf, 12

[۸]

۸- زیر نویس ها

¹ Piecewise linear function

² downstream geostatistics

³ Image algebra

⁴ octree division

⁵ Floating Stope

⁶ Maximum Value Neighborhood Algorithm

⁷ Rigorous

⁸ Heuristic

⁹ Image algebra

¹⁰ BONANZA

¹¹ Datamine

¹² Special Ordered Sets of Type 2 (SOS2)

¹³ Mixed integer programming (MIP) solvers

¹⁴ Branch and cut

¹⁵ Sets

¹⁶ Block economic value (bev)

¹⁷ Gap

¹⁸ curse of dimensionality

